<학술논문>

#### DOI http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2011.35.10.1223

ISSN 1226-4873

# 레벨셋법과 페이즈 필드 모델을 이용한 가동코일형 리니어 액추에이터 최적설계<sup>§</sup>

**임성훈\*・오세안\*・민승재\*\*<sup>↑</sup>・홍정표\*\*** \* 한양대학교 자동차공학과, \*\* 한양대학교 미래자동차공학과

## Design Optimization of Moving-Coil Type Linear Actuator Using Level Set Method and Phase-Field Model

Sunghoon Lim<sup>\*</sup>, Seahn Oh<sup>\*</sup>, Seungjae Min<sup>\*\*†</sup> and Jung-Pyo Hong<sup>\*\*</sup> \* Dept. of Automotive Engineering, Hanyang Univ.

(Received April 12, 2011 ; Revised June 14, 2011 ; Accepted June 21, 2011)

Key Words : Moving-Coil Type Linear Actuator(가동코일형 리니어 액추에이터), Design Optimization(최적설계), Phase-Field Model(페이즈 필드 모델), Level-Set Method(레벨셋법)

**초록**: 가동코일형 리니어 액추에이터는 다른 형식의 액추에이터에 비해 구조가 간단하고 제어가 용이하여 다양한 산업 분야에 활용되고 있다. 본 연구에서는 리니어 액추에이터의 가동 특성을 향상시키기 위해 가동자의 모든 동작점에서의 추력을 반영한 목적 함수를 구성하고 최적설계 문제를 정식화하였다. 명확한 형상표현을 위해 레벨셋 함수를 설계변수로 설정하여 최적설계를 진행하고 성능과 생산성을 동시에 만족하는 액추에이터를 설계하기 위해 페이즈 필드 모델의 개념을 최적설계에 적용하여 최종형상의 단순화를 고려하였다. 제안한 기법의 효용성을 확인하기 위해 액추에이터 진동과 소음의 원인인 추력의 변동폭을 최소화하기 위한 코어 설계를 수행하여 추력의 변동을 감소시킬 수 있는 최적 형상을 제시하였고 복잡도 계수에 의한 최종 형상의 단순화도 확인하였다.

**Abstract**: A moving-coil type linear actuator has been widely used in the system reciprocating short stroke because of its several advantages, such as the structural simplicity, low weight and a fast control response speed. This paper presents a design approach for improving the actuating performance with a clear expression of optimal configuration represented by a level set function. The optimization problem is formulated to minimize the variation of magnetic force at every moving displacement of the mover for fast and easy control. To consider the manufacturability of actuator, the concept of phase-field model is incorporated to control the complexity of structural boundaries. To verify the usefulness of the proposed method, the core design example of cylindrical linear actuator is performed.

## 1. 서 론

가동코일형 리니어 액추에이터(Moving-coil type linear acrtuator)는 Fig. 1과 같이 선형 운동을 하는 가동자(mover)가 보빈(bobbin)과 코일로 구성된 추

력(thrust force) 발생장치로, 간단한 구조와 가벼운 무게로 인해 가전 제품과 산업 기기에 다양하게 응용될 수 있기 때문에 동작 특성 해석을 위한 연 구가 수행되었다.<sup>(1,2)</sup> 또한 코어(core)와 가동자에 입력되는 전류로만 추력을 발생시키고 가동자의 관성이 적기 때문에 다른 형식의 액추에이터에 비 해 제어가 용이하다는 장점이 있다. 그러나 가동 자에 최대 전류를 인가했을 때 가동자 위치에 따 른 추력의 변동폭이 급격히 증가하는 문제가 발생 한다.<sup>(3)</sup> 액추에이터의 용이한 제어와 진동 및 소음 의 저감을 위해서는 가동자의 모든 동작 범위에서

<sup>§</sup> 이 논문은 2011 년도 대한기계학회 CAE 및 응용역학부문 춘계학술대회(2011. 4. 14.-15., SETEC) 발표논문임 † Corresponding Author, seungjae@hanyang.ac.kr

<sup>© 2011</sup> The Korean Society of Mechanical Engineers



Fig. 1 Moving-coil type linear actuator

일정한 추진력을 얻을 수 있는 코어의 설계가 필 요하지만 아직 이에 대한 연구는 수행되지 않고 있다.

따라서 본 연구에서는 주어진 입력 전류에 의해 가동자가 받는 힘을 모든 작동범위 내에서 일정하 게 하여 제어를 용이하게 하고 진동과 소음을 최 소화하는 리니어 액추에이터 최적설계를 수행하였 다. 유한요소법을 이용한 자기장 해석을 통해 가 동자의 각 동작점에서의 자기력을 산출하고 목적 함수를 구성하여 구조 최적화에 이용하였다.

자기 액추에이터의 최적 설계는 몇 개의 파라 미터를 최적화하는 치수 최적화 기법<sup>(4,5)</sup>이 일반적 으로 사용되지만 최적 형상이 초기 형상과 크게 달라지지 않는다는 한계가 있다. 본 연구에서는 구조최적설계 중에서 설계 자유도가 가장 높은 위 상 최적설계 기법<sup>(6,7)</sup>을 액추에이터 설계에 사용하 였으며 명확한 형상을 표현하기 위해 레벨셋 함수 를 설계 변수로 설정하여 최적 설계를 수행하였 다.<sup>(8,9)</sup>

또한 설계된 액추에이터의 생산성을 확보하기 위해 페이즈 필드 모델(phase-field model)의 개념<sup>(10)</sup> 을 최적 설계 문제 정식화에 도입하였다. 자기성 능과 구조의 단순함을 동시에 만족하는 액추에이 터 형상을 얻기 위해 복잡도 계수를 포함하는 가 상의 경계 에너지를 목적 함수에 포함시켜 최적화 를 진행하였다. 강자성 물질의 최적 분포는 설계 민감도 전체를 이용하는 시간 발전 방정식<sup>(11)</sup>에 의해 도출하였다.

제안한 기법의 효용성을 검증하기 위해 2 차원 모델로 근사한 가동코일형 리니어 액추에이터의 설계를 수행하였고 추력의 변동폭을 저감하는 코 어의 최적 형상을 도출하였다. 또한, 경계 에너지 를 고려한 형상 단순화를 통해 액추에이터의 생산 성을 향상시키는 설계 안을 제시하였다.

## 2. 자기장 해석

2.1 자성 물질의 표현

리니어 액추에이터의 최적설계를 위해서는 설계 변수인 레벨셋 함수(φ(**x**))가 자성 물질의 물성치 를 표현하도록 설정하고 자기장 해석을 수행해야 한다. 일반적인 레벨셋법에서는 레벨셋 함수가 0 이 되는 점들의 집합을 물질의 경계(∂Ω)로 지정 하고 레벨셋 함수의 부호에 따라 다음과 같이 물 질 영역(Ω<sup>+</sup>)과 비물질 영역(Ω<sup>-</sup>)을 명확하게 구 분한다.

$$\begin{cases} \phi(\mathbf{x}) > 0 & \text{for } \mathbf{x} \in \Omega^+ \\ \phi(\mathbf{x}) = 0 & \text{for } \mathbf{x} \in \partial \Omega \\ \phi(\mathbf{x}) < 0 & \text{for } \mathbf{x} \in \Omega^- \end{cases}$$
(1)

그러나 식 (1)에서 정의된 형상의 경계는 단순 히 두 영역을 구분하는 선이기 때문에 형상의 복 잡도를 수학적으로 정의할 수 없다. 따라서 최적 형상이 실제 생산에 활용하기 어려울 정도로 복잡 하게 설계되어도 설계자가 이를 조절할 수 있는 방법이 없다. 이를 해결하기 위해 본 연구에서는 페이즈 필드 모델의 개념을 레벨셋 함수 분포에 적용하여 생산성을 고려한 설계가 가능하도록 하 였다.

페이즈 필드 모델은 2 개의 상(phase)이 공존하 는 경계를 수학적으로 표현하기 위해 고안된 모델 로 경계 영역에서 다음과 같은 자유 에너지를 정 의할 수 있다.

$$F_{c} = N_{V} \int_{V} \kappa_{V} \left( \nabla c \right)^{2} dV \tag{2}$$

여기서  $N_{\nu}$  와  $\kappa_{\nu}$ 는 각각 해석 영역(V)내의 분 자 수와 에너지 계수를 의미하고 c는 물질의 밀 도를 나타낸다. Chan-Hillard 에너지<sup>(10)</sup>라고 불리는 경계 에너지는 밀도의 구배( $\nabla c$ )가 존재하는 경계 영역에서만 정의할 수 있다. 따라서 경계에서의 자유 에너지를 최소화시킬 수 있는 물질 이동인 상 조대화 효과(phase coarsening effect)<sup>(12)</sup>를 통해 경계의 단순화를 표현할 수 있고 이러한 개념을 최적설계 문제에 도입하여 최적 형상의 복잡도를 조절할 수 있다.

최적설계 문제에 경계 자유 에너지의 개념을 적 용하기 위해 레벨셋 함수를 Fig. 2 와 같이 분포시 키고 다음과 같이 영역을 구분하였다.



Fig. 2 Level set distribution in phase-field model

$$\begin{cases} 0 < \phi(\mathbf{x}) \le 1 & \text{for } \mathbf{x} \in \Omega^+ \\ \phi(\mathbf{x}) = 0 & \text{for } \mathbf{x} \in \partial \Omega \\ -1 \le \phi(\mathbf{x}) < 0 & \text{for } \mathbf{x} \in \Omega^- \end{cases}$$
(3)

상한 값 1 과 하한 값 -1 을 통해 경계 영역에서만 레벨셋 함수의 구배가 존재하도록 설정함으로써 설계 영역(Ω)내의 경계 자유 에너지를 레벨셋 함수에 관한 식으로 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$F_{c}(\phi) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (\nabla \phi)^{2} d\Omega$$
 (4)

한편, 각 영역에서의 물성치를 표현하기 위해서 는 다음과 같이 정의된 히비사이드(Heaviside) 함 수를 이용하여 레벨셋 함수를 이산화해야 한다.

$$H(\phi(\mathbf{x})) = \begin{cases} 0 & \text{for } \phi(\mathbf{x}) < 0\\ 1 & \text{for } \phi(\mathbf{x}) \ge 0 \end{cases}$$
(5)

식 (5)와 같이 이산화된 레벨셋 함수를 이용하 여 자기장 해석에 필요한 상대 자기저항률(relative magnetic reluctivity)을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$v(\phi(\mathbf{x})) = (v_{mag} - v_{air})H(\phi(\mathbf{x})) + v_{air}$$
(6)

여기서  $v_{mag}$ 와  $v_{air}$ 는 각각 강자성 물질과 공기의 상대 자기저항률이다.

2.2 자기장 해석

2 차원 정자계 해석(magnetostatic analysis)을 위한 지배 방정식은 맥스웰 방정식(Maxwell's equation) 으로부터 유도할 수 있고 레벨셋 함수를 통해 계 산된 상대 자기저항률을 적용하여 다음과 같이 표 현할 수 있다.

$$-\nu_0 \nu(\phi) \nabla^2 \mathbf{A} = \mathbf{J} \tag{7}$$

여기서  $\nu_0$ 는 상수값을 갖는 자유공간에서의 자기 저항률이고, **A** 와 **J**는 각각 자기 벡터 포텐셜 (magnetic vector potential)과 시스템 입력 전류이다. 지배방정식의 해를 계산하기 위해 해석 영역을 유 한요소로 이산화하고 형상 함수(**N**)을 이용하여 다음과 같이 자기 벡터 포텐셜을 근사하였다.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_e \end{bmatrix} \tag{8}$$

여기서  $[\mathbf{A}_e]$ 는 각 요소에서 절점에 작용하는 자 기 벡터 포텐셜 행렬을 의미한다. 식 (8)을 지배 방정식에 대입하고 갤러킨법(Gelerkin method)을 이 용하면 다음과 같은 유한요소 방정식을 구성할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{e} \end{bmatrix}$$
(9)

여기서 [**K**<sub>e</sub>]와 [**J**<sub>e</sub>]는 각각 자기강성 행렬과 전 류 밀도 행렬을 의미하고 다음과 같이 형상함수를 이용하여 구성한다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{e} \end{bmatrix} = v_{e} \int_{\Omega_{e}} \left( \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \mathbf{N} \end{bmatrix}^{T} \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \mathbf{N} \end{bmatrix}^{T} \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} \mathbf{N} \end{bmatrix}^{T} \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} \mathbf{N} \end{bmatrix} \right) d\Omega_{e} \quad (10)$$
$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{e} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{e} \int_{\Omega_{e}} \begin{bmatrix} \mathbf{N} \end{bmatrix} d\Omega_{e} \quad (11)$$

식 (9)의 요소방정식을 조합한 전체 시스템의 방정식의 해를 구함으로써 자기장 해석을 수행할 수 있다.

$$[\mathbf{K}][\mathbf{A}] = [\mathbf{J}] \tag{12}$$

가동자에서 발생하는 추력(*T*)은 맥스웰 응력 텐서법을 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$T = \int_{S} \nu_0 \left\{ \left( \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \right) \mathbf{B} - \frac{1}{2} \mathbf{B}^2 \mathbf{n} \right\} dS$$
(13)

여기서 **B**는 자속 밀도(magnetic flux density), **n**은 가동자 표면(*S*)의 법선 방향 단위벡터를 나타낸 다.

#### 3. 최적설계 문제 정식화

3.1 목적함수 설정

모든 가동자의 이동 위치에서 일정한 추력을 얻

기 위해 식 (13)에서 계산된 추력을 이용하여 다 음과 같이 목적함수를 설정하였다.

$$F(\phi) = \sum_{i=1}^{k} (T_i(\phi) - T_0)^2$$
(14)

여기서 k는 최적설계에서 고려한 가동자 이동 위 치의 수로 가동 구간을 2 mm 씩 나누고 9개의 동 작점을 고려하여 해석을 수행하였다.  $T_0$ 는 목표 추력으로 목적 함수(F)를 최소화함으로써 가동자 위치에 따른 추력의 변동을 최소화시킬 뿐만 아니 라 평균 추력을 목표 사양에 만족시킬 수 있다.

#### 3.2 최적설계 문제 정식화

레벨셋 함수에 관한 식으로 표현된 목적 함수 (F)와 강자성 물질에 대한 재료량 제한조건(G) 을 이용하면 최적설계 문제를 정식화할 수 있다. 이 때, 최종 형상의 복잡도를 조절하여 액추에이 터의 생산성을 확보하기 위해 식 (4)에서 정의한 가상의 경계 에너지를 포함시킨 목적 범함수(F) 를 구성하고 다음과 같이 최적설계에 반영하였다.

minimize 
$$\overline{F}(\phi) = \sum_{i=1}^{n} (T_i(\phi) - T_0)^2 + \tau \int_{\Omega} \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 d\Omega$$
 (15)  
subject to  $G(\phi) = \int_{\Omega} H(\phi) d\Omega / \int_{\Omega} d\Omega - VF \le 0$ 

여기서 VF는 재료 사용량 제한 조건이고 r 는 목적 범함수 내에서 경계 에너지가 차지하는 상대 적인 비중을 나타내는 상수로 설계자가 그 크기를 변화시켜 최종 형상의 단순함 정도를 조절할 수 있기 때문에 복잡도 계수(coefficient of complexity) 라고 한다.

한편, 최적설계에 필요한 설계 민감도는 목적 범함수의 레벨셋 함수에 대한 미분 값으로 계산할 수 있다. 자유로운 경계 이동과 위상 변화가 가능 하도록 설계 영역 전체에 분포하는 민감도는 그대 로 레벨셋 함수를 변화시키는 원동력으로 사용되 고 다음과 같은 시간 발전 방정식을 통해 최적화 가 수행된다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\delta \overline{F}(\phi)}{\delta \phi} = 2 \sum_{i=1}^{n} \left( T_i(\phi) - T_0 \right) \frac{\partial T_i(\phi)}{\partial \phi} - \tau \nabla^2 \phi (16)$$

#### 4. 설계 예제

제안한 최적설계 기법을 2 차원 모델로 근사한 리니어 액추에이터<sup>(3)</sup> 설계에 적용하였고 초기 형 상과 설계 영역은 Fig. 3과 같다. 액추에이터의 코 어는 Fig. 4 와 같은 비선형 물성을 갖는 S18 로 이 루어져 있고 2.0 A 의 계자전류가 인가된다. 가동 자는 플라스틱 보빈에 코일이 감겨 있는 구조로 0.8~4.0 A 의 전류가 가동 특성에 따라 인가되고 -8~8 mm 의 가동 구간에서 동작한다. Table 1 은 초 기형상에서 발생하는 가동자의 평균추력(Tave )과 추력의 변동폭(ΔT)을 정리한 것으로 가동자에 인가되는 전류가 0.8~3.0 A 일 때의 추력의 변동은 17.4 N 이하로 발생하는 반면 4.0 A 에서는 큰 폭 으로 증가하는 것을 확인할 수 있다. 이는 최대 추력을 요구하는 동작 상태에서 액추에이터의 진 동과 소음이 발생할 가능성이 크므로 4.0 A 에서의 추력이 일정하게 발생할 수 있는 코어의 최적설계 를 수행하여 가동 성능을 향상시키고자 하였다. 강자성 물질의 사용량은 초기 형상과 같은 양 (VF=0.55)으로 설정하여 설계를 수행하였다.

Table 1 Thrust force of initial design

Input current [A]	0.8	2.0	3.0	4.0
$T_{avg}$ [N]	60.6	151.1	225.7	295.3
$\Delta T$ [N]	15.8	13.4	17.4	34.4



Fig. 3 Configuration of linear actuator



1226

#### 4.1 최적 코어 형상

Fig. 5 는 코어의 초기형상과 최적형상에서 발생 하는 자속의 경로를 나타낸다. Fig. 5(b)에서 볼 수 있듯이 가동자에 가까운 영역에서 강자성 물질이 점점 넓게 분포하여 가동자의 모든 동작거리에서 균일한 양의 자속을 통과시킨다는 것을 알 수 있 다. Fig. 6은 가동자 인가 전류에 따른 추력곡선으 로 점선은 초기형상, 실선은 최적형상의 추력이다. 4.0 A 의 전류를 인가하였을 때 추력의 변동은 11.4 N 으로 초기형상에 비해 66.9 % 저감시킬 수 있었다. 인가 전류가 낮아 질수록 추력의 변동이 초기형상에 비해 약간씩 증가하는 경향이 있지만 모든 동작 상태에서 20 N 이하로 발생하였다. Fig. 5(b)와 같이 최적 형상은 비대칭 구조로 도출되지 만 고정자가 왕복 운동할 때 Fig. 6 과 같은 형태 의 추력을 반복적으로 얻을 수 있다.



(b) Optimal design Fig. 5 Magnetic flux path in linear actuator



Fig. 6 Thrust force profile of optimal core design

#### 4.2 생산성을 위한 형상 단순화

Fig. 5(b)의 최적 형상은 설계 목표에 부합하는 성 능을 구현하지만 복잡한 곡선과 노치(notch)로 구성 되어 생산성이 좋지 않은 단점이 있다. 따라서 본 연구에서는 경계 에너지를 이용하여 최종 형상의 단 순화를 위한 최적설계를 수행하고 복잡도 계수를 통 해 형상의 복잡도를 조절하였다. Fig. 7과 같이 복잡 도 계수가 커짐에 따라 노치 등의 복잡한 경계가 완 화되고 형상이 점점 단순하게 설계되는 것을 확인할 수 있다. 형상이 단순해짐에 따라 추력의 변동폭은 조금씩 증가하지만 초기 형상에 비해 52.3 % 이상 감소시키는 최적 형상을 도출할 수 있다.

Table 2 Comparison of thrust force

	Initial	τ				
	design	0	0.5	1.0	1.5	
T <sub>avg</sub>	295.3	294.6	286.1	274.2	271.2	
[N]		(0.2%↓)	(3.1%↓)	(7.1%↓)	(8.2%↓)	
Δ <i>T</i>	34.4	11.4	14.1	15.7	16.4	
[N]		(66.9%↓)	(59.0%↓)	(54.4%↓)	(52.3%↓)	







Fig. 8 Thrust force profile of optimal core design

한편, 복잡도 계수가 증가할수록 가동자에 인접 한 부분의 단면적이 줄어들기 때문에 Fig. 8 과 같 이 4.0 A 의 인가 전류에서 평균 추력은 조금씩 감 소하지만 최대 감소폭이 8.2 % 로 작다. 또한 노 치와 복잡한 곡선이 사라져 제작에 용이하도록 형 상이 단순하다는 장점이 있다. 따라서 복잡도 계 수가 1.5 일 때의 최적 형상은 생산성과 설계 목표 를 동시에 만족하는 설계 안으로 선택될 수 있다.

#### 5. 결론

가동코일형 리니어 액추에이터의 용이한 제어와 소음 및 진동의 저감을 위해 모든 동작 상태를 고 최적설계를 려하 수행하였고 추력의 변동을 66.9 % 저감하는 코어의 형상을 제안하였다. 또한, 페이즈 필드 모델의 개념을 문제 정식화에 적용하 고 최종 형상을 단순화하여 생산성을 높일 수 있 는 방안을 제시하였다. 최대 전류만을 고려하여 설계를 수행했기 때문에 다른 전류를 인가했을 때 추력의 변동이 약간 증가하는 경향이 있지만 전반 적으로 향상된 가동 성능을 갖는 최적형상 도출이 가능하였다. 본 연구에서 제안한 설계기법은 복수 개의 설계 목표를 고려할 수 있고 실제 제작이 가 능한 경계를 도출할 수 있기 때문에 자기장치의 체계적인 설계와 생산에 효과적으로 적용할 수 있 을 것으로 예상한다.

## 후 기

이 논문은 2009 년도 정부(교육과학기술부)의 재 원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초 연구사업임 (No. 2009-0077590)

### 참고문헌

- Takano, Y., Yaezaki, S., Nishizawa, N. and Yamada, H., 1997, "Thrust simulation of a Linear Oscillatory Actuator," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 33, No. 2, pp. 2085~2088.
- (2) Kim, D.-H., Hong, J.-P. and Kim, G.-T., 2003, "Dynamic Analysis of a Moving Coil-Type LOA for Load Conditions Using FEA Batch Process," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 39, No. 3, pp. 1480~1483.
- (3) Kim, H.-J., 2010, "Design and Performance of Moving-coil type Linear Actuator," Master's degree thesis, Hanyang University.
- (4) Rong, R., Lowther, D. A., Malik, Z., Su, H., Nelder, J. and Spence, R., 1997, "Applying Response Surface Methodology in the Design and Optimization of Electromagnetic Devices," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 33, No. 2, pp. 1916~1919.
- (5) Lee, T. W., 2005, "Optimal Geometric Design of Linear Motor Using Response Surface Methodology," *Transaction of the KSME(A)*, Vol. 29, No. 9, pp. 1262~1269.
- (6) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., 1988, "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, No. 2, pp. 197~224.
- (7) Yoo, J., 2004, "A Study on the Topology Optimization in Magnetic Fields," *Transaction of the KSME(A)*, Vol. 28, No. 4, pp. 370~377.
- (8) Kang, K.-S. and Youn, S.-K., 2007, "Lightweight Design of Shell Structures Using Adaptive Inner-Front Level Set Based Topology Optimization," *Transaction* of the KSME(A), Vol. 31, No. 12, pp. 1180~1187.
- (9) Park, S.-I. and Min, S., 2009, "Magnetic Actuator Design for Maximizing Force Using Level Set Based Topology Optimization," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 45, No. 5, pp. 2336~2339.
- (10) Cahn, J. W. and Hilliard, J. W., 1958, "Free Energy of a Nonuniform System. I. Interfacial Free Energy," *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 28, pp. 258~267.
- (11) Yamada, T., Izui, K., Nishiwaki, S. and Takezawa, A., 2010, "A Topology Optimization Method Based on the Level Set Method Incorporating a Fictitious Interface Energy," *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, pp. 2876~2891.
- (12) Leo, P. H., Lowengrub, J. S. and Jou, H. J., 1998, "A Diffuse Interface Model for Microstructural Evolution in Elastically Stressed Solids," *Acta Materialia*, Vol. 46, No. 6, pp. 2113~2130.