<학술논문> DOI http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2011.35.10.1171 ISSN 1226-4873

확률적 설계 방법을 이용한 동적 시스템의 강건 설계

류장희* · 최인상** · 김주성** · 손영갑*†
* 안동대학교 기계자동차공학과, ** (주)한화 종합연구소 체계2실

Robust Design of a Dynamic System Using a Probabilistic Design Method

Jang-Hee Ryu*, In-Sang Choi**, Joo-Sung Kim** and Young Kap Son*†
* Dept. of Mechanical & Automotive Engineering, Andong Nat'l Univ.
** Dept. of Ammunition System, Hanwha Corporation R&D Center

(Received April 18, 2011 ; Revised August 2, 2011 ; Accepted August 9, 2011)

Key Words: Actuator System(구동기), Dynamic System(동적 시스템), Probabilistic Design(확률적 설계), Robust Design(강건 설계), Variation(변량), Response Surface Method(반응표면법)

초록: 본 논문은 동적 시스템인 구동기의 강건설계를 수행한 결과를 제시한다. 구동기를 구성하는 부품들의 변량은 구동기의 성능에 변량을 유발한다. 따라서 부품들의 변량에 둔감한 구동기의 성능을 확보하기 위해 구동기에 대해서 강건설계를 수행하였다. 구동기를 구성하는 부품들을 전달함수로 표현하여 시뮬링크 모델로 구축하였으며, 시뮬링크 모델을 이용하여 설계 변수 조합에 따른 구동기의 응답을 얻었다. 또한 반응표면법을 적용하여 구동기의 응답을 설계 변수들의 2차 함수로 근사화하였다. 구동기 응답을 출력으로 하는 근사화된 모델에 확률적 설계방법을 적용하여 강건한 구동기의 성능을 위한 최적 설계변수를 결정하고 기존 설계와 비교한 결과를 제시하였다.

Abstract: This paper shows the robust design results of an actuator, a kind of dynamic system. Variations in the components comprising the actuator cause uncertainties in the system's dynamic performance. Therefore, a probabilistic design method is applied to ensure robust actuator performance to component variation. A Simulink model for the actuator was built using transfer functions for the components. The dynamic responses of the actuator were evaluated using the Simulink model. Performance indexes were approximated as quadratic functions of the design parameters through the application of the response surface methodology (RSM) with the Simulink model. Then, a probabilistic design method was applied to the approximated performance indexes to obtain optimal design parameters that would provide robust actuator performance. The optimal design was compared to the present design in terms of the performance indexes and dynamic response characteristics over time.

1. 서 론

강건설계는 시스템 수준에서 부품 및 운용환경의 변량이 시스템 응답에 미치는 영향을 줄일 수 있도록 설계변수를 최적화하여 시스템의 강건성(robustness)을 확보함으로써 품질 및 신뢰성을 향상시키는 설계 기법이다. 예를 들어, 유도 포탄 체계 개발에 관련하여 Kevin Massey 등은 레이더 및 화포에 발생하는 노이즈 등을 포함한 다양한 환경에서의 불확실성을 고려하여 유도 포탄의 성능을 평가하였다.(1)

시스템 응답 모델을 기반으로 하는 강건설계는 시스템의 성능과 관련한 문제들에 다양하게 적용되어왔다. 정적 시스템과는 달리 동적 시스템은 시스템의 초기 조건, 구성부품들의 생산과정 및 운용환경에서의 변량에 의하여 응답이 변화한다.(2) 또한 3차 이상의 동적 시스템의 경우, 시스템 설계변수와 오버슈트(overshoot), 정착 시간(settling time)과 같은 시스템 성능과의 관계를 나타내는 성능 모델을 구하는 것은 어려운 문제이다. 따라서 성능 모델링의 어려움 때문에 동적 시스템의 강건설계에 대한 연구가 미진한 실정이다.

동적 시스템의 강건설계에 관련하여 Savage와 Son은 시정수와 정상상태 각속도와 같은 서보 시스템의 성능을 수리적 모델로 개발하고, 시스템 응

† Corresponding Author, ykson@andong.ac.kr
© 2011 The Korean Society of Mechanical Engineers

답을 모델링하여, 성능을 최적화할 수 있는 설계변수를 선정하였다.[3] Seecharan은 시스템 응답에 대한 메타모델(metamodel)을 구하여 설계변수 조합에 따른 임의 시점에서의 시스템 응답을 예측하였으며, 임의 시점에서 응답의 규격에 대한 순응도를 최대화할 수 있는 설계인자를 선정하였다.[4]

Fig. 1은 동일한 응답 모델식을 가지는 시스템의 단위 계단입력에 대한 설계변수에 따른 시스템 응답특성의 변화를 나타낸다. Fig. 1에서 $(t_p)_i$와 $(t_s)_i$는 각각의 설계 i에 대한 시스템의 응답특성인 오버슈트가 발생하는 시간과 정착시간을 각각 나타낸다. Fig. 1로 부터 임의의 한 시점에서의 응답만을 이용하여 최적화한 설계 인자가 시스템 응답에 대한 최적의 오버슈트와 정착시간을 제공한다고 평가할 수 없다. 그러므로 동적 시스템의 성능을 최적화하기 위해서는 설계변수와 성능과의 관계를 나타내는 성능모델을 구축하고 구축된 성능모델을 이용하여 성능을 최적화할 수 있는 설계변수를 결정해야 한다.

본 연구의 대상 시스템인 유도 포탄의 구동기는 카나드(canard)의 각도를 제어하여 포탄의 궤적을 수정하는 동적 시스템이다. 유도 포탄의 구동기는 서보 제어기(servo controller), BLDC 모터, 기어조립체(평기어, 웜기어), 카나드, 전위차계(potentiometer)로 구성되어 있으며 구동기에 대한 블록선도를 Fig. 2에 제시하였다. 구동기는 BLDC 모터에서 발생되어 기어조립체를 통해 전달되는 동력을 이용하여 카나드의 각도를 변경한다. 서보 제어기는 BLDC 모터에 대한 제어 입력을 조절하여 요구되는 카나드 각도와 전위차계가 감지한 실제 카나드 각도와의 차이인 오차를 최소화 한다.

유도 포탄은 발사 후 비행하여 목표를 타격하는 것이 짧은 시간에 이루어지는 시스템으로서 유도 포탄의 궤적을 수정하기 위한 장치인 구동기 또한 짧은 시간에 동작하여야 한다. 따라서 구동기의 성능은 카나드가 빠른 시간 내에 요구되는 각도에 도달하는 능력으로 평가할 수 있다. 그러므로, 카나드가 단위각도에 도달하는 시간이 빠를수록, 임의 시점에서 카나드가 움직이는 각도가 클수록 빠른 시간에 동작하는 것이므로 구동기의 성능이 우수하다고 판단할 수 있다. 일반적으로 Fig. 2에 제시된 서보 제어기의 성능이 구동기의 성능에 큰 영향을 미친다.[5] 그러나 제어기 설계를 수행하기 전에 구동기의 응답 시간이

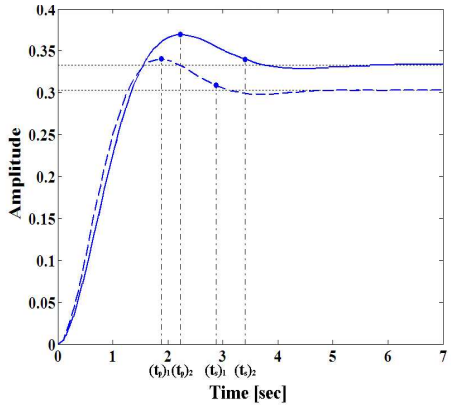


Fig. 1 Response characteristics for designs

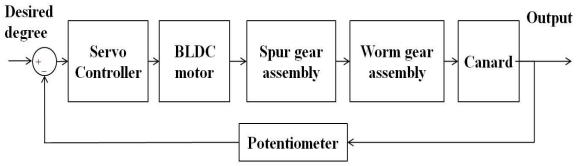


Fig. 2 Block diagram of the actuator system

느릴 경우, 제어기를 설계하더라도 카나드 각도에 대한 효율적인 제어를 기대하기는 어렵다. 또한 구동기 부품에 변량이 존재할 경우 구동기 응답에도 변량이 발생된다. 따라서 본 연구에서는 제어의 효율성을 높이고 부품들의 변량에 둔감하며 빠르게 카나드의 각도를 변경할 수 있는 구동기의 성능을 확보하기 위하여 제어기를 설계하기 전에 구동기의 출력인 카나드 각도의 응답특성을 최적화하고자 한다. 본 연구에서는 카나드의 각도가 단위 각도에 도달하는 시간과 카나드의 반응 목표 시간인 50 [ms]에서의 카나드 각도를 성능지표로 정의하였다. 또한 BLDC 모터는 모터 드라이브에 의해서 제어가 되기 때문에 모터의 시스템 변수에 대한 변량은 고려하지 않고 상수로 가정하였다.

본 연구에서 제안하는 설계 방법론을 Fig. 3에 제시하였다. 시스템 모델링 단계에서 구동기 구성품들($\mathbf{v}$) 간의 상호관계를 고려하여 카나드의 각도($\Theta(t)$)에 대한 매틀랩 시뮬링크 모델을 구축한다. 성능 모델링 단계에서는 시뮬링크 모델과 중심합성계획법(CCD)을 기반으로 하는 반응표면법(RSM)을 이용하여 시스템 변수에 대한 구동기 성능지표를 출력으로 하는 응답 모델식, $\mathbf{z}(\mathbf{v})$을 도출하고 도출한 응답 모델식에 확률적 설계방법을 적용하여 최적의 설계변수를 선정한다.

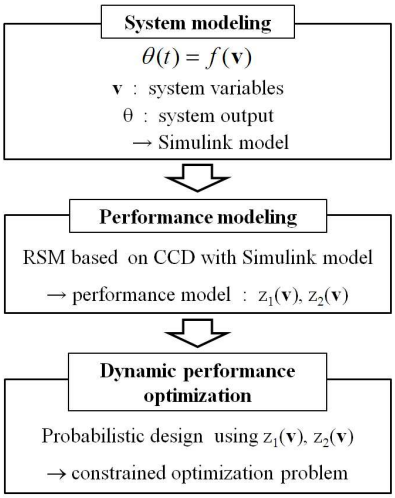


Fig. 3 Overview of proposed design methodology

2. 시스템 모델링 및 확률적 설계

2.1 동적 시스템 응답 모델링

본 연구에서는 3상 Y결선의 방식의 BLDC 모터를 고려하였다. 3상 BLDC 모터는 모터 회전각도에 따라 모터 드라이브에 의해 항상 2상이 통전되도록 스위칭 되며, 각 상의 전압 방정식은 식 (1)과 같다.[6]

$$\begin{aligned} Ri_a + L\frac{di_a}{dt} + e_a &= V_a \\ Ri_b + L\frac{di_b}{dt} + e_b &= V_b \\ Ri_c + L\frac{di_c}{dt} + e_c &= V_c \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 V_i(i = a, b, c)는 각 상의 전압, R은 저항, L은 인덕턴스, i_i는 각상의 전류, e_i는 역기전력상수(K_e)와 모터 각속도의 곱으로 표현되는 역기전력을 나타낸다.

BLDC 모터에 전압이 공급되면 모터의 각 상에 전류와 역기전력이 발생한다. 따라서 모터 각속도를 ω_r라 두면 모터가 발생하는 모터 토크(τ_m)는 식 (2)로 정의할 수 있다.

$$\tau_m = \frac{e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c}{\omega_r} \tag{2}$$

식 (2)에 정의된 모터 토크가 기어조립체로 전달되어 카나드를 구동한다. 구동기의 단순화된

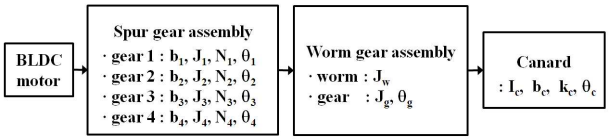


Fig. 4 Simplified actuator structure with system variables

연결구조와 카나드 구동에 영향을 미치는 시스템 변수들을 Fig. 4에 제시하였다. 각 기어의 이수를 N_i(i = 1, 2,.. 4), 각 기어에서의 토크를 T_i, 각 기어의 각속도를 ω_i라 두고, 기어에서 마찰이 없다고 가정하면, 각 기어 축에 대한 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$J_1\ddot{\theta}_1 + b_1\dot{\theta}_1 + T_1 = \tau_m \tag{3}$$

$$J_{2,3}\ddot{\theta}_2 + b_{2,3}\dot{\theta}_2 + T_3 = T_2 \tag{4}$$

$$J_4\ddot{\theta}_4 + b_4\dot{\theta}_4 + \tau_w = T_4 \tag{5}$$

여기서 J_1과 b_1은 각각 기어 1의 관성모멘트와 베어링 마찰계수, $J_{2,3}$과 $b_{2,3}$은 각각 동일 축에 존재하는 기어 2와 기어 3의 관성모멘트의 합(=J_2+J_3)과 베어링 마찰계수의 합(=b_2+b_3), J_4와 b_4는 각각 기어 4의 관성모멘트와 베어링 마찰계수, 토크 τ_w는 웜에 입력되는 토크를 나타낸다.

기어 1과 기어 2는 $T_1\omega_1 = T_2\omega_2$, 기어 3과 기어 4는 $T_3\omega_3 = T_4\omega_4$, 기어 2와 기어 3은 동일 축상에 존재하기 때문에 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$T_1 = T_2\frac{\omega_2}{\omega_1} = T_2\frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1} = T_2\frac{N_1}{N_2} \tag{6}$$

$$T_3 = T_4\frac{\omega_4}{\omega_3} = T_2\frac{\dot{\theta}_4}{\dot{\theta}_4} = T_4\frac{N_3}{N_4} \tag{7}$$

$$T_2 = T_3, \quad \omega_2 = \omega_3 \tag{8}$$

식 (6)~(8)의 관계를 식 (3)~(5)에 대입하여 모터 토크(τ_m)에 대한 기어 4의 운동방정식을 다음과 같이 정의할 수 있다.[7]

$$\frac{1}{r_1 r_2}\left(\left[J_1 + r_1^2 J_{2,3} + r_1^2 r_2^2 J_4\right]\ddot{\theta}_4 + \left[b_1 + r_1^2 b_{2,3} + r_1^2 r_2^2 b_4\right]\dot{\theta}_4 + r_1^2 r_2^2 \tau_w\right) = \tau_m \tag{9}$$

식 (9)에서 r_1과 r_2는 평기어의 기어비를 나타내며, 각각 N_1/N_2과 N_3/N_4이다. 웜에 입력되는 토크(τ_w)는 웜기어와 카나드로 전달되며 식 (10)과 같이 표현된다.[8]

$$\left(J_w i_{wg} + C_2 J_g\right)\ddot{\theta}_g + C_2\tau_c = \tau_w \tag{10}$$

여기서

$$C_2 = \frac{l_w\left(\cos(\phi_n)\sin(\lambda_l) + \mu_s\cos(\lambda_l)\right)}{l_g\left(\cos(\phi_n)\cos(\lambda_l) - \mu_s\sin(\lambda_l)\right)}$$

$$\tau_c = I_c\ddot{\theta}_c + b_c\dot{\theta}_c + k_c\theta_c$$

식 (10)에서 τ_c는 카나드에 입력되는 토크, J_w와 l_w는 각각 웜의 관성모멘트와 피치 반경, J_g, ϕ_n, λ_l, l_g, i_{wg}는 각각 웜기어의 관성모멘트, 압력각, 리드각, 피치반경, 전송률, I_c, b_c, k_c는 각각 카나드의 관성모멘트, 감쇠계수, 비틀림 스프링상수, μ_s는 정지마찰계수, Θ_g와 Θ_c는 각각 웜기어와 카나드의 각변위를 나타낸다.

카나드는 웜기어와 결합되어 있어 각변위가 같으며, 웜과 기어 4는 동일 축에 존재하기 때문에 각변위가 같다. 또한 웜기어의 전송률로부터 $\Theta_4 = i_{wg}\Theta_g$이므로 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$\frac{\theta_4}{i_{wg}} = \theta_g,\ \ \theta_g = \theta_c \tag{11}$$

식 (10)과 (11)을 식 (9)에 대입하여 입력 τ_m에 대한 카나드의 출력 각도 Θ_c의 전달함수로 표현하면 식 (12)와 같다.

$$\frac{\Theta_c(s)}{T_m(s)} = \frac{r_1 r_2}{a_1 s^2 + a_2 s + a_3} \tag{12}$$

여기서

$$a_1 = \left(J_1 + r_1^2 J_{2,3} + r_1^2 r_2^2 J_4\right)i_{wg} + r_1^2 r_2^2\left(\left(J_w i_{wg} + C_2 J_g\right) + C_2 I_c\right)$$

$$a_2 = \left(b_1 + r_1^2 b_{2,3} + r_1^2 r_2^2 b_4\right)i_{wg} + r_1^2 r_2^2 C_2 b_c$$

$$a_3 = \left(r_1^2 r_2^2 C_2 k_c\right)$$

3상의 BLDC 모터와 식 (12)를 이용하여 시뮬링크 모델을 구축하였으며, 구축된 모델을 Fig. 5에 제시하였다. Fig. 5에서 P는 모터의 자극(pole)수, J는 관성모멘트, B는 점성마찰계수이며, 제시된 시뮬링크 모델로부터 기어비, 전송률 등 시스템 변수에 따라 구동기의 응답은 변화하기 때문에 본 연구에서 정의한 성능지표인 카나드의 각도가 단위 각도에 도달하는 시간(Y_1)과 카나드의 반응 목표 시간인 50 [ms]에서의 카나드 각도(Y_2)가 변화한다. 구동기의 시스템 변수 중 BLDC 모터의 변수, 평기어의 관성모멘트, 웜기어의 관성모멘트는 상수로 가정하고 응답모델의 총 14개 시스템 변수 $\mathbf{v}$ = [r_1, r_2, i_{wg}, b_1, $b_{2,3}$, b_4, V, k_c, b_c ϕ_n, λ_l, l_w, l_g, μ_s]에 대한 성능지표 Y_1과 Y_2를 2차 함수로 근사화하였다. Y_1과 Y_2의 근사화된 함수는 각각 식 (13)과 (14)로 표현된다.

$$z_1(\mathbf{v}) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{14}\alpha_i v_i + \sum_{i=1}^{13}\sum_{j=i+1}^{14}\alpha_{ij}v_i v_j + \sum_{i=1}^{14}\alpha_{ii}v_i^2 \tag{13}$$

$$z_2(\mathbf{v}) = \gamma_0 + \sum_{i=1}^{14}\gamma_i v_i + \sum_{i=1}^{13}\sum_{j=i+1}^{14}\gamma_{ij}v_i v_j + \sum_{i=1}^{14}\gamma_{ii}v_i^2 \tag{14}$$

여기서 z_1은 Y_1에 대한 2차 근사화 함수를, z_2는 Y_2에 대한 2차 근사화 함수를 나타내며, α_0, α_i. α_{ii}, γ_0, γ_i. γ_{ii}는 추정할 모수이다. z_1에 대한모수 α_0, α_i. α_{ii}를 추정하기 위하여 중심합성계획법을 적용하여 14개 변수에 대한 수준을 5수준으로 고려하여 총 8221개의 변수 조합으로 구성된 계획행렬을 정의하였다. 계획 행렬을 구성하는 변수 조합들에 대해 Fig. 5의 시뮬링크 모델을 적용하여 Y_1을 구하였다. 또한 시뮬링크 모델을 적용하여 구한 성능지표 Y_1과 식 (13)으로 정의되는 성능지표 z_1과의 차이를 나타내는 오차를 최소화하는 z_1에 대한 모수를 추정하였다.

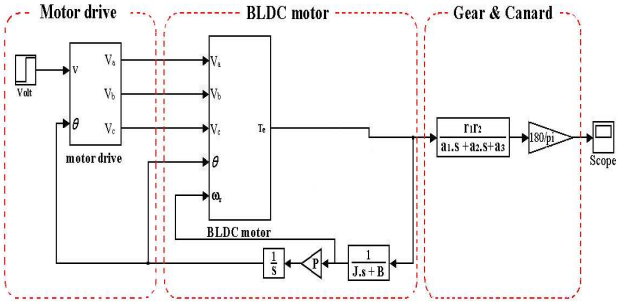


Fig. 5 Simulink model

식 (14)에서 z_2에 대한 모수 γ_0, γ_i. γ_{ii}는 식 (13)의 모수 α_0, α_i. α_{ii}를 추정하는 방법과 동일한 방식으로 추정하였다.

2.2 확률적 설계

구동기의 응답을 최적화하기 위하여 본 연구에서 근사화한 성능지표 z_1은 단위각도에 도달하는 시간으로서 z_1이 적을수록 카나드의 응답이 빠르기 때문에 망소특성을 가진다. z_2는 카나드의 반응 목표 시간인 50 [ms]에서 카나드가 도달하는 각도로서 z_2가 클수록 구동기의 성능이 우수하다고 할 수 있으므로 망대특성을 가진다. 각 성능에 대한 요구되는 규격, 즉 임계값을 ζ_1과 ζ_2로 정의하면 식 (13)과 (14)에 정의된 성능지표에 대한 임계상태함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} g_1(\mathbf{v}) &= \zeta_1 - z_1(\mathbf{v}) \\ g_2(\mathbf{v}) &= z_2(\mathbf{v}) - \zeta_2 \end{aligned} \tag{15}$$

시스템 변수에 대한 변량($\mathbf{v}$)을 확률 분포로 고려하여 분포의 밀도함수를 $f_v(\mathbf{v})$로 정의하면, 성능지표에 대한 규격을 만족시키지 못하는 변수들의 영역(실패 영역, F)에 대한 확률, Pr(F)는 식 (16)으로 정의된다.

$$\Pr(F) = \Pr\left(\bigcup_{i=1}^{2} F_i\right) = \Pr\left(\bigcup_{i=1}^{2} (g_i(\mathbf{v}) \le \mathbf{0})\right) \tag{16}$$

식 (16)의 확률을 효율적으로 평가하기 위해, $\mathbf{v}$를 분포 특성을 나타내는 모수인 $\mathbf{p}$와 표준정규분포를 나타내는 $\mathbf{u}$를 이용하여 $\Gamma(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{p}) = 0$으로 표현되는 Rosenblatt 변환(transformation)[9]을 적용하면 식 (16)은 식 (17)과 같이 표현된다.

$$\Pr(F(\mathbf{p})) = \Pr\left(\bigcup_{i=1}^{2} (g_i(\mathbf{u},\mathbf{p}) \le \mathbf{0})\right) \tag{17}$$

본 연구에서는 FORM(First-Order Reliability Method)을 적용하여 식 (17)로 정의된 확률을 평가한다. FORM을 적용하여 Pr(F($\mathbf{p}$))을 근사화하면 다음과 같다.

$$\Pr(F(\mathbf{p})) \cong \sum_{i=1}^{2} \Phi(-a_i\beta_i) - \Phi_2(-a_1\beta_1, -a_2\beta_2, \rho_{1,2}) \tag{18}$$

여기서 Φ는 1차원 표준정규누적분포함수, Φ_2는 이변수(bivariate) 누적정규분포함수를 나타내며, $a_i = sign[g_i(\mathbf{u}_i = 0)]$, β_i는 $\mathbf{u}$공간에서 원점으로부터 i번째 임계상태표면의 $\mathbf{u}_i^*$ (MLFP, Most Likely Failure Point)까지의 거리를 나타내며, $\rho_{i,j}$는 원점($\mathbf{u}$ = 0)에서 $\mathbf{u}_i^*$와 $\mathbf{u}_j^*$에 이르는 벡터들의 직교성(orthogonality)을 나타내며 식 (19)로 정의된다.

$$\rho_{i,j} = \frac{(a_i\mathbf{u}_i^*)\cdot(a_j\mathbf{u}_j^*)}{\|a_i\mathbf{u}_i^*\|_2 \|a_j\mathbf{u}_j^*\|_2} \tag{19}$$

여기서 $\|\cdot\|_2$는 벡터의 크기(Euclidean length)를 나타낸다.

식 (19)로부터 구동기의 성능지표에 대한 규격을 만족시키지 못하는 확률이 설계변수들의 함수로 표현되므로 구동기의 강건설계를 위한 최적화 문제는 식 (20)으로 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\underset{\mathbf{p}\in R^n}{\text{Min}} \Pr(F(\mathbf{p})) \\ &\text{subject to the constraints:} \\ &g(\mathbf{u},\mathbf{p}) = 0,\ \mathbf{u}\cdot\text{null}(-\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u},\mathbf{p})) = 0, \\ &\Pr(F(\mathbf{p})) \le X \\ &\mathbf{p}_L \le \mathbf{p} \le \mathbf{p}_U \end{aligned} \tag{20}$$

여기서 등식으로 표현되는 구속조건은 FORM을 적용할 때 MLFP에 대한 구속조건을 나타내며, null은 영 공간(null space)를 나타낸다.[9] 또한 X값은 성능에 대한 규격을 만족시키지 못할 확률값을, $\mathbf{p}_L$과 $\mathbf{p}_U$는 설계변수 $\mathbf{p}$에 대한 하한 및 상한값을 나타낸다.

본 연구에서는 구동기의 성능에 대하여 규격 대비 식스시그마(Six-Sigma) 수준을 만족시키는 설계변수를 선정하기 위하여, X값을 $3.4\text{x}10^{-6}$으로 정의하여 목적함수값에 대한 구속조건으로 정의하였다.

3. 최적화 설계 결과

본 연구에서 고려한 BLDC 모터의 변수들은 상수이며, 각 변수들의 값을 {K_e, L, R, B, J, P} = {0.0827 [V/(rad/s)], 0.000733 [H], 3.4 [Ω], 0 [Nm-s], 0.0005 [Nm-s^2], 2}로 정의하였다. BLDC 모터에 의해 발생되는 토크를 Fig. 6에 제시하였으며 발생된 토크는 기어조립체로 전달된다. 구동기를 구성하는 총 14개의 시스템 변수들은 평균이 μ_i, 표준편차가 σ_i(=μ_i×tol$_i$/300, tol$_i$=10%)인,

여기서 i = 1, 2,…, 14, 정규분포를 따른다고 가정하고 각 변수의 평균값을 Table 1에 제시하였다. 변수 조합에 따른 성능지표 Y_1과 Y_2를 Fig. 5에 제시한 시뮬링크 모델을 이용하여 평가하였다. 14개의 변수에 대하여 각 변수의 수준을 5수준으로 하는 중심합성계획법을 이용하여 시뮬링크 모델로부터 평가된 Y_1과 Y_2를 식 (13)과 (14)로 표현된 시스템 변수의 2차 함수로 근사화하였다.

시스템 변수가 시스템의 동적 성능에 미치는 영향도는 정규화된 민감도를 이용하여 평가할 수 있으며, 시스템 변수를 $\mathbf{v}_i$, 동적 성능을 z라 두면 정규화된 민감도는 식 (21)로 표현된다.[4]

$$S_{v_i}^{z}=\left[\frac{\partial z(\mathbf{v})}{\partial v_i}\frac{v_i}{z(\mathbf{v})}\right]_{\mathbf{v}=E[\mathbf{V}]} \tag{21}$$

식 (21)에서 E[**V**]는 Table 1에 나타낸 변수들의 평균값을 나타낸다. 식 (13)과 (14)로 표현된 성능지표 z_1과 z_2에 대하여 식 (21)을 이용하여 민감도를 평가한 결과를 Fig. 7에 제시하였다.

Table 1 Nominal values for system variables

System variable	Nominal value	System variable	Nominal value
v_1 (r_1)	0.47	v_8 (k_c)[N-m/rad]	0.5
v_2 (r_2)	0.7	v_9(b_c) [N-m/(rad/s)]	0.1
v_3 (i_{wg})	40	v_{10} (ϕ_n)[rad]	0.2531
v_4 (b_1)	0.0005	v_{11} (λ_l)[rad]	0.0625
v_5 ($b_{2,3}$)	0.001	v_{12} (l_w)[m]	0.0042
v_6 (b_4)	0.0006	v_{13} (l_g)[m]	0.0106
v_7 (V)[V]	25	v_{14} (μ_s)	0.2

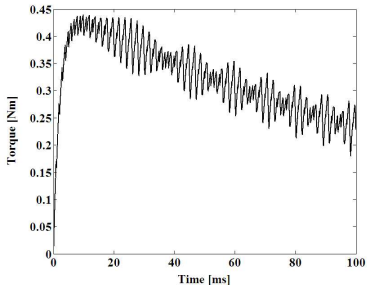


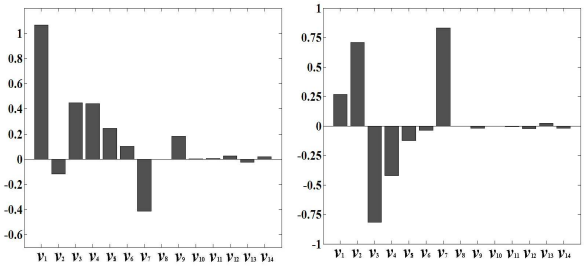
Fig. 6 Motor torque

Fig. 7로부터 시스템 변수의 z_1에 대한 민감도 크기는 $v_1 > v_3 > v_4 > v_7 > v_5 > v_9 > v_2 > v_6$ 순이며, z_2에 대한 민감도 크기는 $v_7 > v_3 > v_2 > v_4 > v_1 > v_5 > v_6$ 순이다. 또한 z_1은 v_2와 v_7이 클수록 감소하며 v_1과 v_3, v_4, v_5, v_6이 클수록 증가한다. 그러나 z_2는 v_1, v_2, 그리고 v_7이 클수록 증가하며, v_3, v_4, v_5, v_6이 클수록 감소한다. v_7을 나타내는 전압(V)은 z_1과 z_2에 민감한 영향을 미치지만 본 연구에서 전압은 설계변수가 아니므로 변량만을 고려하였다.

민감도 분석 결과로부터 z_1과 z_2에 민감한 영향을 미치는 시스템 변수 6개(v_1~v_6)를 설계변수로 선정하여 $\mathbf{p} = [\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6]$라 정의하였다. 본 연구에서 고려한 설계 범위는 $0.14 \le \mu_1 \le 0.56$, $0.2667 \le \mu_2 \le 1.067$, $35.2 \le \mu_3 \le 44.8$, $0.0001 \le \mu_4 \le 0.002$, $0.0001 \le \mu_5 \le 0.004$, $0.0001 \le \mu_6 \le 0.002$이다. 또한 구동기 성능에 대한 규격을 고려하여 식 (15)에서 임계값을 ζ_1 = 6 [ms], ζ_2 = 10 [degree]로 선정하고 성능에 대한 임계상태함수를 g_1과 g_2로 정의하였다. 예를 들어, 식 (15)의 z_1에 대한 임계상태함수 g_1은 다음과 같이 표현된다.

$$g_1(\mathbf{p},\mathbf{u})=\zeta_1-\left[\begin{array}{l}\alpha_0+\sum_{i=1}^{14}\alpha_i(\mu_i+\sigma_i u_i)\\ +\sum_{i=1}^{13}\sum_{j=i+1}^{14}\alpha_{ij}(\mu_i+\sigma_i u_i)(\mu_j+\sigma_j u_j)\\ +\sum_{i=1}^{14}\alpha_{ii}(\mu_i+\sigma_i u_i)^2\end{array}\right]$$

식 (20)으로 정의되는 최적화 문제에 대한 해를 SQP(Sequential Quadratic Programming)방법을 기반으로 하는 Matlab 프로그램의 fmincon 함수를 사용하여 구한 결과를 Table 2에 제시하였다. Table 2에서 $\mathbf{p}_i$는 초기 설계를, $\mathbf{p}_o$는 최적화된 설계를



(a) z_1 (b) z_2

Fig. 7 Normalized sensitivity of performances to system variables

나타낸다. 설계변수를 제외한 시스템 변수가 Table 1에 제시된 평균값을 가지는 경우 설계 $\mathbf{p}_i$와 $\mathbf{p}_o$에 대하여 시간에 따른 카나드의 각도 변화를 Fig. 8에 제시하였다. Fig. 8로부터 $\mathbf{p}_o$는 $\mathbf{p}_i$보다 카나드의 각도가 단위 각도에 도달하는 시간(Y_1)을 감소시켰으며, 50 [ms]에서의 카나드 각도(Y_2)를 증가시켰다. 설계 $\mathbf{p}_o$가 $\mathbf{p}_i$보다 시스템 변수의 변량에 둔감한 구동기 성능을 제공하는지를 평가하기 위해서, 변수들의 변량을 고려하여 각 변수들을 10,000개씩 랜덤 추출하여 변수들의 조합에 따른 Y_1과 Y_2에 대한 히스토그램, 그리고 평균값(μ) 및 표준편차값(σ)를 Fig. 9와 Table 3에 각각 제시하였다. Fig. 9와 Table 3으로부터 설계 $\mathbf{p}_o$가 $\mathbf{p}_i$에 대비하여 Y_1을 감소시켜 Y_1의 평균값을 29.8%, 그리고 표준편차를 53.7% 정도 감소시켰다. Y_2의 경우, 설계 $\mathbf{p}_o$는 $\mathbf{p}_i$에 대비하여 Y_2를 증가시켰기 때문에 Y_2의 평균값을 약 1.7배, 그리고 표준편차를 약 3.1배 정도 증가시켰다. 그러나 Table 3에서 Pr(F(**p**))는 규격을 만족시키지 못하는 확률을 나타내는데, 동일한 규격에 대하여 $\mathbf{p}_o$가 0을 나타내기 때문에 $\mathbf{p}_o$가 $\mathbf{p}_i$보다 변량에 둔감한 구동기 성능을 제공한다고 평가할 수 있다.

본 연구에서는 특정 BLDC 모터를 고려하여 연구를 수행하였으나 모터가 변경되는 경우에는 기어 조립체로 입력되는 토크가 변경된다. 모터 토크가 변경될 경우에도 $\mathbf{p}_o$가 $\mathbf{p}_i$에 대비하여 최적화된 성능을 제공할 수 있는지 평가하기 위해 기어 조립체로 입력되는 토크를 단위 계단입력으로 설정하였다. 단위 계단입력에 대하여 상기의 방법과 동일하게 변수들을 10,000개씩 랜덤 추출하여 시뮬레이션을 수행하였으며, 각 설계에 대한 결과를 Fig. 10과 Table 4에 나타내었다. Fig. 10은 각 설계의 Y_1과 Y_2에 대한 히스토그램, 그리고 각각의 평균값과 표준편차값을 Table 4에 제시하였다. Fig. 10과 Table 4로부터 $\mathbf{p}_o$가 $\mathbf{p}_i$에 대비하여 Y_1은 감소시켰으며, Y_2는 증가시켰다. 따라서 기어조립체로 입력되는 토크가 변경되더라도 $\mathbf{p}_o$가 구성품들의 변량에 대해 둔감한 구동기의 성능을 제공할 것으로 기대할 수 있다.

Table 2 Optimized design results

	$\mathbf{p}_i$	$\mathbf{p}_o$
μ_1	0.47	0.2307
μ_2	0.7	0.4815
μ_3	40	36.4122
μ_4	0.0005	0.0001
μ_5	0.001	0.001302
μ_6	0.0006	0.0001

Table 3 Design comparisons

	$\mathbf{p}_i$	$\mathbf{p}_o$
(μ,σ) for Y_1	(6.0187, 0.0607)	(4.2225, 0.0281)
(μ,σ) for Y_2	(10.6125,0.3737)	(18.0167, 1.1726)
Pr(F(**p**))	0.5245	0

Table 4 Design comparisons (step input)

	$\mathbf{p}_i$	$\mathbf{p}_o$
(μ,σ) for Y_1	(5.7409, 0.5932)	(2.6403, 0.3486)
(μ,σ) for Y_2	(37.384, 1.6647)	(54.1964, 2.1587)

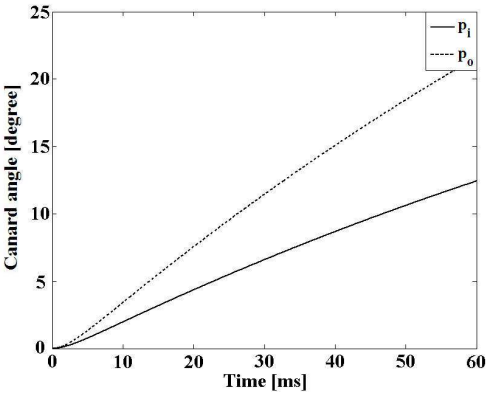
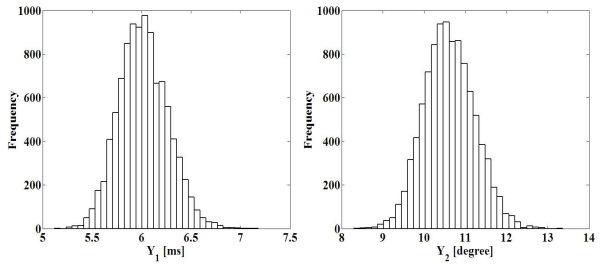
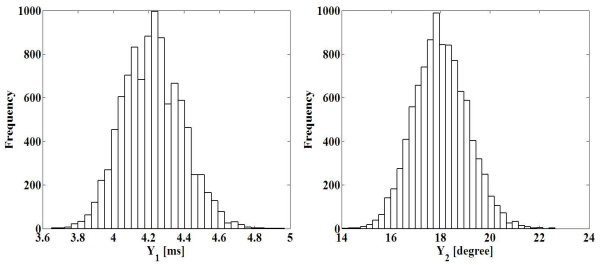


Fig. 8 Response of canard angle over time

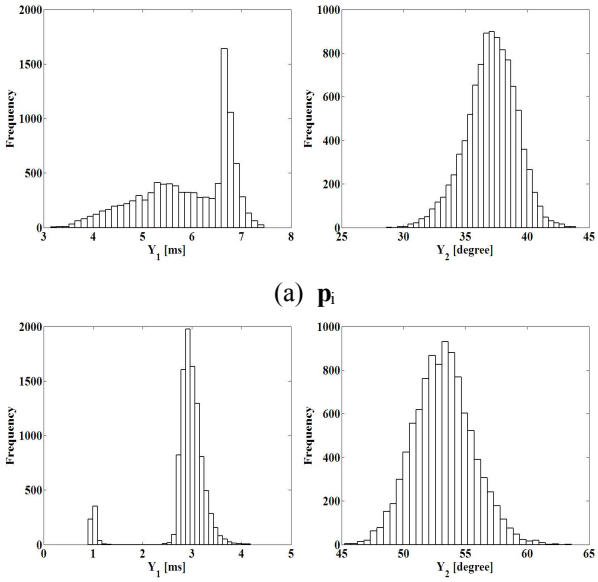


(a) $\mathbf{p}_i$



(b) $\mathbf{p}_o$

Fig. 9 Histograms of Y_1 and Y_2 for each design



(a) $\mathbf{p}_i$

(b) $\mathbf{p}_o$

Fig. 10 Histograms of Y_1 and Y_2 for step input

4. 결 론

본 연구에서는 동적 시스템인 유도 포탄의 구동기에 대하여 성능지표를 카나드의 단위 각도에 이르는 시간과 임의 시점에서의 카나드 응답 각도로 정의하고, 확률적 설계방법을 적용하여 강건설계를 수행한 결과를 제시하였다.

실험계획법과 매틀랩 시뮬링크를 통합하여 구동기 성능지표를 시스템 변수들의 함수로 모델링하고 민감도 분석을 통해 14개의 시스템 변수 중 민감한 영향을 미치는 평기어의 기어비와 웜기어의 전송률을 포함한 6개의 변수를 설계변수로 선정하여 시스템 변수들의 변량에 둔감한 구동기 성능을 제공할 수 있는 설계변수 최적화를 수행하였다. 최적화된 설계값은 시스템 변수들의 변량에 둔감하며, 카나드의 단위 각도에 이르는 시간을 감소시켰으며 임의 시점에서의 카나드 응답 각도를 증가시킴으로써 구동기의 성능을 개선하였다.

본 연구에서는 서보 제어기에 의한 제어를 고려하지 않았지만 본 연구에서 제안한 방법론은 제어기 설계에도 적용이 가능하며, 향후에는 제어기에 대한 최적설계를 수행할 예정이다.

후 기

이 논문은 (주)한화의 지원을 받아 수행된 연구이며 이에 감사드립니다.

참고문헌

(1) Massey, K. C., Heiges, M. W., DiFrancesco, B., Ender, T. R., and Mavris, D. N., 2006, "A System-of-Systems Design of a Guided Projectile Mortar Defense System," *24th Applied Aerodynamics conference*, SanFrancisco, California.

(2) Crespo, L. G. and Kenny, S. P., 2005, "Robust Control Design for Systems with Probabilistic Uncertainty, Langley Research Center at National Institute of Aerospace," Hampton, Virginia (NASA/TP-2005-213531).

(3) Savage, G. J. and Son, Y. K., 2008, "Design-for-Six-Sigma for Multiple Response Systems," *International Journal of Product Development(Special Issue on building reliability into products during the product development process)*, 5(1/2), pp. 39~53

(4) Seecharan, T. S., 2007, "Probabilistic Robust Design for Dynamic Systems Using Metamodelling," Master Thesis, Univ. of Waterloo.

(5) Siouris, G. M., 2003, "Missile Guidance and Control Systems," Springer-Verlag.

(6) Pillay, P. and Krishnan, R., 1989, "Modeling, Simulation, and Analysis of Permanent-Magnet Motor Drives, Part II: The Brushless DC Motor Drive," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 25, No. 2, pp. 274~279.

(7) Juvinall, R. C. and Marshek, K. M., 2003, "Fundamentals of Machine Component Design," 3th Edition, Wiley.

(8) Yeh, T.-J. and Wu, F.-K., 2009, "Modeling and Robust Control of Worm-Gear Driven Systems," *Simulation Modelling Practice and Theory*, Vol. 17 (5), pp. 767~777.

(9) Son, Y.K., 2010, "Derating Design for Improving System Reliability by Using a Probabilistic Approach," *Transactions of the KSME A*, Vol. 34, No. 6, pp. 743~749.