

프랙탈 차원을 이용한 아라천 유역특성 분석

Analysis of Characteristics in Ara River Basin Using Fractal Dimension

황 의 호* / 이 을 래** / 임 광 섭*** / 정 관 수****

Hwang, Eui Ho / Lee, Eul Rae / Lim, Kwang Suop / Jung, Kwan Sue

Abstract

In this study, with the assumption that the geographical characteristics of the river basin have self-similarity, fractal dimensions are used to quantify the complexity of the terrain. For this, Area exponent and hurst exponent was applied to estimate the fractal dimension by using spatial analysis. The result shows that the value of area exponent and hurst exponent calculated by the fractal dimension are 2.008~2.074 and 2.132~2.268 respectively. Also the R^2 of area exponent and hurst exponent are 94.9% and 87.1% respectively too. It shows that the R^2 is relatively high. After analyzing the spatial self-similarity parameter, it is shown that traditional urban area's moderate slope geographical characteristic closed to 2D fractal in Ara water way. In addition, the relation between fractal dimension and geographical elements are identified. With these results, fractal dimension is the representative value of basin characteristics.

Keywords : fractal dimension, ara river, self-similarity, hurst exponent

요 지

하천지형을 분석하기 위해서는 기초적으로 측량이 필수적이거나, 사람이 접근하기 힘든 지형인 경우 항공측량 및 위성영상 등에 의존함으로써 실제 지형과는 상이한 결과를 도출하는 경우도 있다. 하천유역의 지형자료를 분석하는데 있어 지형의 형상요소 중 대표적인 값으로 평균경사도등이 많이 사용되고 있으나, 하천유역 지형의 복잡성을 표시하기에는 충분하지 않는 실정이다. 본 연구에서는 하천유역의 지형적 특성이 자기상사성을 가진다는 전제하에 프랙탈 차원을 이용하여 지형의 복잡성을 정량화하였으며, 이를 위해 공간분석 기법을 이용하여 면적지수에 의한 방법과 허스트지수에 의한 방법을 적용하여 프랙탈 차원을 산정하였다. 면적지수 및 허스트지수에 의해 산정한 프랙탈 차원의 분포는 각 2.008~2.074, 2.132~2.268 값으로 나타났으며, 결정계수 R^2 값은 94.9%, 87.1%로 비교적 결정계수 값이 크게 나타났다. 공간 자기상사성 매개변수 분석 결과 아라벳길 유역은 프랙탈 차원이 평면 ($D=2.0$)에 가까운 전형적인 도시유역의 환경사 지형 특성을 갖고 있음을 알 수 있었다. 또한 프랙탈 차원과 지형 형상요소들과의 관계를 규명하였으며, 이는 프랙탈 차원이 유역 특성인자의 대표치로서의 활용이 가능한 것으로 사료된다.

핵심용어 : 프랙탈 차원, 아라천, 자기상사성, 허스트지수

* 교신저자, 한국수자원공사 K-water연구원 선임연구원 (e-mail: ehhwang@kwater.or.kr)

Corresponding Author, Senior Researcher, Korea Institute of Water and Environment, Korea Water Resources Corporation, Daejeon, Korea

** 한국수자원공사 K-water연구원 책임연구원

Korea Institute of Water and Environment, Korea Water Resources Corporation, Daejeon, Korea

*** 한국수자원공사 K-water연구원 선임연구원

Korea Institute of Water and Environment, Korea Water Resources Corporation, Daejeon, Korea

**** 충남대학교 토목공학과 교수

Department of Civil Engineering, Chungnam National University, Daejeon, Korea

1. 서론

유역에서 강우에 의한 유출응답시간을 나타내는 지체 시간, 도달시간 등 수문학적 응답시간의 산정은 대부분 경험적인 공식들로서 유역면적, 하천길이, 하천경사 등 유역의 지형학적 인자들을 사용하고 있으며, 이와 같은 인자들은 지형도 또는 수치고도모델 (DEM)로부터 수계망을 결정하여 측정된다. 하천밀도 또는 유역형상계수와 같은 하천지형 특성은 전체하천길이의 크기에 따라 달라지며, 수문학적 응답시간과 유역의 지형인자는 획득 가능한 지표면 정보에 대하여 매우 민감하므로 지형도 측정은 이러한 요소들에 영향을 미치는 주된 요인이 된다. 이와 같은 불규칙한 유역 지표면 정보에서 정량화한 규칙성은 프랙탈 차원 개념을 도입하여 간단한 수학적 구조로 나타낼 수 있다.

전체적인 하도망은 일정한 규칙성을 가지고 있으며, 하천 유역은 지형학적인 요소로 이루어진 질서가 있고 다양한 형태와 형상을 가지고 있는, 즉 균형을 이루고 있는 시스템이라고 할 수 있다. 이러한 질서를 수문학적인 반응 특성과 관련을 짓는 것은 매우 중요한 부분으로, 하천유역의 지형학적인 법칙과 수리·수문학적인 응답간의 어떤 연관을 찾고자 하는 데는 하천유역을 수리·수문학적 응답 구조를 나타내는 방법이 필요하다.

하천지형을 분석하기 위해서는 기초적으로 측량이 필수적이거나, 사람이 접근하기 힘든 지형인 경우 항공측량 및 위성영상 등에 의존함으로써 실제 지형과는 상이한 결과를 도출하는 경우도 있다(권기욱, 2006). 하천유역의 지형 자료를 분석하는데 있어 지형의 형상요소 중 대표적인 값으로 평균경사도 등이 많이 사용되고 있으나, 하천유역 지형의 복잡성을 표시하기에는 충분하지 않는 실정이다.

하천지형학적인 측면에 있어 Horton (1945)은 하천 유역의 구조를 하천 차수, 분기비, 길이비, 면적비, 하천 밀도 등 지형학적인 특성치를 이용하여 정량적인 법칙으로 나타냈다. Horton (1945)의 법칙은 유역내 하천과 하도망의 지형학적인 구성에 대한 특성을 반영하는 것으로, 1980년대 후반부터 Horton (1945)의 차수법칙을 이용하여 유역의 프랙탈 특성을 나타내는 연구가 활발히 진행된 바 있다. 또한 Mandelbrot (1983)는 지형도 측정에 따라서 하천 길이의 측정 결과가 다르다는 것을 이용하여 프랙탈 이론을 제안하였으며, 전민우와 송재우 (1999), 홍일표와 고재웅 (1999)은 하천 길이와 유역면적의 관계를 프랙탈 차원을 이용하여 나타낸 바 있다.

이에 따라, 본 연구에서는 하천유역의 지형적 특성이 자기상사성을 가진다는 전제하에 프랙탈 차원을 이용하여 지형의 복잡성을 정량화하고자 하였으며, 이를 위해

공간분석 기법을 이용하여 면적지수에 의한 방법과 허스트지수에 의한 방법을 적용하여 프랙탈 차원을 산정하고자 한다. 또한 프랙탈 차원과 지형 형상요소들과의 관계를 규명하고, 프랙탈 차원의 유역 특성인자의 대표치로서의 활용성에 대해 고찰하고자 한다.

2. 기본 이론

2.1 허스트 현상

Hurst (1951)는 R/S (Rescaled Range) 분석을 통해 다양한 수문자료를 해석하는 과정에서 수문시계열이 장기간의 지속성을 나타내는 것을 발견하였으며 이는 오늘날 허스트현상으로 알려지고 있다. 허스트현상은 추계학적 수문학에서 아직까지 정확한 원인을 찾지 못하고 있으며 Hurst 이후에 통계학자들도 이 현상에 많은 관심을 가지고 연구를 진행하였다.

Feller (1951)는 Hurst 현상을 Markovian 과정을 이용하여 설명하였으나, Moran (1959)은 Markovian 과정은 Gaussian에 근접함을 보였다. Annis and Lloyd (1953)는 시계열의 부분합 (Partial sum) 분포의 모멘트에 의해 Hurst 현상을 이해하고자 하였으나 부분합 계열의 제한된 조건속에서만 이 현상을 설명할 수 있었다.

많은 연구 활동에도 불구하고 Hurst현상에 대한 확실한 이론을 정립하지는 못하였으나, Mandelbrot and Ness (1968)는 Hurst현상에 관심을 가지고 Hurst현상을 표시할 수 있는 모형 (FGN; Fractional Gaussian Noise, FBM; Fractional Brownian Motion)을 제안하였다. 또한 Mandelbrot (1983)에게 이 문제는 카오스이론에서 그 중요성을 의심할 여지가 없는 프랙탈 차원 (Fractal Dimension)을 연구하는 계기가 되었다. 허스트 지수는 직접적으로 지형표면의 굴곡을 산정하기 위한 프랙탈 차원과 연관되며, 이는 해안선의 굴곡을 산정하기 위해 사용되고 하는데, 예를 들면, 프랙탈 차원 (D)과 허스트 지수 H 는 $D=2-H$ 와 같이 나타낼 수 있다.

Hurst는 이론적인 해석을 통해 재조정 범위는 자료의 개수 n 의 0.5승에 접근한다는 것을 알았으나, 실제로 다양한 수문 관측치들을 대상으로 분석한 결과 일반적으로 n 의 0.72승에 비례함을 발견하였다. 이러한 결과는 이론적인 결론을 뒤집는 것이며 Hurst 이후에 많은 학자들은 그 원인을 규명하고자 노력하였다. 이처럼 n 의 멱승이 0.5보다 큰 지수를 가질 때, 즉, 장기간의 지속성을 나타낼 때, 분석한 시계열은 Hurst 현상을 보인다고 말한다. 재조정 범위와 자료 개수의 경험적인 관계식은 허스트지수 H 와 함께 다음과 같이 표시할 수 있다(김병식 등, 2004).

$$R_n^* \sim n^H$$

2.2 프랙탈 차원

프랙탈의 일반적인 특성은 자기상사성으로, 프랙탈 특성을 가지고 있는 사물은 그 위치나 규모가 변해도 원형이 가지고 있는 일반적인 기하학적 특성이 계속 유지된다는 성질을 말한다. 또한, 통계적으로 볼 때 자기상사성이란 그 대상을 나타내는 확률 분포가 규모에 따라 변화가 없다는 것을 의미한다. 예를 들어서 전체에 대한 어느 일부분의 평균적인 특성은 전체의 특성과 같다는 것이다.

수문학자나 지형학자의 관심을 끄는 정밀한 자기상사성의 대상으로 Mandelbrot (1983)는 1904년 스웨덴의 수학자인 Holze Van Koch가 제안한 Koch곡선을 예로 들었다. Koch 곡선이란 Fig. 1과 같이 직선을 삼등분하여 가운데 부분을 밑변으로 하는 정삼각형을 만드는 것으로, 처음 직선이 단위 길이라면 결과적으로 생기는 선의 길이는 $4/3$ 이 된다. 한 번 더 반복해서 생성되는 선의 길이는 $(4/3)^2$ 이 된다. 이러한 과정을 무한히 반복하면 자기상사성이 있는 무한한 길이를 갖는 연속된 길이가 되며, 이러한 성질을 프랙탈이라고 한다.

또한 다른 형태의 Koch 곡선으로 세변의 길이가 모두 같은 정삼각형의 경우를 예로 들 수 있다. 정삼각형에서 한변의 $1/3$ 이 되는 지점에서 한 변의 $1/3$ 을 새로운 한 변으로 하는 정삼각형을 만드는 경우, 정삼각형을 대상으로 이러한 과정을 한번 거치면 별 모양이 되며, 두 번, 세 번, 계속해서 무한히 이러한 과정을 반복할 수 있다. 그러나 어떠한 경우라도 처음 삼각형의 세 꼭지점의 위치는 움직이지 않았고, 두 번째 경우에서 추가로 만들어진 별 모양의 나머지 9개의 꼭지점들도 그 위치가 변하지 않았으며, 각각의 부분들은 처음의 정삼각형 형태를 그대로 유지하고 있다. 프랙탈 도형의 특징은 프랙탈 차원을 갖는다는 것이다. 도형의 형상요소에는 길이, 면적, 부피 등이 있다. 이러한 여러 가지 형상의 크기를 측도라고 한다. 1차원 도형의 측도는 길이이며, 2차원 도형의 측도는

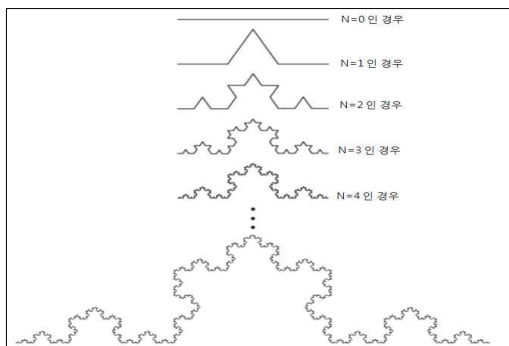


Fig. 1. Koch Curve (Mandelbrot, 1983)

넓이이다. 이처럼 도형은 그 차원에 따라 측도가 달라진다. 차원이 다른 도형을 확대할 때 그 크기, 즉 측도가 달라진다.

예를 들어 일정한 길이의 1차원 도형인 선분을 3배로 확대하면 그 길이는 3배가 된다. 그러나 2차원 도형인 정사각형을 3배로 확대하면 넓이는 9배가 되고, 3차원 정육면체의 경우에는 부피가 27배로 늘어난다. 즉, 긴 선분을 작게 나누는 경우와 큰 입방체를 작은 입방체로 나누는 경우에서 모두 서로 상사성 (self-similarity)을 가지게 되며, 이러한 상사성을 가지는 도형은 Eq. (1)과 같은 멱수법칙 (power law)을 따르게 된다.

$$N = \left(\frac{1}{r}\right)^D \text{ 즉, } \log N = D \log\left(\frac{1}{r}\right) \rightarrow D = \frac{\log N}{\log(1/r)} \quad (1)$$

여기서, N : 조각의 개수, D : 프랙탈 차원 r : 축소율

Eq. (1)에서 구한 차원은 상사성차원이 되며, Mandelbrot (1983)가 영국의 해안선에 대해 컴퍼스 길이로 측정된 차원을 컴퍼스차원이라 하며 Eq. (2)와 같이 된다. 또한 Eqs. (1) and (2)의 관계는 Eq. (3)과 같다.

$$L = \left(\frac{1}{r}\right)^d = N \times r \rightarrow d = \frac{\log r - \log N}{\log r} \quad (2)$$

$$d \log\left(\frac{1}{r}\right) = D \log\left(\frac{1}{r}\right) + \log r \rightarrow \therefore D = 1 + d \quad (3)$$

코흐라인을 3배 확대하여도 코흐라인의 측도는 3배가 되지 않는다. 왜냐하면 코흐곡선의 길이는 무한대이기 때문이다. 따라서 3배로 확대해도 여전히 길이는 무한대이기 때문에 무한대를 3배하여도 여전히 무한대인 것이다. 따라서 코흐라인의 경우에는 길이는 의미가 없다. 그래서 코흐라인은 확대하기 전의 코흐라인의 일부가 확대된 코흐라인 속에 몇 개나 들어 있는지를 보고 그것으로 측도를 삼을 수 있다. Fig. 1을 보면 3배로 확대된 코흐라인에는 원래의 코흐라인이 4개가 들어 있음을 알 수 있다. 따라서 $D = \log N / \log r = \log 4 / \log 3 = 1.2619$, 코흐라인은 1차원 도형도 아니고 2차원 도형도 아닌 1.2619 차원을 가진다. 이러한 비정수차원을 Mandelbrot는 라틴어 '프랙터스 (fractus: 조각, 파편)'라는 의미의 프랙탈 차원이라 하였다 (Mandelbrot, 1968).

Horton (1945)의 하천차수법칙으로 표시되는 하천수계망에 대하여 La Barbera and Rosso (1989)는 1차 하천길이를 측정자 ϵ 으로 하여 Horton (1945)의 하천차수법칙과 하천길이법칙으로부터 하천수계망의 프랙탈 차원 $D = \ln R_b / \ln R_L$ 를 유도하였다. 여기서 R_L 은 하천길이비, R_b 는 분기율이며, 자연하천에서의 D는 3보다 작은 값을 갖으며, D는 2보다 큰 값을 갖는다 (Rosso et al., 1991).

3. 프랙탈 차원을 이용한 유역특성 분석

3.1 대상지역

본 연구에서 프랙탈 차원의 적용성 검증을 위하여 대상 유역으로 비교적 정밀 하천지형 자료 확보가 용이한 아라뱃길 유역으로 선정하였다(Fig. 2). 아라천은 경인운하사업 일환으로 건설된 국가하천으로 서울시 강서구 개화동 한강분기점에서 인천 서구 오류동 해안으로 유하하여 서해로 방류하는 하천이다. 총 유역면적 157.14 km², 유로연장 35.03 km인 아라천 유역은 홍수기 연결수로를 통해 서해로 방류되는 굴포천, 시천천과 같은 지류하천을 포함하고 있다. 아라천 유역은 67%가 해발 30 m 이하의 저지대로 굴포천은 한강 본류의 수위가 상승하면 자연배수가 불가능하게 되어 주로 배수펌프에 의한 강제배수 기능에만 의존하게 되므로 적은 강우에도 상습적으로 침수피해가 발생하고 있는 지역이다. 아라천 유역의 전체면적 중 도시지역은 49%, 임야와 농경지는 각각 23.5%, 14.6%를 점유하고 있다. 유역의 평균경사는 9.6%로 완만한 유역이며, 유역의 평균고도는 EL. 35.1 m이고 굴포천 하류에 10 m 이하의 저지대가 다수 분포하고 있다.

유역지형 인자 분석 지점은 유역 상·하류의 유출량 변화를 파악할 수 있을 정도의 구간 설정, 유역면적의 등면적 분할, 지류합류점 및 주요구조물 지점 등을 고려하여, ① 과거 유출량 산정지점, 주요 지류합류점, 수위표 지점, 치수계획에 필요한 지점, ② 지형특성 및 하도특성을 고

Table 1. Watershed Relationships

Sub-basin	Relationship
AP0	AS0, AP1, AP2, AP3, AP4, AP5, AP6, CP0, CP1
AP1	AP2, AP3, AP4, AP5, AP6, CP0, CP1
AP2	AP3, AP4, AP5, AP6, CP0, CP1
AP3	AP4, AP5, AP6, CP0, CP1
AP4	AP5, AP6, CP0, CP1
AP5	AS5, AP6
AP6	AP6
CP0	GS0, CP1
CP1	GS1, GS2, GS3, GS4, GS5, GS6

려한 지점, ③ 유역종합치수계획 및 관련계획에서 홍수방어대안이 계획되어 있거나 홍수조절효과를 판단할 수 있는 지점에 대하여 산정하였다. 또한 하도 유출특성을 반영하여 상류 유역을 포함하였으며, 유역 지형인자 분석 지점의 소유역별 포함 유역의 관계는 Table 1 및 Fig. 3과 같다.

3.2 하천지형 특성

유역의 지형학적 특성은 수문 설계 시 가장 기본이 되는 인자로서, 하천을 이해하고 유역의 수문사황을 분석하는데 있어서 중요한 요소이다. 본 연구에서는 유역특성치의

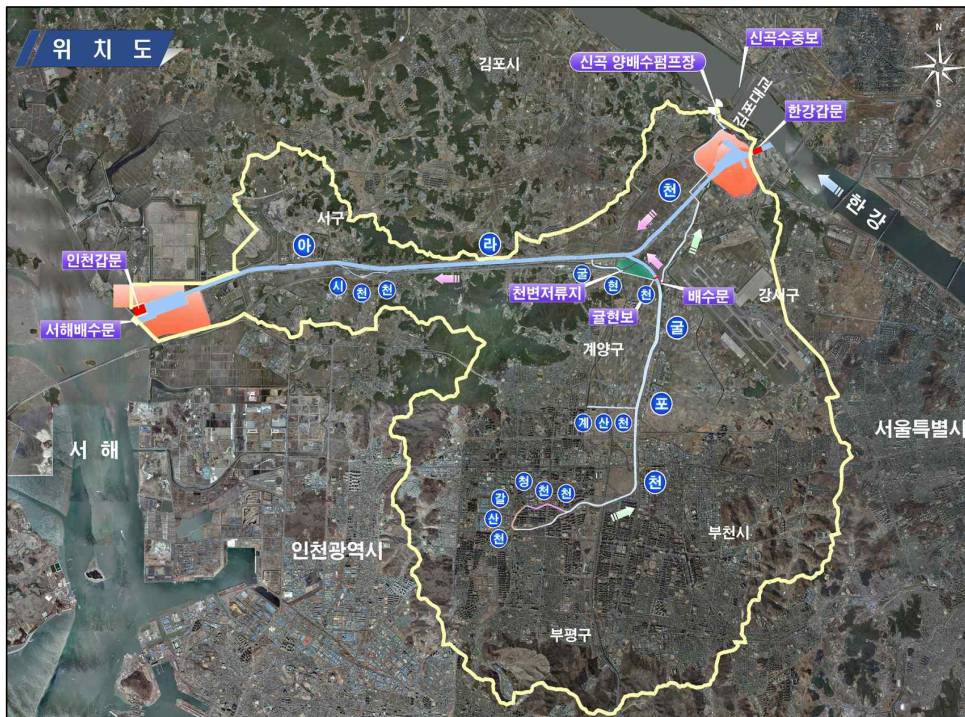


Fig. 2. Study Area (Ara river basin)

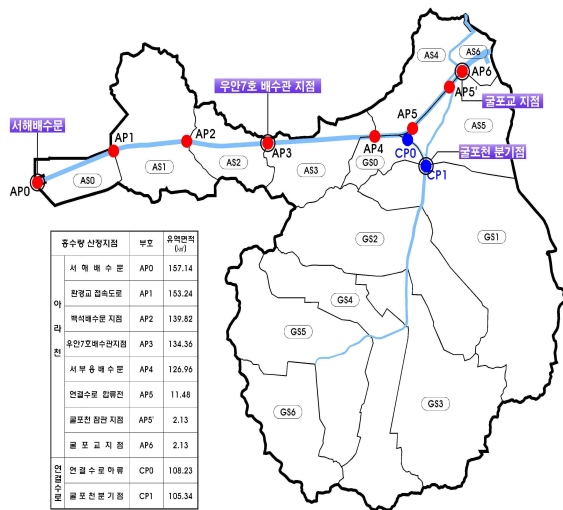


Fig. 3. Ara River Sub-basin

정밀도를 높이기 위해 하천지형 특성 분석에 필요한 지형 자료는 기본적으로 제내지의 경우 아래천 하천기본계획 (국토부, 2011), 굴포천 하천정비기본계획 (보완) (인천시, 2005)의 지형현황측량성과, 국토지리정보원의 1:5,000 수치지도 및 다차원공간정보구축사업의 LiDAR 측량성과를 이용하였으며, 제외지의 경우 하천기본계획상의 횡단 측량성과를 활용하여 정밀 지형자료를 구축하였다.

유역의 형상을 정량적으로 표현하는 일반적인 특성은 유역면적, 유로연장, 유역평균폭, 유역형상계수 등이 있으며, 이는 하천을 포함한 유역을 이해하고, 유역의 유출특성을 파악할 수 있는 가장 중요한 기본적인 자료이다. 본 연구에서는 주요 지류의 합류지점과 기타 수문·수리분석을 위한 주요 지점 등을 선정, 각 지점별 유역면적 및 유로연장을 이용하여 유역의 평균폭 및 형상 인자를 산정하였다.

소유역별로 산정한 유역면적 및 유로연장, 유역평균폭, 형상계수는 Table 2와 같다. 분석한 결과 아래천 하구기준으로 형상계수는 0.13으로서 유역면적에 비해 유로연장

이 긴 길쭉한 형태를 하고 있어 유출의 집중성향이 약해 홍수가 일시에 집중되지 않고 홍수위는 오래 지속되는 특성을 나타내고 있다.

아래천 유역에 대한 표고분포 특성을 파악하기 위하여 GIS기법을 이용하여 수행하였으며, 이를 위한 GIS 소프트웨어는 ArcGIS를 사용하였고, 그 과정은 다음과 같다.

고도자료는 LiDAR 측량 자료를 기본으로 하였으며, TIN 및 DEM은 Fig. 4와 같다. DEM에서 각 격자의 고도값은 등고선 및 표고점의 고도 값으로부터 보간법을 이용하여 계산한다. 보간법에는 거리반비례평균법, Spline법, Kriging법, 다항식 추세법 등 여러 가지가 있는데 이중 가장 일반적인 거리반비례평균법을 채택하였고, 거리반비례평균법은 다음과 같다.

$$\hat{Z}_i = \frac{\sum_{j=1}^n (Z_j d_{ij}^{-2})}{\sum_{j=1}^n d_{ij}^{-2}} \quad (4)$$

여기서, Z_i =격자점 주변에 분포하는 등고선과 표고점으로 부터의 고도값

d_{ij} =격자점 j에서 주변에 분포하는 고도값이 위치한 i까지의 거리

본 연구 대상 하천유역에 대한 주요지점별 표고별 누가 면적 구성비는 Fig. 4와 같다. 아래천 유역에 대한 표고별 누가면적을 살펴보면, 표고 50m 이하가 80%를 차지하여 대부분 저지대로 형성되어 있으며, 특히 굴포천 하류유역은 10m 이하가 약 53%로 내수침수 상당히 취약한 구조를 보이는 것으로 Fig. 5와 같이 분석되었다.

유역의 평균고도는 DEM모형으로부터 주요지점별 유역평균고도를 구한 결과, 아래천하구 기준으로 평균고도는 EL. 35.1m로 나타났다. 굴포천 상류유역의 평균고도는 EL. 39.8m를 나타내며, 굴포천 하류유역은 EL. 13.82m로 상대적으로 낮은 것으로 나타났다.

Table 2. Topographic Characteristics of the Ara River Basin

Section	Sub-basin Name	Area (km ²)	River length (km)	Mean width A/L(km)	Shape factor A/L ²
Ara river	AP0	157.14	35.03	4.49	0.13
	AP1	153.24	31.85	4.81	0.15
	AP2	139.82	29.04	4.81	0.17
	AP3	134.36	25.94	5.18	0.20
	AP4	126.96	21.87	5.81	0.27
	AP5	11.48	4.68	2.45	0.52
	AP6	2.13	1.42	1.50	1.06
Connection water way	CP0	108.23	16.33	6.63	0.41
	CP1	105.34	15.03	7.01	0.47

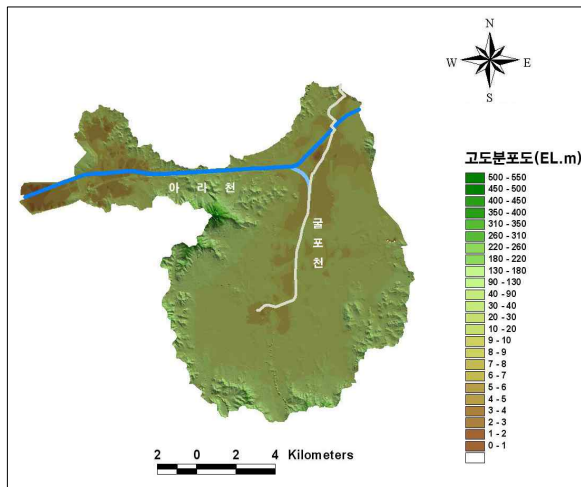


Fig. 4. Digital Elevation Map

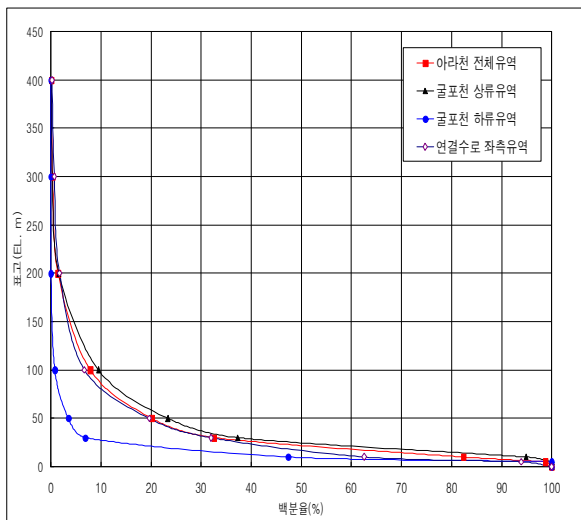


Fig. 5. The Cumulative Percentage of Area by Elevation

평균경사는 유역의 지형과 구성양상을 나타내는 인자로서 빗물의 침투량이나 유출률 결정에 영향을 주며, 지표면 유출속도를 좌우하는 요소 중의 하나이다. 유역경사가 급하면 토층이 얇고, 토양함유 수분이 적으며, 침투량도 적게 되어 완경사 유역보다 유출용적이나 침투유량이 크게 된다. 유역평균경사 산정 방법에는 평균경사 곡선법 (mean slope curve method), 등고선 연장법 (contour-length method), 등고선 교점법 (grid-contour method) 및 GIS기법을 이용한 격자법 (grid method) 등이 있으며, 본 연구에서는 GIS를 이용한 격자법으로 산정하였으며, 격자 자료에 대한 경사의 계산식은 다음 식과 같다.

$$\tan S = \sqrt{\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2} \quad (5)$$

여기서, S : 경사(°, 도), dz : 고도차, dx : x 축 방향 격자

$Z_{i-1,j+1}$	$Z_{i,j+1}$	$Z_{i+1,j+1}$
$Z_{i-1,j}$	$Z_{i,j}$	$Z_{i+1,j}$
$Z_{i-1,j-1}$	$Z_{i,j-1}$	$Z_{i+1,j-1}$

Fig. 6. Used to Calculate the Slope of the Grid

간 거리, dy : y 축 방향 격자간 거리

계산된 식에 의해 도 경사는 S 이며, 백분율 경사는 $100 \times \tan S$ 가 된다. 보통 경사는 Fig. 6의 “ 3×3 윈도우” 단위로 계산되며, (dz/dx) 와 (dz/dy) 를 계산하는 식은 다음과 같다.

$$\frac{dz}{dx} = \frac{(Z_{i+1,j} - Z_{i-1,j})}{2dx}, \quad \frac{dz}{dy} = \frac{(Z_{i,j+1} - Z_{i,j-1})}{2dy} \quad (6)$$

여기서, $Z_{i,j}$: (i,j) 격자의 표고 값, dx : x 축 방향 격자간 거리, dy : y 축 방향 격자간 거리

유역내의 모든 격자에서 경사도를 구한 후 이를 주요 지점별로 산정하였으며, 분석결과 아라천 유역의 평균경사는 6.55% (3.75°)이고, 연결수로 좌측 유역은 6.98% (3.99°)로 가장 높았고, 굴포천 상류 유역은 6.78% (3.88°)로 아라천 유역과 유사하게 나타났으면, 굴포천 하류 유역은 3.02% (1.73°)로 산지가 없고 비교적 굴곡이 심하지 않은 평지로 구성되어 유역내에서 가장 완만한 경사를 나타내고 있다.

유역의 공간통계학적 특성 분석에 있어 표고의 표준편차는 분산처럼 자료들이 그의 평균으로부터 어느 정도 흩어져 있는가를 측정하는 척도이다. 표준편차는 분산의 제곱근이며, 분산은 각 자료의 평균으로부터의 편차의 제곱으로 계산하기 때문에 원래 자료의 단위보다 큰 단위로 표시하게 된다. 따라서 표준편차를 구하면 원래 자료의 단위로 환원되어 같은 단위로 측정된 평균이나 다른 통계량과 쉽게 비교할 수 있는 이점이 있다. 평균경사도의 표준편차도 마찬가지로 개별 자료들의 경사도가 평균경사도에서 어느 정도 흩어져 있는가를 측정한다.

$$SD = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_i (R_i - R_a)^2}, \quad PS = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_j \left(\frac{dR(x)}{dx}\right)^2} \quad (7)$$

Table 3은 아라천 유역의 소유역별 지형 분석 결과로 지형의 통계적 특성을 나타내는 수치로서 지형의 형상을 잘 설명해 줄 수 있다.

3.3 공간적 자기상사성 분석

본 연구에서는 유역의 공간적 자기상사성 평가를 통하여 하천유역의 특성을 파악하고자 하였다. 이를 위해 자기상사성 분석의 지표인 허스트 지수 및 프랙탈 차원을

Table 3. Topographical and Statistical Characteristics of Sub-basin

Sub-basin Classification	AP0	AP1	AP2	AP3	AP4	AP5	AP6	CP0	CP1
Projected Area (km ²)	155.61	151.85	138.65	133.31	125.96	18.35	1.99	107.39	104.52
Surface Area (m ²)	157.14	153.24	139.82	134.36	126.96	11.48	2.13	108.23	105.34
Max Height (m)	390	390	390	390	382	119	69	382	382
Min Height (m)	0	5	5	5	5	5	5	5	5
Mean Slope (MS)(°)	3.75	3.83	3.99	3.88	3.58	1.73	0.73	3.90	3.88
Std D of MS (PS)	6.28	6.34	3.49	6.47	6.21	3.81	2.22	6.48	6.49

산정하였다.

허스트 지수 (h)의 산정은 모형에 있어서 상당히 중요한 부분을 차지한다. 이 지수에 따라 지형의 모양은 서로 상이하게 다루어질 수 있기 때문이다. 허스트지수의 산정은 Hurst가 제시한 방법 (허스트지수), Peters의 수정식, Mandelbrot and Wallis의 Pox 도표, 투영면적 및 표면적 비율 방법 (면적지수)이 있으며, 본 연구에서는 유역의 공간 자기상성 분석을 위해 면적지수에 의한 방법과 허스트 지수에 의한 방법을 적용하였다. 지형자료는 Fig. 7의 LiDAR 측량 및 하천 횡단측량에 의해 생성된 정밀 DEM을 활용하여 다음과 같이 적용하여 허스트지수 및 프랙탈 차원을 산정하였다.

3.3.1 면적지수에 의한 방법

2차원 프랙탈 차원을 구하는 방법으로는 Mandelbrot (1983)가 제시한 먹수법칙에 의한 방법을 가장 많이 사용하고 있다. 그러나 척도가 정형화된 형태의 차원으로 복잡한 지형에는 log-log 분석 그래프를 이용한 프랙탈 차원의 산정은 적합하지 않으며, 표면적과 투영면적의 관계

를 이용하여 프랙탈 차원 산정이 가능하다 (권기욱, 2005).

본 연구에서는 Eq. (8)을 이용하여 아라천유역의 지형 특성을 분석하기 위하여 유역별 허스트지수 및 프랙탈 차원을 산정하였다.

$$h = 1 - \frac{(A_s - A_p)}{A_p} \tag{8}$$

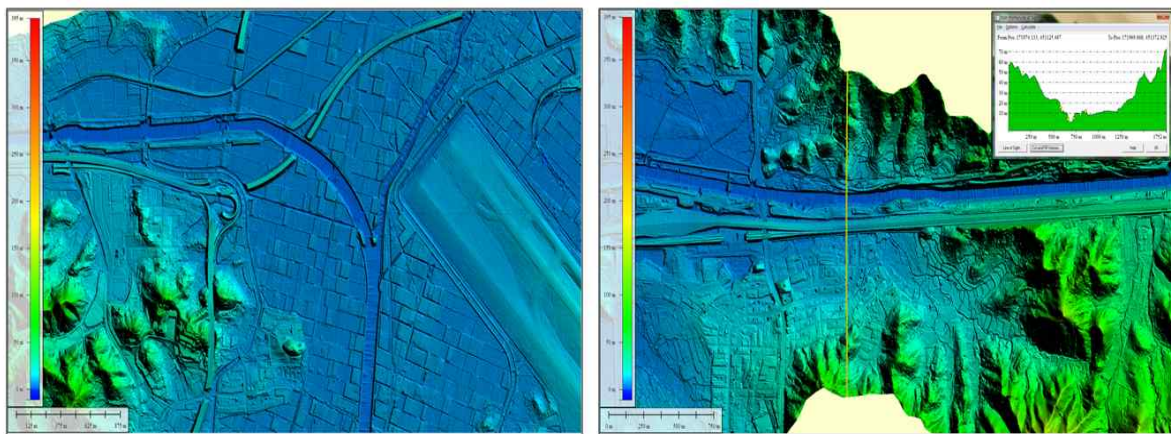
여기서, h : 허스트지수

A_s : 분석지역의 표면적 (surface area)

A_p : 분석지역의 투영면적 (projected area)

지형의 거침 정도를 나타내는 허스트지수가 결정이 되면 지형에 대한 프랙탈 차원은 $D=(N+1)-h$ (여기서, $N+1$: 유클리드 차원)이며, 3차원의 지형 표면은 $N=2$ 가 되므로 투영면적, 표면적 비율에 의해 결정된 h를 이용하여 차원을 계산하면 Table 4와 같다.

소유역별 포함 유역 규모에 따라 h값이 달라지지만, 아라벡길 유역의 h값의 분포는 0.926~0.992의 값을 나타냈으며, 프랙탈 차원 D값의 분포는 2.008~2.074의 값으로 분석되었다.



(a) 연결수로 지점(CP0) (b) 백석배수문 지점(AP2)

Fig. 7. Used to Analyze Topography of LiDAR Data (resolution: 1 m)

Table 4. Hurst Exponent and Fractal Dimension of Sub-basin

Sub-basin	Projection area	Surface area	Hurst exponent(h)	Fractal dimension(D)
AP0	155.61	157.14	0.990	2.010
AP1	151.80	153.24	0.991	2.009
AP2	138.53	139.82	0.991	2.009
AP3	133.28	134.36	0.992	2.008
AP4	125.93	126.96	0.992	2.008
AP5	11.07	11.48	0.963	2.037
AP6	1.98	2.13	0.926	2.074
CP0	107.37	108.23	0.992	2.008
CP1	104.49	105.34	0.992	2.008
Range	1.98~155.61	2.13~157.14	0.926~0.992	2.008~2.074

Table 5. The Results of Fractal Dimension of Sub-basin

구분	AP0	AP1	AP2	AP3	AP4	AP5	AP6	CP0	CP1
S_t	4,939,122	4,895,963	4,699,099	4,514,922	4,006,536	216,008	18,185	3,790,528	3,732,138
S_t^*	-0.289, 1.423, -1.866, -3.155 ...	-0.752, 0.495, -3.257, -5.009 ...	-2.243, -2.486, -7.730, -10.973 ...	-2.239, -2.479, -7.718, -10.958 ...	-0.399, 1.201, -2.198, -3.598 ...	17.613, 37.225, 51.838, 68.450 ...	-2.699, -5.398, -8.097, -10.796 ...	-23.513, -47.0247, -70.540, -94.054 ...	-23.879, -47.759, -71.638, -95.517 ...
Avg.	28.289	28.752	30.243	30.239	28.399	10.387	7.699	31.513	31.879
Var.	1,223.628	1,245.397	1,331.467	1,360.637	1,159.304	124.954	12.321	1,272.342	1,293.639
D_n	34.980	35.290	36.489	36.887	34.049	11.178	3.510	35.670	35.967
n	174,597	170,281	155,377	149,306	141,078	20,795	2,362	120,283	117,071
R_n	648,127.5	628,838.8	519,559.3	519,620.5	549,685.5	21,376.7	622.2	499,561.8	493,910.8
R_n^*	18,528.31	17,819.09	14,238.68	14,086.89	16,144.17	1,912.34	177.26	14,005.13	13,732.26
h	0.864	0.862	0.849	0.851	0.868	0.817	0.732	0.868	0.868
D	2.136	2.138	2.151	2.149	2.132	2.183	2.268	2.132	2.132

3.3.2 허스트지수에 의한 방법

LiDAR 측량에 의해 구축된 표고값을 이용하여 허스트 지수를 산정하는 대표적인 방법인 R/S 분석법에 의한 허스트지수를 계산하였으며, 계산 과정은 다음과 같다.

X1, X2, ..., Xn을 무한한 크기의 하천유역의 표고를 표현하는 무작위 변량으로 하여 부분합계열 (Partial sum series)을 Eq. (9)에 의해 산정한다.

$$S_t = \sum_{m=1}^t X_m, \quad t= 1,2, \dots, n \quad (9)$$

산정된 부분합계열의 평균은 유역의 이상적인 표고를 나타내고, 이상적인 표고의 변동상태를 나타내는 조정 부분합계열 (Adjusted partial sum sequence) S_t^* 는 Eq. (10)에 의해 산정한다.

$$S_t^* = S_t - (t/n)S_n \quad t= 1,2, \dots, n \quad (10)$$

이상적인 조건하에서 표고분포를 측정하기 위하여 조정 범위 (Adjusted range)를 Eq. (11)에 의해 산정하였으며, 또한 조정 범위의 무차원 양은 재조정 범위 (Rescaled adjusted range)로써 정의하여 Eq. (12)에 의해 산정한다.

$$R_n = \max S_t^* - \min S_t^* \quad \text{for } 0 \leq t \leq n \quad (11)$$

$$R_n^* = R_n/D_n \text{ (여기서, } D_n \text{은 } X_i \text{의 표본 표준편차)} \quad (12)$$

위 식에 의해 산정된 재조정범위와 표고의 표준편차의 관계를 이용하여 Eq. (13)을 사용하여 허스트지수를 산정하며, 유역의 지형적 특성을 나타내는 지표인 프랙탈 차원을 산정한다.

$$h = \log(R_n^*)/\log(n/2) \quad (13)$$

$$D = 3 - h \quad (14)$$

산정된 허스트 지수 h 값은 Table 5와 같이 0.729~0.868로 분포하는 것으로 나타났으며, 프랙탈 차원 D 값은 2.132~2.268의 분포를 나타냈다. 비교적 소규모 유역인 AP5, AP6 유역의 경우 유역의 평균경사는 비교적 낮은 반면, 표고자료의 표본 자료가 비교적 적어 표본 자료에 대한 민감도가 높아 타 유역에 비하여 비교적 지형적 특성이 거친 형상으로 나타남을 확인할 수 있었다.

이러한, 프랙탈 차원에 대한 작은 D 값은 매끄러운 표면과 부합하고 D 값이 커질수록 표면은 거칠어진 특성을 나타내며, 공간적 자기상사성의 특성 지표인 프랙탈 차원의 분석 결과 아래배길 유역은 전형적인 도시유역의 완경사 지형 특성을 갖고 있음을 알 수 있다.

4. 고찰

하천유역의 지형 특성 인자로서 프랙탈 차원의 정확성과 효율성의 분석하기 위하여 유역의 평균 경사 및 분포 분석과 표면적과 프랙탈 차원과의 관계를 비교하였으며, 허스트 지수에 의해 산정된 프랙탈 차원과의 관계를 검토하였다. 정밀 분석을 위하여 아래천 소유역별 표고분포에 따른 프랙탈 차원과 표면적, 평균경사사도와 면적지수의 관계 및 평균경사도와 허스트 지수의 관계를 회귀분석을 통해 결정계수 값을 비교하기 위하여 각 소유역별 추출된 DEM 자료를 활용하여 산정된 표면적, 평균경사도, 프랙탈 차원의 관계를 분석하였다.

유역 전체의 평균경사도 3.75°에서 면적지수 및 허스트 지수에 의한 프랙탈 차원은 2.010, 2.136의 값으로 분석되었다. 전체 유역 중에서 대부분의 유역은 평균경사와 프랙탈 차원이 비례관계가 있는 것으로 나타났다. 비교적 유역면적이 적은 AP5, AP6의 경우 평균경사도는 1.73, 0.73으로 작게 나타났으나, 허스트지수에 의해 산정된 프랙탈 차원은 2.183, 2.268로 타 유역보다 크게 나타남을 확인할 수 있다(Table 6). 이는 AP5, AP6 유역의 경사는 평탄한 특성을 갖고 있으나, 분석 대상 표고 표본 수가 비교적 작아 표고에 따른 민감도가 큰 것으로 판단된다.

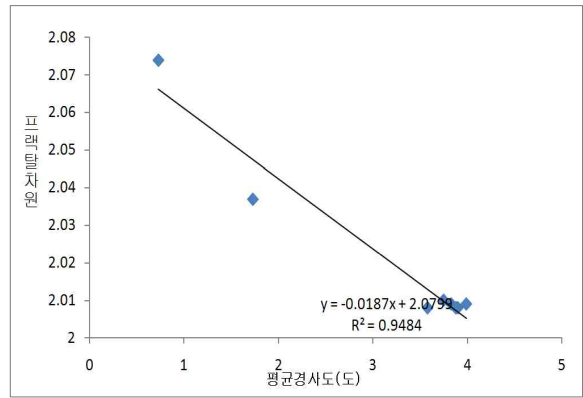


Fig. 8. The Relationship between Area Exponent Fractal Dimension and Mean Slope

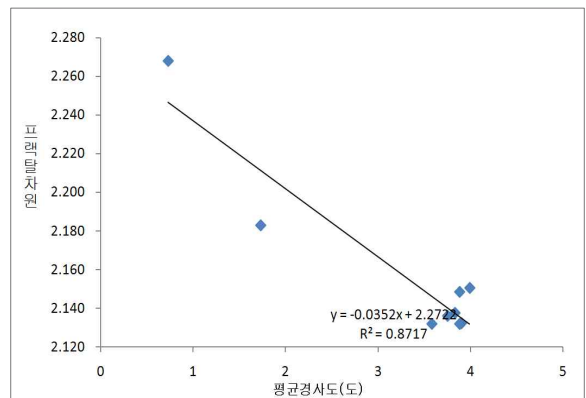


Fig. 9. The Relationship between Hurst Exponent Fractal Dimension and Mean Slope

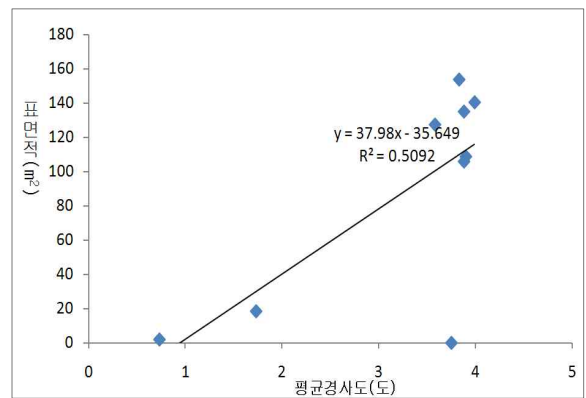


Fig. 10. The Relationship between Mean Slope and Surface Area

Figs. 8 and Fig. 9의 면적지수 및 허스트지수에 의한 프랙탈 차원과 평균경사도와와의 관계에서 아래천유역은 결정계수 R^2 값은 94.9%, 87.1%로 비교적 결정계수 값이 크게 나타났으며, Fig. 10의 경사도와 표면적과의 관계에서 결정계수 R^2 값은 50.9%로 분석되었다. 이는 면적지수와 허스트지수에 의해 산정된 프랙탈 차원은 유역의 지형특성 인자로 타당성을 갖는 것으로 판단된다.

Table 6. Slope and Fractal Dimension of Sub-basin

Sub-basin	Mean slope (°)	Fractal dimension		Deviation (H-A)
		Area exponent (A)	Hurst exponent (H)	
AP0	3.75	2.010	2.136	0.126
AP1	3.83	2.009	2.138	0.129
AP2	3.99	2.009	2.151	0.142
AP3	3.88	2.008	2.149	0.141
AP4	3.58	2.008	2.132	0.124
AP5	1.73	2.037	2.183	0.146
AP6	0.73	2.074	2.268	0.194
CP0	3.90	2.008	2.132	0.124
CP1	3.88	2.008	2.132	0.124
Range	0.73~3.99	2.008~2.074	2.132~2.268	0.124~0.194

Table 7. Summary of the Results of ANOVA

인자의 수준	관측수	합	평균	분산
면적지수	9	18.171	2.0190	0.0005
허스트지수	9	19.421	2.1579	0.0020

Table 8. The Results of ANOVA

변동의 요인	제곱합	자유도	제곱 평균	F 비	P-값	F 기각치
처리	0.0868	1	0.0868	69.8605	3.1269E-07	4.4940
잔차	0.0199	16	0.0012	-	-	-
계	0.1067	17	-	-	-	-

면적지수와 허스트지수의 산정 결과의 분산분석을 통한 집단간의 평균차이를 검정하기 위하여 F-검정을 실시하였으며, 하나의 인자가 관측값에 미치는 영향을 조사하는 방법으로 일원분산분석 (one-way ANOVA) 방법을 적용하였다. Tables 7 and 8은 각 인자수준에서의 특성값과 평균과 분산 등을 나타내는 요약표 및 분산분석표를 보여주고 있다. 분산분석표의 결과에서 F-검정 통계량 값은 69.861로서 유의수준 0.05인 경우의 기각치 $F(1, 16) = 4.494$ 보다 크다. 또한 유의확률 $p\text{-값} = 3.1269E-07 < 0.05$ 임을 알 수 있다. 이상의 결과를 볼 때 유의수준 0.05에서 각 인자 간에는 차이가 없다는 귀무가설은 기각된다. 따라서 면적지수와 허스트지수에 의해 산정된 프랙탈 차원의 차이가 없다는 가설은 기각되며, 각 소유역은 프랙탈 차원에 의해 집단간 평균의 차이가 있는 것으로 분석되었다. 따라서 각 유역의 특성에 따라 각 프랙탈 차원의 결정계수를 고려하여 프랙탈 차원의 산정 방법을 결정하여야 하

는 것으로 판단된다.

5. 결론

본 연구에서는 아라천유역의 지형특성 분석을 위하여 길이를 이용하여 하천이나 해안선의 1차원적 프랙탈 특성을 구하는 것에서 벗어나 면적과 지형의 복잡도를 고려한 면적지수에 의한 프랙탈 차원, 허스트 지수에 의한 프랙탈 차원의 2차원적 특성을 산정하였다. 또한 프랙탈 차원과 평균경사도와의 상관관계 및 분산 분석 결과를 검토하여 이를 통해 다음과 같은 결론을 도출하였다.

- 1) 면적지수 및 허스트지수에 의해 산정한 프랙탈 차원은 2.008~2.074, 2.132~2.268 값으로 나타났으며, 면적지수 프랙탈 차원과 허스트지수 프랙탈 차원이 각기 다른 형태로 나타나는 것은 차수비를 수학적으로 전개하는 방법의 차이와 면적과 표고분포에 의해 산

- 정하는 방법의 차이에서 오는 것으로 사료된다.
- 2) 유역 전체의 평균경사도 3.75°에서 면적지수 및 허스트지수에 의한 프랙탈 차원은 2.010, 2.136의 값으로 분석되었으며, 전체 유역 중에서 대부분의 유역은 평균경사와 프랙탈 차원이 비례관계가 있는 것으로 나타났다. 이는 아라뱃길 유역 프랙탈 차원이 평면(D=2.0)에 가까운 전형적인 도시유역의 환경사 지형 특성을 갖고 있음을 알 수 있었다.
 - 3) 타 유역에 비해 비교적 유역면적이 작은 AP5, AP6의 경우 평균경사도는 1.73, 0.73으로 작게 나타났으나, 허스트지수에 의해 산정된 프랙탈 차원은 2.183, 2.268로 타 유역보다 크게 나타남을 확인할 수 있다. 이는 AP5, AP6 유역의 경사는 평탄한 특성을 갖고 있으나, 분석 대상 표고 표본 수가 비교적 적어 민감하게 작용하는 것으로 사료된다.
 - 4) 면적지수 및 허스트지수에 의한 프랙탈 차원과 평균경사도와와의 상관관계는 아라천유역에서 결정계수 R^2 값은 94.9%, 87.1%로 비교적 결정계수값이 크게 나타났으며, 경사도와 표면적과의 관계에서 결정계수 R^2 값은 50.9%로 분석되었으며, 지형의 거침도를 표현함에 있어 경사도 보다는 프랙탈 차원을 활용하는 것은 합당한 것으로 사료된다.
 - 5) 프랙탈 차원을 산정하기 위한 척도로서 표면적을 사용한 경우에서도 일반적 프랙탈 차원의 특성과 같이 지형의 복잡성과 비례관계의 성질을 나타남을 알 수 있었으며, 또한, 프랙탈 차원과 지형 형상요소와 관계 및 프랙탈 차원의 유역 특성인자의 대표치로서의 타당성을 규명하여 전국유역조사 및 하천기본계획 시 유역의 특성자료로 활용이 가능할 것으로 사료된다.

참고문헌

- 권기욱 (2005). 프랙탈 기법에 의한 지형복원에 관한 연구. 박사학위논문, 영남대학교.
- 전민우, 송재우 (1999). 하천 수계망과 분류 하천길이의 Fractal차원. **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제 19권, 제2-3호, pp. 285-295.
- 홍일표, 고재웅 (1999). 하천의 프랙탈 특성을 고려한 지형학적 순간단위도의 개발 (I). **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제32권, 제5호, pp. 565-577.
- 김병식, 김형수, 서병하 (2004). 허스트 지수 산정 방법에 대한 고찰. **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제37권, 제12호, pp. 993-1007.
- 국토해양부, (2011). “아라천 하천기본계획 보고서.” 인천시, (2005). “굴포천 하천정비기본계획 (보완) 보고서.”
- Horton, R.E. (1945). Erosional development of streams and their drainage basins: Hydrophysical approach to quantitative morphology. *Geological Society of American Bulletin*, Vol. 56, pp. 275-370.
- Hurst, H.E. (1951). Long term storage capacity of reservoirs, *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, Vol. 116, pp. 770-779.
- Feller, W. (1951). The asymptotic distribution of the range of sums of independent random variables. *Ann. Math. Stat.*, Vol. 22, pp. 427-432.
- Moran, P.A.R. (1959). “The Theory of Storage.” London, Mettven.
- Annis, A.A., and Lyoyed, E.H. (1953). On the Range Partial Sums of a Finite Number of Independent Random Variable. *Biometrika*, Vol. 40, pp. 35-42.
- Mandelbrot, B.B., and Van Ness J.W. (1968). Fractional Brownian motions, Fractional Gaussian noises and applications. *SIAM Rev.*, Vol. 10, No. 4, pp. 422-437.
- Mandelbrot, B.B. and Wallis, J.(1968). Noah, Joseph, and operation hydrology, *Water Resour. Res.*, Vol. 4, No. 5, pp. 909-918.
- La Barbera, P., and Rosso, R. (1989). On the fractal dimension of stream networks. *Water Resour. Res.*, Vol. 25, No. 4, pp. 735-741.
- Rosso, R., Bacchi, B., and Barbera, P. (1991). Fractal relation mainstream length to catchment area in river networks. *Water Resour. Res.*, Vol. 27, No. 3, pp. 381-387.

논문번호: 11-101	접수: 2011.09.01
수정일자: 2011.09.23	심사완료: 2011.09.23