

반복등화를 위한 LLR 연판정 비트 정보를 이용한 M-QAM 심벌 Remapping

M-QAM Symbol Remapping Using LLR Soft Bit Information for Iterative Equalization

김 근 배 · 박 상 규

Geun Bae Kim · Sang Kyu Park

요 약

본 논문에서는 반복 복호 후 얻게 되는 LLR(Log Likelihood Ratio)로 표현되는 연판정 비트 정보를 이용하여 송신된 BRGC(Binary Reflected Gray Code) M-QAM(M-ary Quadrature Amplitude Modulation) 신호 심벌을 remapping하는 방법을 제시한다. Remapping하기 위해서는 지수함수(exponential function)연산이나 하이퍼볼릭 탄젠트(tanh) 함수를 이용하여야 한다. BRGC의 맵핑 법칙에 의해 심벌 remapping은 재귀(recursive) 연산을 이용한다. 또한, 구현 복잡도를 줄이기 위하여 curve fitting 방식을 제안한다.

Abstract

In this paper, we present a symbol remapping method of BRGC M-ary QAM signal by using LLR soft bit decision information which is obtained after iterative decoding process. In order to reconstruct estimated transmitted signal constellation, we have to use exponential or hyperbolic tangent(tanh) function resulting in high implementation complexity. The BRGC mapping rule enables us to use a recursive operation. In addition, we reduce the implementing complexity by using a curve fitting algorithm.

Key words : BRGC, QAM, Remapping, Iterative Equalization, LLR

I. 서 론

광대역 무선 통신을 위하여 사용되는 QAM 신호는 페이딩과 같은 무선 통신 채널의 특성에 따라 영향을 많이 받는다. 이를 보완하기 위하여 Turbo 부호 혹은 LDPC(Low Density Product Code)를 채용하고, 수신기에서는 반복 복호를 수행하여 높은 이득과 함께 최적화된 성능을 얻을 수 있다^{[1]~[3]}.

그러나 심벌간 간섭(ISI: Inter Symbol Interference)이 존재하는 무선 채널에서는 ISI를 줄이고, 추가 이득을 얻기 위해서 반복 심벌 등화기를 사용한다^{[4]~[6]}.

이를 위해서 이진 반복 복호기의 출력인 연판정 비트 정보를 심벌 정보로 재구성하여야 한다.

본 논문에서는 재귀방식을 이용한 심벌 Remapping식을 제시하고, 구현 복잡도를 줄이기 위하여 curve fitting을 이용한 근사식을 제안한다.

II. 본 론

2-1 시스템 모델

송신된 BRGC M-QAM 신호 s 는 BRGC 매핑 법칙에 의하여 N 개의 심벌을 갖는 실수 축(I , In-phase)

한양대학교 전자통신컴퓨터공학과(Department of Electronics and Computer Engineering, Hanyang University)

· 논문 번호 : 20110721-074

· 교신저자 : 박상규(e-mail : skpark@hanyang.ac.kr)

· 수정완료일자 : 2011년 9월 7일

의 BRGC N-PAM 신호 s_I 와 L개의 심벌을 갖는 허수 축(Q, quadrature)의 BRGC L-PAM 신호 s_Q 를 합성한 것으로 $s = s_I + js_Q$ 로 표현된다. 여기서 한 심벌에 포함되는 비트의 수 $m = \log_2 M = \log_2(N \times L)$, $n = \log_2 N$, $l = \log_2 L$ 이다. N-PAM과 L-PAM의 심벌간 간격이 $2d$ 로 동일하고, $N=L$ 이면 각 축의 심벌은 해당 축 상의 $\{\pm d, \pm 3, \dots, \pm(N-1)d\}$ 신호점 집합에 사상된다. 여기에서 신호 점간 거리를 나타내는 $d = \sqrt{(3\log_2 N \cdot E_b)/(N^2-1)}$, E_b 는 비트 에너지지를 의미한다. BRGC 매핑된 M-QAM 신호의 부호어는 $(i_0, i_1, \dots, i_{n-1}, q_0, q_1, \dots, q_{l-1})$ 의 순서로 할당되며, $n+l=m$ 이 된다.

그림 1은 BRGC 16-QAM 와 4-PAM의 신호 성상도 상의 신호점들 위치를 보여준다. 또한, I 축의 i_0 영역과 i_1 영역, Q 축의 q_0, q_1 영역들은 QAM의 한 심벌을 구성하는 4개 비트 데이터들이 각각 1인 경우 해당 비트 결정 영역을 보여준다.

M-QAM은 I 축과 Q 축 두 개의 동일한 신호 특성을 갖는 독립된 PAM 신호로 나눌 수 있으므로 본 논문에서는 PAM 신호만을 고려하고 심벌의 개수는 M개로 일반화 하고, 여기에서 얻어진 결과를 QAM 신호 공간으로 확장한다.

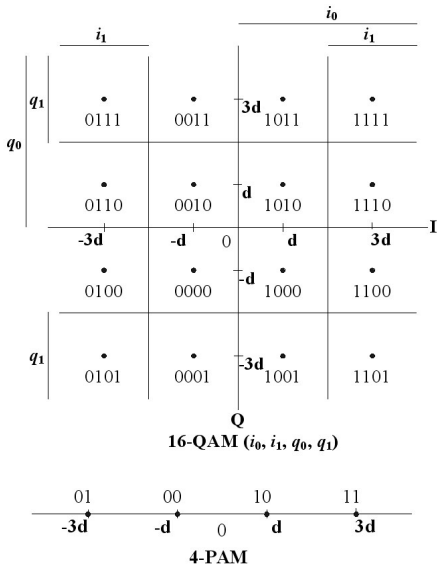


그림 1. BRGC 16-QAM과 4-PAM의 성상도 예
Fig. 1. Example of BRGC 16-QAM and 4-PAM constellation.

수신된 BRGC M-PAM 신호의 비트 가정(hypothesis)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H_i: z = \alpha \cdot s + n \quad (1)$$

여기서 s, z, α 그리고 n 은 각각 송신된 신호, 수신된 심벌의 값, 채널 이득, 그리고 분산이 σ^2 이고, 평균이 영(0)인 AWGN이다.

2-2 비트 정보 분할

M개의 심벌을 갖는 신호의 이진 반복 복호를 수행하기 위해서는 필연적으로 심벌 정보를 비트 정보로 변환해야 한다. 비트 정보로 변환하기 위해서는 MAP(Maximum a Posteriori)를 이용한다. AWGN 환경에서 채널 정보를 정확히 알고 있는 경우, 수신된 n번째 M-PAM 심벌을 구성하는 m개의 부호어 쌍 $c_n = (b_{0_i}, \dots, b_k, \dots, b_{m-1})$ 중에서 k번째 비트 $b_k = c_{n,k}$ 의 LLR $A(b_k)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$A(b_k) = \ln \left\{ \frac{\Pr\{b_k = +1|z\}}{\Pr\{b_k = -1|z\}} \right\} = \ln \left(\frac{\sum_{A \in \{s: b_k = +1\}} \Pr\{A|z\}}{\sum_{B \in \{s: b_k = -1\}} \Pr\{B|z\}} \right) \quad (2)$$

식 (2)에서 Bayes 정리와 같은 심벌에 포함되어 있는 K개의 비트 쌍을 고려하면 다음 식과 같이 정리할 수 있다.

$$A(b_k) = \ln \sum_A \exp\left(-\frac{(z-A)^2}{2\sigma^2}\right) - \ln \sum_B \exp\left(-\frac{(z-B)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

식 (3)에 근사 정리

$\ln \sum_j \exp(-a_j) \approx \max(-a_j) = -\min(a_j)$ 를 적용

하면 $A(b_k) \approx \frac{1}{2\sigma^2} \left[\min_B |z-B|^2 - \min_A |z-A|^2 \right]$ 과 같이 표현되며, 이 식을 Max-Log-MAP으로 불리우고 이진 반복 복호기에 입력된다.

2-3 재귀 연산을 이용한 심벌 Remapping

이진 반복 복호 시스템에서는 2절의 비트 정보 분할만을 이용하면 충분하다. 그러나 심벌간 간섭(inter

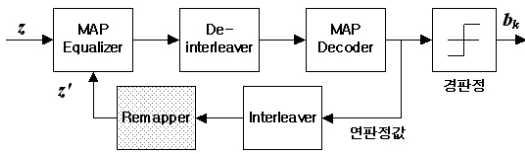


그림 2. 터보 등화기의 예
Fig. 2. Example of turbo equalizer.

symbol interference)이 존재하는 채널에서는 복호기 구성이 복잡해지지만, 좀 더 나은 성능을 얻기 위해서 터보 등화기(turbo equalizer) 등과 같이 이진 반복 복호를 수행하면서 수신 심벌에 대하여 반복적으로 등화를 수행한다. 이와 같이 심벌 등화를 위해서는 이진 반복 복호기의 출력인 연관정 비트의 값을 원래 송신된 신호의 심벌로 remapping할 필요가 있다.

그림 2는 터보 등화기의 예를 나타낸 것이다. 그림에서 remapper는 연관정된 비트 신호를 송신 신호의 성상도상의 신호 z' 으로 재 구성하는 블록이다.

Remapper에서 n 번째 송신 심벌 s_n 에 대응되는 성상도 상의 재구성 심벌 z' 은 심벌을 구성하는 해당 연관정 비트 정보들의 기대값으로

$$z' = E[s_n(c_n) | c_n, z] = \sum_{c_n} s_n(c_n) \Pr\{s_n = s_n(c_n) | c_n, z\} \quad (4)$$

과 같이 계산된다. 만일 부호화된 데이터들이 i.i.d. (independent identically distributed)이고, 상관 관계가 없다면 다음 식과 같이 표현된다.

$$z' = \sum_{c_n} s_n(c_n) \prod_{k=0}^{m-1} \Pr\{b_k = b_k(c_n) | c_n, z\} \quad (5)$$

2-PAM 신호의 경우

$$A(c_n) = \ln \frac{\Pr\{c_n = +1 | z\}}{\Pr\{c_n = -1 | z\}},$$

$$\Pr\{c_n = -1 | z\} = \frac{\Pr\{c_n = +1 | z\}}{e^{A(c_n)}}.$$

$\Pr\{c_n = +1 | z\} + \Pr\{c_n = -1 | z\} = 1$ 이므로 $\Pr\{c_n = +1 | z\} + \Pr\{c_n = +1 | z\} e^{-A(c_n)} = 1$ 이 된다. $\Pr\{c_n = +1 | z\} = e^{A(c_n)} / (1 + e^{A(c_n)})$.

마찬가지로 $\Pr\{c_n = -1 | z\} = 1 / (1 + e^{A(c_n)})$.

그러므로 식 (5)의 재구성된 2-PAM 심벌

$$z'_{(2)} = E[s_n] = +1 \cdot \Pr\{s_n = +1\} + (-1) \cdot \Pr\{s_n = -1\}$$

$$= \frac{e^{A(c_n)} - 1}{e^{A(c_n)} + 1} = \tanh\left(\frac{A(c_n)}{2}\right) = \tanh\left(\frac{A(b_n)}{2}\right).$$

여기서 표기를 간단히 하기 위하여 다음 함수를 정의한다.

$$T(k) = \tanh(A(b_k)/2). \quad (6)$$

그림 1의 4-PAM 심벌 재 구성은

$$z'_{(4)} = E[s_n] = (+3) \cdot \Pr(b_0 = +1, b_1 = +1) + (+1) \cdot \Pr(b_0 = +1, b_1 = -1) + (-1) \cdot \Pr(b_0 = -1, b_1 = -1) + (-3) \cdot \Pr(b_0 = -1, b_1 = +1)$$

이 되어 심벌 $z'_{(4)} = T(1)(2 + T(0))$ 이 된다.

따라서 차수가 높아짐에 따른 재구성된 심벌을 계산하면 다음과 같다.

$$z'_{(4)} = T(1)(2^1 + z'_{(2)}).$$

$$z'_{(8)} = T(2)\{2^2 + T(1)(2^1 + T(0))\} = T(2)(2^2 + z'_{(4)}).$$

$$z'_{(16)} = T(3)(2^3 + z'_{(8)}).$$

그러므로 이 결과들을 종합하여 일반식으로 표현하면 다음과 같이 재귀 연산이 가능한 수식으로 정리된다.

$$z'_{(M)} = T(m-1)(2^{m-1} + z'_{(2^{m-1})}) \quad (7)$$

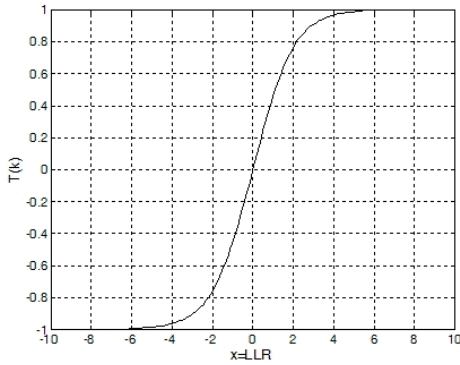
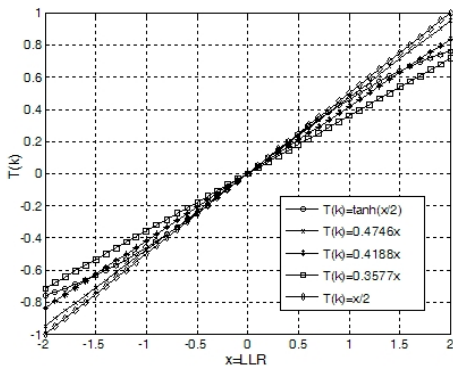
여기서 $z'_{(M)}$ 은 M -PAM의 재구성된 심벌을 의미한다. 식 (7)은 재귀적 계산이 가능한 것으로 비트 순서대로 입력하여 순차 계산이 가능하다.

2-4 근사식을 이용한 심벌 재구성

심벌을 재 구성할 때 구현 복잡도를 좌우하는 것은 식 (6)의 \tanh 함수를 계산하는 것이다. 실제 구현이 어렵기 때문에 비선형 함수인 \tanh 함수는 look-up table 참조 방식을 많이 사용한다. 그러나 그림 3과 같이 $\tanh(1)=0.7616$, $\tanh(2)=0.9640$, $\tanh(\infty)=1$ 로 입력값이 2 이상이 되면 거의 1로 포화됨을 알 수 있다. 또한, 반복 복호기를 통과한 신호는 출력 LLR 값의 범위가 반복 횟수가 증가함에 따라 무한대로 증가하는 특성이 있다. 따라서 LLR 값이 2보다 커지는 경우 $T(k)$ 값이 거의 포화되므로 LLR 값 범위 내에서 curve fitting 방식을 이용하여 $T(k) \approx \beta A(b_k)/2$ 로 일차함수 근사화를 시킬 수 있다. 여기서 β 는 curve fitting 방식으로 구해진 계수이다. LLR 값의

표 1. $T(k)$ 의 근사화Table 1. Approximation value of $T(k)$.

$\Lambda(b_k)$	$\beta/2$
$-1 < \Lambda(b_k) < 1$	0.4746
$-2 < \Lambda(b_k) < 2$	0.4188
$-3 < \Lambda(b_k) < 3$	0.3577

그림 3. $T(k) = \tanh(x/2)$ 그래프
Fig. 3. Graph of $T(k) = \tanh(x/2)$.그림 4. 표 1에 따라 근사화된 $T(k)$
Fig. 4. Approximated $T(k)$ using Table 1.

범위에 따른 $T(k)$ 의 근사식은 표 1과 같이 나타난다.

표 1의 근사식을 이용하여 심벌을 재구성할 수도 있으나, 좀더 구현 복잡도를 줄일 필요가 있는 경우 $\beta/2 \approx 1/2$ 로 근사하여 곱셈 연산이 아닌 1회의 "bit shift right" 연산을 통하여 복잡도를 줄이고 고속 연산을 수행할 수도 있다.

그림 4는 표 1의 LLR 범위에 따라 근사화된 $T(k)$ 의 그래프를 나타낸 것이다.

III. 결 론

본 논문에서는 반복 복호 후 얻어지는 LLR 표현의 연관정 비트 값을 이용하여 송신된 BRGC M-QAM 신호의 성장도 상의 심벌을 remapping하는 방법을 제시하였다. 이 방법은 재귀 연산을 이용하여 계산을 할 수 있다. 또한, 구현 복잡도를 줄이기 위하여 curve fitting 방식을 적용하여 지수함수 또는 tanh 함수를 일차 함수로 바꾸어 구현이 용이하도록 하였다.

본 논문에서 제안한 방식은 터보 등화기와 같은 반복 심벌 등화 방식 등에서 심벌을 재구성하는 블록으로 유용하게 사용될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- [1] S. Le Goff, A. Glavieux, and C. Berrou, "Turbo-codes and high spectral efficiency modulation", *ICC '94*, pp. 645-649, May 1994.
- [2] M. S. Raju, A. Ramesh, and A. Chockalingam, "BER analysis of QAM with transmit diversity in Rayleigh fading channels", *GLOBECOM '03*, pp. 641-645, Dec. 2003.
- [3] R. Pyndiah, A. Picart, and A. Glavieux, "Performance of block turbo coded 16-QAM and 64-QAM modulations", *GLOBECOM '95*, pp. 1039-1043, Nov. 1995.
- [4] C. Douillard, M. Jezequel, and C. Berrou, "Iterative correction of intersymbol interference: Turbo-equalization", *Euro. Trans. on Telecomm.*, vol. 6, issue 5, pp. 507-511, Sep./Oct. 1995.
- [5] A. Glavieux, C. Laot, and J. Labat, "Turbo equalization over a frequency selective channel", *International Symposium on Turbo Codes and Related Topics*, pp. 96-102, Sep. 1997.
- [6] C. Laot, A. Glavieux, and J. Labat, "Turbo equalization: Adaptive equalization and channel decoding jointly optimized", *IEEE Journ. ON Sel. Areas in Comm.*, vol. 19, no. 9, Sep. 2001.