

계산 복잡도가 줄어든 새로운 Bussgang 자력 등화 알고리즘

A New Bussgang Blind Equalization Algorithm with Reduced Computational Complexity

김 성 민 · 김 환 우

Seong-Min Kim · Whan-Woo Kim

요 약

눈 모형이 열린 경우 간결하고 좋은 수렴 특성을 갖는 결정-지향 자력 등화 알고리즘이 자주 사용된다. 그러나 눈 모형이 닫힌 채널에서 결정-지향 알고리즘의 수렴은 보장되지 않는다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 무기억 비선형 함수로 hyperbolic tangent 함수를 사용하는 수정된 Bussgang 알고리즘의 적용이 Filho 등에 의하여 제안되었다^[1]. 그러나 이 알고리즘의 적용은 hyperbolic tangent 함수 그리고 이의 미분에 대한 계산 및 채널의 변화에 따른 룩업 테이블을 위한 많은 메모리를 필요로 한다. 따라서 본 논문에서는 Filho 등이 제안한 알고리즘의 계산량 또는 하드웨어 복잡도를 줄이기 위하여 결정-지향 알고리즘을 위한 개선된 기법을 제안한다. 무기억 비선형 함수를 signum 함수로 설정하고, 이의 미분인 디락 델타 함수(Dirac delta function)를 협소한 사각 펄스로 근사화하여 결정-지향 알고리즘에 적용하면 Filho가 제안한 알고리즘의 수렴 및 정상 상태 성능은 유지하면서 계산 복잡도를 크게 줄일 수 있다.

Abstract

The decision-directed blind equalization algorithm is often used due to its simplicity and good convergence property when the eye pattern is open. However, in a channel where the eye pattern is closed, the decision-directed algorithm is not guaranteed to converge. Hence, a modified Bussgang-type algorithm using a hyperbolic tangent function for zero-memory nonlinear(ZNL) function has been proposed and applied to avoid this problem by Filho et al[1]. But application of this algorithm includes the calculation of hyperbolic tangent function and its derivative or a look-up table which may need a large amount of memory due to channel variations. To reduce the computational and/or hardware complexity of Filho's algorithm, in this paper, an improved method for the decision-directed algorithm is proposed. In the proposed scheme, the ZNL function and its derivative are respectively set to be the original signum function and a narrow rectangular pulse which is an approximation of Dirac delta function. It is shown that the proposed scheme, when it is combined with decision-directed algorithm, reduces the computational complexity drastically while it retains the convergence and steady-state performance of the Filho's algorithm.

Key words : Bussgang Blind Equalization, Decision-Directed, Zero-Memory Nonlinear Function

I. 서 론

자력 (blind) 등화 알고리즘은 일반적으로 선형 또는 비선형 필터에 의한 수행 여부에 따라 크게 두 부

「이 연구는 2010년도 충남대학교 학술연구비에 의해 지원되었음.」

충남대학교 전자공학과(Department of Electronics Engineering, Chungnam National University)

· 논문 번호 : 20110718-071

· 교신저자 : 김환우(e-mail : wwkim@cnu.ac.kr)

· 수정완료일자 : 2011년 8월 26일

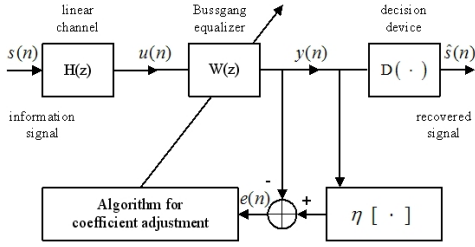


그림 1. Bussgang 자력 등화 알고리즘을 사용하는 수신기의 블록 다이어그램
Fig. 1. Block diagram of a receiver system using Bussgang blind equalization algorithm.

류로 구분할 수 있다. Bussgang 알고리즘은 비선형 필터와 밀접한 고차통계(higher order cumulants)를 간접적으로 활용한다^[2]. 본 논문에서는 구현이 간단하고 실시간 처리가 가능한 Bussgang 알고리즘과 이의 수정된 알고리즘을 다룬다. Bussgang 알고리즘은 LMS(Least Mean Square) 알고리즘^[2] 또는 stochastic gradient 알고리즘^{[1],[3]}과 같은 최적화 기법을 통하여 얻을 수 있다. 그림 1은 Bussgang 자력 등화 알고리즘을 사용하는 수신기의 블록 다이어그램을 나타낸다. Bussgang 알고리즘의 탭 갱신 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + \mu(n)e(n)\mathbf{U}(n) \quad (1)$$

$$e(n) = \eta[y(n)] - y(n) \quad (2)$$

$$y(n) = \mathbf{U}^T(n)\mathbf{W}(n) \quad (3)$$

여기에서 $\mathbf{W}(n) = [\mathbf{W}_0(n) \dots \mathbf{W}_{L-1}(n)]^T$ 는 시간 n 에서 등화기의 탭 가중치 벡터이고, $\mathbf{W}_i(n)$ 는 i 번째 등화기 계수를 나타낸다. L 은 등화기의 길이를 나타내고, $\mu(n)$ 은 알고리즘의 수렴 상수(step size)이다. $\mathbf{U}(n) = [u(n) u(n-1) \dots u(n-L+1)]^T$ 은 채널 출력에서 측정된 L 개의 샘플로 등화기 입력 벡터를 나타낸다. $y(n)$ 은 등화기 출력이고, $\eta[\cdot]$ 은 무기억 비선형(zero-memory nonlinear: ZNL) 함수를 나타낸다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 시스템 모델과 제안하는 알고리즘을 그리고 III장에서는 제안하는 알고리즘의 전산실험 결과를 나타내었다. 마지막으로 IV장에서 결론을 맺는다.

II. 시스템 모델 및 제안 알고리즘

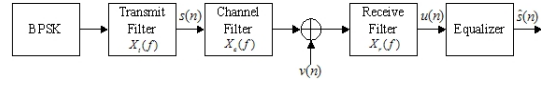


그림 2. 시스템 모델의 블록 다이어그램
Fig. 2. Block diagram of the system model.

2-1 시스템 모델

본 논문에서 고려하는 시스템 모델의 블록 다이어그램을 그림 2에 나타내었다.

BPSK(Binary Phase Shift Keying) 변조된 심볼 $s(n)$ 은 선형 채널을 통해 전송되고 평균이 0이고, 파워 스펙트럼 밀도가 $N_o/2$ 인 백색 가우시안 잡음이 이 심볼에 더해진다. 등화기 출력 $\hat{s}(n)$ 은 수신 신호 샘플 $u(n)$ 으로부터 얻을 수 있다.

수학적 분석이 가능하도록 본 논문에서는 ZNL 함수 $\eta[\cdot]$ 를 미분 가능한 함수로 가정하고 식 (4)와 같은 일반적인 비용 함수(cost function)를 고려하였다.

$$J = \frac{1}{2} E[(\eta[y(n)] - y(n))^2] \quad (4)$$

여기에서 $E[\cdot]$ 는 기대 연산자(expectation operator)를 나타낸다. 등화기의 탭 가중치 $\mathbf{W}_i(n)$ 에 대하여 비용함수 (4)를 최소화하는 stochastic gradient 알고리즘의 결과는 식 (5)와 같다.

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + \mu f[y(n)](\eta[y(n)] - y(n))\mathbf{U}(n) \quad (5)$$

$$f[y(n)] = 1 - \frac{\partial \eta[y(n)]}{\partial y(n)} \quad (6)$$

식 (5)는 일반적인 탭 갱신 식 (1)과 비교하였을 때 $\mu f[y(n)]$ 항의 존재로 인하여 서로 다른 형태를 갖는다. 실제로 식 (5)의 $\mu f[y(n)]$ 는 DD 알고리즘의 수렴 문제를 해결하기 위하여 수렴 상수에 변화를 주는 항으로 볼 수 있다.

2-2 Filho의 MDD 알고리즘

눈 모형이 닫힌 경우, 즉, 초기 심볼 에러율이 특정 임계치를 넘는 경우 결정-지향(decision-directed, DD) 알고리즘의 수렴은 보장되지 않는다^[4]. 이러한 문제는 MDD 알고리즘의 적용을 통하여 해결할 수 있다^[1]. BPSK 변조된 신호에 대하여 결정 장치(de-

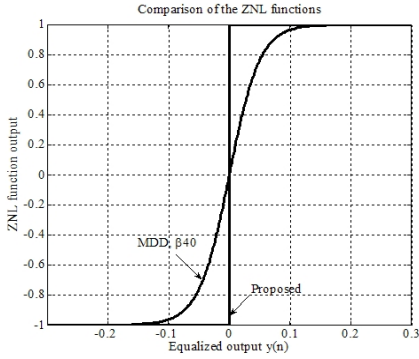


그림 3. ZNL 함수 비교
Fig. 3. Comparison of the ZNL functions.

cision device) $D(\cdot)$ 는 일반적으로 양자화기(quantizer)이므로 ZNL 함수 $\eta[\cdot]$ 는 미분 불가능한 함수로 알려져 있는 signum 함수로 나타낼 수 있다. 위와 같은 경우 탭 갱신 식 (5)는 적용될 수 없다. Filho의 논문에서는 수학적 분석이 가능하도록 signum 함수는 hyperbolic tangent 함수 $h(y, \beta)$ 로 근사화하여 식 (7)과 같이 나타내었다^[1].

$$\text{sign}[y(n)] \cong \lim_{\beta \rightarrow \infty} h(y, \beta) = \lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{(1 - e^{-\beta y})}{(1 + e^{-\beta y})} \quad (7)$$

근사화된 ZNL 함수와 이의 미분은 파라미터 β 에 따라 다른 값들을 갖는다. DD 알고리즘의 수렴 문제를 해결하기 위한 MDD 알고리즘의 다양한 수렴 상수의 적용은 위와 같은 절차를 통하여 잘 설명된다. 결과적으로 채널의 눈 모형이 닫힌 환경에서 MDD 알고리즘은 DD 알고리즘에 비하여 개선된 수렴 성능을 달성할 수 있다^[1]. 그러나 MDD 알고리즘의 적용은 hyperbolic tangent 함수 그리고 이의 미분에 대한 계산 및 채널의 변화에 따른 룩업 테이블을 위한 많은 메모리를 필요로 한다. 따라서 본 논문에서는 MDD 알고리즘의 계산량 또는 하드웨어 복잡도를 줄이기 위하여 개선된 기법을 제안한다.

2-3 제안 알고리즘

그림 3과 4는 등화기 출력 $y(n)$ 에 대한 ZNL 함수와 그의 미분에 대한 출력을 각각 나타낸다. MDD 알고리즘은 signum 함수의 미분을 취하기 어려운 문제를 해결하기 위하여 ZNL 함수로 hyperbolic tangent 함수를 사용한다. 그러나 제안하는 알고리즘의 ZNL 함수는 계산 복잡도를 줄이기 위하여 식 (8)에 나타

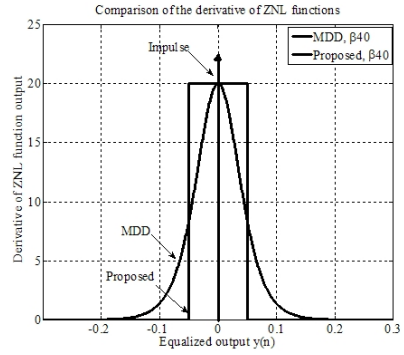


그림 4. ZNL 함수의 미분 비교
Fig. 4. Comparison of the derivative of ZNL functions.

낸 바와 같이 원래의 signum 함수로 설정하였고, 그림 3에 그 결과를 도시하였다.

$$\eta[y(n)] = \text{sgn}[y(n)] \quad (8)$$

그림 4에서 볼 수 있는 바와 같이 제안하는 알고리즘의 ZNL 함수의 미분인 디랙 델타 함수(Dirac delta function)는 협소한 사각 펄스로 식 (9)와 같이 근사화하였다.

$$\left\{ \frac{\partial \eta[y(n)]}{\partial y(n)} \right\} = \begin{cases} \beta/2, & -1/\beta < y(n) < 1/\beta \\ 0, & |y(n)| > 1/\beta \end{cases} \quad (9)$$

식 (9)에서 상수 값 $\beta/2$ 는 $y(n)=0$ 에서 MDD 알고리즘의 ZNL 함수의 기울기를 나타낸다. β 값이 커질수록 ZNL 함수의 기울기 및 이의 미분 값이 증가하므로 등화기는 수렴 속도가 빨라지는 특성을 갖지만, 등화기의 정상-상태 성능이 열화되므로 본 논문에서는 정상-상태 성능이 가장 우수한 경우의 β 값을 선정하여 전산실험을 수행하였다.

III. 모의실험 결과

성능 분석을 위하여 본 논문에서는 두 개의 다른 다중 경로 전파 채널을 고려하였다. 눈 모형이 열린 상태의 채널 1은 $h_1(n) = 0.304\delta(n+1) + 0.903\delta(n) + 0.304\delta(n-1)$ 인 모델을, 그리고 DD 알고리즘을 통하여 수렴하지 않는 눈 모형이 닫힌 상태의 채널 2는 $h_2(n) = \delta(n) - 1.8\delta(n-1) + 0.8\delta(n-2)$ 인 모델을 고려하였고, 채널의 주파수 응답을 그림 5에 나타내었다.

신호대 잡음비(Signal-to-Noise Ratio: SNR)는 40 dB인 경우에 대하여 전산실험을 수행하였고, 등화기

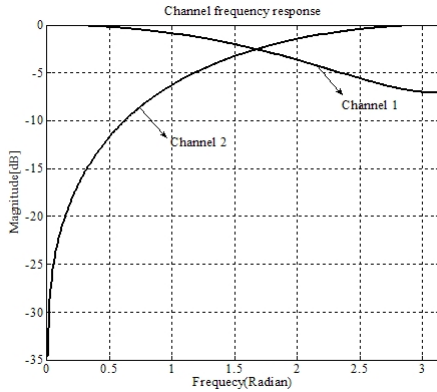


그림 5. 채널의 주파수 응답
Fig. 5. Channel frequency responses.

표 1. 계산 복잡도 비교

Table 1. Comparison of the computational complexity.

	MDD algorithm	Proposed algorithm
Exponents	6	0
Multiplications	10	0
Divisions	3	2
Additions	19	0

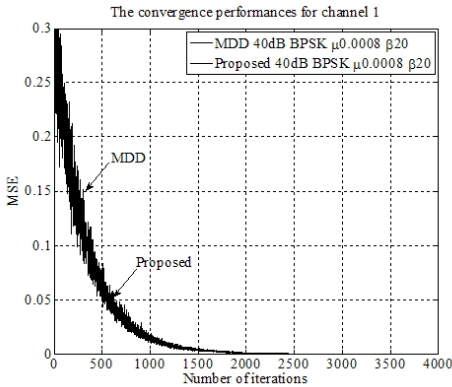


그림 6. 채널 1에서의 수렴 성능 비교
Fig. 6. The convergence performances for channel 1.

탭 가중치의 길이는 41로 설정하였다. 먼저 MDD 알고리즘과 제안하는 알고리즘의 매 심볼 갱신 시 요구되는 계산량을 비교하여 그 결과를 표 1에 나타내었다. 표 1에서 볼 수 있는 바와 같이 제안하는 알고리즘이 적용되었을 때 계산 복잡도가 크게 줄어드는 것을 확인할 수 있다.

그림 6과 7은 제안하는 알고리즘과 MDD 알고리즘의 평균 자승 오차(Mean-Square-Error: MSE) 성능

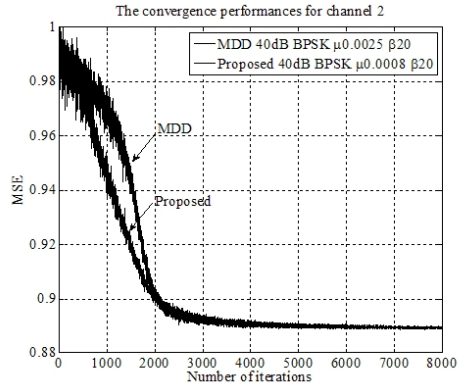


그림 7. 채널 2에서의 수렴 성능 비교
Fig. 7. The convergence performances for channel 2.

을 비교하여 그 결과를 나타낸 그림이다. 그림 6과 7에서 알 수 있는 바와 같이 제안하는 알고리즘은 MDD 알고리즘의 수렴 및 정상-상태 성능과 매우 유사한 성능을 유지한다.

IV. 결 론

본 논문에서는 Filho 등이 제안한 MDD 알고리즘의 하드웨어 복잡도 문제를 해결하기 위하여 개선된 기법을 제안하였다. 제안하는 알고리즘을 사용하여 MDD 알고리즘의 수렴 및 정상-상태 성능은 유지하면서 계산 복잡도가 크게 감소함을 확인하였다.

참 고 문 헌

- [1] J. B. D. Filho, G. Favier, and J. M. T. Romano, "New bussgang method for blind equalization", *ICASSP-97, IEEE INT. CONF.*, vol. 3, pp. 2269-2272, Apr. 1997.
- [2] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4th. Ed., Prentice-Hall, pp. 686-687, 2002.
- [3] S. Fiori, "A contribution to(neuromorphic) blind deconvolution by flexible approximated Bayesian estimation", *Signal Process*, vol. 81, no. 10, pp. 2131-2153, Sep. 2001.
- [4] J. J. Shynk, R. P. Gooch, G. Krishnamurthy, and C. K. Chan, "A comparative performance study of several blind equalization algorithms", *SPIE-91, Adaptive Signal Processing*, vol. 1565, pp. 102-117, Jul. 2005.