

수직 배열된 원형 코일 사이의 상호 인덕턴스 계산 및 해석

Mutual Inductance Calculation and Analysis between Two Circular Coils of Perpendicular Arrangement

김진욱 · 손현창 · 김도현 · 김관호 · 박영진

JinWook Kim · Hyeon-Chang Son · Do-Hyeon Kim · Kwan-Ho Kim · Young-Jin Park

요 약

본 논문에서는 무선 전력 전송 시스템에서 널리 사용되는 원형 코일 사이의 상호 인덕턴스 계산 방법과 이를 이용한 해석 결과를 제시한다. 두 원형 코일은 수직으로 배열되었다. 상호 인덕턴스 계산을 위해 수직 배열된 수전부 원형 코일의 면적을 일정한 높이의 단위 셀로 나누고, 각 단위 셀에 채교하는 자속 밀도를 구하여 상호 인덕턴스를 계산하였다. 이를 위해 두 원형 코일을 필라멘트 코일로 모델링하였고, 각 코일에서의 전류는 균일하다고 하였다. 검증을 위해 헬리컬, 스파이럴 형태로 두 원형 코일을 제작하였고, z 방향의 간격이 50~100 cm 인 구간에서 상호 인덕턴스를 측정된 결과, 본 논문에서 제시한 이론값과 일치하였다.

Abstract

In this paper, calculation method of mutual inductance for two circular coils which are widely used in wireless power transfer system and analysis results using the method are proposed. Two circular coils are arranged in a perpendicular way. For calculation of the mutual inductance, an Rx coil placed perpendicularly with the other coil is uniformly subdivided into many unit cells and both magnetic flux density linked with the Rx coil at each unit cell and the total magnetic flux density of the Rx coil are obtained. Two circular coils are considered as a filamentary coil and uniform current density on each coil is assumed. For verification, helical and spiral coils are fabricated. As a result of measurement in 50 cm to 100 cm distance, theoretical mutual inductance is almost agreed with measured one.

Key words : Circular Coil, Mutual Inductance, Perpendicular Arrangement, Wireless Power Transfer

I. 서 론

자기 공명 방식의 무선 전력 전송 시스템은 에너지를 저장하면서 전달시키는 공진 코일과 공진 코일에 전력을 인가하고 전달받는 커플링 코일로 구성된다^[1]. 이 때 공진 코일의 저항 성분과 공진 코일 사이의 상호 인덕턴스가 효율을 결정하게 된다^[1]. 특히, 상호 인덕턴스는 그 시스템이 가지는 방향성을 알 수 있게 해주기 때문에 설계 시에 시스템의 동작 특

성을 가늠할 수 있는 지표가 될 수 있다.

자기 공명 방식의 무선 전력 전송 시스템에서는 원형의 헬리컬 또는 스파이럴 공진 코일이 널리 사용된다^{[1]-[3]}. 무선 전력 전송 시스템에서 수직 배열된 공진 코일을 사용하면 벽걸이 TV나 퍼니처 임베디드 시스템 등 공간에 자유로운 시스템을 구성할 수 있기 때문에 많은 장점이 있다^[4]. 따라서 본 논문에서는 참고문헌 [4]에서 제시한 수직 배열된 공진 코일 사이의 전력 전송에 대해서 그 특성을 분석할

과학기술연합대학원대학교(University of Science and Technology: UST)

한국전기연구원(Korea Electrotechnology Research Institute: KERI)

· 논문 번호 : 20110719-072

· 교신저자 : 박영진(e-mail : yjpark@keri.re.kr)

· 수정완료일자 : 2011년 8월 18일

수 있도록 수직 배열된 두 원형 코일 사이의 상호 인덕턴스를 계산하는 방법을 제시하고, 이를 실험을 통해 검증하였다.

본문에서는 수직 배열된 두 원형 코일을 모델링하고, 상호 인덕턴스를 계산하기 위해 사용한 방법에 대해 설명한다. 그리고 실제 헬리컬, 스파이럴 코일을 통해 실험을 한 결과를 보여준다.

II. 본 론

2.1 상호 인덕턴스 계산

그림 1은 서로 수직으로 배열된 두 원형 코일을 나타낸 것이다. 송·수전부 코일은 각각 N_1, N_2 의 턴수, 반지름 r_1, r_2 를 가지는 두께가 없는 필라멘트 코일이고, 송전부 코일에 전류 I_1 이 균일하게 흐른다고 가정하였다. 송전부 코일은 XY 평면 상에서 좌표의 원점에 원의 중심이 위치하고, 수전부 코일은 YZ 평면 상에 중심이 $(x, 0, D)$ 인 점에 놓여 있다. 수전부 코일의 면적은 Δz 의 높이를 가지는 직사각형의 합으로 등가화 하였다. 그리고 각 직사각형의 중심에서의 자속 밀도는 B_i 이고, 그 값이 각 직사각형 면적에 균일하게 분포한다고 가정하였다. 이것은 두 코일 사이의 거리가 가까운 경우에는 오차가 있지만, 자기 공명 무선 전력 전송 시스템과 같이 두 코일 사이의 간격이 큰 경우에는 그 오차가 줄어든다.

상호 인덕턴스는 송전부 코일에 흐르는 전류 I_1 에 의해 수전부 코일에 쇄교되는 자속의 양을 통해 나

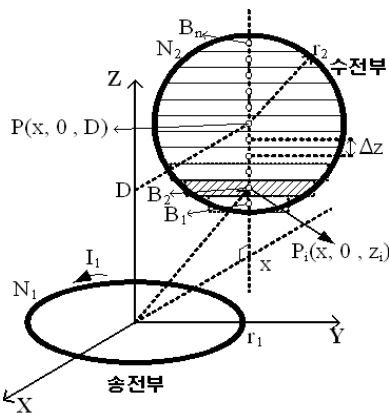


그림 1. 수직 배열된 두 원형 코일

Fig. 1. Configuration of two coils perpendicularly arranged.

타낼 수 있고, 그림 1과 같이 수전부 코일의 면적이 N 개로 나누어져 있을 때, 상호 인덕턴스는 식 (1)과 같이 각 부분에서의 자속의 합으로 나타낼 수 있다. 이때, B_{ix} 는 단일 코일에서 생성되는 자속 밀도, B_i 는 i 번째 면적 S_i 에 쇄교되는 자속 밀도를 말한다.

$$M_{12} = \frac{N_1 N_2}{I_1} \int_S \vec{B}_{1x} \cdot d\vec{s} \approx \frac{N_1 N_2}{I_1} \sum_{i=1}^N B_i S_i \quad (1)$$

단일 원형 코일에 의한 자속 밀도는 식 (2-1)과 같이 완전 타원 적분을 통해 나타낼 수 있다^[5]. 수직 배열된 수전부 코일에 전류를 유도시킬 수 있는 것은 수전부 코일의 법선 벡터에 평행한 성분인 B_x 성분이다. 따라서 다른 벡터 성분은 계산에서 제외하였다. 여기서 식 (2-2)와 식 (2-3)은 제 1차, 제 2차 완전 타원 적분 함수이다. 그리고 식 (2-4)는 완전 타원 적분 함수의 변수를 나타낸다.

$$B_x|_{x \neq 0} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} \left(\frac{m}{4r_1 x} \right)^{1/2} \left(\frac{2-m}{2-2m} E(m) - K(m) \right) \quad (2-1)$$

$$K(m) = \int_0^{\pi/2} (1 - m \sin^2 \theta)^{-1/2} d\theta \quad (2-2)$$

$$E(m) = \int_0^{\pi/2} (1 - m \sin^2 \theta)^{1/2} d\theta \quad (2-3)$$

$$m = \frac{4r_1 x}{(r_1 + x)^2 + D^2} \quad (2-4)$$

그림 1에서 임의의 점 $P(x, 0, z_i)$ 에 대응되는 직사각형의 면적은 원의 방정식을 통해 식 (3)과 같이 쉽게 구할 수 있다.

$$S_i = 2(\Delta z)^2 (i - 0.5) \sqrt{\frac{2r_2}{(i - 0.5)\Delta z} - 1} \quad (3)$$

만약 수전부 코일의 면적을 N_d 로 나누면, 식 (2)와 (3)으로부터 식 (4)와 같이 수직 배열된 두 원형 코일 사이의 상호 인덕턴스를 구할 수 있다.

$$M_{12} = 2N_1 N_2 (\Delta z)^2 \sum_{i=1}^{N_d = 2r_2/\Delta z} \cdot \left[B_x|_{z_i} \cdot (i - 0.5) \sqrt{\frac{2r_2}{(i - 0.5)\Delta z} - 1} \right] \quad (4)$$

2-2 상호 인덕턴스 측정 방법

벡터 회로망 분석기로 송전부 공진 코일에 커플링 코일을 통해 전력을 인가하고, 수신부 공진 코일에 저장되는 에너지를 또 다른 커플링 코일을 통해 받는다. 이 때, 커플링 코일과 송수전부 공진 코일 사이의 커플링 계수가 작은 경우에는 S_{21} 이 최대가 되는 서로 다른 2개의 주파수가 측정된다. 최대 전달 주파수 간의 차이($\Delta\omega$)를 측정을 하면 두 공진 코일 사이의 상호 인덕턴스를 측정할 수 있다^[6]. 참고문헌 [6]에 따라 두 공진 코일이 커플링이 되었을 때, 커플링 계수(κ_{12})는 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 Γ_1, Γ_2 는 각각 송·수전부 공진 코일의 감쇄 계수로써, $R_1/2L_1, R_2/2L_2$ 의 값으로 정의된다.

$$\kappa_{12} = \sqrt{\Gamma_1\Gamma_2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)^2\left(\sqrt{\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}} + \sqrt{\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2}}\right)^2} \quad (5)$$

커플링 계수의 정의에 의해서 두 공진 코일 사이의 상호 인덕턴스는 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다^[1]. 이때, L_1, L_2 는 각각 송·수전부 공진 코일의 인덕턴스, ω_0 는 공진 각주파수(angular self-resonant frequency)를 의미한다.

$$M_{12} = \frac{2\sqrt{L_1L_2}}{\omega_0}\kappa_{12} \quad (6)$$

2-3 제작 및 실험

그림 2는 본 논문에서 제시한 상호 인덕턴스 계산

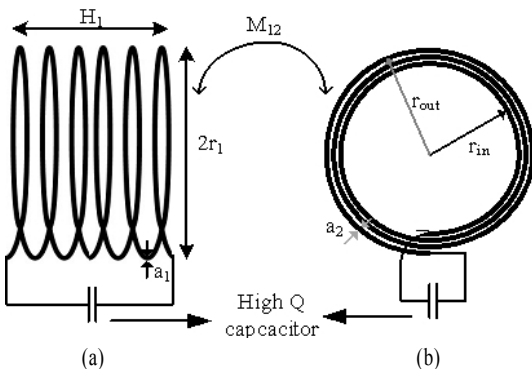


그림 2. 헬리컬, 스파이럴 공진 코일의 모습. (a) 송신 헬리컬 공진 코일, (b) 수신 스파이럴 공진 코일
Fig. 2. Schematic drawings of helical and spiral resonant coils. (a) Tx helical resonant coil, (b) Rx spiral resonant coil

법의 검증을 위해 사용한 서로 다른 형태의 코일이다. 필라멘트 코일로 등가화하여 상호 인덕턴스를 계산이 무선 전력 전송에 널리 사용되는 헬리컬과 스파이럴 코일에 모두 사용할 수 있음을 보이기 위해 서로 다른 형태의 코일을 제작하였다. 그림 2(a)는 높이가 H_1 , 반지름이 r_1 이고, 두께 a_1 인 코일로 구성된 헬리컬 형태의 송전부 공진 코일이다. 그림 2(b)는 안쪽 반지름이 r_{in} , 바깥쪽 반지름이 r_{out} 이고, 두께 a_2 인 코일로 구성된 스파이럴 형태의 수신부 공진 코일이다.

그림 3은 그림 2에서 설명한 형태로 제작하여 그림 1과 같이 수직 배열된 상태로 놓여 있는 헬리컬, 스파이럴 공진 코일의 모습이다. 두 코일의 중심 사이의 z 방향 거리가 D 이고, X축으로 x 만큼 떨어져 있음을 알 수 있다. 실험에서 x 는 230 mm로 고정하였다. 송전부 공진 코일은 $r_1=252$ mm, $H_1=90$ mm, $a_1=2.2$ mm이고, 9회 감겨진 헬리컬 코일이고, 수신부 공진 코일은 $r_{in}=230$ mm, $r_{out}=300$ mm, $a_2=3.2$ mm 이고, 10회 감겨진 스파이럴 코일이다. 두 코일 모두 구멍이 있는 모세동관을 사용하였고, Q 값이 5000 정도인 커패시터를 병렬로 연결하여 공진 코일을 구성하였다.

표 1은 제작한 공진 코일의 감쇄 계수와 커패시턴스, 자기 인덕턴스(self-inductance), 공진 주파수를 측정된 결과이다. 공진 코일은 모두 1.25 MHz에서 공진 주파수를 갖고, 송전부 공진 코일의 감쇄 계수가 수신부 공진 코일에 비해 조금 작은 형태로 측정되

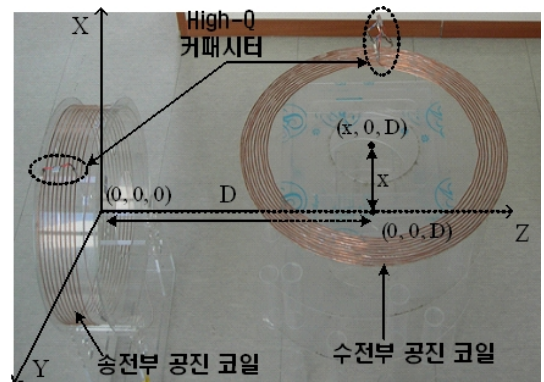


그림 3. 제작한 송전부 및 수신부 공진 코일
Fig. 3. Photographs of the fabricated Tx and Rx resonant coils.

표 1. 제작한 공진 코일의 측정 값

Table 1. Measured parameters of the fabricated resonant coils.

	$\Gamma(R/2L)$	Lumped C	Self-inductance	공진 주파수
송전부 공진 코일	8,168.14	224.40 pF	67.00 uH	1.25 MHz
수전부 공진 코일	8,325.22	148.00 pF	98.82 uH	1.25 MHz

었다. 공진 주파수는 벡터 회로망 분석기(Agilent 4395-A)를 사용하여 측정하였고, 인덕턴스와 커패시턴스 측정에는 LCR 미터(PM6304, Fluke and Philips)를 사용하였다.

그림 4는 제작한 두 공진 코일 사이의 상호 인덕턴스를 두 코일의 중심 사이의 z 방향 거리에 따라 비교한 것이다. 계산 시에 헬리컬 공진 코일은 헬리컬의 중심 ($H_1/2$)에 위치한 9회의 필라멘트 코일로, 스파이럴 공진 코일은 $(r_{in}+r_{out})/2$ 의 반지름을 가지는 10회의 필라멘트 코일로 각각 등가화 하였다. 50 cm에서 100 cm까지의 상호 인덕턴스를 측정된 결과, 본 논문에서 제시한 계산법에 의한 결과와 실제 측정된 결과가 일치함을 확인할 수 있었다. 또한, D가 작을 경우 상호 인덕턴스 크기의 감소 속도는 커지만, 거리가 증가할수록 상호 인덕턴스 크기의 감소 속도는 점점 더 줄어든다. 이유는 송전부 코일에 의

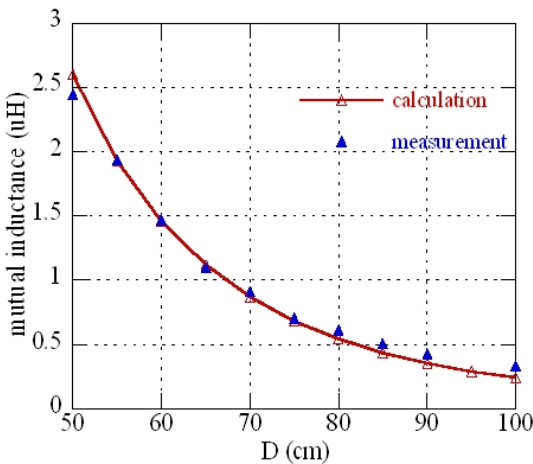


그림 4. 이론값과 측정값 상호 인덕턴스 비교
Fig. 4. Comparison of calculated and measured mutual inductances.

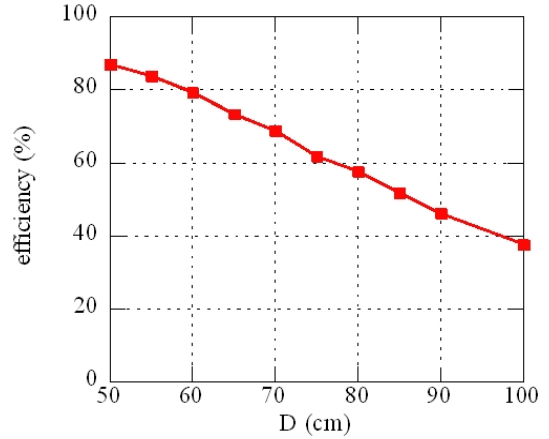


그림 5. 수직 배열된 공진 코일 사이의 효율
Fig. 5. Calculated efficiency between fabricated resonant coils perpendicularly arranged.

한 자기장의 크기가 점점 더 줄어들기 때문이다. 그림 5는 측정된 상호 인덕턴스 값을 바탕으로 두 공진 코일 사이의 최대 전력 전송 효율을 나타낸 것이다. 효율 계산에는 참고문헌 [1]의 효율 식을 사용하였다.

$$\eta_{max} = \frac{\kappa_{12}^2}{\Gamma_1 \Gamma_2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\kappa_{12}^2}{\Gamma_1 \Gamma_2}} \right)^2 \quad (7)$$

그림 5에서처럼 50 cm에서 87 %, 100 cm에서는 38 % 정도의 효율을 가짐을 알 수 있다. 헬리컬과 스파이럴 형태에 대한 저항 성분은 수 MHz 이하에서는 주로 전도 저항에 의한 영향이 크기 때문에 도체의 종류와 길이에 따라 저항이 결정된다. 따라서 사용할 코일의 종류가 결정되면 상호 인덕턴스를 계산하여 수직 배열에 따른 효율을 대략적으로 확인해 볼 수 있다. 그림에서처럼 두 공진 코일이 수직으로 배열되어 있을 경우에도, 60 cm 이하에서는 80 % 이상의 높은 효율을 가짐을 알 수 있다. 이러한 결과는 송·수전부 공진 코일 사이의 배열에 관계없이 높은 효율로 전력 전송이 가능함을 의미한다.

III. 결 론

본 논문에서는 수직 배열된 두 원형 코일 사이의

상호 인덕턴스를 계산하는 방법을 제시하였다. 그리고 계산 방법의 검증을 위하여 실제 헬리컬, 스파이럴 형태의 공진 코일을 제작하여 검증하였다. 이론값과 측정된 상호 인덕턴스가 z 방향의 간격 D 에 따라 일치함을 확인하였다. 측정된 상호 인덕턴스를 통해 효율을 알아 본 결과, 100 cm에서 약 38 %의 효율을 가졌다. 본 논문에서 제시한 상호 인덕턴스 계산법은 수직 배열된 자기 공명 시스템에 잘 적용할 수 있고, 이를 이용하여 자기 공명 시스템의 특성을 미리 확인해 볼 수 있을 것으로 예측된다. 또한, 저주파 RFID 시스템 설계에서도 활용될 수 있다.

참 고 문 헌

[1] A. Kurs, A. Karalis, R. Moffatt, J. D. Joannopoulos, P. Fisher, and M. Soljačić, "Wireless power transfer via strongly coupled magnetic resonances", *Science express*, vol. 317, Jul. 2007.

[2] A. P. Sample, D. T. Meyer, and J. R. Smith, "Analysis, experimental results, and range adaptation of

magnetically coupled resonators for wireless power transfer", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 2, pp. 544-554, 2010.

[3] 김진욱, 지현호, 최연규, 윤영현, 김관호, 박영진, "자기 공명 무선 전력 전송 시스템에서 공진 코일의 배열에 관한 연구", 한국전자과학회논문지, 21(6), 2010년 6월.

[4] Jinwook Kim, Hyeon-Chang Son, Kwan-Ho Kim, and Young-Jin Park, "Efficiency analysis of magnetic resonance wireless power transfer with intermediate resonant coil", *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 10, pp. 389-392, 2011.

[5] R. H. Good, "Elliptic integrals, the forgotten functions", *European Journal of Physics*, vol. 22, pp. 119-126, 2001.

[6] A. Karalis, "Novel photonic phenomena in nanostructured material systems with applications and mid-range efficient insensitive wireless energy-transfer", *Doctorial Dissertation in MIT*, pp. 111-146, 2008.

김 진 욱



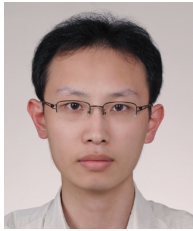
2009년 2월: 아주대학교 전자공학부 (공학사)
 2009년 3월~현재: 과학기술연합대학원대학교(UST) 전력정보통신공학과 석·박사 통합과정
 [주 관심분야] 무선 전력 전송

손 현 창



2010년 2월: 한양대학교 전자통신공학과 (공학사)
 2011년 3월~현재: 과학기술연합대학원대학교(UST) 전력정보통신공학과 석사과정
 [주 관심분야] 무선 전력 전송

김도현



2009년 2월: 연세대학교 전기전자공학부 (공학사)
2010년 3월~현재: 과학기술연합대학원대학교(UST) 전력정보통신공학과 석·박사 통합과정
[주 관심분야] 무선 전력 전송

박영진



1997년: 중앙대학교 전자공학과 (공학사)
1999년: 한국과학기술원 전기전자과 (공학석사)
2002년: Universitaet Karlsruhe 전기전자과 (공학박사/Dr.-Ing.)
2002년 11월~현재: 한국전기연구원 전기정보망연구그룹
2004년 3월~현재: 과학기술연합대학원대학교 전력정보통신공학과 겸임교원
[주 관심분야] Impulse UWB Radar(GPR, RTLS), Wireless Power Transmission, Automotive Radar

김관호



1978년: 숭전대학교 전자공학과 (공학사)
1980년: 연세대학교 전자공학과 (공학석사)
2008년 2월: 연세대학교 전자공학과 (공학박사)
1980년~1983년: 한국전력공사
1983년~2011년 5월: 한국전기연구원 전기정보망연구센터 센터장
2011년 6월~현재: 한국전기연구원 의료 IT융합연구본부 본부장
[주 관심분야] 전파통신, 전력선통신 시스템, 무선에너지 전송, UWB레이더 및 센서