

## Evaluations of the Robustness of Guidance Controller for a Bimodal Tram

윤 경 한\* · 이 용 상\*\* · 민 경 득\*\*\* · 김 영 철† · 변 윤 섭§

(Kyong-Han Yun · Yong-Sang Lee · Kyung-Deuk Min · Young-Chol Kim · Yeun-Sub Byun)

**Abstract** - This paper is concerned with the robustness evaluations of the guidance controller for a bimodal tram which is being developed by the Korea Railroad Research Institute (KRRI). The bimodal tram is an all-wheel steered multiple-articulated vehicle as a new kind of transportation vehicle. This vehicle has to be equipped with an automatic guidance system. In [1], such a controller has been recently proposed. However, since the performance is affected by weight change of the vehicle due to number of the passenger, model parameter uncertainties depending on the state of friction and the elasticity of the tire, and a typhoon, the controller designed must be examined with these conditions. As expected, because the vehicle dynamics is highly nonlinear, for the sake of investigating the robustness of the controller we compose two simulation ways based on the vehicle models which are implemented by the ADAMS and the MATLAB/LabVIEW toolboxes. Different uncertainties and a typhoon disturbance have been considered for the simulation conditions. Simulation results are shown.

**Key Words** : Bimodal tram, Automatic guidance controller, Robustness, Simulations, ADAMS

### 1. 서 론

도시에서의 교통 혼잡도가 증가함에 따라 인적, 물적 소통의 체증에 의한 경제적 손실이 커지고 있어서 각 나라가 대체 교통수단을 개발하는 추세이다. 특히 최근에는 근거리 도시버스(commuter bus)와 궤도차량(railroad vehicle)의 장점을 살린 BRT(bus rapid transit)시스템 개발이 관심을 끌고 있다. 대표적인 시스템으로는 미국과 프랑스에서 운행중인 CIVIS, 네델란드 APTS사에서 개발된 Phileas 등이 있다 [1]. 국내에서는 한국철도기술연구원(KRRI) 주관으로 APTS사의 전문조향 굴절차량(all-wheel steered articulated vehicle)과 유사한 구조의 바이모달트램을 개발하고 있다. 바이모달트램은 2대의 객차가 연결된 굴절차량 형태로써 모든 차륜이 독립적으로 조향될 수 있으며 2축과 3축 차륜에 추진모터를 통해 동력이 전달되는 구조를 갖는다. 일반도로 및 전용도로에서 자동주행이 가능하도록 자기적 유도방식을 채용하고 있다. 차선 중앙에 1~4 m 간격으로 자기표지(magnet marker)를 매설하고 차량 각 차축 하단에 취부한 자기감지센서를 이용하여 주행 중인 차량의 위치와 기준차

선으로 부터의 횡방향 오차를 추정하게 된다. 자동주행차치는 세 가지 기능의 제어기로 구성되는데, 기준 차선을 유지하도록 각 차륜의 조향각을 조절하는 안내제어 시스템, 정류장과 정류장 사이 미리 설정된 기준 속도를 추종하게 하는 추진/제동제어 시스템, 차량을 정류장에 자동으로 정밀 정차시키기 위한 자동도킹제어 시스템이 그것이다.

바이모달트램용 자동 안내제어기 설계와 관련하여 수행된 연구에서는 굴절차량의 이론적 동역학 모델을 수립하고[3, 4] 수립된 동역학모델에 근거한 안내제어기를 설계하였으며 [1, 2, 10], 특히, 차량에 탑재할 때 모델링 오차 등을 고려하여 최적의 성능을 내기 위해 튜닝이 가능하도록 고정이득의 저차제어기 형태로 고려되었다.

설계된 자동주행제어기를 실제 차량에 탑재하기 위해서는 여러 가지 운전조건에서 제어기가 어느 정도의 제어성능을 보장할 수 있는지를 평가할 필요가 있다[12]. 탑승 승객 수에 따라 변동하는 차량의 무게, 타이어의 상태 변화나 축하중 변화에 의한 회전강성계수(cornering stiffness coefficient)의 변화, 도로면의 점착계수의 변화와 같은 모델 파라미터의 불확실성과 횡 방향으로 불어오는 태풍 등과 같은 외란이 제어성능에 영향을 줄 수 있다. 한 예로, 차량 하중은 만재 시 공차에 비해 무려 9000 Kg이나 증가하여 47%의 변동율을 갖게 된다. 회전강성계수는 타이어의 미끄러짐 각(slip angle)과 타이어에 작용하는 횡력의 비율로 정의되는데 일반적으로 이 파라미터는 매우 큰 범위에서 변동한다. 도로면과 타이어의 점착계수는 도로 표면의 건조 상태와 노면의 상태에 따라 0부터 1사이의 값을 갖는다. 예를 들면 노면에 눈이 내린 조건에서는 0에 가까운 점착계수를

\* 정 회 원 : 국방과학연구소 선임연구원  
 \*\* 준 회 원 : (주) LG 디스플레이 연구원  
 \*\*\* 정 회 원 : 충북대학교 전자공학과 박사과정  
 † 교신저자, 시니어회원 : 충북대 공대 전자공학과 교수  
 E-mail : yckim@cbnu.ac.kr  
 § 정 회 원 : 한국철도기술연구원 선임연구원  
 접수일자 : 2011년 8월 14일  
 최종완료 : 2011년 9월 20일

나타나게 된다. 안내제어 성능에 영향을 주는 일종의 외란 입력으로서 자동주행 중에 시속 40 Km/h 크기의 태풍이 차량의 횡방향에서 불어오는 경우를 고려한다.

본 논문에서는 이러한 자동운전 한계 조건에서 설계한 자동 주행제어기의 강인성(robustness)을 평가하는 방법을 제시하고자 한다. 기본적으로 차량의 동역학 모델[3, 4]이 고차의 비선형 미분방정식으로 나타나기 때문에 실시간으로 영향을 분석 가능하도록 김영철 등이 개발한 GUI 구조의 Matlab tool [6]과 새로이 구성한 LabVIEW tool을 활용하게 된다. 또한 이러한 수리적 모델과 별개로 한국철도기술연구원에서 ADAMS[9]를 이용하여 구축한 바이모달트랩 모델을 사용하게 된다. 신뢰성을 얻기 위해 두 모델 사이에 유사성을 검증하고, 설계된 안내제어기와 ADAMS 모델과의 연결은 Simulink 프로그램을 이용하여 구성하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 차량의 비선형 동역학 모델 및 제어기 설계를 위한 선형모델과 안내제어기 구조에 대한 내용을 기술하였으며, 3장에서는 설계된 제어기에 대해 주행환경의 변화에 대한 주행 시뮬레이션을 통해 강인성을 평가하고, 그 결과에 대한 분석내용을 다루었다.

## 2. 바이모달트랩의 동역학 모델과 자동주행제어기

본 논문에서 고려하는 바이모달트랩의 제원을 부록에 나타내었다. 이 장에서는 김영철 등[3, 4]이 제시한 비선형동역학 모델을 간단히 요약하기로 한다. 차량동역학 모델은 4차의 비선형미분방정식으로 나타나며, 선형제어기를 설계하기 위해 유도된 선형모델도 보인다. 이어서 김영철 등[1, 2, 4, 5, 10]에 제시한 안내 및 속도추종제어기를 간단히 요약하기로 한다. 이는 3장에서 다룰 제어기 강인성 평가를 할 때 불확실성을 고려하는 주요 모델 파라미터가 차량과 어떻게 연관되는지를 보이기 위함이다.

### 2.1 횡방향 동역학 모델

굴절차량의 비선형 동역학 모델은 차량의 에너지와 차량에 가해진 힘의 평형관계로부터 Lagrange 방정식을 이용하여 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{F}_g \quad (1)$$

$$L = T - V$$

여기서  $\mathbf{q}$ 는 차량의 위치벡터,  $L$ 은 차량의 에너지,  $\mathbf{F}_g$ 는 차량에 가해진 외력의 총 합이다. 차량의 에너지  $L$ 은 운동에너지  $T$ 와 위치에너지  $V$ 의 차이로 표현되며, 차량이 평면운동을 한다고 가정할 경우 운동에너지  $T$ 만으로 나타낼 수 있다. 그림 1은 관성좌표계에서 차량의 위치와 자세를 나타낸 것이다.

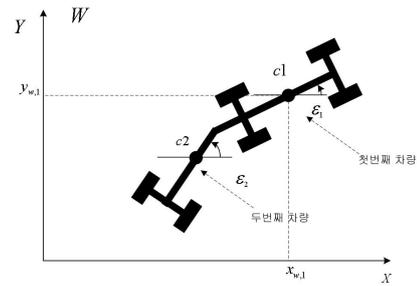


그림 1 관성좌표계에서 굴절차량의 표시  
Fig. 1 Vehicle configuration at inertia frame

그림 1에서  $c1$ 과  $c2$ 는 각 객차의 무게중심점이며,  $\epsilon_1$ 과  $\epsilon_2$ 는 각 객차의 방위각이다. 굴절차량의 위치와 자세는 식 (2)의 위치벡터를 이용하여 표시한다.

$$\mathbf{q}_w = [x_{w,1} \ y_{w,1} \ \epsilon_1 \ \epsilon_2]^T \quad (2)$$

차량에 가해지는 외력은 타이어의 마찰력과 외란의 합으로 이루어진다. 차량의 운동에너지  $T$ 와 마찰력을 고려한 타이어 동역학 모델을 고려하여 차량의 비선형 동역학 모델을 유도하면 식 (3)-(5)와 같이 표현할 수 있다.[3]

$$\mathbf{M}_w \ddot{\mathbf{q}}_w + \mathbf{C}_w \dot{\mathbf{q}}_w = \mathbf{F}_g \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_g = \mathbf{F}_{tire}(\mathbf{q}_w, \dot{\mathbf{q}}_w) + \mathbf{F}_{dist} \quad (4)$$

$$\mathbf{F}_{tire}(\mathbf{q}_w, \dot{\mathbf{q}}_w) = \sum_{i=1}^2 \{ \mathbf{L}_{w,xi} \mathbf{R}_{wi}^{-1} \mathbf{T}_{di} + \mathbf{L}_{w,yi} (\mathbf{R}_{wi}^{-1} \mathbf{T}_{Di} \delta_i + \mathbf{C}_i (\delta_i - \xi_{ii})) \} \quad (5)$$

위 식에서 지수  $i$ 는 좌측과 우측 바퀴를 나타내며,  $\xi_{ii}$ 는 차체의 미끄러짐각 (body slip angle) 또는 속도방위각,  $\mathbf{T}_{dri}$ 는 각 바퀴에 입력되는 구동 토크,  $\delta_i$ 는 각 바퀴에 입력되는 조향각,  $R_{wi}$ 는 각 바퀴의 반경,  $\mathbf{C}_i$ 는 회전강성 계수(cornering stiffness coefficient)를 나타낸다.  $\mathbf{L}_{w,xi}$ 와  $\mathbf{L}_{w,yi}$ 는 종방향 및 횡방향 힘 성분을 상태변수로 사상하기 위한 변환행렬이다. 식 (3)-(5)의 비선형 동역학 모델에 대한 세부적인 관계 및 계수행렬들은 부록 2에 나타내었다.

비선형 동역학 모델과 ADAMS환경에서 구현된 차량모델의 유사성에 대해서는 회전반경 50~150m 범위의 곡선경로 주행 시뮬레이션을 통해 비교하였다.[3] 두 모델의 주행궤적에 대한 비교 결과 회전반경 150m정도의 곡선구간에서 회전반경이 20cm정도의 차이를 보였으며, 회전반경 50m정도의 구간에서는 최대 40cm정도 차이를 보였다.

차량이 곡선경로를 주행할 때 좌측과 우측 타이어에 대한 축하중의 변화는 회전강성계수의 변화를 유발하게 되며, 이로 인해 좌우측 타이어의 미끄러짐각이 다르게 발생하게 된다. ADAMS 환경에서 구현된 차량모델은 타이어 모델에 이러한 조건이 고려되었으나, 식 (3)-(5)의 비선형 동역학 모델에서 사용한 타이어 모델은 축하중의 변화를 고려하지 않고, 좌우측 타이어가 동일하다는 가정하게 수립된 근사화된 모델이므로 시뮬레이션 결과에서 위와 같은 차이를 보인 것으로 판단된다.

식 (3)-(5)는 관성좌표계에서 나타낸 차량의 비선형 동역학 모델이며, 선형제어기 설계를 위해 선형 동역학 모델을

유도하려면 식 (6)의 회전변환 관계를 이용하여 차량중심좌표계의 비선형 동역학 모델로 변환해야 한다.

$$\dot{\mathbf{q}}_v = \mathbf{T} \dot{\mathbf{q}}_w \quad (6)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \epsilon_1 & \sin \epsilon_1 & 0 & 0 \\ -\sin \epsilon_1 & \cos \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

식 (7)은 회전 변환된 차량중심좌표계의 모델이다.

$$\mathbf{M}_v \ddot{\mathbf{q}}_v + \mathbf{C}_v \dot{\mathbf{q}}_v = \sum_{i=1}^2 \{ \mathbf{L}_{v,\xi} \mathbf{R}_{wi}^{-1} \mathbf{T}_{di} + \mathbf{L}_{v,y_i} (\mathbf{R}_{wi}^{-1} \mathbf{T}_{Di} \delta_i + \mathbf{C}_i (\delta_i - \xi_{ti})) \}$$

$$\mathbf{q}_v = [x_{v,1} \ y_{v,1} \ \epsilon_1 \ \epsilon_2]^T \quad (7)$$

차량중심좌표계는 차량의 무게중심점을 원점으로 하고, 차량의 종방향, 횡방향을 각각 x-축과 y-축으로 하는 좌표계이다. 식 (7)에서  $x_{v,1}$  은 차량의 주행거리를 나타낸다.  $y_{v,1}$ 은 횡방향 편이(deviation)를 나타내는 값으로, 2차 미분 값인 횡가속도를 이용하여 2.3절에서 설명하게 될 경로오차 관계식을 유도하는데 사용된다. 식 (7)의 각 계수행렬들은 차량의 굴절각  $\theta$ 의 함수 형태로 나타낸다. 차량중심좌표계의 비선형 동역학 모델을 선형화하기 위해서 다음과 같은 몇 가지 가정을 고려한다.

- i) 차량의 굴절각  $\theta$ 가 충분히 작다. ( $\theta \approx 0$ )
- ii) 차량의 직진방향 속도( $V$ )가 일정하다.
- iii) 차량이 곡선경로를 주행할 때 경로오차는 회전반경에 비해 매우 작다.
- iv) 차량의 피치와 롤 운동은 무시할 수 있으며, 횡방향 운동량이 충분히 작다.

위의 가정과 식 (7)에서 종방향 운동성분을 분리하면 식 (8)의 횡방향 선형 동역학 모델을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_r \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_r \mathbf{q} = \mathbf{F}_r \delta_i \quad (8)$$

$$\mathbf{q} = [y_v \ \epsilon_1 \ \epsilon_2]^T$$

식 (8)의 각 계수행렬은 부록 3에 나타내었다.

### 2.2 종방향 동역학 모델

굴절차량의 종방향 동역학 모델은 차량에 가해진 힘과 차량의 운동에너지의 평형관계로부터 식 (9)와 같이 표현할 수 있다[11].

$$\dot{V} = Rr \frac{T_e - Rr \{ C_a (V + V_{wind})^2 + C_f m g \cos \theta + m g \sin \theta \}}{J_e} \quad (9)$$

여기서,  $J_e = I_e + R^2(I_w + m r^2)$  이며,  $V$ 는 차량의 속도,  $T_e$ 는 엔진으로부터 구동장치에 인가되는 토크이고 기타 각 파라미터는 다음과 같다.  $C_a$  :공기력학적 저항 계수 (aerodynamic drag coefficient: 2.4242 kg/m),  $C_f$  :구름저항

계수(rolling resistant coefficient: 0.0175),  $I_e$  :전인 모터의 회전관성 ( $1.2177 \text{ kg m}^2$ ),  $I_w$  :차축의 회전관성 ( $63.6 \text{ kg m}^2$ ),  $R$  :치차 비 (0.916),  $r$  :바퀴 반경,  $\theta$  :도로 경사각,  $V_{wind}$  : 풍속,  $m$  :차량 무게( $m = m_1 + m_2$ ).

### 2.3 자동안내제어기

자동안내제어기는 주행 중인 차량이 차로의 중앙 차선을 따라 설정된 기준경로를 추종하도록 각 바퀴의 조향각 (steering angle)을 제어하는 장치이다. 바이모달트랩은 차로 중앙에 약 4m 간격으로 매입된 자기표지를 자기센서로 감지하여 차량의 위치를 추정하고, 이 추정값을 이용하여 차량과 기준경로 사이의 경로오차를 계산하여 안내제어 입력을 결정하게 된다. 본 논문에서는 제어기의 강인성 평가에 집중하기 위해 주행 차량의 위치추정 오차 문제 등은 고려하지 않기로 한다. 굴절차량의 안내제어기 설계를 위한 모델은 식 (8)의 횡방향 선형 동역학 모델을 이용한다. 식 (8)을 상태변수를 이용하여 상태공간 모델로 나타내면 식 (10)과 같이 된다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}_r & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}_r \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}_r \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (10)$$

$$= \mathbf{A}_u \mathbf{x} + \mathbf{B}_u \mathbf{u}$$

여기서,

$$\mathbf{x} = [\mathbf{q}^T \ \dot{\mathbf{q}}^T]^T \mathbf{u} = [\delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3]^T \quad (11)$$

횡방향 선형 동역학 모델과 기준 주행경로에 대한 정보를 이용하여 경로오차에 대한 선형화된 관계식을 유도하면 식 (12)와 같이 된다

$$\ddot{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} 0 & V & 0 & 1 & l_{s1} & 0 \\ 0 & V & 0 & 1 & -l_{s2} & 0 \\ 0 & V & 0 & 1 & -d_{r1} & -(d_{f2} + l_{s3}) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} - \rho V^2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$= \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{D}$$

식 (12)에서  $\mathbf{y}$ 는 차량 각 축 부근에 설치된 세 개의 자기센서 위치에서의 경로오차  $[y_{r1} \ y_{r2} \ y_{r3}]^T$ 이고,  $\rho$ 는 곡선 경로에서 차량의 회전반경  $R$ 의 역수로 주어진다. 차량의 길이에 대한 정보  $l_{s1}, l_{s2}, l_{s3}, d_{r1}, d_{f2}$ 는 그림 2에서와 같이 각각 차량 무게중심점에서 자기센서까지의 거리와 굴절 점까지의 거리를 나타낸다.

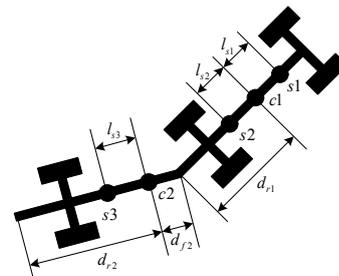


그림 2 차량 길이를 나타내는 파라미터

Fig. 2 Vehicle length parameter

그림 3은 자동 안내제어시스템의 블록선도를 나타낸다. 안내제어기는 피드백 제어기와 전향보상기로 구성된다. 주행경로에 대한 곡률반경은 미리 알 수 있으므로 전향보상기를 이용하면 곡선구간에서의 경로오차를 감소시킬 수 있다. 이 경우 식 (12)는 식 (13)과 같이 된다.

$$\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{C}\mathbf{A}_u\mathbf{x} + \mathbf{C}\mathbf{B}_u\mathbf{u} \quad (13)$$

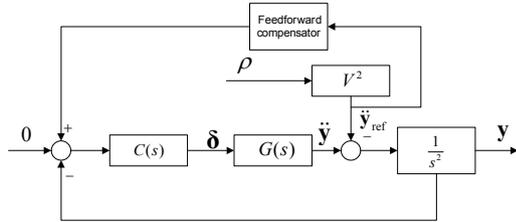


그림 3 자동 안내제어 시스템 블록선도  
Fig. 3 A block diagram of automatic guidance controller

식 (10)과 식 (12)의 관계로부터 횡방향 동적모델을 전달 함수 형태로 나타내면 식 (14)와 같다.

$$\begin{bmatrix} y_{r1} \\ y_{r2} \\ y_{r3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

전달함수  $G(s)$ 는 주행속도 7m/sec에서 선형화된 선형모델을 이용하여 계산되었으며, 각 서브시스템에 대한 전달함수는 참고문헌[3]을 참조한다. 김영철 등은  $G(s)$ 의 상대이득 행렬 해석을 통해 이 시스템을  $[\delta_1 \ \delta_2]^T$ 를 입력으로 하고,  $[y_{r1} \ y_{r2}]^T$ 를 출력으로 하는 2-입력, 2-출력 시스템과  $\delta_3$ 를 입력으로 하고,  $[y_{r1} \ y_{r2} \ y_{r3}]^T$ 를 출력으로 하는 2개의 시스템으로 분리할 수 있음을 보였다 [4, 5]. 2-입력, 2-출력 시스템에 대해서는 분리를 설계하여 입출력관계를 분리시킨 후 분리된 세 개의 시스템에 대해 분산제어기를 설계한다.

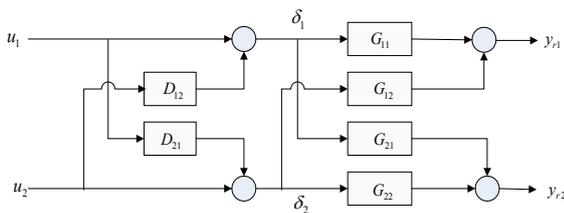


그림 4 2-입력, 2-출력 분리기 시스템  
Fig. 4 Conventional decoupling for a 2-input, 2-output system

2-입력, 2-출력 시스템에 대해 디커플러가 적용된 구조를 그림 4에 나타내었다. 이 시스템에서 디커플러 전달함수  $D_{12}, D_{21}$ 은 식 (15)와 같이 설계될 수 있다.

$$D_{12} = -\frac{G_{12}}{G_{11}}, \quad D_{21} = -\frac{G_{21}}{G_{22}} \quad (15)$$

안내제어 시스템에 적용된 분산제어기는 다음과 같은 설계기준을 만족하도록 설계되었다[1].

- i) 최소 곡률반경 50m의 곡선경로에서 7m/sec로 주행할 때 안내제어 편차가 10cm를 넘지 않는다.
- ii) 페루프 대역폭은 1.2Hz를 넘지 않는다.
- iii) 제어기 이득을 조절할 수 있도록 가능한 한 저차제어기로 설계한다.

위의 설계명세를 만족하는 고정, 저차제어기  $C_1, C_2, C_3$ 가 적용된 분산제어 블록선도를 그림 5에 보인다. 설계된 각 제어기의 전달함수는 식 (16)와 같다[1, 2, 4].

$$\begin{aligned} C_1(s) &= \frac{4.82s + 21.29}{s + 10.00} \quad (BW: 0.8Hz) \\ C_2(s) &= \frac{1.26s + 5.14}{s + 3.00} \quad (BW: 1.01Hz) \\ C_3(s) &= \frac{3.54s + 17.42}{s + 10.00} \quad (BW: 1.01Hz) \end{aligned} \quad (16)$$

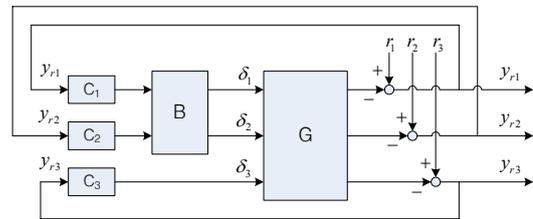


그림 5 횡방향 안내제어를 위한 분산제어기 블록선도  
Fig. 5 A Block diagram of decentralized controller for lateral guidance control

그림 3의 전향보상기는 다음 3장에서 언급하는 바와 같이 강인성 평가 시 고려하지 않기 때문에 구체적 내용은 김영철 등[2]을 참고하고 여기서는 생략하기로 한다.

### 2.4 자동 속도추종제어기

자동주행장치에서는 정지 시의 기동, 차로의 직선/곡률 정도, 정차시의 제동 등 경로와 운전조건에 따라 차량의 기준속도(reference speed)를 사전에 미리 설정해 놓게 된다. 속도추종제어는 이 기준운행 속도를 차량이 추종하도록 추진장치와 제동장치에 가해지는 토크 입력을 조절하는 것을 말한다. 이 절에서는 2.2절에 설명한 종방향 동역학 모델에 대해 슬라이딩 모드 제어방식을 이용하여 설계된 속도추종제어기[9]를 요약하고자 한다.

식 (9)의 종방향 동역학 모델을 상태방정식 형태로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_p &= Ax_p + Bu_p + DT_L \\ y_p &= Cx_p \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,  $x_p = V, u_p = T_e$ 로 정의하며, 외란  $T_L$ 과 파라미터는 다음과 같다.

$$T_L := C_f m g \cos\theta + m g \sin\theta + C_a V_{wind}^2 \quad (18)$$

$$A = -\frac{(Rr)^2}{J_e} C_a, \quad B = \frac{Rr}{J_e}, \quad C = 1, \quad D = -\frac{(Rr)^2}{J_e} \quad (19)$$

식 (17)에 대한 공칭모델의 파라미터 값을 다음과 같이 놓는다.

$$A_{pm} = -\frac{(\overline{Rr})^2}{J_e C_a}, \quad B_{pm} = \frac{\overline{Rr}}{J_e}, \quad C_{pm} = \overline{C} \quad (20)$$

이 시스템에 대한 속도추종을 위한 기준모델을 식 (21)과 같이 정의한다.

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m u_p(t) \quad (21)$$

여기서,  $A_m < 0$ ,  $B_m = -A_m$ 로 가정한다. 슬라이딩 평면을 식 (22)와 같이 정의한다.

$$S_\beta(t) = e(t) + \beta \int_0^t e(\tau) d\tau - e(0), \quad (22)$$

여기서,  $\beta = B_m$ 이고, 속도 추종오차는 다음 식으로 정의한다.

$$e(t) = x_m(t) - x_p(t) \quad (23)$$

결과적으로, 슬라이딩 모드 속도 추종제어기는 식 (24)와 같이 구해진다[9]

$$u_p(t) = u_a(t) + u_s(t) \quad (24)$$

$$u_a(t) = B_{pm}^{-1}[-\beta(A_m + \beta) \int_0^t e(\tau) d\tau + (A_m - A_{pm})x_p(t) + B_m u_p] \quad (25)$$

$$u_s(t) = B_{pm}^{-1} [K_a S_\beta(t) + K_b \text{sgn}(S_\beta(t))] \quad \begin{cases} K_a > A_m + \beta \\ K_b > |W(t)| \end{cases} \quad (26)$$

$$W(t) = \Delta A x_p(t) + \Delta B u_p(t) + (C_{pm} + \Delta C) T_L(t) \quad (27)$$

$$\Delta A := A - A_{pm}, \quad \Delta B := B - B_{pm}, \quad \Delta C := C - C_{pm} \quad (28)$$

바이모달트램을 위해 설계된 제어기 이득 값은  $[K_a \ K_b] = [200, \ 0.0001]$ 이고,  $A_m = -10$ ,  $B_m = \beta = 10$  이다.

### 3. 바이모달트램 안내제어기의 강인성 평가

이론적 모델과 실제 차량 간에는 모델링 오차나 파라미터 불확실성 등이 존재하고, 여러 가지 외란 입력이 작용되기

때문에 가능한 불확실성 범위에서 설계된 제어기의 강인성을 평가할 필요가 있다. 승객수 변동에 의한 차량의 무게의 변화, 축하중에 따라 변하는 타이어의 회전강성 계수, 도로 상태에 따라 변하는 점착계수, 태풍급 강풍 외란 등은 안내 제어기의 경로오차 정밀도에 직접적인 영향을 줄 수 있는 요인들이다. 본장에서는 설계된 제어기가 이러한 요인들에 대해 어느 정도의 강인성을 갖는지를 시뮬레이션을 통해 평가하기 위한 도구와 방법을 제시하고자 한다.

#### 3.1 강인성 평가를 위한 운전 조건

(1) **바이모달트램의 안내제어 요구 성능 및 공칭 제어기:** 2장에서 기술한 안내제어기는 표 1의 공칭값을 기준으로 설계된 것이며, 표 2는 바이모달트램의 안내제어에 요구되는 성능기준과 비선형동역학 모델 이용하여 수행한 공칭 운전조건에서의 안내제어기의 시뮬레이션 결과이다. 공칭조건에서는 모든 요구조건을 만족함을 보이고 있다. 표 2의 결과는 피드백 제어기와 전향보상기를 함께 사용한 결과인데 강인성 정도를 보다 잘 드러내기 위해 피드백 제어기[식 (16)]만 사용한 경우에 대해 적용하기로 한다.

표 1 공칭 파라미터

Table 1 Nominal parameter

파라미터		공칭값	비 고
차량의 무게	Carriage 1	9289	공차
	Carriage 2	9676	공차
도로 점착계수		1	
회전강성	회전강성1	111000	
	회전강성2	293000	
	회전강성3	135000	
차량의 속도		3 - 7 m/s	

표 2 안내제어기 성능 요구조건 및 설계된 제어기의 시뮬레이션 결과(공칭조건)

Table 2 Required performance and simulation result of guidance controller(nominal condition)

운행속도	기준경로	허용오차	오차범위
저속운행 (25 km/h 이하)	직선	+/-5cm 이내	+/-1cm 이내
	곡률반경 50m	+/-30cm 이내	+/-10cm 이내
고속운행 (40 km/h 이상)	직선	+/-20cm 이내	+/-1cm 이내
	반경 200m	+/-20cm 이내	+/-4cm 이내

(2) **주행경로:** 시뮬레이션에 적용할 주행경로는 그림 6과 같이 경북 밀양에 조성된 바이모달트램 주행시험용 트랙이며, 이 트랙의 최소 곡률반경은 약 12m이다.

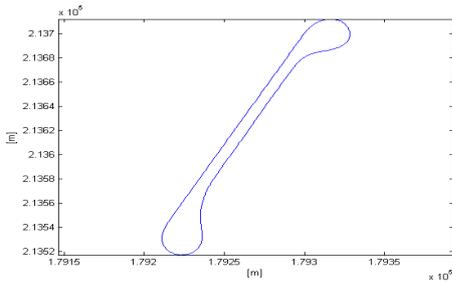


그림 6 시물레이션을 위한 차량 주행경로  
Fig. 6 Vehicle driving path for simulation

(3) 강인성 평가 방법: 시물레이션은 3차원 다물체 동역학 해석도구인 ADAMS[9]로 구현된 차량모델과 비선형동역학 모델을 이용하여 수행되었다[6]. ADAMS 모델은 한국철도기술연구원 이 ADAMS환경으로 구축한 모델이다. 선행 시물레이션을 통해 두 모델이 매우 유사한 동특성을 가짐을 확인하였다. 2장에서 기술한 안내제어기와 ADAMS 모델과의 인터페이스는 그림 7과 같이 Simulink 환경에서 구현하였다. 속도제어기의 시물레이션도 이와 유사하다.

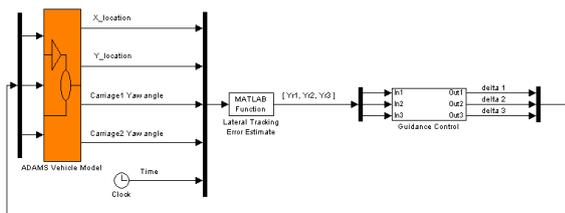


그림 7 ADAMS 차량모델과 안내제어기로 구성된 Simulink 블록선도  
Fig. 7 Simulink block diagram consist of the ADAMS model and a guidance controller

(4) 강인성 평가를 위해 고려하는 주요 운전 조건: 설계된 안내제어기의 강인성을 평가하기 위해 고려하는 모델 불확실성과 외란 입력은 다음과 같다.

- (i) 승객 수의 변동에 의한 차량무게의 변화: 공차/만재 조건에서의 안내/추진 제어 성능을 평가. [비선형동역학 모델 이용].
- (ii) 도로와 타이어 상태에 의한 점착계수 변화: 점착계수  $\mu = 0.3, 0.6, 1.0$  일 때의 안내/추진 제어성능 평가. [ADAMS모델/비선형동역학 모델 이용].
- (iii) 축하중 변동에 의한 타이어 회전강성계수의 불확실성: 각 축별 회전강성 계수가 공칭 값의 50, 100, 200%변동 시 안내제어 성능 분석, 비선형동역학 모델 이용.
- (iv) 저속 운전영역에서의 속도별 안내 제어 오차: 속도 1 ~ 12 m/s 범위에서의 안내제어 추종오차 성능 평가. [비선형동역학 모델 이용].
- (v) 횡방향 태풍 외란에 대한 안내제어 성능 평가: 주행 중인 차량의 횡방향으로 40m/s 속도의 태풍이 불어 온 경우를 해당 크기의 chirp signal로 고려하여 안내제어 성능을 평가. [비선형동역학 모델 이용].

시물레이션시 위 (i)과 (ii)항에 대해서는 ADAMS 모델과 비선형동역학 모델을 바로 적용할 수 있는 경우에는 비교를 위해 두 모델을 모두 적용하기로 한다. 회전강성계수는 타이어의 재질과 공기압등에 따라 변하기 때문에 현 ADAMS 모델에서는 이러한 조건을 고려하기가 곤란하다. 반면에 비선형동역학 모델에서는 파라미터 값만 변경하면 가능하기 때문에 (iii)에서는 비선형 동역학 모델만 이용하기로 한다. (iv)에서는 속도변화의 영향은 (i), (ii)의 경우보다 적용 모델에 대한 차이가 적어 비선형 동역학모델만 고려한다. (v)의 경우ADAMS모델 이용 환경에서는 태풍이 차량에 횡방향으로 인가되는 상황을 고려하기가 곤란하여 비선형동역학 모델로 평가하기로 한다. 이제 다음절에서는 위 사항에 대한 평가 결과를 보인다.

### 3.2 승객 수 변동에 대한 안내/추진제어 강인성 평가

바이모달트램은 탑승 승객 수에 따라 차량 무게에 변화가 생긴다. 바이모달트램의 공차상태와 만재 상태의 차량의 무게는 표 2와 같다.

표 3 차량 무게.

Table 3 Mass of vehicle

	객차 1	객차 2	Total
공차 상태	9289	9676	18965
만재 상태	15264	12601	27865

그림 8은 3m/s의 속도로 그림 6의 주행경로를 주행할 때 차량의 무게변화에 대한 경로오차의 차이를 시물레이션한 결과이다. 두 경우에 대한 경로오차의 차이는 유사하게 나타남을 알 수 있다.

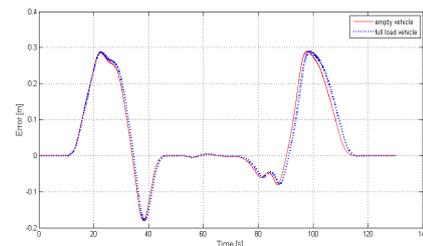


그림 8 공차 상태와 만재상태에 대한 경로오차 비교 (ADAMS모델)

Fig. 8 Comparison of tracking error for the case of empty and full load(ADAMS model)

그림 9는 비선형 동역학 모델을 이용하여 차량의 하중변화에 대해 수행한 시물레이션 결과를 보인다. 두 경우의 차이가 최대 0.5cm로 나타났다.

이상의 두 가지 검증을 통해 표 2의 차량무게 변동은 설계된 안내제어기의 성능에 거의 영향을 미치지 않는다고 할 수 있다. 또한 그림 8과 그림 9의 오차 응답 형상이 매우 유사한 것은 식 (4)와 (5)의 비선형동역학모델을 이용한 결과가 ADAMS모델을 이용한 결과와 서로 유사함을 보이는 것이다.

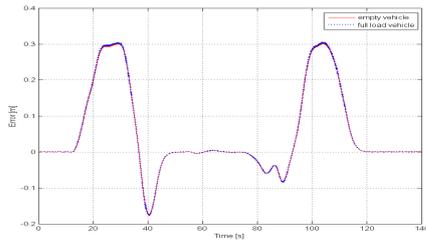


그림 9 공차 상태와 만재상태에 대한 시뮬레이션 결과 (비선형동역학모델)

Fig. 9 Simulation results for the case of empty and full load(Nonlinear dynamic model)

그림 10은 표 2의 차량 하중변화에 대한 2.4절의 추진제어기의 속도추종오차를 보인다. 설계된 제어기는 차량이 공차 상태일 때와 만재 상태일 때 모두 무게변화 영향을 거의 받지 않고 기준속도를 잘 추종하였다.

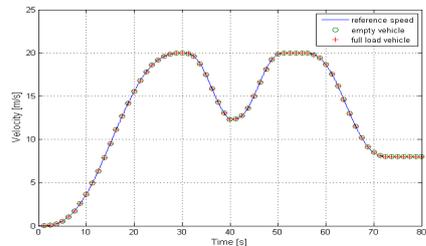


그림 10 공차 상태와 만재상태에 대한 속도 추종성능 비교 (ADAMS 모델)

Fig. 10 Comparison of velocity command tracking for the case of empty and full load(ADAMS model)

### 3.3 도로 점착계수 변화에 대한 강인성 평가

도로의 점착계수( $\mu$ )는 지면과의 마찰계수와 관련된 파라미터로서 도로의 상태에 따라 결정된다. 비선형동역학모델에서는 회전강성계수  $C_t$  [부록 참조]를  $\mu C_t$  로 대체한 식을 사용한다. 도로가 건조한 상태를 1로 보고 비나 눈 등에 의해서 도로의 마찰계수가 작아지면 1이하의 값을 갖는다. 그림 11은 비선형동역학 모델을 이용하여 7m/s의 주행속도에서 타이어와 지면과의 점착계수 변화에 대해 시뮬레이션을 수행한 결과이다.

점착계수가 0.6일 때와 1일 때와 최대차이는 0.3 cm정도 발생하며, 점착계수가 0.3일 때는 1일 때에 비해 5cm 까지 오차가 증가함을 볼 수 있다.

그림 12는 ADAMS 차량모델을 이용한 시뮬레이션 결과이다. 점착계수가 0.6일 때와 1일때의 최대 차이는 0.3cm정도 발생해 거의 일치함을 볼 수 있다. 도로의 점착계수가 0.3일 때는 22초에서 시뮬레이션이 중단되었는데 이는 도로가 매우 미끄러운 상태에서 차량이 회전구간의 원심력을 이기지 못하고 주행경로를 이탈한 것으로 나타났다. 이 결과는 그림 11의 비선형동역학모델에 대한 시뮬레이션 결과와 다르게 나타남을 보였는데 낮은 도로 점착계수에서는 제어

기의 성능평가를 보다 신중히 검토하여야 함을 말해준다.

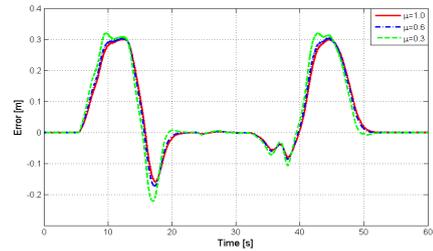


그림 11 도로 점착계수 변화에 대한 시뮬레이션 결과 (비선형동역학모델 모델, 7m/s)

Fig. 11 Simulation result for the case of road adhesion coefficient change(Nonlinear dynamic model, 7m/s)

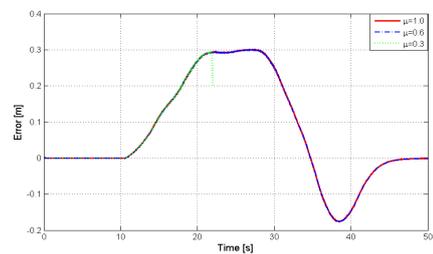


그림 12 도로 점착계수 변화에 대한 경로오차 비교 (ADAMS 모델, 3m/s)

Fig. 12 Comparison of for the case of road adhesion coefficient change(ADAMS model, 3m/s)

그림 13은 ADAMS 차량모델을 이용하여 도로 점착계수 변화에 대한 추진제어기의 속도오차를 비교한 것이다. 점착계수의 변화에 거의 영향을 받지 않고 기준 주행속도를 잘 추종하는 것을 볼 수 있다.

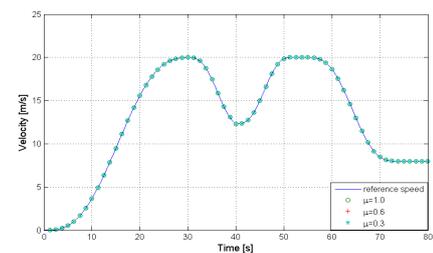


그림 13 도로 점착계수 변화에 대한 속도 추종성능 비교 (ADAMS 모델)

Fig. 13 Comparison of velocity command tracking for the case of road adhesion coefficient change(ADAMS model)

### 3.4 회전강성계수 변화에 대한 강인성 평가

타이어의 회전강성 계수는 차량의 횡방향 동역학에 직접적인 영향을 주는 주요 파라미터이며[3], 타이어의 미끄러짐 각과 타이어에 횡방향으로 작용하는 힘의 비율로 정의되는

값이다. 일반적으로 타이어의 상태나 타이어에 가해지는 축 하중, 타이어의 공기압, 재질 등에 따라 그 값이 변할 수 있는 값이다. 따라서 회전강성계수의 변화는 일반적인 차량주행환경에서 많이 나타날 수 있다. 회전강성계수가 조향특성에 미치는 영향에 대해서는 참고문헌 [8]을 참조한다. 회전강성계수의 변화에 대한 강인성을 평가하기 위해 공칭값 으로부터 100%증가되었을 때와 50% 감소되었을 경우의 시뮬레이션을 비선형동역학모델을 이용하여 수행하였다. 시뮬레이션 결과 차축 1과 차축2의 회전강성계수 변화에 의한 경로오차의 변화는 최대 1cm까지 발생하였다. 이 결과에서 주어진 회전강성계수의 범위 안에서 차량은 불안정해지지는 않지만 기준경로와의 편차는 증가할 수 있음을 알 수 있다. 그림 14는 차축 1의 회전강성계수 변화에 대한 경로오차 변화를 보인 것이다.

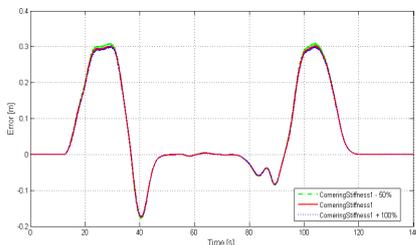


그림 14 차축 1의 회전강성계수 변화에 대한 경로오차 비교 (비선형동역학 모델)

Fig. 14 Comparison of tracking error for the case of cornering stiffness coefficient(axle1) change(Nonlinear dynamic model)

그림 15와 그림 16은 각각 차축 2와 차축 3의 회전강성계수 변화에 대한 경로오차 변화를 보인 것이다. 2축의 영향은 1 축보다 크지 않으며 3 축의 경우는 계수변동의 영향을 거의 보이지 않았다.

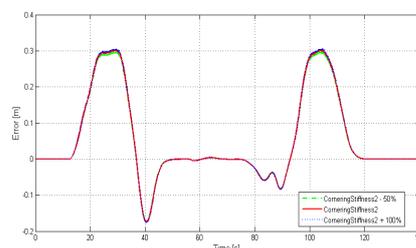


그림 15 차축 2의 코너링강성계수 변화에 대한 경로오차 비교(비선형동역학 모델)

Fig. 15 Comparison of tracking error for the case of cornering stiffness coefficient(axle2) change (Nonlinear dynamic model)

ADAMS 차량모델을 이용하여 구한 회전강성의 범위는 표 4와 같다.

표 4 회전강성계수의 범위

Table 4 Range of the cornering stiffness coefficient.

Parameter		공칭값	범위
회전강성 계수	axle 1	111,000	57,700~178,180 N/rad
	axle 2	293,000	93,490~251,840 N/rad
	axle 3	135,000	97,450~271050 N/rad

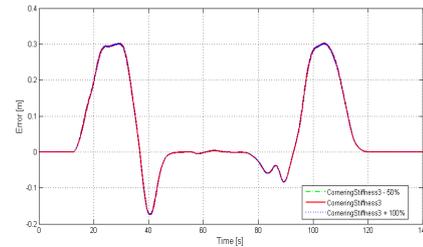


그림 16 차축 3의 회전강성계수 변화에 대한 경로오차 비교 (비선형동역학모델)

Fig. 16 Comparison of tracking error for the case of cornering stiffness coefficient(axle3) change(Nonlinear dynamic model)

### 3.5 저속 영역에서의 속도 변화에 대한 강인성 평가

차량의 속도가 40 km/h 이하 일 때 저속 운전영역으로 분류한다. 이 절에서는 저속 운전영역에서 차량속도의 변화에 대한 바이모달트랩의 횡방향 안내제어 추종오차를 평가하였으며 결과는 표 5와 같다. 설계된 제어기는 차량속도가 7 m/s일 때의 선형동역학모델을 기준으로 설계하였기 때문에 그와 비슷한 5m/s에서 최소 추종오차를 보였으며, 이보다 속도가 증가할수록 오차가 증가함을 보였다.

표 5 차량 속도 변화에 대한 경로오차 변화

Table 5 Tracking error variation for the case of velocity change.

속도 [m/s]	추종오차 [m] (피드백제어기)	추종오차 [m] (피드백+전향보상기)	비고
1	0.30467	0.02235	
2	0.30396	0.02116	
3	0.30342	0.01994	
4	0.30294	0.0185	
5	0.30289	0.01662	최소값
6	0.30291	0.01946	
7	0.30322	0.03062	
8	0.30365	0.04466	
9	0.30405	0.06101	
10	0.30568	0.07971	
11	0.30876	0.10226	
12	0.313	0.12717	

### 3.6 횡 방향 바람(외란)에 대한 강인성 평가

차량의 내부 파라미터 변화에 대한 제어기의 강인성의 평가 뿐 만아니라 태풍과 같이 차량에 가해지는 외란에 대해서도 제어기의 강인성을 확인할 필요가 있다. 일반적으로 풍속이 33~44 m/s 인 태풍을 강한 태풍으로 분류한다. 여기서는 최대 풍속 40 m/s인 태풍이 차량의 횡 방향으로 불어올 때 차량의 기준경로 추종능을 확인하였다. 시뮬레이션 조건은 차량이 16m/s의 속도로 직선경로를 주행할 경우이고 태풍을 0.05~0.5Hz 주파수 범위의 chirp 신호 형태로 고려하였다. 그림 17은 횡 방향 외란이 있는 경우에 대한 차량의 시뮬레이션 결과를 보인 것이다.

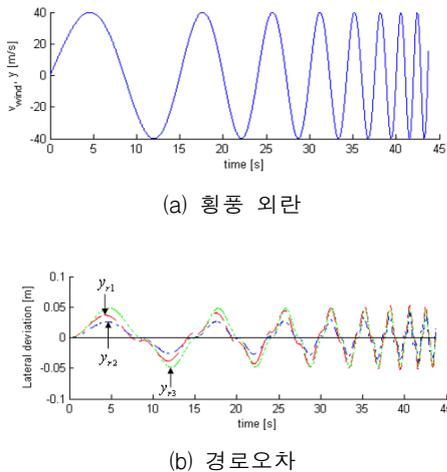


그림 17 횡풍 외란에 대한 시뮬레이션 결과  
 Fig. 17 Simulation results for the case of lateral wind disturbance

시뮬레이션 결과 강한 태풍에 속하는 40m/s의 횡 풍에 대해서도 기준경로오차는 안정한 범위 내에서 유지되었다. 바람의 불어오는 방향을 여러 주기로 변화시켰을 때에도 역시 추종오차는 발산하지 않았고 최대 추종오차는 6cm 이내였다. 결론적으로 설계된 안내제어기가 횡풍에 대해 매우 강인한 제어기임이 확인되었다.

### 4. 결 론

본 논문에서는 굴절차량의 자동 안내제어기의 강인성을 평가하기 위한 방법을 제시하고 ADAMS환경에서 구현된 차량모델과 비선형 동역학모델을 이용하여 적용한 결과를 보였다. 자동안내제어기는 주행 중인 차량이 기준 경로를 유지하면서 주행하도록 모든 차량의 조향각을 자동으로 조절하는 장치이며 자동주행장치의 핵심기능이기 때문에 이 제어기가 설계된 후에는 여러 가지 운전조건에서 어느 정도의 성능을 보장할 수 있는지를 검증할 필요가 있다. 본 논문에서는 강인성 평가를 위해 제어성능에 영향을 주는 운전 조건의 변화로 차량의 무게, 타이어의 탄성 변화나 축하중 변화에 의한 회전강성계수의 변화, 도로면의 점착계수의 변화와 같은 모델 파라미터의 불확실성과 횡 방향으로 불어오

는 태풍을 고려하였다. 아울러 이들 평가요소의 변동 범위를 실제적 상황을 고려하여 정량적으로 다루었으며 평가를 위한 시뮬레이션조건도 최소 곡률반경 12 m인 실제의 시뮬 트랙을 고려하여 수행하였다.

김 등이 설계한 안내제어기[1,2]와 추진제어기[9]의 강인성을 평가한 결과 다음과 같다. (1) 승객수 변동에 따라 차량 무게가 공차에서 만재 시 까지 변화더라도 안내제어기의 경로오차는 최대 3cm를 유지하였으며, 추진제어기도 기준속도에 두 상태가 약간의 차이를 나타내며 잘 추종함을 보였다. (2) 타이어와 도로와의 점착계수가 낮아지는 경우, 비선형동역학 모델에서는  $\mu = 0.3$ 일 때 건조한 상태에 비해 경로오차가 최대 5cm의 증가되었으며, 같은 경우에 ADAMS 차량모델에서는 경로를 이탈함을 보였다. 그러나 추진제어기는 점착계수의 변동으로 인한 영향은 거의 없었다. (3) 회전강성의 경우 공칭계수와 이 값에서 50%감소 한 경우와 100%증가한 경우를 시뮬레이션 하였다. 이 시뮬레이션 조건에서 회전강성의 변화에 따라 안내제어에 미치는 영향은 1축과 2축의 경우 1cm 이내였으며, 3축의 경우 회전강성의 변화로 인한 영향은 거의 없었다. (4) 외란요소로 횡방향에서 불어오는 강한 태풍을 고려하였는데 직선주행인 차량에서 설계된 제어기는 최대 6cm이내의 경로오차를 보였다. 이와 같은 결과로부터 설계된 제어기는 강인한 제어기임을 평가할 수 있었다.

전차륜 조향 굴절차량의 자동주행장치의 강인성 평가는 상기 5 가지 외에도 다양한 운전조건이 있을 수 있다. 이러한 문제에 대해서는 제시한 방법을 토대로 이들을 추가함으로써 확장할 수 있을 것으로 기대한다.

### 참 고 문 헌

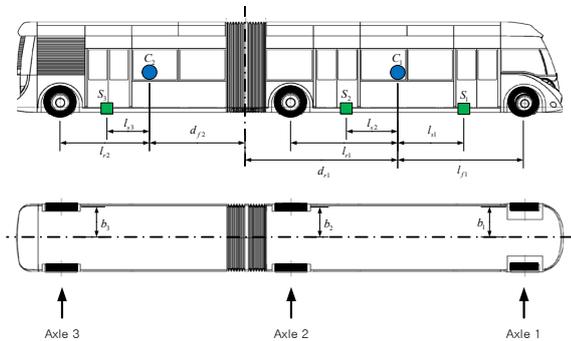
- [1] Y. C. Kim et al. 4, "Steering Control for Lateral Guidance of an All Wheel Steered Vehicle", Proc. of ICCAS 2008, pp. 24-29, Seoul, Korea, 2008.
- [2] 민경득, 윤경한, 김영철, 변윤섭, "굴절차량의 자동안내 제어 성능향상을 위한 전향보상기", 정보및제어심포지움 논문집 .pp. 452-453, 2008.
- [3] 윤경한, 김영철, 민경득, 변윤섭, "전차륜조향 굴절차량의 안내제어를 위한 횡방향 동역학 모델," 전기학회논문지, 60권 2호, pp.1229-1238, 2011. 6.
- [4] 김영철, "굴절차량용 자동안내제어 알고리즘 개발", 한국철도기술연구원, 국가교통핵심기술개발사업 연구보고서, 2008
- [5] 윤경한, 김영철, 정해봉, 이용상, 변윤섭 "굴절차량 횡방향 동적모델의 디커플러 설계", 정보 및 제어 학술대회 논문집,pp361-362, 2009
- [6] 이용상, 김영철, 민경득, 김명규 "ADAMS를 이용한 Bimodal Tram의 안내제어기의 성능평가", 정보 및 제어 심포지움 논문집,pp169-170, 2010
- [7] 민경득, 윤경한, 김영철, 변윤섭, "굴절차량의 안내/추진 제어 설계용 Toolbox", 전기학회 논문집, Vol. 57, No. 11, pp. 2074-2079, 2008.
- [8] 이영화, 김석일, 서명원, 김대영, 김동룡, "타이어의 코너링강성이 4륜조향자동차의 조향특성에 미치는 영향", 한

국자동차공학회 추계학술대회 논문집, pp203-212, 1994

- [9] Y. S. Byun et al. 3, "Longitudinal Control of Bimodal Tram using Sliding Mode Control", Proc. of ICCAS 2008, pp. 1439-1442, 2008.
- [10] MSC.ADAMS, MSC.ADAMS Basic Full Simulation Package Training Guide, 2005
- [11] R. Rajamani, Vehicle Dynamics and Control, Springer, 2006
- [12] J. Guldner, et al. 5, "Robust Automatic Steering Control for Look-Down Reference Systems with Front and Rear Sensors,"

**부 록**

**1. 차량 파라미터**



파라미터	단위	값	
무 게	$m_1$	kg	9289
	$m_2$	kg	9676
길 이	$d_{r1}$	m	5.972
	$d_{f2}$	m	2.925
	$l_{f1}$	m	2.839
	$l_{r1}$	m	4.86
	$l_{r2}$	m	3.538
차축 폭 (half width of axle)	$b_1$	m	1.102
	$b_2$	m	1.0805
	$b_3$	m	1.0805
마그네트 센서 위치	$l_{s1}$	m	1.879
	$l_{s2}$	m	3.6
	$l_{s3}$	m	2.388
타이어(휠) 반경	$r_1$	m	0.469
	$r_2$	m	0.517
	$r_3$	m	0.517
회전강성 계수	$C_{w1}$	N/rad	117941
	$C_{w2}$	N/rad	159752
	$C_{w3}$	N/rad	184254
요우 관성 질량	$I_{z1}$	kg · m <sup>2</sup>	121000
	$I_{z2}$	kg · m <sup>2</sup>	53600

**2. 관성좌표계 비선형모델식의 계수행렬**

$$\mathbf{M}_w = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 & m_2 d_{r1} \sin \epsilon_1 & m_2 d_{f2} \sin \epsilon_2 \\ 0 & m_1 + m_2 & -m_2 d_{r1} \cos \epsilon_1 & -m_2 d_{f2} \cos \epsilon_2 \\ m_2 d_{r1} \sin \epsilon_1 & -m_2 d_{r1} \cos \epsilon_1 & m_2 d_{r1}^2 + I_{z1} & m_2 d_{r1} d_{f2} \cos(\epsilon_1 - \epsilon_2) \\ m_2 d_{f2} \sin \epsilon_2 & -m_2 d_{f2} \cos \epsilon_2 & m_2 d_{r1} d_{f2} \cos(\epsilon_1 - \epsilon_2) & m_2 d_{f2}^2 + I_{z2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 & m_2 d_{r1} \dot{\epsilon}_1 \cos \epsilon_1 & m_2 d_{f2} \dot{\epsilon}_2 \cos \epsilon_2 \\ 0 & 0 & m_2 d_{r1} \dot{\epsilon}_1 \sin \epsilon_1 & m_2 d_{f2} \dot{\epsilon}_2 \sin \epsilon_2 \\ 0 & 0 & 0 & -m_2 d_{r1} d_{f2} \dot{\epsilon}_2 \sin(\epsilon_2 - \epsilon_1) \\ 0 & 0 & -m_2 d_{r1} d_{f2} \dot{\epsilon}_2 \sin(\epsilon_2 - \epsilon_1) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{lat1} = \begin{bmatrix} -\sin^w \epsilon_{c1} & -\sin^w \epsilon_{c1} & -\sin^w \epsilon_{c2} \\ \cos^w \epsilon_{c1} & \cos^w \epsilon_{c1} & \cos^w \epsilon_{c2} \\ l_{f1} & -l_{r1} & -d_{r1} \cos^w(\epsilon_{c1} - \epsilon_{c2}) \\ 0 & 0 & -(d_{f2} + l_{r2}) \end{bmatrix}, \mathbf{L}_{lat2} = \mathbf{L}_{lat1}$$

$$\mathbf{L}_{long1} = \begin{bmatrix} \cos^w \epsilon_{c1} & \cos^w \epsilon_{c1} & \cos^w \epsilon_{c2} \\ \sin^w \epsilon_{c1} & \sin^w \epsilon_{c1} & \sin^w \epsilon_{c2} \\ -b_1 & -b_2 & -d_{r1} \sin^w(\epsilon_{c2} - \epsilon_{c1}) \\ 0 & 0 & -b_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{long2} = \begin{bmatrix} \cos^w \epsilon_{c1} & \cos^w \epsilon_{c1} & \cos^w \epsilon_{c2} \\ \sin^w \epsilon_{c1} & \sin^w \epsilon_{c1} & \sin^w \epsilon_{c2} \\ b_1 & b_2 & -d_{r1} \sin^w(\epsilon_{c2} - \epsilon_{c1}) \\ 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{T}_{dr_i}) = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{dr1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_{dr2} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{T}_{dr3} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_t = \begin{bmatrix} C_{w1} & 0 & 0 \\ 0 & C_{w2} & 0 \\ 0 & 0 & C_{w3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{w1} = \begin{bmatrix} r_{w11} & 0 & 0 \\ 0 & r_{w12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{w13} \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{w2} = \begin{bmatrix} r_{w21} & 0 & 0 \\ 0 & r_{w22} & 0 \\ 0 & 0 & r_{w23} \end{bmatrix}$$

**3. 선형모델식의 계수행렬**

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2) & -m_2 d_{r1} & -m_2 d_{f2} \\ -m_2 d_{r1} & m_2 d_{r1}^2 + I_{z1} & m_2 d_{r1} d_{f2} \\ -m_2 d_{f2} & m_2 d_{r1} d_{f2} & m_2 d_{f2}^2 + I_{z2} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_I = \begin{bmatrix} 0 & (m_1 + m_2)V & 0 \\ 0 & -m_2 d_{r1} V & 0 \\ 0 & -m_2 d_{f2} V & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \frac{2}{V} \begin{bmatrix} C_{w1} + C_{w2} + C_{w3} & C_{w1} l_{f1} - C_{w2} l_{r1} - C_{w3} d_{r1} & -C_{w3} (d_{f2} + l_{r2}) \\ C_{w1} l_{f1} - C_{w2} l_{r1} - C_{w3} d_{r1} & C_{w1} l_{f1}^2 + C_{w2} l_{r1}^2 + C_{w3} d_{r1}^2 & C_{w3} d_{r1} (d_{f2} + l_{r2}) \\ -C_{w3} (d_{f2} + l_{r2}) & C_{w3} d_{r1} (d_{f2} + l_{r2}) & C_{w3} (d_{f2} + l_{r2})^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = 2 \begin{bmatrix} 0 & -C_{w3} & C_{w3} \\ 0 & C_{w3} d_{r1} & -C_{w3} d_{r1} \\ 0 & C_{w3} (d_{f2} + l_{r2}) & -C_{w3} (d_{f2} + l_{r2}) \end{bmatrix}, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & d_{r1} & -d_{r1} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = 2 \begin{bmatrix} \frac{T_{dr1}}{r_1} & \frac{T_{dr2}}{r_2} & \frac{T_{dr3}}{r_3} \\ l_{f1} \frac{T_{dr1}}{r_1} & -l_{r1} \frac{T_{dr2}}{r_2} & -d_{r1} \frac{T_{dr3}}{r_3} \\ 0 & 0 & -(d_{f2} + l_{r2}) \frac{T_{dr3}}{r_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_I = 2 \begin{bmatrix} C_{w1} & C_{w2} & C_{w3} \\ C_{w1} l_{f1} & -C_{w2} l_{r1} & -C_{w3} d_{r1} \\ 0 & 0 & -C_{w3} (d_{f2} + l_{r2}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_r = \mathbf{K} + \mathbf{E}$$

$$\mathbf{C}_r = \mathbf{C}_I + \mathbf{D}$$

$$\mathbf{F}_r = \mathbf{F} + \mathbf{F}_I$$

저 자 소 개



**윤 경 한 (尹 慶 漢)**

1968년 5월 22일생. 1991년 충북대 전자공학과(공학사). 1993년 동 대학원 전자공학과 (공학석사). 1993년~현재 국방과학연구소 선임연구원.

Tel : 042-821-2979  
Fax : 042-821-2390  
E-mail : kimhy0114@hotmail.com



**변 윤 섭 (邊 允 燮)**

1967년 8월 17일생. 1994년 2월 대전산업대학교 전자공학과(공학사). 1996년 충북대학교 전자공학과(공학석사). 1996년~현재 한국철도기술연구원 선임연구원

Tel : 031-460-5437  
Fax : 031-460-5024  
E-mail : ysbyun@krii.re.kr



**이 용 상 (李 鎔 象)**

1983년 4월 18일생. 2009년 충북대 전자공학과(공학사). 2011년 동 대학원 전자공학과 (공학석사). 2011년1월~현재 (주)LG디스플레이 연구원.

Tel : 031-933-5739  
E-mail : windfary@lgdisplay.com



**민 경 득 (閔 庚 得)**

1981년 5월 7일생. 2007년 충북대 전자공학과 졸업. 2010년 동 대학원 제어계측공학과(공학석사). 2010년~현재 동 대학원 전자공학과 박사과정.

Tel : 043-273-3968  
Fax : 043-272-2475  
E-mail : min\_k\_d@cbnu.ac.kr



**김 영 철 (金 永 喆)**

1981년 고려대학교 전기공학과(공학사), 1983년 서울대학교 전기공학과(공학석사), 1987년 서울대학교 전기공학과(공학박사),

1988년~현재 충북대학교 전기전자컴퓨터공학부 교수. 1992년~1993년 미국

Texas A&M Univ. Post-Doctoral Fellow. 2001년~2002년 미국 Vandervilt Univ./Tennessee State Univ. 방문교수. 대한전기학회 제어계측연구회장.

Tel : 043-261-2475  
Fax : 043-272-2475  
E-mail : yckim@cbnu.ac.kr