

# 볼을 사용한 로봇용 박판형 감속기의 설계 Design of Thin Plate Type Speed Reducers Using Balls For Robot

남원기 · 함성훈 · 오세훈  
W. K. Nam, S. H. Ham and S. H. Oh

(접수일 : 2011년 3월 23일, 수정일 : 2011년 05월 14일, 채택확정 : 2011년 05월 23일)

**Key Words** : Tooth Profile(치형), Speed Reducer(감속기), Robot(로봇), Contact Stress(접촉응력)

**Abstract** : Upon reviewing recent trends for robots, it can be seen that robots are gradually being miniaturized. However, most commercially available speed reducers have limitations in terms of structure and vibration when applied to small robots. In this respect, a tooth profile manufactured using thin plates was designed using balls and data analyzed related to numerical and FEM analysis. The speed reducer was manufactured to check their performance. The manufactured thin plate type speed reducer imposes less compressive stress on its tooth profile and balls, which can greatly increase feasibility.

## 1. 서 론

공장자동화와 산업용 로봇의 발전에 따라 감속기에 대한 중요도가 증가하고 있다. 감속기의 일반적인 역할은 모터의 회전수를 줄이는 한편 토크를 증대시키는 것이다. 감속기의 또 다른 역할은 정밀도 확보로 산업용 로봇에 가장 중요한 요소이다. 이를 만족시키기 위해서 최근에는 백래쉬가 없는 다양한 감속기가 개발이 되고 있다<sup>1-3)</sup>. 기존의 로봇에는 사이클로이드 감속기와 하모닉 드라이브가 주로 사용되고 있었다. 하지만 cycloid 감속기는 구조가 유성기어 타입으로 편심되는 축이 들어가므로 부피가 크고 무거운 소형 로봇에 적용시키기가 어렵다. 하모닉 드라이브의 경우는 소형화는 가능하지만 웨이브 제너레이터에서 발생하는 소음과 진동이 문제가 된다. 그러나 이러한 감속기 대부분이 최근 소형화 되어가고 있는 로봇에는 적용이 힘든 상황이다. 높은 감속비와 높은 효율을 가지는 콤팩트한 감속기의 설계 많은 개선이 이루어지고 있다<sup>4)</sup>. 이 논문에서, 볼을 이용한 새로운 감속기와 치형을 설계하고 설계된 치형의 강도를 수학적으로 계산하여 Matlab이란 프로그램을 통하여 확인을 하고 Ansys 프로그램을 통해 FEM

해석을 하여 적용 가능성을 확인하였다. 그리고 새로운 감속기를 박판형 볼감속기라 칭하였다.

## 2. 박판형 감속기 치형 설계

### 2.1 박판형 감속기 치형 정의

Fig. 1은 볼의 움직임에 따른 볼 중심의 궤적(trace)과 볼 반경을 offset한 것을 나타낸 그림이다.

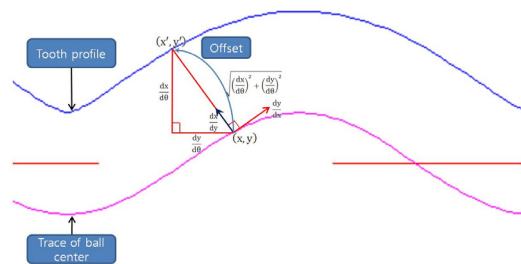


Fig. 1 Principle of the tooth profile trace

$$y = \frac{\delta}{2} \cos\left(n \times \frac{x}{r}\right) \tag{1}$$

식 (1)은 볼의 중심이 움직이는 궤적을 나타낸 식으로,  $\delta$ 는 볼의 반경이고,  $n$ 은 감속비를 가리키고,  $r$ 은 볼 배열의 반경을 나타낸다. 3차원상의 곡선을 2차원 평면에 펼쳐놓기 위해서 아래의 Fig. 2처럼 3차원 상의  $x$ 축에서  $z$ 축으로 회전하는 각도  $\theta$ 를 이용하여 볼

남원기(교신저자) : 중앙대학교 기계공학부 대학원  
E-mail : osh@cau.ac.kr, Tel : 02-820-5314  
오세훈 : 중앙대학교 기계공학부  
함성훈 : 동주대학 자동차튜닝과

중심의 움직임  $(x, y)$ 를 표현하면 다음과 같다.

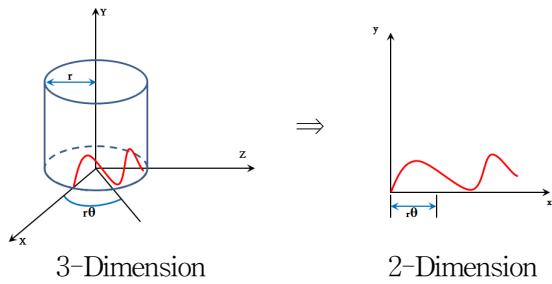


Fig. 2 Coordinate Transformation from 3D to 2D

$$\begin{cases} x = r\theta \\ y = \frac{\delta}{2} \cos(n\theta) \end{cases} \quad (2)$$

다음의 Fig. 3은 볼 중심의 움직임  $(x, y)$ 로부터 양방향으로 볼의 반경에 해당하는 offset거리를 감안한 치형의 궤적에 해당하는  $(x', y')$ 를 구한 것이다.

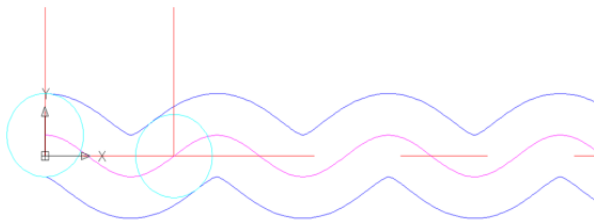


Fig. 3 Speed reducer tooth profile curve

$x$ 와  $y$ 를  $\theta$ 에 대해 미분하여 우리가 구하고자 하는 치형의 궤적  $(x', y')$ 를  $\theta$ 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} x' = r\theta + \frac{(\delta n \sin(n\theta)) \times offset}{\sqrt{4r^2 + (\delta n \sin(n\theta))^2}} \\ y' = \frac{\delta}{2} \cos(n\theta) + \frac{2r \times offset}{\sqrt{4r^2 + (\delta n \sin(n\theta))^2}} \end{cases} \quad (3)$$

식 (3)을 이용하여 프로그램을 작성하여 3차원 치형의 모습을 2차원 평면으로 전개하여 나타내도록 하였다. Fig. 4는 프로그램을 실행 시킨 화면으로 오른쪽 상단 실선 안의 값을 입력하면 각각의 경우의 치형의 모습이 그려진다. 왼쪽 화면의 빨간 원이 박판형 볼 감속기에 들어가게 될 볼의 사이즈를 나타내며 위, 아래의 파란색 곡선이 치형의 형상이 된다. 볼의 중심을 이은 곡선이 볼의 좌우로만 운동을 하게끔 잡아주는 역할을 하게 된다.

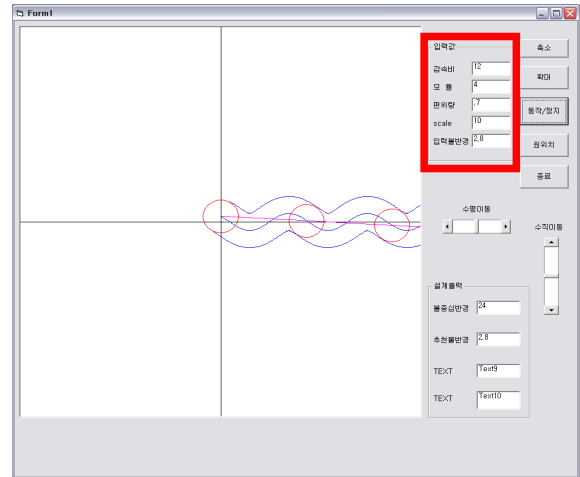


Fig. 4 Tooth profile figure used program

### 3. 치형의 면압강도

#### 3.1 평기어의 강도 설계

서로 맞물려 회전하는 한 쌍의 기어가 동력을 전달할 때 기어에 작용하는 하중 분포 상태에 따라 기어의 파손이 발생하고, 기어의 파손에 영향을 미치는 인자는 다음과 같은 3가지로 분류한다. 이뿌리의 굽힘 강도, 이 접촉면의 피로 강도, 스킴오링 강도 3가지 항목의 계산결과 중 최소의 허용하중으로 전달마력을 결정한다. 평기어와 헬리컬기어 강도 설계와 관련하여 일반적으로 많이 쓰이는 규격에는 AGMA 2001, DIN 3990, BS 436, JGMA 401 등이 있으며 그 외에 ISO의 TC 60 분과 위원회에서 제정되어 1996년에 정식 표준으로 공표된 ISO 6336 규격이 있다<sup>5~7)</sup>. 이러한 규격에서 기어의 치형 강도는 치형의 설계에서 중요한 요소로 간주되고 있다. 다음에서는 이러한 기어 치형의 강도를 수치적으로 해석하여 보았다.

#### 3.2 박판형 감속기 치형의 곡률

치형의 곡률을 구하는 것은 차후에 면압 강도를 계산하는데 필요하다. 곡률을 구하는 방법은 다음과 같다.  $F(\theta) = f(\theta)\hat{i} + g(\theta)\hat{j}$  인 경우,

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{|f'(\theta)\{g''(\theta)\} - \{f''(\theta)\}g'(\theta)|}{[f'(\theta)^2 + \{g'(\theta)\}^2]^{3/2}} \quad (4)$$

식 (4)와 같이 곡률을 구할 수가 있다<sup>8)</sup>. 따라서 우리가 제안하는 치형의 형상을 나타내는 식 (3)을 이용하여 곡률 curvature를 구하려면  $x'$ 과  $y'$ 의  $\theta$ 에

대한 1차, 2차 미분 식을 구해야 한다.

$$\frac{dx'}{d\theta} = r + \frac{4r^2\delta n^2 \cos(n\theta) \times offset}{\{4r^2 + \delta^2 n^2 \sin^2(n\theta)\}^{3/2}} \quad (5)$$

$$\frac{d^2x'}{d\theta^2} = -\frac{4r^2\delta n^3 \sin(n\theta) \{4r^2 + \delta^2 n^2\} \times offset}{\{4r^2 + \delta^2 n^2 \sin^2(n\theta)\}^{5/2}} - \frac{4r^2\delta n^3 \sin(n\theta) \{2\delta^2 n^2 \cos^2(n\theta)\} \times offset}{\{4r^2 + \delta^2 n^2 \sin^2(n\theta)\}^{5/2}} \quad (6)$$

$$\frac{dy'}{d\theta} = -\frac{\delta n}{2} \sin(n\theta) - \frac{2r\delta^2 n^3 \sin(n\theta) \cos(n\theta) \times offset}{\{4r^2 + \delta^2 n^2 \sin^2(n\theta)\}^{3/2}} \quad (7)$$

$$\frac{d^2y'}{d\theta^2} = -\frac{\delta n^2}{2} \cos(n\theta) - \frac{2r\delta^2 n^4 \{\cos^2(n\theta) - \sin^2(n\theta)\} \times offset}{\{4r^2 + \delta^2 n^2 \sin^2(n\theta)\}^{3/2}} + \frac{6r\delta^4 n^6 \cos^2(n\theta) \sin^2(n\theta) \times offset}{\{4r^2 + \delta^2 n^2 \sin^2(n\theta)\}^{5/2}} \quad (8)$$

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{\left| \left( \frac{dx'}{d\theta} \right) \left( \frac{d^2y'}{d\theta^2} \right) - \left( \frac{dy'}{d\theta} \right) \left( \frac{d^2x'}{d\theta^2} \right) \right|}{\left[ \left( \frac{dx'}{d\theta} \right)^2 + \left( \frac{dy'}{d\theta} \right)^2 \right]^{3/2}} \quad (9)$$

식 (5)~(8)을 식 (9)에 대입하여 곡률  $\kappa$ 를 구할 수 있다.

### 3.3 치와 볼의 물림 수직응력

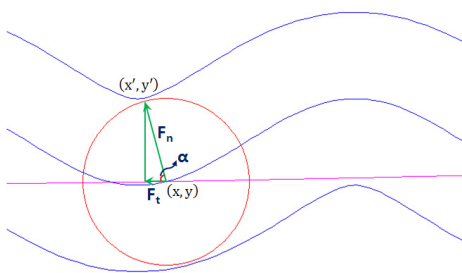


Fig. 5 Relationship between the contact pressure angle and vertical stress on the tooth profile and the balls

물림 압력각이란 볼과 치의 접촉에서 볼의 중심에서 치의 접촉점과 볼의 공전 궤도가 이루는 각도를 말한다. 이렇게 구한 물림 압력각과 모터의 회전에 의해 발생하는 힘  $F_t$ 를 이용하여 치면에 걸리는 수직하중  $F_n$ 을 구할 수 있다. 이를 이용하여 치의 면

압강도를 계산하게 된다. 이때 볼들의 회전력  $F_t$ 는 모터의 회전력을 이용하여 구할 수 있다. 모터의 동력  $H$  [kW]와 회전수  $n$  [rpm]을 안다면 모터의 토크  $T$  [Nm]를 구할 수 있다. 이렇게 구한 토크를 이용하여 Fig. 6처럼 회전력을 구하게 된다.

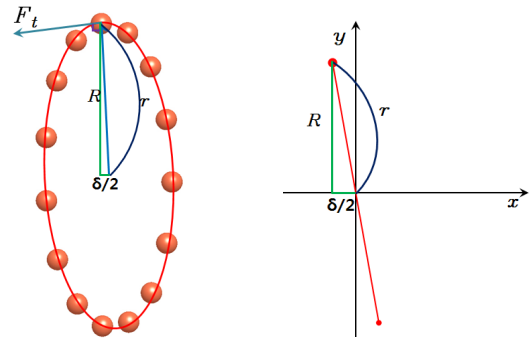


Fig. 6 The turning force of the balls resulting from the rotation of the motor

여기서  $R$ 은 볼 배열의 중심을 이은 원의 반지름  $r$ 과 병진판이 좌우로 움직이는 변위량  $\delta/2$ 를 이용하여 피타고라스의 식을 이용하여 구할 수 있다. 여기서, 물림 압력각  $\alpha$ 는 0부터  $\pi/2$ 범위 안에서 측정되므로 다음처럼 구할 수 있다.

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \left| \frac{y' - y}{x' - x} \right| \right) \quad (10)$$

그리고 토크  $T$  [Nm]는 모터의 동력  $H$  [kW]와 회전수  $n$  [rpm]을 안다면 다음처럼 모터의 입력 토크  $T$  [Nm]를 구할 수 있다.

$$T = 9549 \times \frac{H}{n} \quad (11)$$

결과 우리가 구하고자 하는 회전력  $F_t$ 는 다음처럼 구해지게 된다.

$$T = F_t \times R = F_t \times \sqrt{r^2 - (\delta/2)^2} \quad (12)$$

$$\therefore F_t = T / \sqrt{r^2 - (\delta/2)^2} \quad (13)$$

따라서 우리가 구하고자 하는 볼이 치형을 수직으로 누르는 힘  $F_n$ 은 Fig. 5에서 보듯이 다음처럼 구할 수 있다.

$$\therefore F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha} = \frac{T}{\cos \alpha \times \sqrt{r^2 - (\delta/2)^2}} \quad (14)$$

### 3.4 치와 볼의 Spherical Contact Stress

앞에서 구한 수직하게 작용하는 힘  $F_n$ 을 이용하여 치에 작용하는 최대 압축응력을 구할 수가 있다. 이때 박판형 감속기는 일반적인 치형과는 다르게 볼과 치형이 접촉한다는 점을 인식하여야 한다.

일반적으로 3차원상의 곡면의 곡률을 계산하기는 쉽지 않다. 따라서 볼과 치가 접촉하는 지점에서 치형을 하나의 구(sphere)라고 가정을 하여 3.2절에서 구한 곡률값에서 그 역수가 곡률 반경이 되므로 그 값을 이용하여 접촉응력을 계산하게 된다.

$$a = \sqrt[3]{\frac{3F_n}{8} \frac{(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2}{1/d_1 + 1/d_2}} \quad (15)$$

$$p_{max} = \frac{3F_n}{2\pi a^2} \quad (16)$$

$$\therefore \sigma_c = \frac{-p_{max}}{\left(1 + \frac{z^2}{a^2}\right)} \quad (17)$$

여기서  $\rho$ 는 치형과 볼의 곡률 반지름을 말하고,  $\nu$ ,  $E$ 는 치와 볼의 재료의 poisson's ratio와 탄성계수를 가리킨다.  $a$ 는 수직력  $F_n$ 에 의해서 구와 구의 접촉 시 생기는 원의 반지름을 말한다.

## 4. 박판형 볼 감속기 수치적 해석 데이터

### 4.1 Matlab을 통한 수치해석 방법

Matlab 프로그램을 이용하여 데이터 입력시 앞장에서 구한 데이터가 출력되는 프로그램을 작성하여 확인을 해보았다.

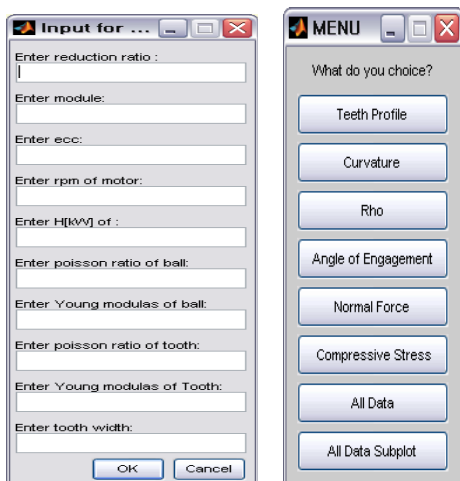


Fig. 7 Data input screen used MATLAB

$\phi 108\text{mm}$ 짜리 감속기의 경우 처음의 입력창에서 출력  $H$ 가 400 [W]이고 회전수  $n$ 이 1500 [rpm]인 모터에 연결하여 사용할 경우 다음과 같은 데이터를 구할 수가 있다. 감속비는 16, 치폭  $b$ 는 4.5 [mm]인 경우 볼과 감속기 치형의 재질이 일반 steel로 가정하여 기어와 볼의 Poisson's ratio 값을 모두 0.3으로 하고 Young's modulus 값을 200,000 [N/mm<sup>2</sup>]으로 가정하여 계산하였다. 위의 조건에서 치형 하나에 대해 곡률과 물림각도, 압축응력 등의 데이터를 그려보면 다음과 같이 나타난다.

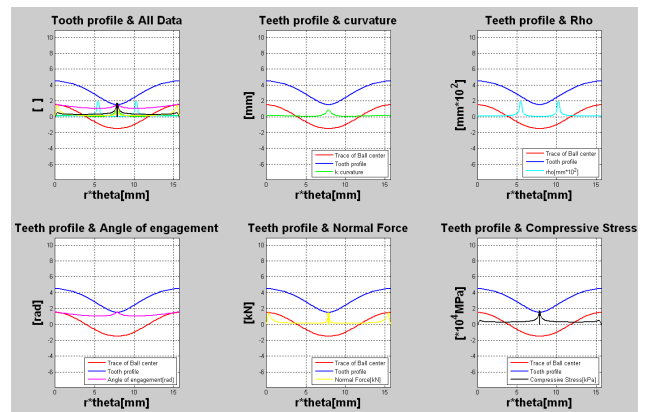


Fig. 8 All data from a  $\phi 108$  speed reducer tooth profile

Fig. 8을 보면 앞에서 입력한 수치에 따라 계산하면서 볼의 반경이 3 [mm] 이고, 치의 두께를 4.5 [mm]로 설계한 경우이다. 볼이 치형을 수직으로 누르는 힘  $F_n$ 의 최대값은 대략 1523.409 [N] 정도가 나온다. 그리고 수직력에 의해 발생하는 압축 응력  $\sigma_c$ 의 최대 값은 17004.18 [MPa]정도로 계산이 된다.

## 5. 박판형 볼 감속기 FEM 해석

### 5.1 박판형 볼 감속기 FEM 해석을 위한 모델링

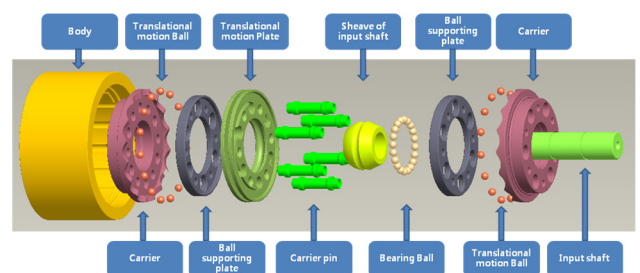


Fig. 9 Parts of the thin plate type ball speed reducer

위의 Fig. 9은 Ansys 프로그램으로 FEM해석을 하기 위해 Pro-e란 CAD툴을 사용하여 부품을 그린 후 나열한 그림이다. 앞장까지 감속기에 들어가는 볼의 배열이 감속기 치형 2개의 안쪽에 배열이 되어 있으나 소음문제와 응력 분산을 피하기 위해 병진판을 두고 그 좌우에 병진 볼을 위치하는 방식으로 최종 설계를 하였다. 입력축에서 들어오는 회전을 이용하여 병진판이 정위치에서 병진 운동을 할 수 있게 하기 위해 베어링 역할을 할 수 있는 입력축 내륜을 두었다. Body의 내측면에는 병진볼이 정위치를 이탈하지 못하도록 홈이 파여 있다.

### 5.2 박판형 볼 감속기 FEM 해석결과

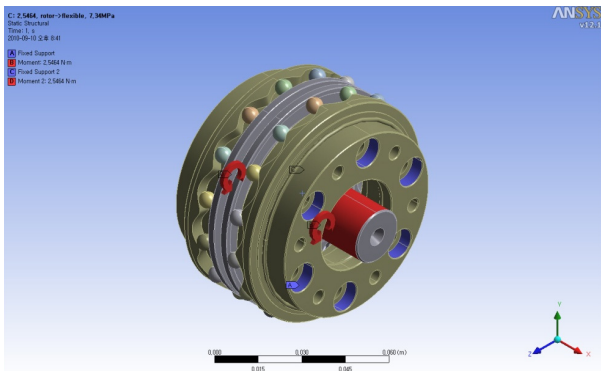
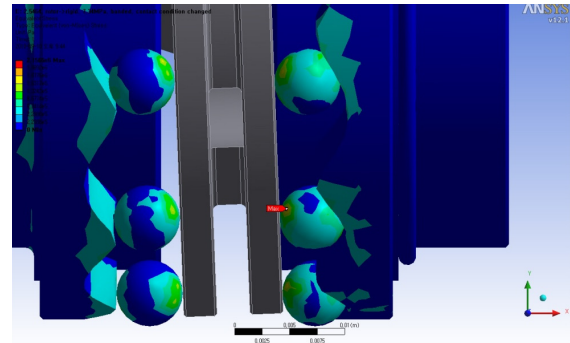


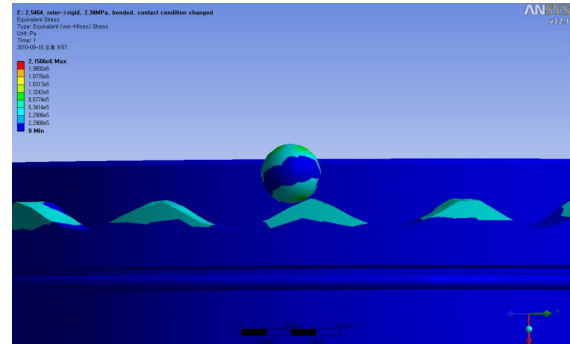
Fig. 10 Binding conditions in FEM analysis

Fig. 10의 감속기는 앞 절에서 설계한  $\phi 108$ 감속기이다. 여기서 빨간색 영역은 입력 축에 모멘트 조건을 준 것이고, 파란색 부분은 캐리어 핀이 들어가는 위치를 나타낸 그림이다. FEM 해석에서 초기 동작 조건으로 해석을 하기 위하여 캐리어 핀 부분은 고정을 하고 모터로부터 입력 축으로 모멘트가 강제적으로 들어가는 과정을 해석을 하였다. 입력 모멘트는 2.5464[Nm]로 주었다. 이것은 400[W], 1500[rpm]으로 모터가 도는 경우의 Torque를 계산한 수치이다.

위의 FEM 해석 결과를 보면 수치적으로 계산한 결과와 마찬가지로 치의 끝단 바로 부근에서 최대 응력이 걸리는 것을 알 수 있었다. 이때 최대응력은 2.1566[MPa] 정도로 수치적인 데이터와는 큰 차이가 났다. 이는 수식적인 치형 설계에 있어서는 치형의 중간 부분에 볼이 위치하면서 감속을 시킨 반면에 실제 제작에 있어서는 진동 및 소음을 감소시키기 위하여 병진판을 추가해서 응력 집중도 방지가 된 것으로 추측된다.



(a)



(b)

Fig. 11 Results of the FEM analysis



Fig. 12 Prototype of the thin plate type ball speed reducer

위의 Fig. 12의 프로토타입은 앞에서 언급한 내용을 바탕으로 실제로 제작을 한 감속기의 모습이다. 내부의 모습을 보이기 위해 바디부분은 제거한 모습이다.

## 5. 결 론

이번 논문에서는 볼의 움직임을 이용하여 기존에 없던 새로운 구동 메카니즘을 제안하게 되었다. 기존에 로봇용 감속기에 사용되는 치형은 인벌류트 치형과, 사이클로이드 치형이 주로 사용이 되고 있었다.

하지만 기존의 치형을 사용해서는 감속기를 박판형으로 설계를 하기가 쉽지 않다. 그래서 본 연구에서는 감속기의 입력축과 출력축이 동일선상에 있으면서 삼각함수를 이용한 볼의 궤적 곡선을 이용하여 새로운 박판형 감속기를 제안하게 되었다. 이 연구를 바탕으로 새로운 박판형 감속기의 치형을 제시하게 되었으며 치형 물림에 관한 새로운 개선책을 제시할 수 있었다.

1) 치형의 형상이 볼이 움직이는 궤적과 같아 물림이 개선되고 FEM 해석 결과를 통해 응력이 적게 걸리는 것을 확인하였다.

2) 볼과 볼 사이에 병진판을 위치시킴으로써 볼과 치형 간의 소음도 적게 발생 되는 것을 확인하였다.

3) 박판형 감속기를 사용하게 되면 소형으로 제작이 가능하여 앞으로 점점 소형화 되어가는 로봇 분야에 적용이 용이 하리라 생각된다.

### 참고 문헌

1. W.G. Molyneux, 1973, "The follower tooth reduction gear, Mechanisms 1972", I. Mech. E., London, G.B., pp. 15-23.
2. 1999, "Cyclo Reducer catalog", Sumitomo Heavy Industry Ltd., Tokyo, Japan, F0101-2.
3. 2008, "Harmonic Drive CSF-3 Series Technical Data", Harmonic Drive systems Inc., Tokyo, Japan, 0710-2R-TCSF3.
4. Xin Li, Weidong He, Lixing Li, Linda C. Schmidt, 2004, "A New Cycloid Drive With High-Load Capacity and High Efficiency", ASME, Vol.126, pp. 683~686.
5. Eliot K. Buckingham, 1980, "Revised Manual of Gear Design: Spur and Internal Gears", Mano Press, pp.75-86.
6. Nicholas P. Chironis, "Gear Design and Application", McGraw-Hill, pp. 4-20.
7. Roland Stawinoga, 1999, "Elevator Drive Systems, Vertical Report", pp.4-20.
8. Dennis G. Zill and Michael R. Cullen, "Advanced Engineering Mathematics, Jones and Bartlett", pp.459-463.