

# Thin Wire와 SRR을 이용한 3D 등방성 Metamaterial Bulk 구조 설계 및 분석

## Design and Analysis of 3D Isotropic Metamaterial Bulk Structure Using Thin Wire and SRR

김 충 주 · 이 범 선

Chungju Kim · Bomson Lee

### 요 약

본 논문에서는 thin wire와 SRR(Split Ring Resonator)을 이용하여 유전율과 투자율을 동시에 제어할 수 있는 3D 등방성 단일 셀을 설계하고 분석해 살펴보았다. 등방성을 갖는 3D bulk 구조를 설계하기 위해서는 모든 면에서 바라본 bulk의 구조 특성이 매우 유사해야 한다. 이러한 구조를 구현하기 위하여 본 논문에서는 thin wire와 상하좌우가 모두 대칭인 SRR 구조를 설계하였으며, 이를 3D bulk 구조에 적용한 결과 8.72 GHz에서 모든 방향( $x, y, z$  방향)에 대하여 유효 상대 유전율이 약  $-0.6$ , 유효 상대 투자율이 약  $-1.5$ , 그리고 굴절율이  $-0.95$ 인 3D 등방성 bulk가 설계되었다. 계산된 Brillouin 분산 다이어그램도 제안된 구조가 등방성에 유사하다는 것을 보여주었다.

### Abstract

In this paper, we designed and analyzed a 3D isotropic bulk structure consisting of thin wires and SRR's(Split Ring Resonator) with which the permittivity and permeability can be controlled at the same time. For the 3D isotropic bulk structure, first of all, the geometry seen by three main axes must look alike. Thus, we adopted the orthogonal thin wires and symmetrical SRR's. As a result, we constructed metamaterial bulk structures of which effective relative permittivity and permeability are about  $-0.6$  and  $-1.5$ , respectively. Its refractive index is about  $-0.95$  in each direction( $x, y$  and  $z$  direction). The computed Brillouin dispersion diagram also showed that the proposed structure is almost near isotropic.

Key words : Metamaterial, Thin Wire, SRR, 3D Isotropic Bulk

### I. 서 론

최근 Metamaterial(MTM)에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다<sup>[1]~[6]</sup>. Metamaterial이란 자연계에 존재하지 않는 음의 유전율과 음의 투자율을 인위적으로 구현하는 기술이다. 음의 유전율을 구현하는 구조로

는 thin wire가 대표적이며, 이는 1996년에 Pendry가 plasmon 이론을 이용하여 유효 유전율과 thin wire 구조 사이의 관계를 증명하였다<sup>[1],[2]</sup>. 그리고 1999년에는 SRR(Split Ring Resonator)을 이용하여 음의 투자율이 구현 가능함을 검증하였다<sup>[3]</sup>. 또한, 2004년에는 이 두 구조를 결합하여 음의 유전율과 투자율을 동

「이 연구는 2011년도 정부(과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 20100027006).」

경희대학교 전자·전파공학과(Department of Electronics and Radio Engineering, Kyung Hee University)

· 논문 번호 : 20110721-10S

· 교신저자 : 이범선(e-mail : bomson@khu.ac.kr)

· 수정완료일자 : 2011년 9월 20일

시에 구현하는 구조가 연구되었으며, 그 외에도 thin wire와 SRR을 이용하여 유전율과 투자율을 제어하는 기술에 관한 연구들은 매우 활발히 이루어지고 있다.

최근에는 thin wire와 SRR을 3D 단일 셀에 적용하여 모든 방향에 대한 유전율과 투자율을 제어할 수 있는 구조에 관한 연구들이 이루어지고 있다<sup>[4]-[8]</sup>. 본 논문에서는 thin wire와 SRR을 3D 단일 셀 구조에 적용하여 모든 방향에 대하여 등방성을 갖도록 3D bulk를 설계하였다.

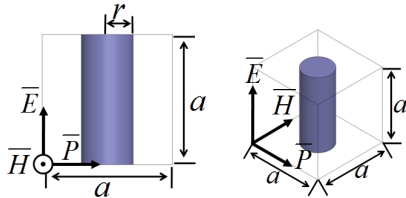
## II. Thin Wire와 SRR 구조 분석

그림 1(a)는 thin wire의 단일 셀 구조를 보여주며, 그림 1(b)는 SRR의 단일 셀 구조를 보여준다.

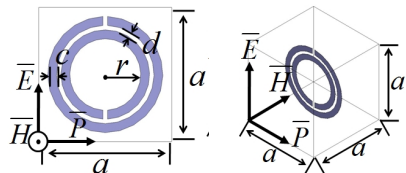
그림 1(a)와 같은 구조에서 유효 유전율은 다음과 같이 표현할 수 있다<sup>[1]</sup>.

$$e_{eff} = \epsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \quad (1)$$

여기서  $\omega_p$ 는 플라즈마 주파수이다. 이 식으로부터 주파수  $\omega$ 가 플라즈마 주파수보다 작을 경우 유효 유전율이 음이 됨을 알 수 있다. 이 플라즈마 주파수는 유효 전자 밀도와 유효 전자 질량 그리고 전하로 표현될 수 있다<sup>[2]</sup>. 유효 전자 밀도는 다음과 같다.



(a) Thin wire의 구조  
(a) Geometry of the thin wire



(b) SRR의 구조  
(b) Geometry of the SRR

그림 1. Thin wire와 SRR의 구조  
Fig. 1. Geometry of the thin wire and SRR.

$$n_{eff} = n \frac{\pi r^2}{a^2} \quad (2)$$

여기서  $n$ 은 전자의 밀도이며,  $r$ 은 thin wire의 반지름,  $a$ 는 단일 셀의 길이이다. 그리고 유효 전자 질량은 다음과 같다.

$$m_{eff} = \frac{n\mu_0 e^2 \pi r^2}{2\pi} \ln(a/r) \quad (3)$$

따라서 플라즈마 주파수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_{eff} e^2}{\epsilon_0 m_{eff}}} = \sqrt{\frac{2\pi}{\epsilon_0 \mu_0 a^2 \ln(a/r)}} \quad (4)$$

따라서 thin wire 구조에서의 유효 유전율 식 (1)은 다음과 같이 표현할 수 있다<sup>[2]</sup>.

$$e_{eff} = \epsilon_0 \left( 1 - \frac{2\pi}{\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 a^2 \ln(a/r)} \right) \quad (5)$$

그림 1(b)에서  $a$ 는 단일 셀의 크기이며,  $c$ 는 도체의 두께,  $d$ 는 두 도체 사이의 거리이다. 이 SRR 구조의 투자율을 구하기 위해서 그림 1(b)의  $c$ 는 매우 작고 ( $c \approx 0$ ) 자기장 방향( $\vec{H}$ )으로의 길이는 무한대로 가정하였다. 이 경우, SRR 내부에서의 자속 밀도와 외부에서의 자속 밀도는 식 (6), (7)과 같다.

$$B_{in} = \mu_0 (H_0 + (1-F)J_s) \quad (6)$$

$$B_{out} = \mu_0 (H_0 + FJ_s) \quad (7)$$

여기서  $F$ 는 단일 셀과 SRR 구조의 비로  $\pi r^2/a^2$ 이다. 따라서 평균 자속 밀도는 다음과 같다.

$$B_{ave} = B_{in}F + B_{out}(1-F) = \mu_0 H_0 \quad (8)$$

그리고 Lenz의 법칙에 의해 생성되는 유도기 전력은 다음과 같다.

$$V_{cmf} = j\omega\pi r^2 B_{in} = 2\pi r R_s J_s - \frac{3}{\pi j\omega C r} J_s \quad (9)$$

여기서  $J_s$ 는 도체판에 흐르는 전류밀도(A/m)이고  $C$ 는 두 도체 사이의 커패시턴스로  $\epsilon_0/d(F/m^2)$ 이다. 식 (9)를 전류 밀도  $J_s$ 에 대하여 정리를 하면

$$J_s = \frac{-H_0}{(1-F) + \frac{j2R_s}{\omega\mu_0 r} - \frac{3}{\pi^2 \mu_0 \omega^2 C r^3}} \quad (10)$$

이 된다. 여기서  $R_s$ 는 단위 길이당 도체의 저항이다. 식 (10)를 이용하면 다음과 같이 평균 자기장을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} H_{ave} &= H_0 - \frac{\pi r^2}{a^2} J_s \\ &= H_0 \frac{1 + \frac{j2R_s}{\omega\mu_0 r} - \frac{3}{\pi^2\mu_0\omega^2 Cr^3}}{(1-F) + \frac{j2R_s}{\omega\mu_0 r} - \frac{3}{\pi^2\mu_0\omega^2 Cr^3}} \end{aligned} \quad (11)$$

따라서 식 (8)을 식 (11)로 나누면 이 경우의 유효 투자율을 구할 수 있다<sup>[3]</sup>.

$$\mu_{eff} = \mu_0 \left( 1 - \frac{F}{1 + \frac{j2R_s}{\omega\mu_0 r} - \frac{3}{\pi^2\mu_0\omega^2 Cr^3}} \right) \quad (12)$$

위의 식 (12)를 이용하면 그림 1(b)와 같은 SRR 구조에서의 유효 투자율을 쉽게 구할 수 있다. 먼저 이 경우의 커패시턴스  $C$ 는

$$C = \frac{\epsilon_0}{\pi} \ln \frac{2c}{d} \quad (13)$$

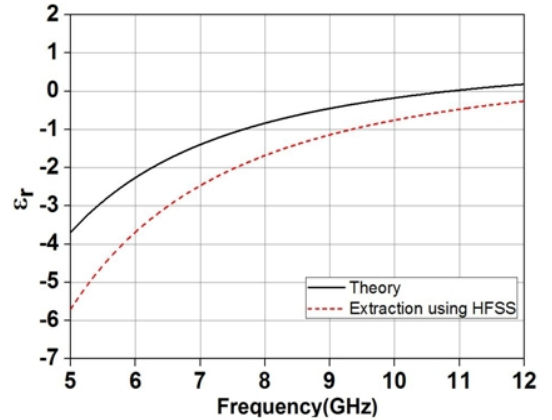
가 되고, 따라서 그림 1(b)의 SRR 구조에서 유효 투자율은 다음과 같다<sup>[3]</sup>.

$$\mu_{eff} = \mu_0 \left( 1 - \frac{F}{1 + \frac{j2aR_s}{\omega\mu_0 r} - \frac{3a}{\pi\mu_0\epsilon_0\omega^2 \ln\left(\frac{2c}{d}\right)r^3}} \right) \quad (14)$$

### III. Thin Wire와 SRR 단일 셀 설계

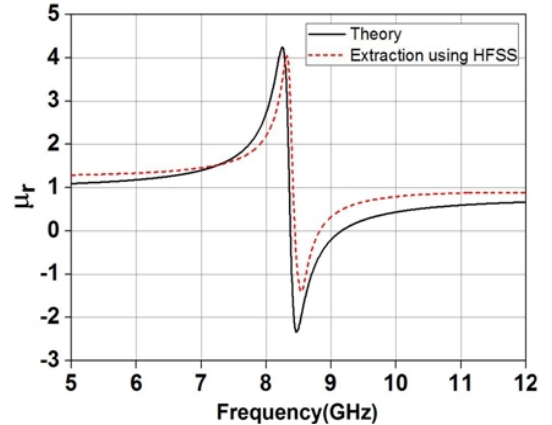
그림 2는 EM 시뮬레이터(HFSS)를 이용하여 그림 1의 thin wire와 SRR 단일 셀을 설계한 후 S-parameter 결과를 이용하여 유효 상대 유전율과 투자율을 추출한 결과이다<sup>[4]</sup>. 여기서 이론값은 식 (5)와 식 (14)를 이용하였다.

그림 2(a)는 단일 셀의 길이  $a$ 가 5 mm이고, 반지름  $r$ 이 0.038 mm인 thin wire 단일 셀의 결과를 보여준다. 이 경우 플라즈마 주파수는 10.84 GHz이다. 그림 2(a)로부터 thin wire를 사용하였을 경우 플라즈마 주파수보다 낮은 주파수에서 음의 유전율을 생성되는 것을 확인할 수 있다. 그림 2(b)는  $a$ 가 15 mm이고,  $r$ 이 3.82 mm,  $c$ 는 1 mm,  $d$ 는 0.372 um, 그리고



(a) Thin wire 단일 셀의 유효 상대 유전율

(a) Effective relative permittivity of the thin wire unit cell



(b) SRR 단일 셀의 유효 상대 투자율

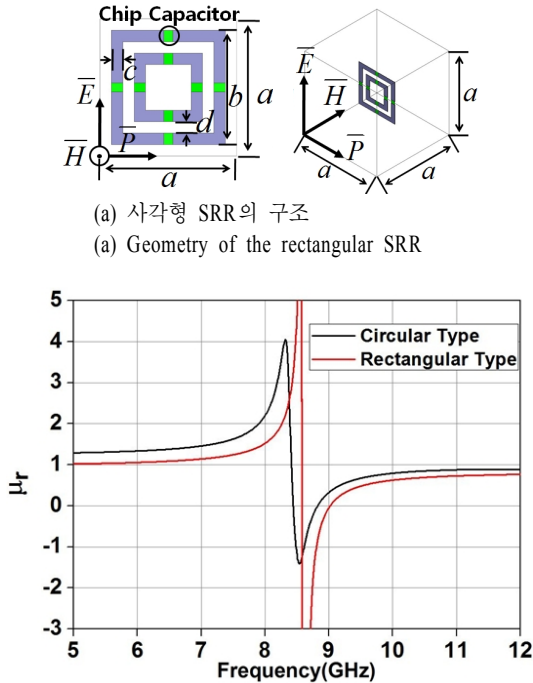
(b) Effective relative permeability of the SRR unit cell

그림 2. Thin wire와 SRR 단일 셀의 결과

Fig. 2. Results of the thin wire and SRR unit cell.

$R_s$ 가 200 Ω/m인 SRR 단일 셀의 결과를 보여준다. 이 경우의 공진 주파수는 8.31 GHz이며, 플라즈마 주파수는 9.16 GHz이다. 그림 2(b)로부터 SRR을 사용하였을 경우 공진주파수와 플라즈마 주파수 사이의 좁은 대역에서 음의 투자율이 생성되는 것을 확인할 수 있다.

유전율과 투자율을 동시에 제어하기 위해서는 thin wire와 SRR을 하나의 단일 셀에 같이 사용하여야 한다. 하지만 위에서 설계했던 thin wire의 단일 셀의 길이는 5 mm이고, SRR의 단일 셀의 길이는 15 mm로 서로 다르기 때문에 이를 동시에 사용하기에는 어려움이 있다. 따라서 단일 셀의 크기를 같게 하



(a) 원형 SRR과 사각형 SRR의 유효 상대 투자율  
(b) Effective relative permeability of circular SRR and rectangular SRR

그림 3. 사각형 SRR의 구조와 유효 상대 투자율  
Fig. 3. Geometry and effective relative permeability of rectangular SRR.

기 위하여 그림 1(b)의 원형 SRR 그림 3(a)와 같이 사각형 SRR을 사용하였다. 또한, 3D bulk 구조에 적용하였을 때 모든 방향에 대하여 등방성을 갖도록 하기 위해 상하좌우 모두 대칭인 구조로 설계하였다.  $a$ 는 단일 셀의 길이로 5 mm,  $b$ 는 3 mm,  $c$ 와  $d$ 는 0.25 mm, 그리고 chip capacitor는 모두 0.2 pF이며, capacitor의 loss는 고려하지 않았다. 시뮬레이션 결과, 이 경우의 플라즈마 주파수는 약 9 GHz로 이전의 원형 SRR 구조와 유사한 결과를 보인다. 그림 3(b)는 이전에 설계한 원형 SRR 구조와 사각형 SRR 구조의 결과를 비교한 것이다.

#### IV. 3D 등방성 Bulk 구조 설계

지금까지 설계한 thin wire와 SRR 구조를 이용하여 3D 등방성 구조 단일 셀을 설계하였다. 그림 4(a)는 thin wire를 이용한 3D 단일 셀 구조를 보여주고,

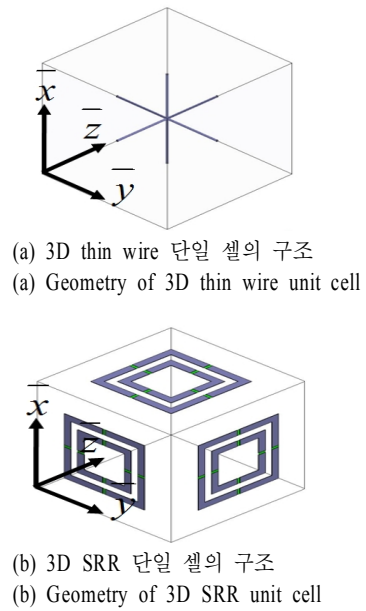
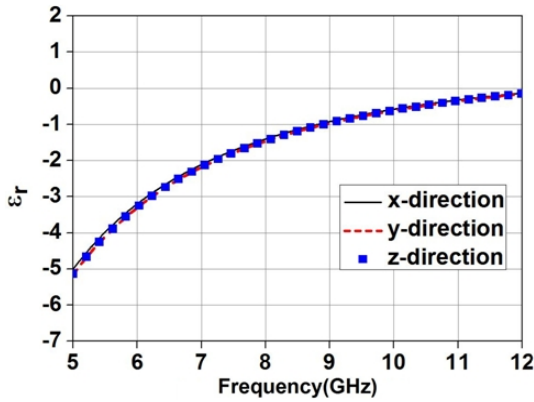


그림 4. 3D 단일 셀 구조  
Fig. 4. Geometry of 3D unit cell.

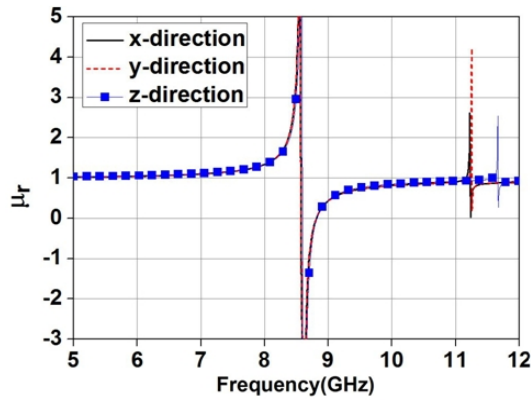
그림 4(b)는 SRR을 이용한 3D 단일 셀 구조를 보여준다. 유전율의 경우, 전기장의 방향과 같은 방향으로 있는 thin wire에 의해 결정되고, 투자율은 자기장이 통과하는 SRR에 의해 결정된다. 예를 들어, 전기장의 방향이  $x$ 방향이고, 자기장의 방향이  $y$ 방향일 경우, 파는  $z$ 방향으로 진행하게 되고, thin wire의 경우  $x$ 방향으로 있는 thin wire에 의해 유전율이 결정되고, SRR의 경우  $xz$ 평면에 놓인 SRR에 의해 투자율이 결정된다.

그림 5(a)와 (b)는 그림 4의 3D 단일 셀 구조에 대한 EM 시뮬레이션 결과를 보여준다. 위의 결과로부터 3D thin wire와 SRR 단일 셀이 모두  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 방향에 대하여 동일한 유효 상대 유전율과 유효 상대 투자율 값을 가지므로 모두 등방성 구조임을 알 수 있다. 이 두 단일 셀을 하나로 합하면 각 방향에 대하여 유전율과 투자율을 제어할 수 있는 3D 단일 셀 구조가 설계된다.

그림 6(a)는 3D thin wire와 SRR 단일 셀을 하나로 합친 구조를 보여주며, 그림 6(b)와 (c)는 시뮬레이터를 이용하여 구한 각 방향에 대한 유효 상대 유전율과 유효 상대 투자율을 보여준다. Thin wire와 SRR을 이용한 3D 단일 셀 구조의  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 방향에 대한



(a) 3D thin wire bulk의 유효 상대 유전율  
(a) Effective relative permittivity of 3D thin wire bulk

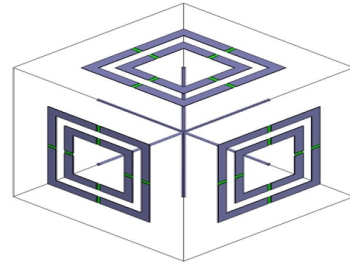


(b) 3D SRR bulk의 유효 상대 투자율  
(b) Effective relative permeability of 3D SRR bulk

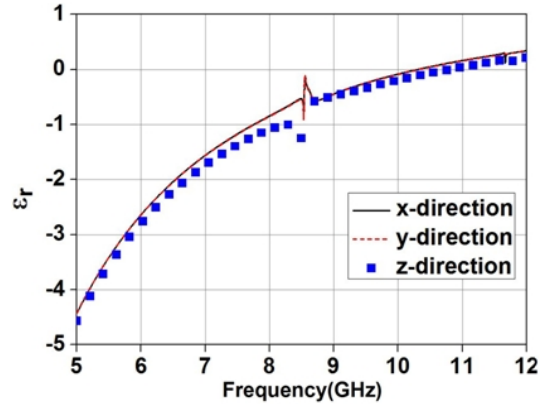
그림 5. 각 방향에 대한 3D bulk의 EM 시뮬레이션 결과  
Fig. 5. EM simulation results of 3D bulk for each direction.

유효 상대 유전율과 투자율이 거의 동일함을 알 수 있으며, 이로부터 유전율과 투자율을 제어할 수 있는 3D 등방성 단일 셀 구조가 설계됐음을 알 수 있다. 그림 6(b)와 (c)로부터 8.72 GHz에서 상대 유전율은 약  $-0.6$ 이며, 상대 투자율은 약  $-1.5$ 이다. 따라서 굴절율( $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ )은 약  $-0.95$ 임을 알 수 있다.

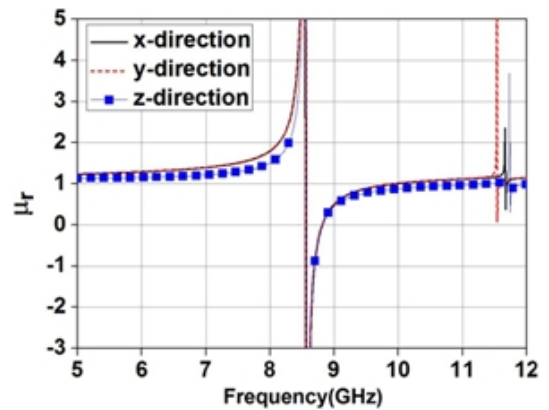
그림 7은 그림 6(a) 구조의 Brillouin 분산 다이어그램을 보여준다. 그림 7에서  $P_1$ 은  $\beta_x a = 2.05$  rad,  $\beta_y a = 0$ 으로  $\beta$ 는  $\beta_x$  성분만 존재하며,  $\beta$ 의 크기는 2.05 rad/m이다.  $P_2$ 는  $\beta_x a = \beta_y a = 1.14$  rad로  $\beta_x$ 와  $\beta_y$  성분 모두 존재하며,  $\beta$ 의 크기는 1.7536 rad/m이다.  $P_1$ 과  $P_2$ 의 전파상수  $\beta$ 의 방향은  $45^\circ$  차이가 나며, 거의 동일한 크기의  $\beta$ 를 갖는다. 다른 방향에서도  $\beta$ 의



(a) Thin wire와 SRR을 이용한 3D 단일 셀 구조  
(a) Geometry of 3D unit cell using thin wire and SRR



(b) 각 방향에 대한 3D bulk의 유효 상대 유전율  
(b) Effective relative permittivity of 3D bulk for each direction



(c) 각 방향에 대한 3D bulk의 유효 상대 투자율  
(c) Effective relative permeability of 3D bulk for each direction

그림 6. Thin wire와 SRR을 이용한 3D bulk의 구조와 결과  
Fig. 6. Geometry and results of 3D bulk using thin wire and SRR.

크기는 거의 동일하므로 그림 6(a)의 구조는 등방성 구조에 가깝다는 것을 알 수 있다.

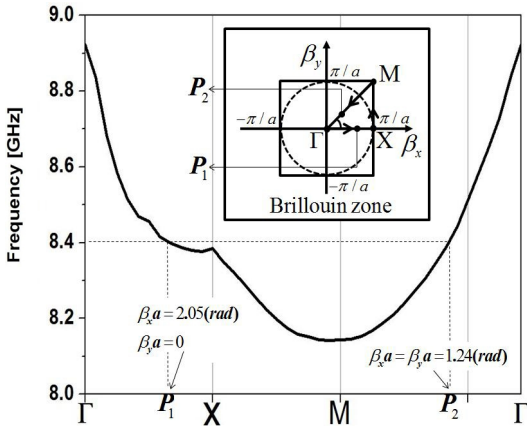


그림 7. Brillouin 분산 다이어그램  
Fig. 7. Dispersion diagram along Brillouin zone.

### V. 결론

본 논문에서는 thin wire와 SRR 구조를 이용하여 모든 방향에 대한 유전율과 투자율을 동시에 제어할 수 있는 3D 등방성 bulk 구조를 설계하였다. 일반적인 SRR 구조를 3D 단일 셀에 적용할 경우 등방성을 갖지 못하므로 상하좌우가 대칭인 SRR을 이용하여 3D bulk에 적용하였다.

그 결과, 모든 방향에 대하여 유전율과 투자율이 유사한 3D 등방성 bulk를 설계하였다. 제안된 3D 등방성 bulk는 8.72 GHz에서 굴절율이 약  $-0.95$ 로 공기중의 굴절율과는 거의 반대이며, 이럴 경우 파는 공기중에서의 진행 방향의 반대 방향으로 진행하는 것처럼 보인다. 이와 같은 음의 굴절율 특성을 이용하면 무선 전력 전송이나 MRI 등에서 파를 focusing하여 성능을 개선시킬 수 있으며, 굴절율을 적절히 조절하면 cloaking에도 적용될 수 있다.

### 참고 문헌

- [1] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, "Extremely low frequency plasmons in metallic measostuctures", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 76, pp. 4773, 1996.
- [2] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, "Low frequency plasmons in thin-wire structures", *Phy. Condens. Matter*, pp. 4785-4809, 1988.
- [3] J. B. Pendry, A. J. Holden, and W. J. Stewart, "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena", *IEEE Tras.*, vol. 47, pp. 2075-2084, Nov. 1999.
- [4] D. R. Smith, S. Schultz, P. Marko, and C. M. Soukoulis, "Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients", *Phys. Rev. B.*, vol. 65, pp. 195104:1-5, Apr. 2002.
- [5] D. R. Smith, N. Kroll, "Negative refractive index in left-handed materials", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, pp. 2933-2936, 2000.
- [6] J. Ma, Y. Zeng, and X. Cao, "Analysis of the characteristics in metal-material with negative permittivity", *World Automation Congress*, pp. 1-4, Sep. 2008.
- [7] J. D. Baena, L. Jelinek, R. Marques, and J. Zehentner, "Electrically small isotropic three-dimensional magnetic resonators for metamaterial design", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 88, no 13, pp. 134108, Mar. 2006.
- [8] R. Marques, L. Jelinek, M. J. Freire, J. D. Baena, and M. Lapine, "Bulk metamaterials made of resonant rings", *Proceedings of the IEEE*, vol. PP, no. 99, Jun. 2011.

김 충 주



2010년 2월: 경희대학교 전파통신  
공학과 (공학사)  
[주 관심분야] Small Antenna, Me-  
tamaterials, Microwave Passive De-  
vices 등

이 범 선



1982년 2월: 서울대학교 전기공학  
과 (공학사)  
1991년 8월: 미국 네브레스카 주립  
대 전자공학과 (공학석사)  
1995년 5월: 미국 네브레스카 주립  
대 전자공학과 (공학박사)  
1995년 9월~현재: 경희대학교 전자  
전파공학과 교수  
2008년 1월~2009년 12월: 한국전자전파학회 마이크로파  
및 전파연구회 위원장  
2010년 1월~2010년 12월: 한국전자전파학회 영문지 편집  
위원장  
2009년 6월~현재: 삼성전자 자문교수  
[주 관심분야] Microwave Antenna, Metamaterials, RF Iden-  
tification(RFID) Tags, Microwave Passive Devices 등