

論文

DOI: <http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2011.39.10.935>

반작용휠과 제어모멘트자이로를 이용한 위성자세제어

손준원*, 이승우*

Satellite Attitude Control using Reaction Wheels and CMGs

Jun-Won Son* and Seung-Wu Rhee*

ABSTRACT

We study X-axis or Y-axis high agile attitude control method, using four reaction wheels and two control moment gyros. Since normal satellites use same actuators, researchers design an attitude controller first, and then allocate torque commands to each actuator. However, our satellite uses both control moment gyros and reaction wheels, whose torque output differences are very large. Therefore, we cannot apply normal attitude controller design procedure. In this paper, we solve this problem by combining actuator torque command and attitude controller. Through numerical simulations, we show that our method enables satellite high agility.

초 록

네 개의 반작용휠과 두 개의 제어모멘트자이로를 이용하여 X축 또는 Y축으로 위성을 고기동 시키는 자세제어방법에 대해서 연구해보았다. 일반적인 위성은 동일한 구동기들을 사용하므로 위성자세제어기를 먼저 설계하고 여기에서 나온 토크를 각 구동기에 할당하면 된다. 하지만 우리 위성은 출력토크 차이가 큰 반작용휠과 제어모멘트자이로로 이루어져 있기에 이러한 방법을 적용하는데 어려움이 있다. 이에 본 논문에서는 구동기 출력토크명령 설계에 위성자세제어기를 포함시키는 방법을 사용하였다. 시뮬레이션을 통하여, 설계된 제어기법이 위성을 고기동 시키는 것을 확인하였다.

Key Words : Control Moment Gyro(제어모멘트자이로), Reaction Wheel(반작용휠), High Agile Maneuver(고기동)

1. 서 론

우리나라에서는 우주기초연구사업과 우주핵심기술개발사업을 통해서 다양한 우주 기술이 개발되고 있다. 이들 기술이 실용화 되려면 위성에 탑재되어 우주에서 정상적으로 동작되는지 확인하는 우주검증이 필수적이다. 정부의 우주개발사업실천로드맵에 따르면, 과학기술위성 및 후속

소형위성들이 이러한 우주검증을 담당하도록 되어 있다.

제어모멘트자이로(Control Moment Gyro, 이하 CMG)는 고출력 토크를 낼 수 있는 위성 구동기로, 미국과 유럽 등지에서는 오래전부터 연구가 진행되고 있으며 실제 위성에도 탑재된 바 있다[1-5]. 국내에서도 몇 년 전부터 대학과 연구원에서 관련 연구가 시작되었고 지상검증용 시제품도 나온 바 있다[6-12]. 따라서 몇 년 후면 관련 기술에 대한 완성도가 높아져서 우주검증이 가능한 수준에까지 도달하리라 예상된다.

본 논문에서는 국내에서 개발된 CMG를 소형

† 2011년 7월 19일 접수 ~ 2011년 9월 17일 심사완료

* 정회원, 한국항공우주연구원 과학위성팀

교신저자, E-mail : jwson@kari.re.kr

대전시 유성구 어은동 45

위성에 탑재하여 우주검증을 수행할 때의 위성 자세제어방법에 대해서 살펴본다. 정상적인 경우라면, 네 개의 CMG를 위성에 탑재하고 이들을 이용하여 위성 자세제어를 수행하면 된다. 하지만 우리는 아직 검증이 되지 않은 CMG를 사용하므로 이들에 전적으로 의존하여 위성 자세제어를 수행하는 것은 위험하다. 극단적인 경우, CMG가 모두 고장나 위성 자세제어가 불가능해지고, 위성의 다른 임무 수행도 불가능해질 수도 있다.

따라서 검증된 네 개의 반작용휠로 기본적인 위성자세제어를 하되, 두 개의 CMG를 추가 장착하여 위성의 X축 또는 Y축 기동 성능을 향상시키는데 사용하고자 한다. 두 개가 아닌 네 개의 CMG를 장착하는 방안도 고려하였으나, 소형 위성의 무게 제한 때문에, 두 개만 설치하는 것이 바람직하다는 결론을 내렸다.

두 개의 CMG를 사용하여 위성을 제어하는 방법은 이미 영국 SSTL에서 개발한 BILSAT-1에서 시도된 바 있다[3]. 하지만 해당 위성에서는 반작용휠을 같이 사용하지 않고, CMG만 사용하였고 1축 제어만 시도하였다. 반면, 본 논문에서는 CMG와 반작용휠을 같이 사용하여 3축 제어를 하며, X축 또는 Y축에 대해서는 고기동도 가능한 방법을 연구하였다.

CMG와 반작용휠의 배치는 그림 1과 같이 하였다. 네 개의 반작용휠은 일반적인 위성 구동기 배치방법에 따라 피라미드 형태로 클러스터를 구성하고, 두 개의 CMG는 피라미드의 중심에 김

벌축이 Z축을 향하도록 하여 클러스터를 구성하였다. 그림 2는 반작용휠과 CMG의 장착모습을 상세하게 나타내었다.

II. 위성 자세제어시스템 구성

2.1 구동기 출력토크 및 모멘텀

CMG휠이 반작용휠과 같은 관성모멘트 I 를 가질 경우, 모멘텀 (h_{CMGi}, h_{RWj}) 및 토크 (τ_{CMGi}, τ_{RWj})는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$h_{CMGi}(\sigma_i) = Iw_0 = h_0 \quad (1a)$$

$$\tau_{CMGi}(\sigma_i) = Iw_0\dot{\sigma}_i \quad (i = 1, 2) \quad (1b)$$

$$h_{RWj} = Iw_j \quad (2a)$$

$$\tau_{RWj} = I\dot{w}_j \quad (j = 1, 2, 3, 4) \quad (2b)$$

여기서 w_0 는 정상동작상태에서 CMG 휠의 회전속도, σ_i 는 CMG의 김벌각, w_j 는 반작용휠의 회전속도를 나타낸다.

일반적으로 김벌 각속도 $\dot{\sigma}_i$ 의 최대값과 휠의 가속도 \dot{w}_j 의 최대값은 아무리 커도 4~5배 정도 밖에 차이가 나지 않는다. 반면 w_0 는 104.7 rad/s (1000rpm) 이상의 큰 값을 가진다 [10-12]. 따라서 CMG의 최대 출력토크와 반작용휠의 최대 출력토크는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\tau_{CMGi} / \tau_{RWj} = O(w_0) \quad (3)$$

여기서 O 는 'big O'로, $|\tau_{CMGi} / \tau_{RWj}| \leq kw_0$ 인 양의 상수 k 가 존재한다는 뜻이다. 다시 말하면, τ_{CMGi} 가 대략 τ_{RWj} 의 w_0 배 정도라는 의미이다.

이제 CMG와 반작용휠 클러스터가 생성하는 모멘텀과 토크를 살펴보자. 클러스터가 그림 1과 같이 구성될 경우, 위성의 X,Y,Z축 방향으로 생성하는 모멘텀과 토크는 다음과 같다.

$$H_{CMG} = \begin{bmatrix} c\sigma_1 \\ s\sigma_1 \\ 0 \end{bmatrix} h_0 + \begin{bmatrix} c\sigma_2 \\ s\sigma_2 \\ 0 \end{bmatrix} h_0 \quad (4a)$$

$$T_{CMG} = \begin{bmatrix} -s\sigma_1 \\ c\sigma_1 \\ 0 \end{bmatrix} \tau_{CMG1} + \begin{bmatrix} -s\sigma_2 \\ c\sigma_2 \\ 0 \end{bmatrix} \tau_{CMG2} \quad (4b)$$

$$H_{RW} = A_{RW} [h_{RW1}, h_{RW2}, h_{RW3}, h_{RW4}]^T \quad (5a)$$

$$T_{RW} = A_{RW} [\tau_{RW1}, \tau_{RW2}, \tau_{RW3}, \tau_{RW4}]^T \quad (5b)$$

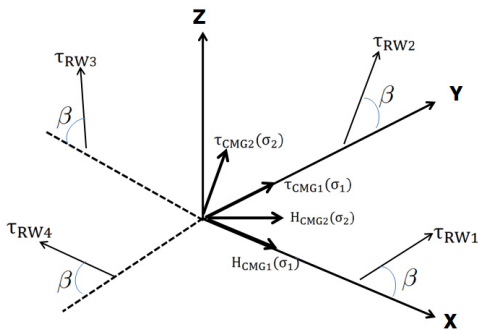


그림 1. CMG와 반작용휠 클러스터 형상

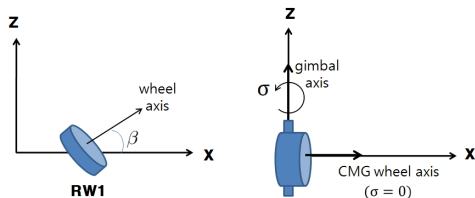


그림 2. CMG와 반작용휠 장착 상세도

여기서 $A_{RW} = \begin{bmatrix} c\beta & 0 & -c\beta & 0 \\ 0 & c\beta & 0 & -c\beta \\ s\beta & s\beta & s\beta & s\beta \end{bmatrix}$ 이며, s 와 c 는 \sin 과 \cos 을 의미한다.

2.2 CMG 구동방법 설계

우리 목표는 X축 또는 Y축 한 방향으로 위성을 고기동 시키는 것이므로, 다음과 같이 CMG1과 CMG2를 동기화 시켜서 운용한다. 몇몇 논문에서도 이와 유사한 방식으로 두 개의 CMG를 동기화 시킨 바 있다[45].

2.2.1 X축 고기동 모드

X축 고기동을 위해서는 X축 방향으로 큰 토크를 가해줘야 한다. 따라서 CMG1과 CMG2를 다음과 같이 동기화 시켜서 X축 방향으로만 토크를 생성하도록 한다.

$$\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = -\sigma, \dot{\sigma}_1 = -\dot{\sigma}_2 = \dot{\sigma} \quad (6)$$

이 경우, 두 CMG가 생성하는 모멘텀 및 토크는 다음과 같다.

$$H_{CMG} = \begin{bmatrix} 2c\sigma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} h_0 \quad (7a)$$

$$T_{CMG} = \begin{bmatrix} -2s\sigma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w_0 \cdot \tau_0 \quad (7b)$$

여기서 τ_0 는 $\tau_0 = \dot{I}\sigma$ 이며, 식 (1b)와 식 (3)으로부터 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\tau_0 / \tau_{RWj} = O(1) \quad (8)$$

즉, τ_0 와 반작용휠의 토크 τ_{RWj} 는 비슷한 수준의 크기를 가진다.

2.2.2 Y축 고기동 모드

Y축 고기동을 위해서, 두 CMG를 아래와 같이 동기화시켜서, Y축 방향으로만 토크를 생성하도록 하였다.

$$\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = -\sigma + \pi, \dot{\sigma}_1 = -\dot{\sigma}_2 = \dot{\sigma} \quad (9)$$

이 경우, 두 CMG가 생성하는 모멘텀 및 토크는 다음과 같다.

$$H_{CMG} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2s\sigma \\ 0 \end{bmatrix} h_0 \quad (10a)$$

$$T_{CMG} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2c\sigma \\ 0 \end{bmatrix} w_0 \cdot \tau_0 \quad (10b)$$

2.3 구동기 토크 명령 설계

이제 위성체 전체의 동역학식을 살펴보자. 위성체의 관성모멘트 I_s 를 I_x, I_y, I_z 로 구성된 대각선 행렬, 각속도를 $w = [w_x, w_y, w_z]^T$ 라고 할 경우, 위성체 전체의 모멘텀과 토크는 다음과 같다.

$$H_{total} = H_{CMG} + H_{RW} + I_s w \quad (11)$$

$$0 = T_c + I_s \dot{w} + w \times H_{total} \quad (12)$$

$$T_c = \begin{bmatrix} \tau_{cx} \\ \tau_{cy} \\ \tau_{cz} \end{bmatrix} = [A_{CMG} | A_{RW}] \begin{bmatrix} w_0 \cdot \tau_0 \\ \tau_{RW1} \\ \tau_{RW2} \\ \tau_{RW3} \\ \tau_{RW4} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$= A_C \begin{bmatrix} w_0 \cdot \tau_0 \\ \tau_{RW1} \\ \tau_{RW2} \\ \tau_{RW3} \\ \tau_{RW4} \end{bmatrix}$$

H_{CMG} 는 CMG 구동방법에 따라서 식 (7a) 또는 식 (10a)와 같이 정의되며, A_{CMG} 는 식 (7b) 또는 식 (10b)로부터 $[-2s\sigma, 0, 0]^T$ 또는 $[0, 2c\sigma, 0]^T$ 로 표현된다.

일반적인 위성 자세제어기 설계 방법을 따르면, T_c 를 먼저 설계한 후에, 다음과 같이 각 구동기의 출력토크를 할당하게 된다.

$$\begin{bmatrix} w_0 \cdot \tau_0 \\ \tau_{RW1} \\ \tau_{RW2} \\ \tau_{RW3} \\ \tau_{RW4} \end{bmatrix} = A_C^T (A_C A_C^T)^{-1} \begin{bmatrix} \tau_{cx} \\ \tau_{cy} \\ \tau_{cz} \end{bmatrix} \quad (14)$$

일반적인 시스템은 모든 구동기가 동일한 최대 출력토크를 가지므로 위 방법을 적용해도 문제가 없다. 하지만, 우리 시스템은 큰 출력토크를 가지는 CMG와, 작은 출력토크를 가지는 반작용휠로 구성 된다. 식 (8)에 따르면 τ_0 와 τ_{RWj} 의 크기가 비슷하므로, $w_0 \cdot \tau_0$ 와 τ_{RWj} 의 크기는 w_0 배 정도로 큰 차이가 나는데, 식 (14)에서는 이를 고려하지 않고, $w_0 \cdot \tau_0$ 와 τ_{RWj} 를 똑같이 취급하여 토크를 할당한다. 따라서 CMG의 큰 출력토크 특성을 활용할 수 없게 된다.

예를 들어서 최대출력토크가 각각 336mNm와 5mNm인 CMG와 반작용휠을 그림 1과 같이 배치하고 X축 고기동 모드로 위성을 움직일 때를 살펴보자. 위성 자세제어를 위해서 $T_c = [\tau_{cx}, \tau_{cy}, \tau_{cz}]^T$

$= [600mNm, 0, 0]^T$ 를 필요로 한다고 할 경우, 식 (14)에 따라 각 구동기에 할당되는 토크는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} w_0 \cdot \tau_0 \\ \tau_{RW1} \\ \tau_{RW2} \\ \tau_{RW3} \\ \tau_{RW4} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_C^T (\mathbf{A}_C \mathbf{A}_C^T)^{-1} \begin{bmatrix} \tau_{cx} \\ \tau_{cy} \\ \tau_{cz} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{-2s\sigma}{4s^2\sigma + 2c^2\beta} & 0 & 0 \\ \frac{c\beta}{4s^2\sigma + 2c^2\beta} & 0 & \frac{1}{4s\beta} \\ 0 & \frac{1}{2c\beta} & \frac{1}{4s\beta} \\ \frac{-c\beta}{4s^2\sigma + 2c^2\beta} & 0 & \frac{1}{4s\beta} \\ 0 & \frac{-1}{2c\beta} & \frac{1}{4s\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 600 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

그림 1의 반작용휠 클러스터 배치각 β 가 53.13° 이고, CMG의 김벌각 σ 가 90° 일 경우, 각 구동기에 할당되는 토크는 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} w_0 \cdot \tau_0 \\ \tau_{RW1} \\ \tau_{RW2} \\ \tau_{RW3} \\ \tau_{RW4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -127 \\ 76 \\ 0 \\ -76 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

CMG에 할당된 토크는 127mNm로 최대 출력토크인 336mNm의 1/3정도에 불과하다. 반면 반작용휠에 할당된 토크는 76mNm로 반작용휠의 최대출력토크인 5mNm보다 15배나 크다. 즉, 식 (14)의 방법으로는 필요로 하는 \mathbf{T}_c 를 낼 수가 없다.

우리의 시스템은 최대 출력토크가 336mNm인 CMG 두 개를 사용하므로, 식 (7b)에 따르면 X축으로 최대 672mNm의 토크를 낼 수 있다. 따라서 $\mathbf{T}_c = [600mNm, 0, 0]^T$ 를 낼 수 있는 능력이 있다. 하지만, 식 (14)와 같은 일반적인 자세제어기 설계방법을 사용할 경우, CMG와 반작용휠을 동일하게 취급하므로, 식 (16)처럼 CMG의 큰 출력토크는 충분히 활용하지 못하고 반작용휠에는 낼 수 있는 출력토크에 비해서 무리한 토크를 할당하게 된다.

따라서 본 논문에서는 \mathbf{T}_c 를 거치지 않고 CMG와 반작용휠의 출력토크를 직접 설계하는 방법을 제안하고자 한다.

2.3.1 특이섭동시스템

우리 시스템은 CMG와 반작용휠을 함께 이용하여 위성의 3축에 토크를 공급하며, CMG의 출력토크가 반작용휠의 출력토크에 비해서 매우 크다. 이처럼 시스템 내에서 크기 차이가 많이 나는 값들이 존재할 경우, 다음과 같은 특이섭동시스템이 나타나게 된다.

$$\dot{x} = f(x, z, \epsilon) \quad (17a)$$

$$\dot{z} = g(x, z, \epsilon) \quad (17b)$$

여기서 $x \in \mathbf{R}^n$, $z \in \mathbf{R}^m$ 이고, ϵ 은 $\epsilon \ll 1$ 인 상수이다.

이 시스템에서 ϵ 이 매우 작으므로 $1/\epsilon$ 은 매우 큰 상수가 되고, 따라서 x 에 비해서 z 가 매우 빨리 움직이게 된다. 이 경우, x 와 z 를 분리하여 안정성 및 응답을 확인할 수가 있다 [13-14].

우리가 설계한 제어기를 통해서 나오는 특이섭동시스템은 다음과 같은 형태를 보인다.

$$\dot{x} = z \quad (18a)$$

$$\dot{z} = \alpha x + \beta z \quad (18b)$$

여기서 $x \in \mathbf{R}$, $z \in \mathbf{R}$ 이며, α 와 β 는 상수이다. 특이섭동시스템이론에 따르면, $\beta < 0$ 일 경우, z 는 순식간에 식 (19)와 같은 매니폴드(manifold) 위에 올라가게 되고, 그 후에 x 의 변화에 따라서 매니폴드 위를 움직이게 된다.

$$z = -\frac{\alpha}{\beta}x \quad (19)$$

한편 x 는 식 (18a)에서 z 대신에 매니폴드, 식 (19)를 대입하여 얻어지는 식 (20)에 따라서 움직이게 된다.

$$\dot{x} = -\frac{\alpha}{\beta}x \quad (20)$$

위와 같은 특이섭동시스템이론을 이용하여 우리가 설계한 제어기가 어떻게 동작하는지를 살펴 보도록 하자.

2.3.2 X축 고기동 모드

두 CMG를 식 (6)과 같이 구동할 경우, 위성체 동역학식, 식 (12)는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\epsilon w_x} = \frac{2s\sigma}{I_x} \tau_0 + \epsilon \frac{c\beta}{I_x} (\tau_{RW3} - \tau_{RW1}) - \epsilon \frac{f_{1x}}{I_x} \quad (21)$$

$$\dot{w}_y = \frac{c\beta}{I_y}(\tau_{RW4} - \tau_{RW2}) - \frac{f_{1y}}{I_y} \quad (22)$$

$$\dot{w}_z = -\frac{s\beta}{I_z} \left(\sum_{j=1}^4 \tau_{RWj} \right) - \frac{f_{1z}}{I_z} \quad (23)$$

f_{1x}, f_{1y}, f_{1z} 는 $[f_{1x}, f_{1y}, f_{1z}]^T = \mathbf{w} \times \mathbf{H}_{total}$ 로부터 얻어지는 값이다.

또한 ϵ 은 $\epsilon = 1/w_0$ 로 매우 작은 값이다. 예를 들어서 w_0 가 104.7 rad/s (1,000rpm)일 경우, ϵ 은 0.01이 된다. 따라서 식(21)은 특이섭동시스템이 된다.

하지만 김벌각 σ 가 0 또는 π 근처이면, $s\sigma$ 가 ϵ 보다도 작은 값을 가지거나 0이 된다. 따라서 \dot{w}_x 가 아래와 같이 바뀌면서 특이섭동시스템이 아닌 일반 시스템으로 바뀐다.

$$\dot{w}_x \approx \frac{c\beta}{I_x}(\tau_{RW3} - \tau_{RW1}) - \frac{f_{1x}}{I_x} \quad (24)$$

이를 물리적으로 살펴보면 다음과 같다. 식 (7b)에 따르면, 김벌각 σ 가 0 또는 π 근처이면 CMG 클러스터의 토크 출력값이 0이 된다. 즉, 두 CMG의 김벌각이 0과 π 가 되어서, X축 방향으로 어떠한 토크도 내지 못하게 되는 것이다.

정리하자면, 김벌각 σ 가 0 또는 π 근처가 아니어서 CMG의 큰 출력토크가 시스템에 영향을 줄 때는 식 (21)과 같은 특이섭동시스템이 되고, 김벌각 σ 가 0 또는 π 근처로 CMG가 시스템에 토크를 줄 수 없을 경우에는 식 (24)와 같이 바뀌면서 일반 시스템이 된다.

이러한 시스템 특성을 고려하여 아래와 같은 제어기를 설계하였다.

$$\tau_0 = I_x \cdot s\sigma \cdot (K_{xpc}\phi_e + K_{xdc}w_x) \quad (25)$$

$$\tau_{RW1} = -\frac{I_x}{2c\beta}\tau_{cx'} - \frac{I_z}{4s\beta}\tau_{cz'} \quad (26)$$

$$\tau_{RW2} = -\frac{I_y}{2c\beta}\tau_{cy'} - \frac{I_z}{4s\beta}\tau_{cz'}$$

$$\tau_{RW3} = +\frac{I_x}{2c\beta}\tau_{cx'} - \frac{I_z}{4s\beta}\tau_{cz'}$$

$$\tau_{RW4} = +\frac{I_y}{2c\beta}\tau_{cy'} - \frac{I_z}{4s\beta}\tau_{cz'}$$

$$\tau_{cx'} = K_{xpw}\phi_e + K_{xdw}w_x + f_{1x}/I_x \quad (27)$$

$$\tau_{cy'} = K_{ypw}\theta_e + K_{ydw}w_y + f_{1y}/I_y$$

$$\tau_{cz'} = K_{zpw}\psi_e + K_{zdw}w_z + f_{1z}/I_z$$

여기서 ϕ_e, θ_e, ψ_e 는 X,Y,Z축 방향 오일러 명령

값 $\phi_{cmd}, \theta_{cmd}, \psi_{cmd}$ 와 현재 오일러 각도 ϕ, θ, ψ 사이의 차이를 의미한다.

위와 같이 설계한 제어기를 식 (22)와 식(23)에 대입하면 \dot{w}_y 와 \dot{w}_z 는 다음과 같이 나온다.

$$\dot{w}_y = K_{ypw}\theta_e + K_{ydw}w_y \quad (28)$$

$$\dot{w}_z = K_{zpw}\psi_e + K_{zdw}w_z \quad (29)$$

$\dot{\theta}_e = \dot{\theta}_{cmd} - \dot{\theta} = -w_y$ 라는 관계를 이용하여, 식 (28)로부터 다음과 같은 특성방정식을 얻을 수 있다.

$$s^2 - K_{ydw}s + K_{ypw} = 0 \quad (30)$$

마찬가지 방식으로 식 (29)로부터 다음과 같은 특성방정식을 얻을 수 있다.

$$s^2 - K_{zdw}s + K_{zpw} = 0 \quad (31)$$

따라서 식 (30)과 식 (31)을 토대로 이득값을 조절하면 Y축과 Z축에 대한 자세제어를 할 수 있다.

이제 X축에 대해서 살펴보자. 김벌각 σ 가 0 또는 π 근처가 아닌 경우, X축의 움직임은 식 (21)에 식(25)를 대입해 얻어지는 아래 식으로 표현된다.

$$\epsilon \dot{w}_x \approx 2s^2\sigma(K_{xpc}\phi_e + K_{xdc}w_x) \quad (32)$$

한편, $\dot{\phi}_e = \dot{\phi}_{cmd} - \dot{\phi} = -w_x$ 이므로, 식 (32)는 사실상 다음과 같은 특이섭동시스템이 된다.

$$\dot{\phi}_e = -w_x \quad (33a)$$

$$\epsilon \dot{w}_x \approx 2s^2\sigma(K_{xpc}\phi_e + K_{xdc}w_x) \quad (33b)$$

특이섭동시스템 이론에 따르면, $K_{xdc} < 0$ 일 경우, w_x 는 순식간에 아래와 같은 매니폴드 (manifold) 위로 올라간 후, 계속 매니폴드 위에서 움직이게 된다.

$$w_x = -\frac{K_{xpc}}{K_{xdc}}\phi_e \quad (34)$$

그리고 $\dot{\phi}_e$ 는 식 (33a)와 식 (34)로부터 식 (35)와 같은 형태로 다시 쓸 수 있으며, 특성방정식은 식 (36)과 같다.

$$\dot{\phi}_e = \frac{K_{xpc}}{K_{xdc}}\phi_e \quad (35)$$

$$s - K_{xpc}/K_{xdc} = 0 \quad (36)$$

즉, 우리가 $K_{xpc}/K_{xdc} < 0$ 가 되도록 설정하면, X축 자세오차 ϕ_e 가 시간이 지날수록 줄어들어서 0으로 가게 된다.

한편 김벌각 σ 가 0 또는 π 근처인 경우, X축의 움직임은 식 (24)에 식(26)을 대입해 얻어지는 다음 식으로 표현된다.

$$\dot{w}_x \approx K_{xpw}\phi_e + K_{xdw}w_x \quad (37)$$

이 때의 특성방정식은 다음과 같다.

$$s^2 - K_{xdw}s + K_{xpw} = 0 \quad (38)$$

따라서 이득값을 조절하여, 식 (36)과 식 (38)의 해의 실수값이 음이 되도록 하면, X축에 대한 자세제어가 가능하다.

2.3.3 Y축 고기동 모드

두 CMG를 식 (9)와 같이 구동할 경우, 위성체 동역학식, 식 (12)는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{w}_x = \frac{c\beta}{I_x}(\tau_{RW3} - \tau_{RW1}) - \frac{f_{2x}}{I_x} \quad (39)$$

$$\epsilon\dot{w}_y = -\frac{2c\sigma}{I_y}\tau_0 + \epsilon\frac{c\beta}{I_y}(\tau_{RW4} - \tau_{RW2}) - \epsilon\frac{f_{2y}}{I_y} \quad (40)$$

$$\dot{w}_z = -\frac{s\beta}{I_z}\left(\sum_{j=1}^4 \tau_{RWj}\right) - \frac{f_{2z}}{I_z} \quad (41)$$

f_{2x}, f_{2y}, f_{2z} 는 $[f_{2x}, f_{2y}, f_{2z}]^T = \mathbf{w} \times \mathbf{H}_{total}$ 로부터 얻어지는 값이다.

한편 김벌각 σ 가 $\pm \frac{\pi}{2}$ 근처일 때, $c\sigma$ 도 ϵ 보다 작은 값을 가지거나 0이 되므로, 식 (40)은 다음과 같이 바뀐다.

$$\dot{w}_y \approx \frac{c\beta}{I_y}(\tau_{RW4} - \tau_{RW2}) - \frac{f_{2y}}{I_y} \quad (42)$$

이러한 특성을 고려하여 제어기를 아래와 같이 설계하였다.

$$\tau_0 = -I_y \cdot c\sigma \cdot (K_{ypc}\theta_e + K_{ydc}w_y) \quad (43)$$

$$\tau_{RW1} = -\frac{I_x}{2c\beta}\tau_{cx'} - \frac{I_z}{4s\beta}\tau_{cz'} \quad (44)$$

$$\tau_{RW2} = -\frac{I_y}{2c\beta}\tau_{cy'} - \frac{I_z}{4s\beta}\tau_{cz'}$$

$$\tau_{RW3} = +\frac{I_x}{2c\beta}\tau_{cx'} - \frac{I_z}{4s\beta}\tau_{cz'}$$

$$\tau_{RW4} = +\frac{I_y}{2c\beta}\tau_{cy'} - \frac{I_z}{4s\beta}\tau_{cz'}$$

$$\tau_{cx'} = K_{xpw}\phi_e + K_{xdw}w_x + f_{2x}/I_x \quad (45)$$

$$\tau_{cy'} = K_{ypw}\theta_e + K_{ydw}w_y + f_{2y}/I_y$$

$$\tau_{cz'} = K_{zpw}\psi_e + K_{zdw}w_z + f_{2z}/I_z$$

X축 고기동 모드의 제어기와 비교해보면, CMG의 토크명령 τ_0 만 바뀌었을 뿐 반작용휠의 토크명령 τ_{RWj} 는 X축 고기동 모드에서와 거의 동일하다. \mathbf{H}_{total} 의 성분인 \mathbf{H}_{CMG} 가 식 (7a)에서 식 (10a)로 바뀐에 따라 f_1 이 f_2 로 변했을 뿐이다.

위와 같은 제어기를 사용했을 경우, \dot{w}_z 와 \dot{w}_x 는 다음과 같다.

$$\dot{w}_z = K_{zpw}\psi_e + K_{zdw}w_z \quad (46)$$

$$\dot{w}_x = K_{xpw}\phi_e + K_{xdw}w_x \quad (47)$$

위 식은 각각 식 (29), 식 (37)과 같다. 즉, X축 고기동 모드에서 설계한 이득값을 그대로 사용하면 X축과 Z축에 대한 제어가 가능하다.

이제 \dot{w}_y 에 대해서 살펴보자. 김벌각 σ 가 $\pm \frac{\pi}{2}$ 근처일 경우, Y축의 움직임은 식 (42)에 식 (44)를 대입해 얻어지는 아래 식으로 표현된다.

$$\dot{w}_y \approx K_{ypw}\theta_e + K_{ydw}w_y \quad (48)$$

위 식은 식 (28)과 같다. 즉, X축 고기동 모드에서 설계한 이득값을 그대로 사용 가능하다.

김벌각 σ 가 $\pm \frac{\pi}{2}$ 근처가 아닐 경우, Y축의 움직임은 식 (40)에 식 (43)을 대입해 얻어지는 다음식으로 표현된다.

$$\epsilon\dot{w}_y \approx 2c^2\sigma(K_{ypc}\theta_e + K_{ydc}w_y) \quad (49)$$

$K_{ydc} < 0$ 인 경우, w_y 는 순식간에 식 (50)과 같은 매니폴드 위로 올라가며, 식 (51)과 같은 특성방정식이 얻어진다.

$$w_y = -\frac{K_{ypc}}{K_{ydc}}\theta_e \quad (50)$$

$$s - K_{ypc}/K_{ydc} = 0 \quad (51)$$

식 (51)을 토대로 이득값을 조절하여 $K_{ypc}/K_{ydc} < 0$ 이 되도록 하면, Y축에 대한 제어도 가능하다.

2.3.4 X축/Y축 고기동 모드의 비교

각 모드별 제어기를 살펴보면, CMG 토크명령

만 다를 뿐, 반작용휠 토크명령은 거의 동일하다. 게다가 반작용휠 토크명령의 이득값은 완전히 같다.

이는 CMG와 반작용휠이 다음과 같이 역할을 하도록 제어기를 설계하였기 때문이다. 고기동 축에 필요한 토크 대부분은 CMG가 제공한다. 반작용휠은 1)고기동 축에 필요한 토크 중에서 CMG가 제공한 토크를 제외한 나머지 작은 토크와, 2)고기동을 하지 않는 두 축에 필요한 토크, 3) $w \times H_{total}$ 을 상쇄시키는 토크를 제공한다. 고기동과 관련된 부분은 CMG가 모두 담당하므로 반작용휠은 $w \times H_{total}$ 을 상쇄시키는 부분만을 제외하고는 동일한 것이다.

2.3.5 김벌각 고정문제

식 (25)에 따르면, X축 고기동 모드에서 김벌각 σ 가 0나 π 일 때에 토크명령 τ_0 가 0이 된다. 이 때, 김벌 각속도 $\dot{\sigma}$ 도 $\dot{\sigma} = \tau_0/I$ 에 의해 0이 되어 김벌이 더 이상 움직이지 않는 문제가 발생한다. 이러한 김벌각 고정문제는 김벌 운용각도를 제한하는 방법으로 해결할 수 있다.

식 (25)를 잘 살펴보면, $K_{xpc}\phi_e + K_{xdc}w_x > 0$ 일 때는 그림 3처럼 김벌각이 항상 π 를 향하게 된다. 또한 $K_{xpc}\phi_e + K_{xdc}w_x < 0$ 일 때는 김벌각이 항상 0를 향하게 된다. 즉, X축 고기동 모드에서 김벌각이 0나 π 선을 넘어야 할 이유가 없다. 따라서 초기값에 따라서 김벌을 $0 < \sigma < \pi$ 또는 $\pi < \sigma < 2\pi$ 구간에서만 움직이도록 설정해주면 김벌각 고정문제가 발생하지 않는다. 예를 들어서 김벌각이 $\pm 1^\circ$ 나 $\pm 179^\circ$ 에 도달하면, 김벌을 회전시키지 않으면 된다.

Y축 고기동 모드일 때도 김벌각을 $-\frac{\pi}{2} < \sigma < \frac{\pi}{2}$ 또는 $\frac{\pi}{2} < \sigma < \frac{3\pi}{2}$ 구간에서만 움직이도록 설정해주면 김벌각 고정문제를 피할 수 있다.

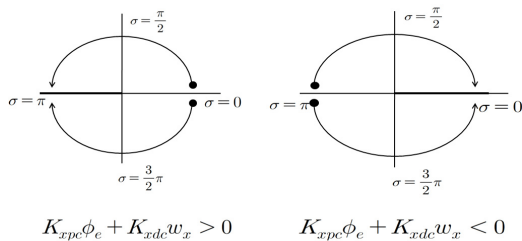


그림 3. X축 고기동 모드에서 김벌각 변화

2.3.6 쿼터니안 사용시 제어기 설계

위성자세제어에 PD 제어기를 사용할 때, 제어기 입력으로 오일러각 오차 (Euler Angle Error)를 이용할 경우는 식 (52)처럼, 쿼터니안 오차 (Quaternion Error)를 이용할 경우에는 식 (53)처럼 설계를 할 수 있다 [15].

$$\tau_{cx} = K_{xp}\phi_e + K_{xd}w_x \tag{52}$$

$$\tau_{cy} = K_{yp}\theta_e + K_{yd}w_y$$

$$\tau_{cz} = K_{zp}\psi_e + K_{zd}w_z$$

$$\tau_{cx} = 2K_{xp}q_{1e}q_{4e} + K_{xd}w_x \tag{53}$$

$$\tau_{cy} = 2K_{yp}q_{2e}q_{4e} + K_{yd}w_y$$

$$\tau_{cz} = 2K_{zp}q_{3e}q_{4e} + K_{zd}w_z$$

즉, PD 제어기에서는 오일러 각 에러와 쿼터니안 에러를 바꿔서 쓸 수 있다. 예를 들어서 ϕ_e 대신에 쿼터니안 에러 $2q_{1e}q_{4e}$ 를 쓰면 된다.

우리가 설계한 자세제어기, 식 (25)-(27)도 PD 제어기를 기반으로 하고 있다. 따라서 쿼터니안을 사용할 경우에는 식 (25)와 식(27)에서 오일러 각 에러 ϕ_e, θ_e, ψ_e 대신 $2q_{1e}q_{4e}, 2q_{2e}q_{4e}, 2q_{3e}q_{4e}$ 를 사용하면 된다.

III. 위성 자세제어 시스템 검증

CMG 우주검증을 위해 과학기술위성3호와 유사한 소형위성을 사용한다고 가정하였다.

위성체의 관성모멘트 $I_g = [I_x, I_y, I_z]^T$ 는 과학기술위성 3호와 동일한 $[15.2, 18.2, 22.1]^T \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 로 정하였다.

반작용휠 역시 과학기술위성3호에서 사용한 모델을 사용한다고 가정하였다. 이 반작용휠은 2,800rpm에서 5mNm의 토크를 생성할 수 있으며, 최대 3,000rpm까지 회전하며 0.12Nms의 모멘텀을 생성할 수 있다. 그림 1의 반작용휠 클러스터 배치각 β 는 53.13° 로 설정하였다.

CMG의 휠은 반작용휠과 동일하다고 가정하여 관성모멘트를 $I = 3.82 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 로 두었고, 정상상태에서 CMG의 휠 속도 w_0 는 2800rpm으로 설정하였다. 김벌은 최대 3rad/s로 회전 가능하다고 정하였으며, 이 때 CMG의 최대출력토크는 336mNm가 된다. 아울러, 김벌각 고정문제를 해결하기 위해, 김벌각이 고정되는 각도에서 1° 이전에 김벌이 멈추도록 하였다. 예를 들어서 X축 고기동 모드일 경우, 김벌은

표 1. 제어기 이득값

클러스터	이득값
CMG 클러스터 X축	$K_{xpc} = 2$ $K_{xdc} = -11$
CMG 클러스터 Y축	$K_{ypc} = 2$ $K_{ydc} = -13$
반작용휠 클러스터 X축	$K_{xpw} = 1$ $K_{xdw} = -2$
반작용휠 클러스터 Y축	$K_{ypw} = 1$ $K_{ydw} = -2$
반작용휠 클러스터 Z축	$K_{zpw} = 1$ $K_{zdw} = -2$

$1^\circ \sim 179^\circ$ 또는 $181^\circ \sim 359^\circ$ 에서 동작한다.

위와 같은 환경에 본 논문에서 설계한 제어기를 사용했을 때의 위성 자세제어 성능을 시뮬레이션 해보았다. 제어기의 이득값은 표 1과 같이 설정하였다.

3.1 X축 고기동 모드 검증

자세제어를 위해 $\phi_{cmd}, \theta_{cmd}, \psi_{cmd}$ 를 각각

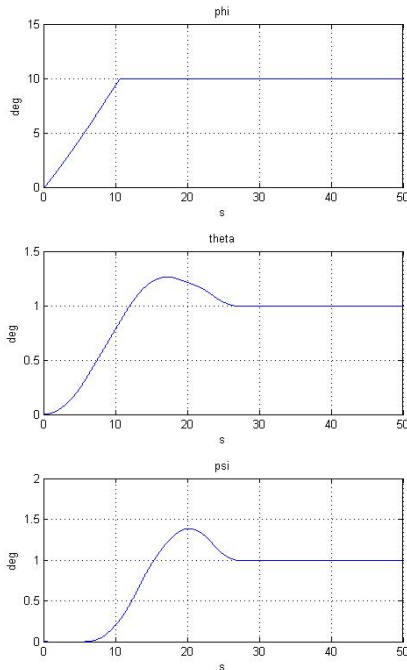


그림 4. 위성 자세 변화 (X축 고기동)

$10^\circ, 1^\circ, 1^\circ$ 로 주고, X축 고기동 모드로 제어를 하였다. 이 때 CMG 김벌의 초기값은 $\sigma = 90^\circ$ 로 두었다.

그림 4와 그림 5는 위성 세 축의 자세변화와 각속도를 나타낸다. X축을 살펴보면 10° 라는 큰 명령을 주었음에도 약 10초만에 위성이 목표 위치에 도달하였다.

그림 6은 두 CMG로 구성된 CMG 클러스터가 X축 방향으로 내는 토크 및 김벌각 σ 를 보여주고 있다. 그림 5와 그림 6을 비교해보면, CMG의 출력토크가 작용할 때마다 각속도 w_x 가 크게 변하여 위성이 빠르게 움직이는 것을 확인할 수 있다.

그림 7은 네 개의 반작용휠로 구성된 반작용휠 클러스터가 내는 출력토크를 나타낸다. 반작용휠의 특성상, CMG에 비해 훨씬 작은 mNm 수준의 토크를 생성하는 것을 확인할 수 있다.

3.2 Y축 고기동 모드 검증

자세제어를 위해 $\phi_{cmd}, \theta_{cmd}, \psi_{cmd}$ 를 각각 $1^\circ, 10^\circ, 1^\circ$ 로 주고, Y축 고기동 모드로 제어를 하였다. 이 때 CMG 김벌의 초기값은 $\sigma = 0$ 로 두었다. 그림 8에서 볼 수 있듯이 약 12초만에 위성의 Y축이 목표 위치에 도달하였다.

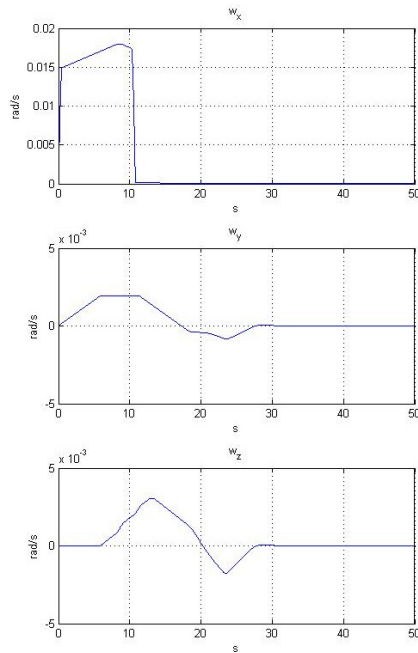


그림 5. 위성 각속도 변화 (X축 고기동)

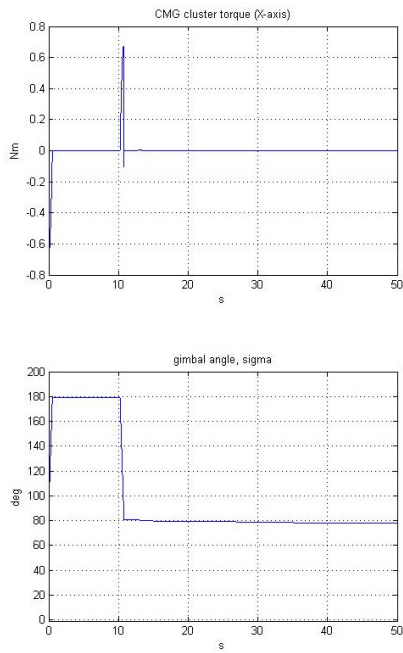


그림 6. CMG 클러스터 출력토크 및 김벌각(X축 고기동)

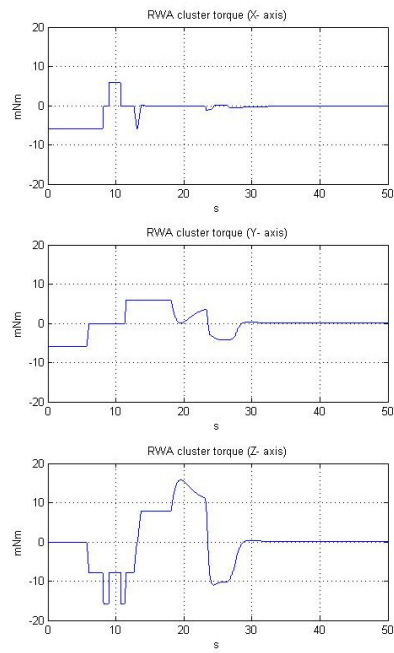


그림 7. 반작용휠 클러스터 출력토크(X축 고기동)

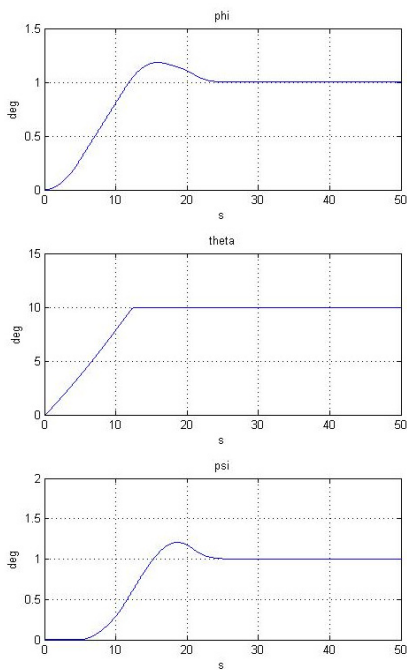


그림 8. 위성 자세 변화(Y축 고기동)

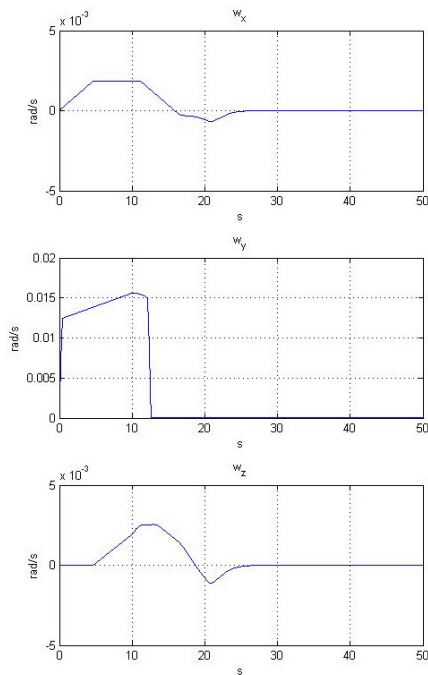


그림 9. 위성 각속도 변화 (Y축 고기동)

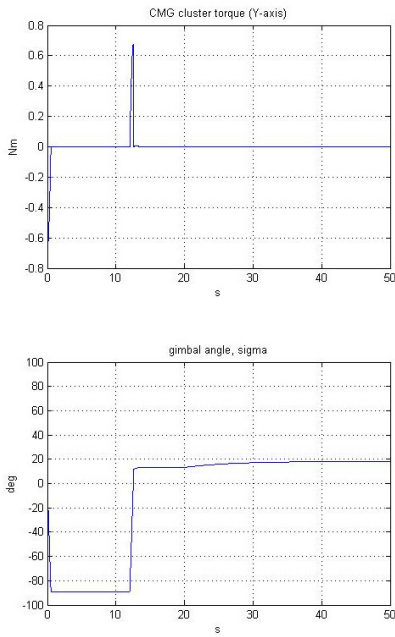


그림 10. CMG 클러스터 출력토크 및 김벌각 (Y축 고기동)

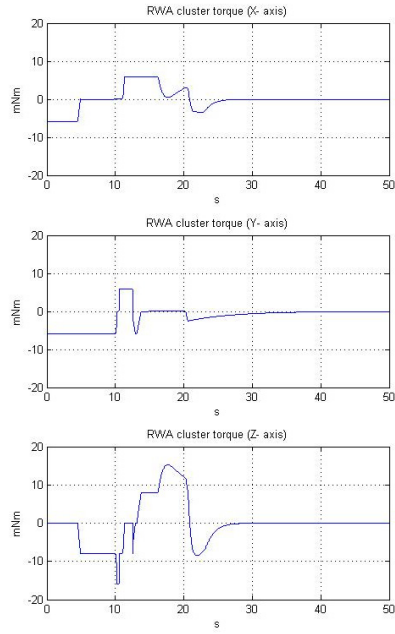


그림 11. 반작용휠 클러스터 출력토크 (Y축 고기동)

IV. 결 론

네 개의 반작용휠과 두 개의 CMG를 이용하여 위성을 X축 또는 Y축으로 고기동 시키는 방법에 대해 연구하였다. 두 CMG를 동기화시켜서 고기동에 필요한 축에 큰 토크를 공급하도록 하고, 반작용휠을 이용하여 나머지 토크를 공급하도록 설계하였다. 또한 CMG와 반작용휠의 출력토크가 다르다는 점을 고려하여, CMG와 반작용휠의 출력토크명령에 위성자세제어기를 직접 결합시켰다. 시뮬레이션을 통해서 제안한 기법을 통해 위성의 고기동이 가능함을 보였다. 향후에는 모드의 전환을 통해서 1축만이 아닌 X축과 Y축 모두의 고기동이 가능한 방법에 대해서 연구할 예정이다.

참고문헌

1) Roser, X., and Sghedoni, M., "Control Moment Gyroscopes (CGM's) and Their Application in Future Scientific Missions," Proceedings of the 3rd ESA International Conference, Nov. 1996, pp. 523-528.

2) Defendini, A., Lagadec, K., Guay, P., Blais, T., and Griseri, G., "Low cost CMG-Based AOCS Designs," Proceedings of the 4th ESA International Conference on Spacecraft Guidance, Navigation and Control Systems, Oct. 1999, pp. 393~398.

3) Lappas, V., Oosthuizen, P., Madle, P., Cowie, L., Yuksel, G., and Fertin, D., "Micro CMGs for Agile Small Satellites: Design and In-Orbit Tests," Proceedings of the 6th International ESA Conference on Guidance, Navigation and Control Systems, Oct. 2005, pp.53.1.

4) Lappas, V. J., Steyn WH, and Underwood C. I., " Attitude Control for Small Satellite Using Control Moment Gyros," Acta Automacica, Vol. 51, 2002, pp. 101-111.

5) Asghar, S., Palmer, P.L., and Roberts, M., "An Exact Steering Law for Twin Control Moment Gyro Systems," Proceedings of the 6th ESA International Conference on Guidance, Navigation and Control Systems, Oct. 2005, pp.24.1.

- 6) Leeghim, H., Lee, I.H., Lee, D.H., Bang, H.C., and Park, J.O., "Singularity Avoidance of control Moment Gyros by Predicted Singularity Robustness: Ground Experiment," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 17, No. 4, Jul, 2009, pp.884-891.
- 7) 명현삼, 이현재, 박종오, 방효충, 오시환, 용기력, "인공위성 자세제어를 위한 제어 모멘트 자이로의 정밀 모델링," *한국항공우주학회지*, 제 35권 제7호 2007, pp. 640-646.
- 8) 진재현, "1축 가변속 CMG를 장착한 부족 구동위성의 자세제어 특성 분석," *한국항공우주학회지*, 제38권, 제5호, 2010, pp.437-444.
- 9) 서현호, 이승우, 이선호, 오시환, 임조령, 용기력, "인공위성을 이용한 제어모멘트자이로의 설계시 고려요소 및 배치형상 개선방안," *한국항공우주학회지*, 제36권, 제 1호, 2008, pp. 46-56.
- 10) 장우영, 이승우, 권혁진, "0.6Nm급 소형 CMG 하드웨어 개발 및 성능시험," *한국항공우주학회지*, 제 38권, 제 9호, 2010, pp. 933~942.
- 11) 장우영, 소형위성위성급 SGCMG 개발과 위성자세제어에서의 실용화 연구, 석사학위논문, 과학기술연합대학원대학교, 2010.
- 12) 이승우, 권혁진, "저가 소형 CMG 성능시험 및 분석," *한국항공우주학회지*, 제39권, 제6호, 2011, pp. 543~552.
- 13) Kokotovic, P. V., Khalil, H. K., and O'Reilly, J., *Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*, Academic Press, 1986, pp. 289~301.
- 14) Khalil, H. K., *Nonlinear Systems*, 3rd ed., Prentice Hall, 2002, pp. 423~460.
- 15) Sidi, Marcel J., *Spacecraft Dynamics and Control*, Cambridge University Press, 1997, pp.152-159.