푸슈킨-체비쇼프-마코프-콜모고로프-펠레만, 러시아 상트페테르부르크 : 2011 IEEE 국제 정보 이론 심포지엄

이문호
전북대학교

요 약

2011년 IEEE 국제 정보 이론(ISIT) 심포지엄(Symposium) 이7월 31일부터 8월 5일까지 러시아 상트페테르부르크(St. Petersburg)에서 열렸다. 본 심포지엄에는 총 1,562편의 논문이 수락되어, 논문 수락율이 약 60%로 높지만, 최고 수준의 심포지엄으로, 1,500여명의 학자들이 참여했으며, 학문적으로 정보 이론의 핵심인 체비쇼프 다항식, 마코프 확률 연쇄, 콜모고로프 엔트로피, 페렐만의 푸앵카레 추측 증명 등, 학문의 원천 아이디어 발상에 대해 고찰하고, 최근 뜨거운 감자로 떠오른 극 부호(Polar code)를 간단히 소개했다. 또한, 우리 전통 문화 유산인 제주 정낭을 채널 부호의 관점에서 해석, 이에 따른 채널 용량을 구했고, 제주 정낭이 오늘날 중계망(Relay network)의 모태임을 증명했다.

I. 2011 IEEE ISIT 개요

2011년 7월 31일부터 8월 5일까지 제정 러시아 시절의 수도였고 현재 제2의 도시인 상트페테르부르크에서 IEEE 국제 정보 이론 심포지엄이 열렸다. 총 2,510편 논문이 제출되어 이 중 1,562편(약 60%의 논문 수락율)이 본 심포지엄에 수락되었고, 이를 국가별로 보면, 미국이 252편(41.2%)으로 가장 많이 수락되었고, 이스라엘 37편(61%), 일본 31편(5.1%), 프랑스 27편(4.2%), 스위스 25편(4.1%), 캐나다 25편(4.1%), 독일 23편(3.8%), 호주 17편(2.8%), 영국 16편(2.6%), 인도 15편(2.5%), 중국(홍콩 포함) 13편(2.1%), 스웨덴 12편(2.0%), 한국 10편(1.6%) 순으로 나타났는데, 미국 프린스톤 대학의 Vincent Poor 교수와 캘리포니아 공과대학(CIT)의 Jehoshua Bruck 교수 그룹이 각각 8편으로 최다 논문을 발표한 반면에, 한국은 KAIST 정세영 교수 그룹이 4편을 발표했다. 심포지엄의 꽃이라 할 수 있는 Shannon Award Lecture의 수상의 영광은 "From Contrained Signaling to Network Interference Alignment Via an Information Estimation Perspective"을 발표한 이스라엘 Shlomo Shamai 교수에게 돌아갔다. 2012년 심포지엄은 미국 메사추세츠 공과대학(MIT)에서 열리고, 스탠포드 대학교 Gamal 교수가 Shannon Award Lecture의 수상자로 이미 선정되었다. 부록I에는 1974년부터 2011년까지 수상자 명단이다.

II. 상트페테르부르크의 5명의 천재 : 푸슈킨, 체비쇼프, 마르코프, 콜모고로프, 펠레만

상트페테르부르크는 학문의 도시란 명성에 걸맞게 걸출한 시인과 정보 이론 분야에서 위대한 학자를 많이 배출했다. 이 지역 출신으로는, 알렉산데르 푸슈킨(Aleksander Sergeyevich Pushkin, 1799-1837) [1], 파프누티 체비쇼프(Pafnuty Lvovich Chebyshev, 1821-1894) [2], 안드레이 마코프(Andrey Andreyevich Markov, 1856-1922) [3], 안드레이 콜모고로프(Andrey Nikolaevich Kolmogorov 1903-1987)

[4], 2002년 세계 7대 수학난제 중의 하나였던 푸앵카레 추측(Poincare conjecture, 1904)을 증명하였지만, 국제 수학자 회의에서 수여하는 수학의 노벨상이라고 불리는 필즈상(Fields Medal, 2006)과 미국 클레이 수학연구소에서 수여하는 밀레니엄상(Millennium Prize, 2011)을 거부한 이색 이력을 가진 그리고리 페렐만(Grigori Yakovlevich Perelman, 1966 ~ 현재) [5] 등이 있다. 우리에게 너무나 잘 알려진 오페라 "예프게니 오게닌(Eugene Onegin)" 는 푸슈킨의 작품이다.

1. 푸슈킨과 마코프

삶이 그대를 속일지라도

- 푸슈킨 -

삶이 그대를 속일지라도
슬퍼하거나 노하지 말라
슬픈날엔 참고 견디라
즐거운 날이 오고야 말리니

마음은 미래를 바라느니
현재는 한없이 우울한 것
모든 것 하염없이 사라지나
지나가 버린 것 그림움 되리니

삶이 그대를 속일지라도
노하거나 서러워하지 말라
절망의 나날 참고 견디면
기쁨의 날 반드시 찾아오리라

마음은 미래에 살고
현재는 언제나 슬픈 법
모든 것은 한없이 사라지지만
가버린 것은 마음에 소중하리라

삶이 그대를 속일지라도
슬퍼하거나 노하지 말라
우울한 날들을 견디며 믿으라
기쁨의 날이 오리니

마음은 미래에 사는 것
현재는 슬픈 것
모든 것은 순간적인 것, 지나가는 것이니
그리고 지나가는 것은 훗날 소중하게 되리니

삶이 그대를 속일지라도
슬퍼하거나 노하지 말라
설움의 날을 참고 견디면
기쁨의 날이 오고야 말리니

푸슈킨집 앞마당이 Neva강이다. 이 시는 그 강가를 거닐며 흐르는 강물을 마음에 새긴 사색(Flowing Mind like River)의 결실이다. 마코프는 푸슈킨 시를 밤낮으로 애송했다. 문뜩 깨달은 것이 시의 모음과 자음, 구와 구절 사이 문맥의 유연한 흐름을 깨달았다. 바로 마코프 과정, 마코프 연쇄(Markov Chain)다. 우리나라의 '아리랑' 의 후렴구인 '아리랑, 아리랑, 아라리요' 도 하나의 마코프 연쇄이다. 즉, 언어 소스(Source) d원 알파벳 심벌 $S_1, S_2, \cdots; S_q$에 대한 독립적인 발생 확률 뿐만 아니라, 연계 발생적 확률 구조 또한 고려하는 것이다. 예를 들어 영어의 'Q' 라는 알파벳이 나오면, 그 뒤에는 'U' 라는 알파벳이 뒤따라올 확률이 높다. 이것은 알파벳 'U' 가 나타날 확률이 그전에 있는 알파벳의 종류에 따라 크게 달라짐을 의미한다. 즉, 조건부확률의 개념이 도입되는 것이다.

$$P(U \mid Q) \tag{1}$$

이는 알파벳 'Q' 가 나타난 상황에서 알파벳 'U' 가 나타날 확률, 조건부 확률을 의미한다. 이를 일반화하면,

$$P(S_{i_{j+1}} \mid S_{i_1}, S_{i_2}, \cdots, S_{i_j}) \tag{2}$$

과 같고, 이는 J차 마코프 과정을 나타낸다.

통신 신호 해석에서, 마코프 이론은 약방에 감초격으로 쓰이고, 그 간단한 예가 비터비(Viterbi) 알고리즘으로 ① 마코프 상태 확률 ②시간 ③해밍 부호를 연결해서 만든 것이다.

2. 체비쇼프 다항식

체비쇼프는 마코프의 스승으로 마코프의 박사학위 지도교수로, 그가 증기 기관을 연구하면서 고안해 낸 다항식(1899년)은 저역 통과 필터 함수를 해석할 때 가장 많이 쓰인다[6]. 일반적으로 신호는 진폭이 일정하고 주파수 성분이 일정하게 감쇠하는 선형 시스템을 통과하여 전달할 때에만, 왜곡없는 전송(Distortionless Transmission)이 이루어진다. 체비쇼프 전달 함수의 근사화를 통해 등(等) 파상(equi-ripple)을 갖는 저역 필터를 설계할 수 있다.

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2 C_n^2(\omega)}}. \quad (3)$$

$$C_n(\omega) = \cos(n\cos^{-1}(w)), \quad (4)$$

여기서, ε는 통과 대역(pass band)내의 파상의 넓이를 결정하는 인자이고, $C_n(\omega)$는 ω의 다항식으로 영상 처리 이산 코사인 변환(Discrete Cosine Transform, DCT)의 원형 식이기도 하다.

k, m=1, 2, …, N-1일 때,

$$T_k(Z_m) = \sqrt{\frac{2}{N}}\cos(k\cos^{-1}(Z_m)) = \sqrt{\frac{2}{N}}\cos(k\cos^{-1}(\frac{(2m+1)\pi}{2N}))$$
$$= \sqrt{\frac{2}{N}}\cos(\frac{(2m+1)k\pi}{2N}). \quad (5)$$

3. 콜모고로프의 엔트로피(Entropy)

콜모고로프는 확률 조합론(combinatorics)을 근거로, 불확실성의 평균 정보량(the amount of uncertainty) 엔트로피를 식 (6)과 같이 도출했다.

$$H_2(x) = \sum_{i=1}^{q} p_i \log_2 \frac{1}{p_i}, \quad (6)$$

즉, 심벌 j=1, 2, …q를 수신하여 얻은 정보량의 평균을 의미하며, 확률 변수 X=x일 때의 확률 분포인 $\log_2 \frac{1}{p_i}$ 의 대수적 합의 형태로 표현한 반면, 콜모고로프 복잡도는 $K(x)$=min $l(p)$로 표현했다. 1948년 Shannon의 정보이론에서의 엔트로피 [7]를 콜모고로프는 1965년 러시아 학술지 'Problems of Information Transmission' [14]에서 증명했다.

4. 펠레만의 푸앵카레 추측

펠레만은 리만 기하학(비유클리드 기하학)과 위상 기하학에 획기적인 기여를 한 수학자이다. 또한, 당시 기하학에서 가장 중요하고 어려운 문제였던 푸앵카레 추측을 증명하였다. 2006년 8월, 세계 수학자 회의에서 기하학에 대한 기여와 리치 흐름(Ricci flow)의 기하학 구조에 대한 혁신적인 통찰력에 대한 공으로 필즈상을 수여할 예정이었으나, 그는 수상과 학술대회 참석을 거부했다. Science지는 펠레만의 푸앵카레 추측에 대한 증명을 2006년 수학분야의 획기적인 성과로 선정했다.

그의 푸앵카레 추측의 해법에 대해, 클레이 수학 연구소의 2인 1조로 된 세 검증팀이 2년여의 검토 끝에 '참' 이라는 결론을 내린 후, 2010년 3월 18일, 연구소가 규정한 수상 자격을 갖추었다 판단, 수상자로 선정하였으나, 리치 흐름 이론을 도입하고 발전시킨 미국의 수학자, 리처드 해밀턴의 업적보다 자신의 푸앵카레 추측 증명에 대한 기여가 낮다고 생각한다며, 끝내 수여식(2010년 7월 1일)에 나타나지 않아 수상을 거부했다. 현재 그는 상트페테르부르크에 칩거하고 있다.

다섯 명의 불세출의 천재가 숨을 쉬었던 도시, 상트페테르부르크의 여름은 평균 25℃로 백야로 인하여 일몰을 오후 10시 30분이후에나 볼 수 있으며, 겨울은 영하 50℃까지 내려갈 정도로 너무 춥고 습도는 연 평균 20% 미만으로 건조하여, 러시아 사람들의 코가 높은 이유가 낮은 습도에 기인한다. 러시아 교수가 한국 장마철에 오면 높은 습도로 인하여 숨을 쉬는 것(?)조차 힘들어 한다. 식사도 Serial 방식이다. 반찬을 다 먹은 다음 국 그리고 맨밥 순으로 식사한다. 우리는 Parallel 방식으로 국과 밥, 반찬을 동시에 먹는데 그네들은 Serial, 그래서 어떤 사물을 보고 생각하는 방법에 더 집중(?)하는 것인지도 모른다. 러시아가 키다리 자작나무의 본 고장이라선지 키다리 미인이 많고, 알코올 농도가 40%이상인 독하디 독한 보드카를 즐겨 마시는 곳이기도 하다.

III. Arikan의 극 부호(Polar code)

'정보 이론' 에 기반한 '신뢰 통신(Reliable Communication)' 의 개념을 정립한 메사츄세츠공과대학 Gallager 교수의 수제자인 터키 빌켄트대학 교수 Arikan은 이를 보다 발전시켜 채널의 합성과 분리라는 기법을 통하여 주어진 개의 채널로부터 변환된 개의 채널을 생성하고, 변환 채널들이 극단적으로 좋거나, 극단적으로 나빠질 수 있음을 발견하였다. 극 부호는 이러한 채널의 양극화 현상을 이용하여 채널 용량에 근접하는 통신을 실현하게 된다. 극 부호는 Arikan 교수가 부호화와 복호화의 복잡성을 가진 임의적인 대칭 이진 이산 무기억 채널(Binary Discrete Memoryless Channel, B-DMC)을 위해 고안해 낸 부호로, 기본적인 형태는 다음과 같은 행렬로 나타낼 수 있다. 부록II 증명.

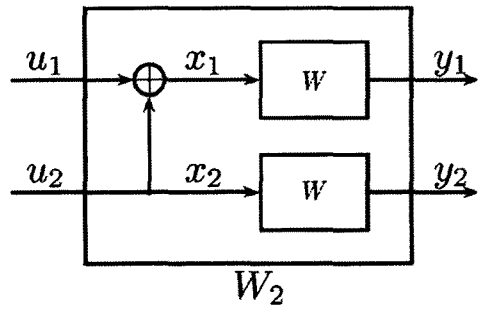
$$[G]_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}. \qquad (7)$$

이와 같은 행렬을 바탕으로 $G_2^{\otimes n}$ 은 $N=2^n$비트의 블록에서 이진 이산 무기억 채널 의 각 출력 값이 보내어진 값을 말하고, n의 값을 바꾸어 적용 시켜 나간다. 여기서 n의 값이 커질수록 채널은 n에 비례하여 분극화된다.

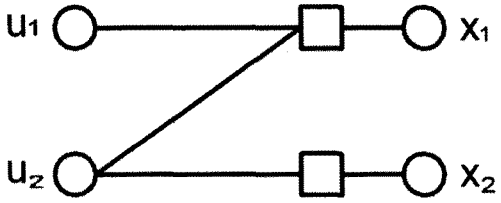
x, y에 대해 극 부호의 입출력이 $x \in x, y \in y$을 만족할 때, 이에 대한 천이 확률(transition probability)은 $W(y|x)$로, 이진 이산 무기억 채널에서 $W : x \to y$라고 표시한다. 여기에서 x는 항상 $\{0,1\}$을 갖고, y와 $W(y|x)$는 임의의 값을 갖는다.
비트의 에 상응하는 채널을 다음 (8)과 같이 나타낸다.

$$W^N(y_1^N \mid x_1^N) = \prod_{i=1}^{N} W(y_i \mid x_i), \text{ where } W_N : \chi^N \to y^N. \quad (8)$$

(그림 1)은 극 부호의 기본 구조인 2×2 W_2의 채널 블록도와 2×2 극 부호의 등가회로이며, 이는 리드-뮬러(Reed-Muller) 부호와 쿨리 터키 반쪽 나비선도(Cooley Tukey Half Butterfly)를 기반으로 삼는 정리를 응용하고 있다.



(a) 채널 블록도



(b) 2×2 극 부호의 등가회로

(그림 1) 2×2 극 부호

(그림 1)과 같이, 채널 는로 나타낼 수 있고, 두 개의 채널로 이루어져 있다. 그리고 천이 확률을 구하면 다음과 같다.

$$W_2(y_1, y_2 \mid u_1, u_2) = W_2(y_1 \mid u_1 \oplus u_2) W_2(y_2 \mid u_2). \quad (9)$$

극 부호의 기본적인 부호 행렬은 식 (11)과 같은 재귀적인 행렬로 주어진다. 여기에서 $[G]_N$은 $N \times N$크기의 생성 행렬이고, $F_2^{\otimes n}$은 $[G]_N$과 크기는 같지만, 반전된 비트에 곱을 통해 생성 행렬을 형성한다.

$$[G]_2 = [F]_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad (10)$$

$$[G]_{2^n} = [R]_{2^n} ([F]_2 \otimes [G]_{2^{n-1}}). \qquad (11)$$

극 부호는 식 (11)의 확장을 통해 $N \times N$의 고차 행렬로 적

용 · 확장할 수 있다. 식 (11)에서 ⊗는 크로네커 곱(Kronecker product)이고, $m \times n$행렬 $A=[A]_{ij}$와 $r \times s$행렬 $B=[B]_{ij}$를 가정하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$[A]_{ij} \otimes [B]_{ij} = \begin{bmatrix} A_{11}B & \cdots & A_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1}B & \cdots & A_{mn}B \end{bmatrix}. \quad (12)$$

식 (12)는 극 부호의 기본적인 행렬 연산을 나타내며, 이를 이용하여 식 (13)과 같이 $[G]_{2^2}$, $[G]_{2^3}$, $[G]_{2^4}$, 를 전개하여 극 부호를 확장할 수 있다.

$$\begin{aligned} [G]_{2^2} &= ([I]_2 \otimes [G]_2)[R]_{2^2}([I]_2 \otimes [G]_2), \\ [G]_{2^3} &= ([I]_{2^2} \otimes [G]_2)[R]_{2^3}([I]_2 \otimes [G]_{2^2}), \\ [G]_{2^4} &= ([I]_{2^3} \otimes [G]_2)[R]_{2^4}([I]_2 \otimes [G]_{2^3}). \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)을 일반화하면 다음과 같다.

$$[G]_N = ([I]_{\frac{N}{2}} \otimes [G]_2)[R]_N([I]_2 \otimes [G]_{\frac{N}{2}}) \quad (14)$$

이때, $[I]_{\frac{N}{2}}$은 $\frac{N}{2} \times \frac{N}{2}$크기의 정방 단위 행렬이고, $[R]_N$은 $N \times N$ 크기의 정방 행렬[10]~[14]이다.

극 부호는 이번 심포지엄에서 2개의 Session으로 늘어났고, 부호를 생성, 분해하는 방법, 확률적인 해석, 메모리 응용, 가산성 백색 가우시안 잡음(AWGN) 채널에서의 실제적인 응용 등의 주제로 논문이 발표되었다. Gallager의 LDPC 부호 [8] (1962년), Berrou · Glavieux · Thitimajshima의 Turbo 부호 [9] (1993년)에 이어, 채널 부호화 이론에 새로운 패러다임으로 떠오른 극 부호는 채널 합성 및 분리 기술을 통하여 채널 양극화를 만들어 내고, 양극화된 채널 중 좋은 채널 만을 사용하는 것을 전제로 생성된다. 극 부호는 최초의 증명 가능한 일반적인 채널에서의 채널 용량 통신을 낮은 복잡도로 가능하게 하는 부호 기술이라는 점에서 큰 의미를 갖는다. 이에 따라 많은 연구자들이 극 부호에 대한 관심을 갖고 해당 분야에 대한 다양한 연구를 진행하고 있다. 이미 밝혀진 것처럼 극 부호는 망 정보 이론의 대부분의 문제에 적용이 가능한 특징을 가지고 있다. 그러므로 앞으로 연구의 범위가 기본적인 점 대 점(point-to-point) 통신 시스템이나, 소스 부호화 뿐 만 아니라, 근래에 각광을 받고 있는 중계 기반 협력 통신 기술 혹은 간섭 채널 기술까지도 확장될 것으로 예상되며, 향후 3 ~ 5년 간 해당 분야 연구가 폭발적으로 증가할 것으로 보여진다. 특히, 곧 실용적인 극 부호에 대한 연구가 진행될 것으로 예상된다.

1948년에 샤논이 발표한 "A Mathematical Theory of Communications"으로부터 정보 이론 심포지엄은 시작했다. 학회의 주요 발표도 채널 용량, 엔트로피, 인접 신호 사이의 간섭 제거, 다중 사용자 검파, 중계망, 상호 정보량, 채널 부호(14개의LDPC 부호 Session), 다중 송수신 안테나(MIMO), 간섭 신호 직교 정렬 처리 등에 대해서 뜨거운 발표와 토론으로 이어져 나갔다.

IV. 제주 올레 정낭 NOR, BEC 채널

앞 장에서 상트페테르부르크의 고전적 정보 이론의 연구 사례를 들었는데, 본 장에서는 정보 이론 응용 실체인 제주 올레 지역의 정낭(大門)의 채널 용량을 구한다.

빌 게이츠(Billion Gates : 수조개의 門)는 그 이름 속에 수조개의 문을 내포하고 있다. 빌 게이츠는 누구든지 가장 쉽게 컴퓨터 망에 접근 할 수 있는 방안을 윈도우(Windows)에서 찾았다. 이는 '사용하기 쉬운(User-friendly)' 에 초점을 맞추어 컴퓨터 하드웨어나 운영체제를 잘 몰라도 집이나 사무실 문을 열고 들어오는 것과 같이 컴퓨터 윈도우를 열기만 하면, 누구나 손쉽게 컴퓨터를 사용할 수 있다는 것이다. 65억 인구를 통제하는 'Big Brother' 가 윈도우 개념이다. 빌 게이츠가 고안한 컴퓨터 운영체제 윈도우는 비즈니스(Business) 관점에서, 정보 이론에서Shannon의 채널 용량은 수학적인 관점에서, 제주의 올레 정낭(大門)은 하드웨어 관점에서 접근한 것이다.

지금부터 767년 전부터 세계에서 처음으로 사용된 제주 정낭인 문(Gate)에서 이 원리를 규명하고자 하는 것이다(〈표 1〉 참고). 정낭 정보는 여덟 가지(2^3)의 상이한 정보를 외부에 나타낼 수 있는데, 정낭 세 개 중 하나만 걸쳐 있으면 '100' 으로 집안에 집주인이 없으나 이웃에 잠시 마실(外出)

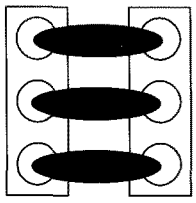
을 가서 곧 돌아온다는 의미이며, 두 개의 정낭이 걸쳐 있으면 '101' 로 이웃 마을에 가 있어 돌아오는데 시간이 좀 걸린다는 의미이고, 세 개의 정낭이 모두 걸쳐 있으면 '111' 로 집에서 멀리 떨어진 곳에 출타중(出他中)이란 내용이며 정낭이 아무것도 걸쳐 있지 않으면 '000' 으로 집안에 사람이 있다는 정보 표시이다.

〈표 1〉 정낭과 교통 신호등의 비교 해석도

Jong Nang Pattern	Jong Nang Comm.	Jong Nang Digital code	Jong Nang Switching NOR Channel/ Logic gate [8]	Traffic Signal Codes
	Staying at home	000		
	Visiting next door for a while	100		No signal
	Visiting a neighboring village	101		
	Out of town for a long time	111		

(a) 정낭(실제 모습)

(b) 정낭 부호



(그림 2) 제주특별자치도의 정낭

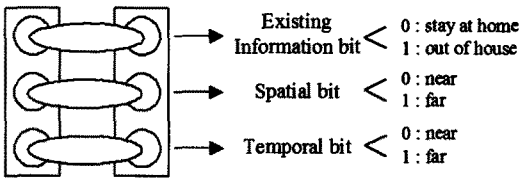
〈표 1〉은 정낭과 교통 신호등의 비교 해석을, 〈표 2〉는 이들의 관계를 나타내고, (그림 2)는 제주 정낭의 실제 모습과 이를 모델링하여 부호화한 것을 나타낸다.

〈표 2〉 정낭과 교통 신호등의 관계

Code / Light	Traffic Signal Code	Jong Nang Code	Relationship
Red	111	000	1's complementary
Yellow	010	101	1's complementary
Green	000	111	1's complementary

제주 정낭은 세계 최초의 인간 디지털부호 통신으로 바로 65억 세계 인구가 아침 저녁 출퇴근길에 보는 교통 신호등도 바로 이 정낭의 원리에서 비롯됐다. 예를 들어, 빨간불이 켜지면 000으로 사람이나 차들이 길을 못 다니는데 이것은 정낭이 세 개가 닫힌 경우 111로 집주인이 출타중인 경우이고, 노란불이 켜지면 010으로 사람이나 차들이 지나갈 준비를 하는데, 이것은 정낭 3개 중에 가운데 정낭만 열린 경우의 101로 집주인이 잠시 외출중인 경우이다. 현재의 교통 신호등은 무선통신이 기본이고, 정낭은 'Boolean Algebra' 통신이 기본이 되며, 공통점은 사람이나 차들이 직접 현장에서 확인해 직접 의사 결정을 한다는 것이다. 다른 점은 교통 신호등의 비트(bit)의 1의 보수만을 취하면 된다는 것이다. 예를 들면, 제주도 정낭의 경우, 000 → 111(적색), 010 → 101(황색), 111 → 000(녹색)과 같다. 따라서 도처에 있는 정낭이나 교통신호등은 모두 유비쿼터스의 초기 버전이 되는 정보 센서다. 왜냐하면 제주 지역 어디에나 있고 항상 정보를 발신하기 때문이다. 예를 들어 정낭을 닫고 이웃 마을에 마실을 갈 경우처럼 마을 사람들끼리의 무선 랜 망이 바로 정낭 게이트(door to door)인 셈이다.

정낭 부호는 〈표 3〉, (그림 3)과 같이 세 개의 비트로 이루어졌고, 각 비트는 다른 의미를 전달한다. 최상위비트는 사람의 유무를 나타내고, 그 값이 0이면 집안에 집주인이 있음을 의미하고, 1이면 사람이 없음을 의미한다. 두 번째 비트는 거리의 원근을 나타내고, 그 값이 0이면 집주인이 집근처에 있음을 의미하고, 1이면 집주인이 집에서 멀리 떨어져 있음을 의미한다. 최하위비트는 시간의 장단을 나타내고, 그 값이 0이면, 집주인이 곧 돌아올 것임을 의미하고, 1이면 집주인이 한동안 돌아오지 않을 것임을 의미한다. 이러한 정낭 부호는 시공간 부호의 형태와 유사 [13]~[18] 하다.



(그림 3) 정낭 정보 부호

〈표 3〉 정낭 정보 부호의 진법 표현

Decimal	Binary	Comparison
0	000	**Staying at home**
1	001	Not permitted
2	010	Not permitted
3	011	Not permitted
4	100	**Visiting next door for a while**
5	101	**Visiting neighboring village**
6	110	Not permitted
7	111	**Out of town**

정낭 부호는 우선 순위가 부여된 세 개의 비트로 구성된다. 최상위비트의 우선 순위가 제일 높고, 하위비트로 갈수록 우선 순위가 낮아진다. 아래와 같이 정낭 부호는 최상위 비트부터 순차적으로 해석을 진행한다. 〈표 3〉에서 볼 수 있듯이 세 개의 비트가 가질 수 있는 총 여덟 가지의 경우 중에 네 가지의 경우의 해석만이 타당하고, 아래와 같은 경우는 해석은 가능하지만 이치가 맞지 않아 사용할 수 없다.

사례 1) "001"

최상위비트 0은 집안에 집주인이 있음을 의미하고, 중간 비트 0은 집주인이 집근처에 있음을 의미하며, 마지막 비트 1은 집주인이 한동안 돌아오지 않는다는 것을 의미한다. 즉, 집안에 집주인이 있는데 집주인은 집근처에 있지만 한동안 돌아오지 않는다는 해석은 이치에 맞지 않아 정낭 부호로 사용할 수 없다.

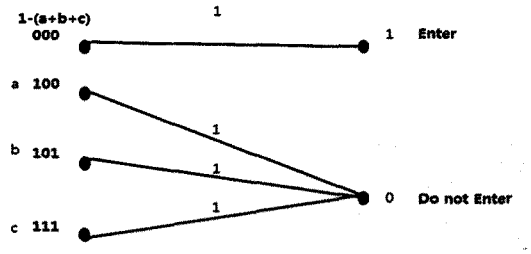
사례 2) "110"

최상위비트 1은 집안에 집주인이 없음을 의미하고, 중간 비트 1은 집주인이 집에서 멀리 떨어진 곳에 있음을 의미하며, 마지막 비트 0은 집주인이 곧 돌아옴을 의미한다. 즉, 집안에 집주인이 없는데 집주인은 집에서 멀리 떨어진 곳에 있으며 곧 돌아온다는 해석은 현실적으로 이치에 맞지 않으므로 정낭 부호로 사용할 수 없다.

위에서 보인 두 사례는 〈표 3〉에서 볼 수 있듯이 정낭 부호로 사용할 수 없다. 최하위 비트가 시간의 장단을, 중간 비트가 거리의 원근을 나타내므로, 정낭 메시지의 해밍 무게(Hamming Weight)가 커질수록 집에 돌아오는 시간이 늦어진다. 예를 들면, "111"은 "100" 또는 "101"보다 해밍 무게가 크므로, 집에 돌아오는 시간이 상대적으로 늦다는 의미이고, 〈표 3〉에서 다양한 정낭 메시지의 의미를 확인할 수 있다. 인간 디지털 이진 부호 통신의 관점에서, 먼저 맨 위의 정낭을 얹어 놓은 후, 맨 아래의 정낭을 얹어 놓고, 마지막으로 중간의 정낭을 얹어 놓았을 것이다. 〈표 2〉에서 알 수 있듯이, 정낭 부호는 고대 동양 철학에 그 뿌리를 두고 있다. 하지만, 현재는 가장 아래의 정낭만을 얹어 놓거나("001") 맨 아래와 중간 정낭만을 얹어 놓는("011") 형태만이 유지되고 있을 뿐이다.

1 정낭 채널 : 정낭 NOR 채널

(그림 4)와 같은 무잡음 다원 접속 NOR채널에서 네 개의 입력에 대한 천이확률은 식 (15)와 같다.



(그림 4) 정낭 NOR 채널

$$p(y=1\,|\,x=000) = p(y=0\,|\,x=100)$$
$$= p(y=0\,|\,x=101) = p(y=0\,|\,x=111) = 1. \quad (15)$$

정낭 채널을 (그림 4)와 같이 모델링할 수 있으며, 이의 채널 용량은 1로, 다음과 같이 증명된다.

$p(x=100)=a$, $p(x=101)=b$, $p(x=111)=c$ 라 하면, $p(x=000)=1-(a+b+c)$ 이고, 채널의 확률 분포는

$$p(y=0)=a+b+c,\ p(y=1)=1-(a+b+c). \quad (16)$$

이의 결합 확률 분포는

$$\begin{aligned} p(y=1,x=000) &= p(y=1\mid x=000)p(x=000)=1-(a+b+c),\\ p(y=0,x=100) &= p(y=0\mid x=100)p(x=100)=a,\\ p(y=0,x=101) &= p(y=0\mid x=101)p(x=101)=b,\\ p(y=0,x=111) &= p(y=0\mid x=111)p(x=111)=c. \end{aligned} \quad (17)$$

정낭 채널의 입력은 X, 출력은 Y일 때, $H(Y)$와 $H(Y\mid X)$를 구하여 채널의 입출력 사이의 상호 정보량 $I(X;Y)=H(Y)-H(Y\mid X)$을 계산한다, $q=a+b+c$라 하면,

$$H(Y)=-(1-q)\log(1-q)-q\log q=h(q), \quad (18)$$

$$H(Y\mid X)=-(1-q)\log 1-a\log 1-b\log 1-c\log 1=0, \quad (19)$$

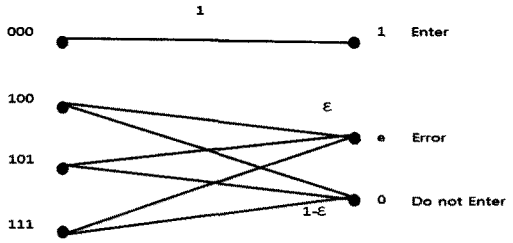
$$I(X;Y)=H(Y)-H(Y\mid X)=h(q). \quad (20)$$

q에 관한 상호 정보량을 최대화하면, $q=\frac{1}{2}$일 때,

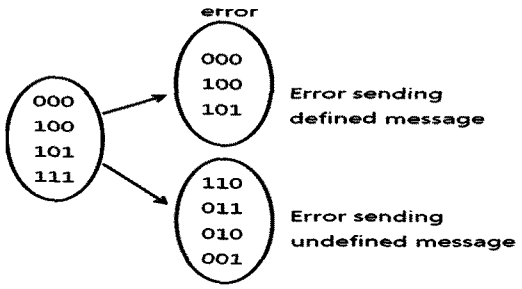
$$\ln(2)\frac{dI(X;Y)}{dq}=1+\ln(1-q)-1-\ln(q)=\ln\frac{1-q}{q}=0. \quad (21)$$

따라서, 채널 용량은 $h(q)$=1. $q=\frac{1}{2}$일 때, 채널 용량이 1이란 것은, 한 가정이 정낭 채널을 이용하여 통신을 할 때, 절반의 시간동안 나무기둥 세 개당 하나의 비트 정보를 교환한다는 것을 의미한다. 정낭 부호는 어떤 오류도 발생하지 않음을 알 수 있었다. 자연 재해나 인간의 부주의로 인한 사고에 기인하는 잡음이 채널에 발생하는 경우, 오류 검출 부호가 필요하다.

2. 정낭 이진 소실 다중 접속 채널 (Binary Erasure Multiple Access Channel)



(그림 5) 정낭 이진 소실 다원 접속 채널



(그림 6) 채널에 오류가 발생한 경우

앞에서 언급했듯이, 정낭 부호는 오류의 발생 유무를 알 수 있을 뿐이다. 즉, 오류를 검출할 수 있지만, 오류를 정정할 수 없다. 나무기둥이 원래의 위치에서 떨어졌을 때 일어날 수 있는 오류를 다음과 같이 분석할 수 있다.

채널에 오류가 발생하는 모든 경우에 대하여 (그림 6)과 같이 나타낼 수 있다. 예를 들어, 출타중('111')이란 메시지를 보낼 때 오류가 발생하여, 잠시 마실 중('101')이라는 메시지를 수신하게 될 경우, 오류로 인해 이 채널은 메시지 전달에 실패한다. 이와 달리, 출타중('111')이란 메시지를 보낼 때 잡음이 더해지는 경우, 〈표 3〉에서 정의하지 않은 메시지('110')를 수신하여, 잡음으로 인해 이 채널은 메시지 전달에 실패한다. 결론적으로, 이 채널에 허용되는 메시지는 000, 011, 101, 110, 001, 010, 100 뿐이다. 게다가, 오류를 검출할 수 있도록 소실 채널 출력이 만들어지고, 채널 입력 000, 100, 101, 111에 소실이 일어날 확률이 ε로 동일하다. 즉, 방문자에게110, 001, 010, 001이란 메시지가 보여지는 경우, 채널 출력이 소실되었다 판단할 수 있다. 이런 상황에서, 채널 천이 확률은

$$\begin{aligned} p(y=1 \mid x=000) &= 1, \\ p(y=0 \mid x=100) &= 1-\varepsilon, \\ p(y=0 \mid x=101) &= 1-\varepsilon, \\ p(y=0 \mid x=111) &= 1-\varepsilon. \end{aligned} \tag{22}$$

잡음이 존재하는 정낭 채널의 채널 용량은 1을 초과한다. 이의 증명은 다음과 같다.

$p(x=000)=a$, $p(x=100)=b$, $p(x=101)=c$, $q=a+b+c$, $p(x=111)=1-(a+b+c)$ 일 때, 채널 출력의 확률 분포는

$$\begin{aligned} p(y=1) &= 1-(a+b+c)=1-q, \\ p(y=e) &= \varepsilon(a+b+c)=\varepsilon q, \\ p(y=0) &= (1-\varepsilon)(a+b+c)=(1-\varepsilon)q. \end{aligned} \tag{23}$$

이의 결합 확률 분포는

$$\begin{aligned} p(y=1 \mid x=000) &= p(y=1, x=000)p(x=000) = 1-(a+b+c), \\ p(y=0 \mid x=100) &= p(y=0, x=100)p(x=100) = a(1-\varepsilon), \\ p(y=0 \mid x=101) &= p(y=0, x=101)p(x=101) = b(1-\varepsilon), \\ p(y=0 \mid x=111) &= p(y=0, x=111)p(x=111) = c(1-\varepsilon), \\ p(y=e \mid x=100) &= p(y=e, x=100)p(x=100) = a\varepsilon, \\ p(y=e \mid x=101) &= p(y=e, x=101)p(x=101) = b\varepsilon, \\ p(y=e \mid x=111) &= p(y=e, x=111)p(x=111) = c\varepsilon. \end{aligned} \tag{24}$$

정낭 이진 소실 다원 접속 채널의 입력 정보 X, 출력 정보 Y일 때, $H(Y)$와 $H(Y \mid X)$를 구하여, 이 채널의 상호 정보량 $I(X;Y)=H(Y)-H(Y \mid X)$을 계산 [14]한다. 채널 용량 C는 최대 상호 정보량이므로, $H(Y \mid X)=0$일 때의 상호 정보량이 채널 용량이다.

$q=a+b+c$라 하면,

$$H(Y) = -(1-q)\log(1-q) - \varepsilon q \log \varepsilon q - (1-\varepsilon)q\log(1-\varepsilon)q, \tag{25}$$

$$H(Y \mid X) = -(1-q)\log(1) - \varepsilon q \log \varepsilon - (1-\varepsilon)q\log(1-\varepsilon), \tag{26}$$

$$\begin{aligned} I(X;Y) &= H(Y) - H(Y \mid X) \\ &= -(1-q)\log(1-q) - \varepsilon q \log \varepsilon q - (1-\varepsilon)q\log(1-\varepsilon)q \\ &\quad +(1-q)\log(1) - \varepsilon q \log \varepsilon + (1-\varepsilon)q\log(1-\varepsilon). \end{aligned} \tag{27}$$

q에 관한 상호 정보량을 최대화하면, $q=\frac{1}{2}$일 때,

$$\begin{aligned} \ln(2)\frac{dI(X;Y)}{dq} &= 1+\ln(1-q)-\varepsilon-\varepsilon\log(\varepsilon q) \\ &\quad -(1-\varepsilon)\log((1-\varepsilon)q)+\varepsilon\log(\varepsilon)+(1-\varepsilon)\log(1-\varepsilon) \\ &= \ln(1-q)-\varepsilon\ln(q)-(1-\varepsilon)\ln(q)=\ln\frac{1-q}{q}=0. \end{aligned} \tag{28}$$

따라서, 채널 용량 C는

$$\begin{aligned} C &= -0.5\log 0.5 - 0.5\varepsilon\log 0.5\varepsilon - 0.5(1-\varepsilon)\log 0.5(1-\varepsilon) \\ &\quad +0.5\varepsilon\log\varepsilon + 0.5(1-\varepsilon)\log(1-\varepsilon) \\ &= -0.5\log 0.5 + 0.5\varepsilon\log 2 + 0.5(1-\varepsilon)\log 2 = 0.5+0.5=1. \end{aligned} \tag{29}$$

네 개의 송신기가 세 개의 수신기로 정보를 보내는 정낭 이진 소실 다원 접속 채널의 채널 용량을 구할 수 있다. 이 채널의 이진 입력을 $X_1, X_2 \in \{000,100,101,111\}$ 삼진 출력을 Y_0, Y_1, Y_e라 하면, 이진 입력의 확률 분포는

$$p(x=000)=p(x=100)=p(x=101)=p(x=111)=\frac{1}{4}. \tag{30}$$

주어진 채널 이진 입력 000,100,101,111을 각각 00,10,01,11로 나타낼 수 있다. 주어진 이원 입력 $X_1, X_2 \in \{000,100,101,111\}$와 삼원 출력 $Y \in \{0,1,e\}$에 대한 채널 용량은

$$C_1 < I(X_1;Y \mid X_2), C_2 < I(X_2;Y \mid X_1). \tag{31}$$

(그림 7) (a)에서 볼 수 있듯이,

$$\begin{aligned} C_1 = C_2 &= \arg\max_{Max} I(X_1;Y \mid X_2) \\ &= \sum_{X_1}\sum_{X_2}\sum_{Y} P(X_1)P(X_2)P(Y \mid X_1,X_2)\log\frac{P(Y \mid X_1,X_2)}{\sum_{X_1}P(X_1)P(Y \mid X_1,X_2)} \\ &= 1. \end{aligned} \tag{32}$$

독립적인 채널은 (그림 7) (a)과 같다.

결합된 채널의 채널 용량은

$$C_{12} = \arg\max_{} I(X_1, X_2; Y)$$
$$= \sum_{X_1}\sum_{X_2}\sum_{Y} P(X_1)P(X_2)P(Y \mid X_1, X_2)\log \frac{P(Y \mid X_1, X_2)}{\sum_{X_1}\sum_{X_2} P(X_1)P(X_2)P(Y \mid X_1, X_2)} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} P(Y=1) &= P(X=000) = K, \\ P(Y=\varepsilon) &= P(X=100)\varepsilon + P(X=101)\varepsilon + P(X=111)\varepsilon \\ &= \{P(X=000) + P(X=101) + P(X=111)\}\varepsilon = 3K\varepsilon, \\ P(Y=\varepsilon) &= \{P(X=000) + P(X=101) + P(X=111)\}(1-\varepsilon) \\ &= 3K(1-\varepsilon). \end{aligned} \quad (34)$$

결과적으로,

$$H(Y) = -\{K\log K + 3K\varepsilon\log 3K\varepsilon + 3K(1-\varepsilon)\log 3K(1-\varepsilon)\} \quad (35)$$

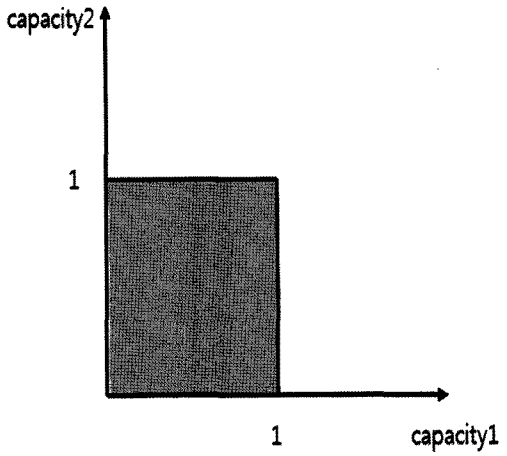
따라서, $K=\frac{1}{4}$, $\varepsilon=\frac{1}{2}$, $H(Y \mid X_1, X_2) = 0$ 이므로,

$$H(Y) = -\frac{1}{4}\log\frac{1}{4} - 3\frac{1}{4}\frac{1}{2}\log 3\frac{1}{4}\frac{1}{2}$$
$$-3\frac{1}{4}(1-\frac{1}{2})\log 3\frac{1}{4}(1-\frac{1}{2}) = 1.56. \quad (36)$$

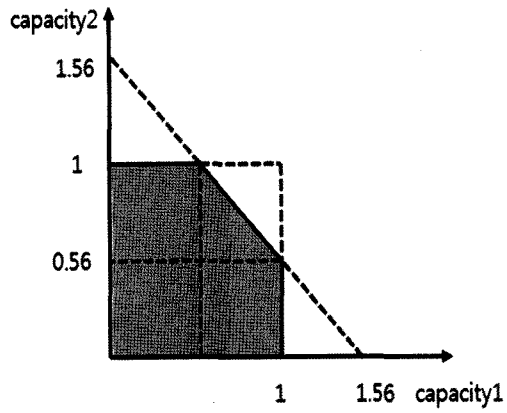
$$\arg\max_{} C_{12} \approx 1.56. \quad (37)$$

이를 (그림 7) (b)에서 확인할 수 있다.

(그림 7) (a)와 같은 종속적인 정낭 채널에서는 송신기 사이의 간섭이 존재한다. 반면에 (그림 7) (b)와 같은 다원 접속 소실 정낭 채널에서는 송신기 사이의 간섭이 존재하지 않음을 확인할 수 있었다.



(a) 독립적인 경우



(b) 종속적인 경우

(그림 7) 채널 용량 영역

V. 결 론

2011년 IEEE 국제 정보 이론 심포지엄이 7월 31일 부터 8월 5일까지 러시아 상트페테르부르크에서 열렸으며, 이곳 출신인 다섯 명의 불세출의 천재들, 시인 푸슈킨, 정보 이론 수학자 체비쇼프, 마코프, 콜모고로프, 펠레만의 근원적인 학문의 뿌리를 찾아 봤다. 예를 들면, 열 전달의 경계치(Boundary) 문제에서 푸리에(Fourier)의 신호 처리 해석(1822년)이 등장했고, 등(等) 파상(equi-ripple)을 갖는 저역 필터는 중기기관을 연구하면서 고안된 체비쇼프의 다항식(1899년)으로 구현이 가능해졌으며, 마코프 연쇄는 푸슈킨의 시에서 영감을 받아 등장했다. 이어, 최근 새로운 패러다임으로 주목받는 Arikan의 극 부호를 살펴봤다. 미국 메사츄세츠 공과대학 Shannon의 채널 이론이 정보 이론의 수학적 뿌리라고 본다면, 제주 올레 지역의 정낭(大門)은 하드웨어 구현 관점에서의 정보 이론의 모태라 할 수 있다. 여기에 착안하여 본 논문에서는 정낭 채널을 해석했다.

제주 올레 지역에서 가족들의 행방을 알리고자 사용되었

던, 두 개의 정주목(구멍 세 개를 지닌 돌기둥)과 세 개의 나무기둥(나무소재의 서까래 따위)으로 이루어진 정낭 채널의 채널 용량을 구했다. 또한, 사람의 부주의로 발생하는 사고나 자연 재해로 인해 나무기둥이 떨어져 정낭 채널에서 발생할 수 있는 오류를 처리할 수 있는 변형된 형태의 정낭 부호도 제안하였다. 이진 소실 다원 접속 정낭 채널에서 오류를 소실로 간주하여 전송하면, 잡음의 존재 유무와 상관없이 정낭 채널의 용량은 1 이상임을 확인할 수 있다.

감사의 말씀

본 연구는 한국연구재단(NRF)의 '세계 수준의 연구 중심 대학 (WCU) 육성 사업 (R32-2009-000-20014-0)' 과 '기초 연구 사업 (FR 2010-0020942)' 의 지원을 받아 수행되었음.

부 록 I

Shannon Award Lecturer (1974–2011)

Year	Name	Year	Name
1974	David S. Slepian	1976	Robert M. Fano
1977	Peter Elias	1978	Mark S. Pinsker
1979	Jacob Wolfowitz	1981	William Wesely Peterson
1982	Irving S.Reed	1983	Robert Galager
1985	Solomon Golomb	1986	William L. Root
1988	James Massey	1990	Thomas M. Cover
1991	Andrew J. Viterbi	1993	Elwyn Berlekamp
1994	Aaron D. Wyner	1995	G. David Forney, Jr.
1996	Imre Csiszar	1997	Jacob Ziv
1998	Neil J.A.Sloane	1999	Tadao Kasami
2000	Thomas Kailath	2001	Jack Keil Wolf
2002	Toby Berger	2003	Lloyd R. Welch
2004	Robert J.McEliece	2005	Richard Blahut
2006	Rudolf Ahlswede	2007	Sergio Verdu
2008	Robert M.Gray	2009	Jorma Rissanen
2010	Te Sun Han	2011	Shlomo Shamai(Shitz)

부 록 II

(7)식에서

$$\alpha=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}\quad \beta=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}. \tag{38}$$

이면

$$\alpha^2=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=I_2=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\beta^2$$

$$\alpha\beta+\beta\alpha=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}=I_2$$

그리고

$$(\alpha\beta)+(\beta\alpha)=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=I_2$$

$$\begin{cases}\alpha=\alpha^{-1}, & \beta=\beta^{-1}, \quad \alpha^2+\beta^2=I\\ & \alpha\beta+\beta\alpha=I\\ (\alpha\beta)^{-1}=\beta\alpha & (\beta\alpha)^{-1}=\alpha\beta\end{cases} \tag{39}$$

더욱이

$$\begin{bmatrix}\alpha & \beta\\ \beta & \alpha\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}\beta & \alpha\\ \alpha & \beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha\beta+\beta\alpha & \alpha^2+\beta^2\\ \beta^2+\alpha^2 & \beta\alpha+\alpha\beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},$$

i.e.,

$$\begin{bmatrix}\alpha & \beta\\ \beta & \alpha\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}\beta & \alpha\\ \alpha & \beta\end{bmatrix}. \tag{40}$$

그렇다면, Jacket 블록 행렬*로 표시가 가능하다.

$$[J]_4^{-1}=\begin{bmatrix}\alpha & \beta\\ \beta & \alpha\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{cc:cc}1 & 0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 0 & 1\\ \hdashline 1 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 1\end{array}\right]. \tag{41}$$

따라서

$$[J]_4^{-1}=\begin{bmatrix}\beta & \alpha\\ \alpha & \beta\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{cc:cc}1 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 1\\ \hdashline 1 & 0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 0 & 1\end{array}\right]=\left[\begin{array}{cc:cc}1 & 0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 0 & 1\\ \hdashline 1 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 1\end{array}\right]=[J]_4$$

$$[J]_4[J]_4^{-1}=[I]_4 \tag{42}$$

일반식

$$[J]_{4^m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \otimes [J]_{4^{m-1}} . \quad (43)$$

*Available on line :

http://en.wikipedia.org/wiki/Jacket_matrix

http://en.wikipedia.org/wiki/Category:Matrices

http://en.wikipedia.org/wiki/User:Leejacket

참 고 문 헌

[1] http://en.wikipedia.org/wiki/Alexander_Pushkin

[2] http://en.wikipedia.org/wiki/Pafnuty_Chebyshev

[3] http://en.wikipedia.org/wiki/Andrey_Markov

[4] http://en.wikipedia.org/wiki/Andrey_Kolmogorov

[5] http://en.wikipedia.org/wiki/Grigori_Perelman

[6] P. L. Chebyshev, "Theorie des mecanismes connus sous le nom de parallelogrammes," Memoires des Savants etrangers presentes a l' Academie de Saint-Petersbourg, vol. 7, pp. 539-586, 1854.

[7] C.E. Shannon, " A Mathematical Theory of Communication," Bell System Technical Journal, vol. 27, pp. 379-423 and 623-656, July and October 1948.

[8] R. Gallager, "Low-Density Parity-Check Codes," IRE Transactions on Information Theory, vol.8, pp. 21-28, 1962.

[9] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitmajshima, "Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding : Turbo Codes," IEEE International Conference on Communications, vol.2, pp. 1064-1070, May 1993.

[10] E. Arikan, "Channel Polarization: A Method for Constructing Capacity Achieving Codes for Symmetric Binary-in-Put Memoryless Channels," IEEE International Symposium on Information Theory, July 2008.

[11] 이문호, 이준, 박주용, "극 부호의 연속 제거 복호:채널의 합성과 분리", 전자공학회논문지, vol. 48-TC, no. 4, April 2011.

[12] 이문호, 최은지, 양재승, 박주용, "Radix 4 Polar Code의 부호 및 복호", 전자공학회논문지, vol. 46-TC, no. 10, October 2009.

[13] Moon Ho Lee, "Jong Nang()", EXPO '93 Information & Telecom. Pavilion poster.

[14] Tomas M. Cover and Joy A. Thomas, Elements of information theory, John Wiley & Sons, 1991.

[15] 이문호, 뿌리찾는 정보통신 이야기, 김영사, 1994

[16] Moon Ho Lee, "The History of Jeju Jong Nang Binary Code", IEEE VTS News, vol. 50, No. 1. Feb. 2003.

[17] Moon Ho Lee, "Analysis of Jong Nang Multiple Access Channel", International Symposium on Information Theory and its Application, ISITA2006, Seoul, Korea, October 29 - November 1, 2006.

[18] 이문호, 실용정보이론, 복두출판사, 2003.

[19] 이문호, P.Trifonov, "A Conceatenated Coding Scheme Based on Folded Reed-Solomon Codes", 2011 IEEE ISIT, 31 July-5 Aug, St.Petersburg, Russia

약 력

1984년 전남대학교 전기공학과(공학박사, 통신기술사)
1985년 ~ 1986년 University of Minnesota 포스트 닥터
1990년 일본동경대학 정보통신공학과(공학박사)
1970년 ~ 1980년 남양 MBC 송신소장
1980년 ~ 2010년 전북대학교 전자정보공학부 교수
2010년 ~ 현재 전북대 WCU-II 연구책임 교수
관심분야 : 정보 통신의 원형, 뿌리 찾는 연구

이 문 호