

자유수면을 관통하는 거위목 벌브를 가진 선박 주위의 포텐셜 유동해석

최희종* · 박일흠* · 김종규* · 김옥삼* · 전호환**

*전남대학교 수산해양대학 조선해양공학과

**부산대학교 공과대학 조선해양공학과

Potential Flow Analysis around Ship with Goose-neck Type Bulbous Bow Penetrating Free Surface

Hee-Jong Choi*, Il-Heum Park*, Jong-Kyu Kim*, Ok-Sam Kim* and Ho-Hwan Chun**

*Department of Naval Architecture & Ocean Engineering, Chonnam National University, Yeosu, Korea

**Department of Naval Architecture & Ocean Engineering, Pusan National University, Busan, Korea

KEY WORDS: Goose-neck type bulbous bow 거위목 벌브형의 구상선수, 3600 TEU container ship 3600 TEU 컨테이너선, Inviscid flow analysis 비점성 유동해석, Potential flow analysis 포텐셜 유동해석, Panel method 패널법, Panel cutting method 패널절단법, Variable free surface panel method 가변 자유수면 패널법

ABSTRACT: The Rankine source panel method was used to predict the flow phenomenon of a ship with a goose-neck type bulbous bow penetrating the free surface. The non-linearity of the free surface boundary condition was fully satisfied using an iterative calculation method, and the raised panel method was adopted to obtain a more stable solution at each iteration step. The panel cutting method was applied to generate a hull calculation grid at each iteration step, including the first step. At that time, the nose of the goose-neck type bulbous bow was divided by the free surface and the free surface panel was modified at each iteration step using the variable free surface panel method. Numerical calculations were performed to investigate the validity and efficiency of the applied numerical algorithm using the 3600 TEU container carrier. The computed wave resistance coefficients were compared with the experimentally achieved residual resistance coefficients.

1. 서 론

최근 교통·통신의 발달과 자유무역협정 등의 체결로 인하여 세계 경제권이 점차 압축되어 가고 있으며 이로 인한 물류의 증가로 해상 교통수단이 대형화, 고속화, 전용선화 되고 있으며, 계속되는 유류비의 상승으로 인한 에너지 절감형 선박의 개발에 대한 요구에 적극적으로 대처하기 위하여 국내 대형 조선사들은 신개념 선박을 출시하기 위한 연구에 주력하고 있다.

선박설계의 관점에서 에너지 절감형 선박의 개발은 우선적으로 배의 진행을 방해하는 바닷물에 의하여 받게 되는 저항을 최소화하는데 목적이 있다. William Froude는 선박이 바다 위를 일정한 속도로 나아가갈 때 받게 되는 저항을 잉여저항과 마찰저항의 선형적 합으로 정의하였는데, 마찰저항은 선체가 바닷물과 접하는 면적에 의하여 결정되고 잉여저항의 주요 성분인 조파저항은 선체가 바닷물 위를 나아가면서 만드는 파도의 형상에 의하여 결정된다고 하였다. 이와 같은 그의 획기적인 제안은 아직까지도 선박이 바닷물의 존재의 의하여 겪게 되는 저항 성분들의 효과적인 분석 방식으로 널리 이용되고 있다.

액화가스 운반선인 LNG선이나 LPG선과 같은 저속비대선의 경우는 조파저항보다 마찰저항이 선체가 바닷물에 의하여 받는 주요 저항성분이 된다. 반면 비교적 운항속도가 높은 컨테이너선이나 RO/RO선, 여객선 등은 조파저항성분이 전저항에서 차

지히는 비중이 상당하다. 조파저항은 선수부의 형상에 따라서 영향을 받게 되는데 선박설계에 있어서 선형의 설계는 조파저항을 최소화하는 방향으로 이루어져왔다(유진원 등, 2010).

구상선수(Bulbous bow)는 파 상쇄(Wave cancelling)효과를 이용하여 선수에서 발생하는 파를 줄여서 조파저항을 감소시키기 위하여 고안된 에너지 절감 장치로서 1960년대 초반 일본의 MHI Nagasaki 조선소에서 처음 상선에 도입하였으며 당시 25%이상의 에너지절감 효과를 본 것으로 보고된 바 있으며, 최근에 건조되는 선박 중 고속으로 운항하는 선박은 대부분 구상선수를 채택하고 있다.

구상선수 중 발전된 형태의 하나인 거위목 벌브(Goose neck bulb)는 선수부의 유동양상을 개선하기 위하여 벌브의 높이를 최대로 올리고 아래로 갈수록 벌브의 폭을 작아지게 만든 것으로 벌브에서 발생하는 파에 의한 선수파의 상쇄 효과를 최대로 하여 조파저항을 줄일 수 있도록 고안된 벌브 형상이며 비교적 운항속도가 빠른 여객선, 여객 페리 등에 적용되고 있다.

선박설계에 있어서 개발된 선형의 성능을 예측하기 위해서는 모형시험과 더불어 CFD (Computational fluid dynamics)에 기반한 수치해석을 수행하게 되는데, 수치해석기법으로는 크게 점성유동해석과 비점성 유동해석으로 나눌 수 있다. 점성유동해석은 컴퓨터 데이터 처리기술의 향상으로 인하여 최근에 크게 각광을 받는 분야이고, 비점성 유동해석은 경계요소법을 이용하여 수치해석을 수행하는 방법으로 수십년 동안의 지속적 연구로 인하여

빠른 계산시간과 함께 수치해석 결과가 정성적 정량적으로 검증된 수치해석기법이다.

거위목 벌브와 같은 높은 벌브(High nose bulb)를 가진 선박은 보통 정지 상태에서는 벌브가 자유수면 위로 올라와 있다가 운항을 시작하면서 선수가 벌브 위로 올라와서 벌브가 완전히 잠긴 상태로 운항을 하게 된다. 경계요소법을 사용하여 선박 주위의 유동양상을 예측하기 위해서는 경계조건이 적용될 경계인 파의 위치를 알아야 하는데 파의 위치는 수치해석의 결과로서 나오는 해이다. 정지 상태에서 벌브가 완전히 자유수면에 잠긴 선박은 초기에 가상의 경계로서 교란되지 않은 자유수면을 두고 이에 대한 수치해석을 수행하여 파의 위치를 찾아가는 방법으로 진행된다. 반면 거위목 벌브와 같이 자유수면 위로 벌브의 일부가 노출된 선형은 기존의 방법을 사용하여 선형의 성능을 예측하는데 있어서 문제가 발생한다.

본 연구에서는 자유수면을 관통하는 거위목 벌브를 가진 선박에 대한 선체 주위 유동을 수치해석기법을 사용하여 효과적으로 예측하기 위하여 최희중 등(2006; 2008)이 제안한 방법인 패널절단법(Panel cutting method)과 가변자유수면패널법(Variable free surface panel method)를 사용하였으며 적용된 수치해석기법의 타당성과 효율성을 검증하기 위하여 3600 TEU 컨테이너선을 사용하였으며, 수치해석 결과는 모형시험을 수행하여 얻은 결과와 비교하였다.

2. 문제의 정식화

좌표계는 Fig. 1에 보이는 바와 같이 선박의 중앙에 고정된 우수좌표계로 x -축은 선미, y -축은 우현, z -축은 위쪽을 양의 방향으로 정의하였다.

2.1 지배방정식과 경계조건

유체의 성질이 비점성, 비압축성이라고 가정하고 유동의 비회전성을 가정하면 속도포텐셜(ϕ)이 존재하며 유동장 내에서 지배방정식인 라플라스 방정식(Laplace equation)과 경계면에서 경계조건식을 부과함으로써 구할 수 있다.

지배방정식인 라플라스 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \text{ in fluid domain} \quad (1)$$

선체표면의 경계에서는 유체입자가 선체표면을 관통하여 흐를 수 없다는 비 침투 조건을 만족하여야 한다.

$$\nabla \phi \cdot \vec{n} = 0 \text{ on hul} \quad (2)$$

\vec{n} : 유동장으로 향하는 선체표면의 법선벡터(Normal vector)

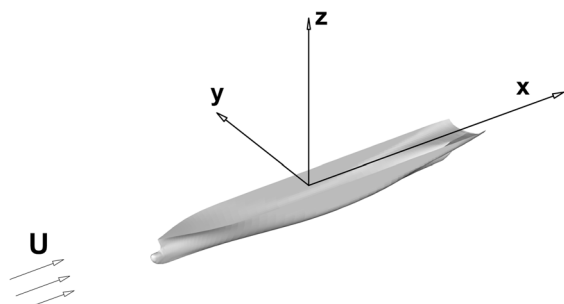


Fig. 1 Coordinates system

자유수면에서는 유체입자가 자유수면을 떠날 수 없으며 자유수면과 같이 움직여야 한다는 운동학적 자유수면 경계조건식(Kinematic free surface boundary condition)을 만족시켜야 한다.

$$\phi_x h_x + \phi_y h_y + \phi_z = 0 \text{ on free surface} \quad (3)$$

h : 파고(Wave height)

운동학적 자유수면 경계조건식과 더불어 자유수면에서 만족하여야 할 또 다른 경계조건으로 자유수면에서의 압력이 대기압과 같아야 한다는 동역학적 자유수면 경계조건식(Dynamic free surface boundary condition)을 만족시켜야 한다.

$$h + \frac{1}{2}Fn^2(\nabla \phi \cdot \nabla \phi - 1) = 0 \text{ on free surface} \quad (4)$$

선수부에서 상류방향으로 어느 정도 떨어진 자유수면 영역에서는 선체의 존재에 의하여 발생된 파가 없어야 한다는 조건인 방사조건을 만족시켜야 한다.

$$\nabla \phi = (1, 0, 0) \text{ at } x = -\infty \quad (5)$$

본 연구의 검증용으로 사용된 선형은 트랜섬 선미를 가지는 선박으로 트랜섬 선미를 가지는 선박에 대한 수치해석을 하기 위하여 채택된 트랜섬 선미 모델은 다음과 같다.

$$h_x = \frac{3}{2} \frac{h - h_{tr}}{\Delta x} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_{hull} \quad (6)$$

$\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_{hull}$: Buttock angle at transom stern

2.2 비선형 자유수면 경계조건식의 선형화

자유수면 경계조건식을 선형이나 또는 비선형으로 만족시키기 위하여서는 우선 속도포텐셜과 파고를 다음과 같이 분해하여 선형화하는 과정을 거쳐야 한다.

$$\phi = \Phi + \phi' \quad (7)$$

$$h = H + h' \quad (8)$$

위 식에서 Φ 는 모유동속도포텐셜, ϕ' 는 교란속도포텐셜, H 는 모파고 그리고 h' 는 교란파고를 의미한다. 여기서 교란속도포텐셜과 교란파고가 모유동속도포텐셜이나 모파고에 비하여 충분히 작다고 가정하고, 식(7)과 (8)를 식(3)과 (4)에 대입한 후 미소항의 고차항을 소거하면 다음과 같이 된다.

$$\phi_x H_x + \phi_y H_y - \phi_z + \Phi_x h'_x + \Phi_y h'_y = 0 \text{ on } H \quad (9)$$

$$h' = \frac{1}{2}Fn^2(1 + \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi - 2\nabla \Phi \cdot \nabla \phi) - H \text{ on } H \quad (10)$$

식(10)을 식(9)에 대입한 후 정리하면, 다음의 선형화된 혼합 자유수면 경계조건식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & -Fn^2[\Phi_x(\nabla \Phi \cdot \nabla \phi)_x + \Phi_y(\nabla \Phi \cdot \nabla \phi)_y] \\ & + \phi_x H_x + \phi_y H_y - \phi_z \\ & = -\Phi_x \left[\frac{1}{2}Fn^2 \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi - H \right]_x \\ & - \Phi_y \left[\frac{1}{2}Fn^2 \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi - H \right]_y \text{ on } H \end{aligned} \quad (11)$$

자유수면 경계조건식은 실제 자유수면인 h 에서 만족하여야 하지만, h 가 구하여야 할 값이므로 직접적으로 h 에서는 해를 구하지 못하며 대신 h 가 H 에 비하여 충분히 작다는 가정 하에서 이미 그 값을 알고 있는 H 에서 적용하게 된다. 비선형 자유수면 경계조건식을 만족시키는 해는 선형화된 식(11)을 반복적으로 풀어서 구하게 된다. 이때 초기 추측해는 Kelvin형 자유수면 경계조건으로 식(11)에 $H=0, \Phi_x=1, \Phi_y=0, \Phi_z=0$ 로 두어서 구하거나 또는 이중모형근사에 의하여 구하게 된다.

반복계산 중에 구하여진 해가 다음의 식을 만족하는 경우에 수렴하였다고 가정하였다.

$$\epsilon_k < 0.002U, \epsilon_d < 0.0025Fn^2 \tag{12}$$

여기서,

$$\epsilon_k = \Phi_z - \Phi_x H_x - \Phi_y H_y$$

$$\epsilon_d = \frac{1}{2} Fn^2 (1 - \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi) - H$$

본 연구에서는 반복계산 중에 보다 안정적인 수치해석을 수행하기 위하여 상방향 자유수면 패널이동법(Raised panel method)과 자유수면에서 만족점을 상류방향으로 일정거리만큼 이동하는 방법(Shifted collocation point method)을 채택하였다(반석호 등, 1998; Kim, 1989; Raven, 1996).

3. 계산패널의 생성

패널법(Panel method)을 사용하여 선박주위의 유동장을 예측하기 위해서는 선체표면과 자유수면의 일정 영역에 특이점을 분포하고 경계조건을 적용하기 위한 패널을 분포해야 한다.

3.1 선체표면에 대한 패널 생성

본 연구에서는 선체표면의 패널을 생성하기 위하여 패널절단법(Panel cutting method)을 사용하였다(최희중 등, 2006). 패널절단법은 초기에 주어진 선체표면을 정의하는 패널을 이용하여 자유수면보다 아래에 위치한 패널은 그대로 두고 자유수면과 서로 만나는 패널에 대해서만 새로운 패널을 생성하는 방법으로 초기에 주어진 패널의 기하정보를 최대한 유지하면서 새로운 계산 패널을 생성하기에 적합하다.

비선형 자유수면 경계조건을 만족시키기 위해서는 반복 계산 단계마다 이전 단계에서 계산된 선측파고를 고려하여 선체표면의 패널을 생성하여야 하는데 이때 특히 유용하게 사용된다.

Fig. 2는 초기에 주어진 선체표면을 구성하는 패널(점선)과 교란되지 않은 자유수면에 대하여 패널절단법을 사용하여 새롭게 생성한 패널(실선)을 보여주고 있다. Fig. 2에서 보는 바와 같이 선측파고와 비교하여 각각 패널이 완전히 수면 아래에 있는지

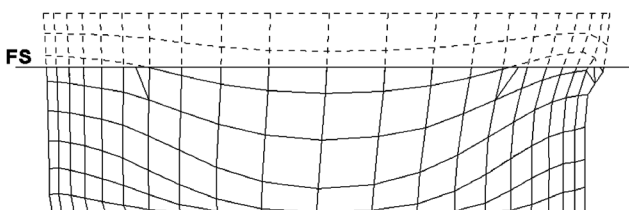


Fig. 2 Panel generation on the hull using PCM (panel cutting method)

또는 자유수면과 만나는지의 여부를 가려서 자유수면과 만나는 패널에 대하여서만 기존의 패널을 이용하여 새롭게 패널을 생성하는 기법이다.

3.2 자유수면에 대한 패널 생성

본 연구에서는 자유수면의 패널을 생성하기 위하여 가변 자유수면 패널법(Variable free surface panel method)을 사용하였다(최희중 등, 2008). 가변 자유수면 패널법에서는 비선형 자유수면 경계조건을 만족시키기 위한 반복 계산 단계마다 이전 단계에서 계산된 선체의 자세나 선측파고를 고려하여 자유수면을 새롭게 생성하는 방법이다. 가변 자유수면 패널법을 사용하여 패널을 생성하면 선수부나 선미부의 플레어각(Flare angle)이 큰 선박에 대한 비선형 자유수면 경계조건을 만족시키기 위한 반복 계산 시 흔히 나타날 수 있는 해의 발산을 방지할 수 있으며 계산패널이 유동장의 경계를 완전히 감쌀 수 있어서 보다 엄밀한 해를 얻을 수 있다.

Fig. 3는 1-3번째 반복 계산 단계에서 생성된 자유수면과 선체표면의 계산패널을 보여주고 있다. 반복 계산 단계마다 서로 다른 패널이 생성된 것을 볼 수 있으며 특히 2번째 반복 계산 단계에서는 트랜섬 선미 유동을 해석하기 위한 패널이 새롭게 도입된 것을 볼 수 있다.

3.3 자유수면을 관통하는 거위목 벌브에 대한 처리

높은 거위목 벌브(High goose-neck bulb)를 가진 선박의 경우 Fig. 4에서 보는 바와 같이 벌브가 자유수면을 관통하는 경우가 발생한다. 높은 거위목 벌브를 가진 선박에 대한 포텐셜 유동해석을 위하여 기존에는 선체에 가상의 침하(실선)를 주어 반복 계산단계마다 회복하는 방법으로 수치해석을 수행하였다. 그러나 이 경우 최희중 등(2008)에서 보인 바와 같이 가상으로 부여한 침하량의 크기에 따라서 수렴된 계산 결과의 변화가 심하여 수렴 해에 대한 신뢰의 문제가 발생한다(최희중 등, 2008).

본 연구에서는 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 높은 거위목 벌브를 가진 선박의 유동해석을 위하여 패널절단법과 가변 자유수면 패널법을 사용하여 선체에 가상의 침하량을 주지 않고 수치해석을 수행하는 방법에 대하여 알아보고자 하였다.

Fig. 4에서 보는 바와 같이 가상의 침하를 주지 않고 수치해석을 수행하고자 할 경우 필연적으로 교란되지 않은 자유수면에 의하여 벌브가 잘리는 현상이 발생하는데 이와 같은 문제는

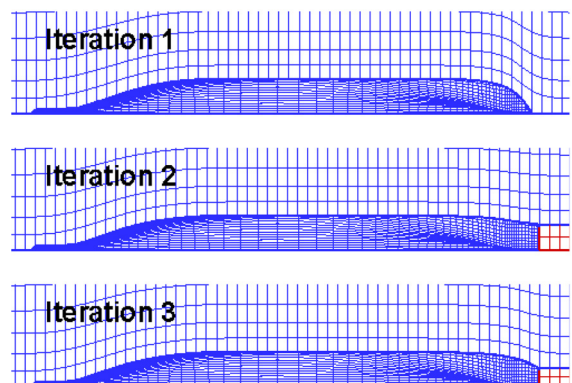


Fig. 3 Panel generation on the free surface using VFSPM (variable free surface panel method)

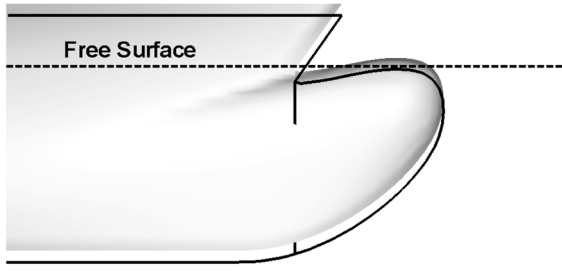


Fig. 4 Hull profile on the bow part and hull shift

패널절단법을 사용하여 해결이 가능하다. 또한 자유수면의 패널도 절단된 선체표면에 의하여 잘려나가는 자유수면 영역까지를 고려하여 가변 자유수면 패널법을 사용하여 생성하였다.

4. 수치해석 결과

본 연구에서 제안한 수치해석기법에 대한 유용성과 타당성을 검증하기 위하여 Fig. 5에 나타난 바와 같이 자유수면을 관통하는 거위목 벌브형의 구상선수를 가진 선박인 3600 TEU 컨테이너선을 대상으로 한 선박주위의 유동현상 예측을 위한 수치해석을 수행하였으며 그 결과를 모형시험결과와 비교하였다.

모형시험은 부산대학교 선형예인수조시험연구동에서 수행하였으며, 축척비(Scale ratio)는 1/51.7이다(서광철 등, 2007). Table 1은 3600 TEU 컨테이너선과 모형선의 제원을 나타낸 것이며 설계속도가 $Fn=0.252$ 이다(서광철 등, 2007).

선체표면의 패널의 개수는 반복 계산 단계마다 변하는데 최종 계산 단계에서 사용된 패널의 개수는 1616개이고, 자유수면의 패널의 개수는 3382개이다. 최종 계산 단계에서는 4998개의 패널을 사용하여 수치해석을 수행하였다.

자유수면을 정의하는 패널들은 Fig. 6에 나타난 바와 같이 선체의 길이방향으로는 동일한 길이($\delta y_{fs}=const.$)를 가지게 하였고, 폭 방향으로는 선체 근처의 유동이 선체에서 먼 영역의 유동보다 변화가 더 심할 것이라는 가정 하에 선체 근처에서

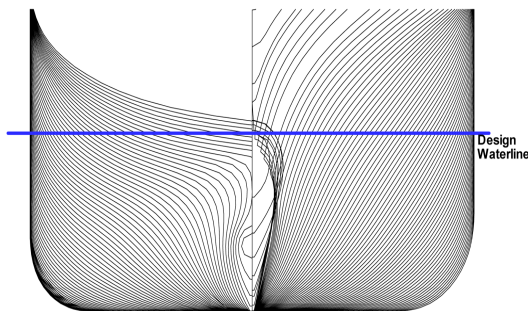


Fig. 5 Body plan of the 3600 TEU container ship

Table 1 Main Particulars of 3600 TEU Container Ship

Particulars	Ship	Model
Length (LBP)	(m) 232.8	4.503
Breadth	(m) 32.20	0.623
Draught	(m) 11.30	0.219
CB	0.599	0.599

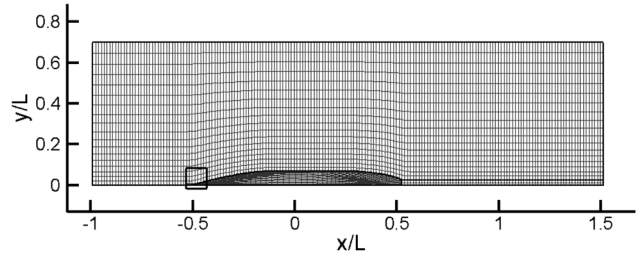
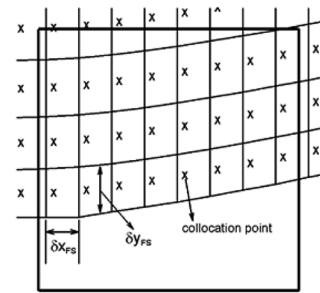


Fig. 6 Free surface panel distribution

패널들을 촘촘하게 분포하였다. 소오스패널은 반복 계산 과정에서 해의 발산을 피하기 위하여 상방향으로 δx_{fs} 만큼 이동하였으며, X로 표현된 자유수면경계조건의 만족점(Collocation point)은 안정적인 수치해석 결과를 얻기 위하여 패널의 도심에 대하여 $0.25\delta x_{fs}$ 만큼 상류방향으로 이동하였다(Raven, 1996).

본 연구를 위하여 선정된 선박인 3600 TEU 컨테이너선은 거위목 벌브형의 구상선수를 채택한 선형으로 정지 상태에서 구상선수의 일부분이 자유수면 밖으로 드러난다. Fig. 7은 파가 발생되지 이전의 교란되지 않은 자유수면에 대하여 생성된 선체표면을 정의하는 패널을 보여주고 있는데, 벌브의 자유수면 밖으로 드러난 부분은 격자의 생성에서 제외된 것을 볼 수 있다.

Fig. 8은 비선형 자유수면 경계조건을 만족시키는 위한 반복 계산 중 최종 계산 단계에서 구하여진 선측파고와 선측파고를 고려하여 생성된 선체표면을 정의하는 패널을 보여주고 있는데 파도에 의하여 구상선수가 완전히 덮여진 것을 볼 수 있으며, 이와 같은 현상은 모형시험에서도 목격할 수 있었다.

Fig. 9는 수치해석의 결과로 얻어진 조파저항 계수값과 모형 시험을 수행하여 측정한 잉여저항 계수값을 서로 비교한 것

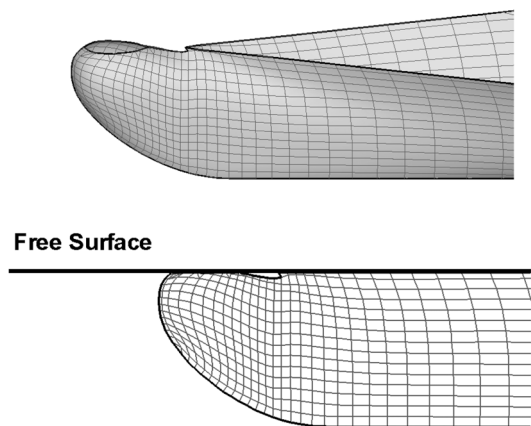


Fig. 7 Hull surface panel distribution according to the undisturbed free surface

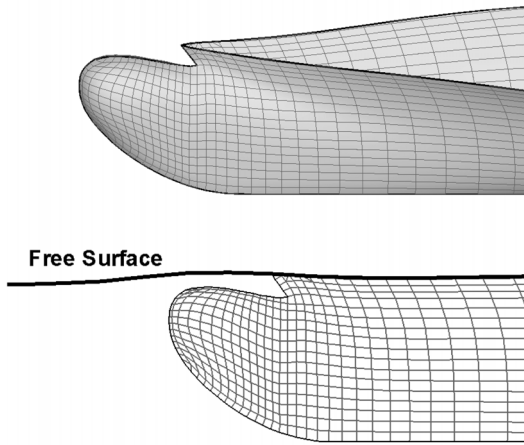


Fig. 8 Hull surface panel distribution according to the wavy free surface

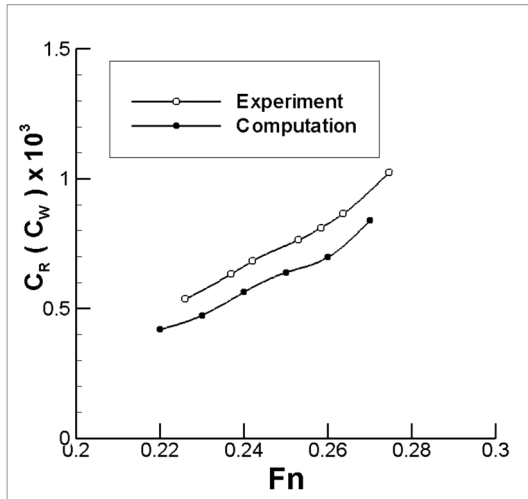


Fig. 9 Coefficient of the wave resistance

이다. 모형시험을 수행하여 얻은 잉여저항 계수값은 2차원 해석법(ITTC 1957법)을 사용하여 얻은 것으로써 3차원 해석법에서 형상계수를 고려한 조파저항 계수값과 비교하여 다소 큰 값을 가지는 것을 알려져 있으며, Fig. 9에서 서로 다른 운항속도(Fn)에 대하여 수치해석을 수행하여 얻은 결과가 모형시험을 수행하여 얻은 결과와 정성적으로 유사한 경향을 가지는 것을 볼 수 있다.

5. 결 론

본 연구의 목적은 자유수면을 관통하는 거위목 벌브를 가진 선박에 대한 선체 주위 유동을 수치해석기법을 사용하여 효과적으로 예측하기에 적합한 수치해석기법을 찾고 그 타당성과 효율성을 검증하는 것이다.

적용된 수치해석기법으로는 비점성 포텐셜 유동해석기법인 렌킨소스 패널법(Rankine source panel method)을 적용하였으며, 선체표면의 패널은 패널절단법(Panel cutting method)을 사용하고 자유수면의 패널은 가변자유수면패널법(Variable free surface panel method)을 사용하여 생성하였다.

적용된 기법들의 타당성과 효율성을 검증하기 위하여 자유수면을 관통하는 거위목 벌브형의 구상선수를 채택한 선박인 3600TEU 컨테이너선에 대한 수치 해석을 수행하였으며, 그 결과를 모형시험을 수행하여 얻은 결과와 서로 비교하였다.

다음은 본 연구를 수행하여 얻은 결론이다.

(1) 본 연구를 위하여 채택한 패널 생성 기법인 패널절단법과 가변 자유수면 패널법은 3600 TEU 컨테이너선과 같이 구상선수가 자유수면을 관통하는 경우 선체표면과 자유수면의 패널을 생성하기에 효과적인 방법이다.

(2) 수치해석을 수행하여 얻은 조파저항 계수값과 모형시험을 수행하여 얻은 잉여저항 계수값과의 비교를 통하여 서로 다른 선속(Fn)에서 정성적으로 유사한 경향을 보인다는 것을 알 수 있었다.

(3) 전반적으로 본 연구에서 적용한 수치해석기법들이 자유수면을 관통하는 거위목 벌브형의 구상선수를 가진 선박의 저항 성능 해석기법으로 적합하다고 생각된다.

후 기

이 논문은 2010년도 전남대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었습니다.

참 고 문 헌

반석호, 김우전, 김도현, 윤현세, (1998), 선박의 저항 성능 향상 기술, 산업자원부 공업기반과제 보고서, 한국해양연구원.
 서광철, Mehmet Atlar, 김희정, 전호환, 강대수, (2007), "Inclined Keel을 이용한 컨테이너선의 추진효율 향상", 대한조선학회논문집, 제44권, 제4호, pp 379-388.
 유진원, 이영길, 정광열, (2010), "수치시뮬레이션기법을 이용한 거위목 벌브의 저항성능에 관한 연구", 대한조선학회논문집, 제47권, 제5호, pp 689-696.
 최희중, 김진, 반석호, 박일룡, 김광수, (2006), "패널절단법-선체 표면 패널생성을 위한 새로운 시도", 대한조선학회논문집, 제43권, 제6호, pp 63-68.
 최희중, 김진, 반석호, 박일룡, 김광수, (2008), "가변 자유수면 패널법을 이용한 선체 주위 포텐셜 유동 해석", 대한조선학회논문집, 제45권, 제1호, pp 54-62.
 Kim, K.J., (1989), Ship Flow Calculations and Resistance Minimization, Ph.D. Thesis, Chalmers University, Gothenburg, Sweden.
 Raven, H.C., (1996), A Solution Method for the Non-linear Ship Wave Resistance Problem, Ph.D. Thesis, Delft University of Technology, Netherlands.

2011년 4월 26일 원고 접수
 2011년 6월 20일 심사 완료
 2011년 8월 16일 게재 확정