대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 21 권 제 3 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 21, No. 3, 261-278. Aug 2011

# 제7차와 2007년 개정 교육과정의 초등학교 수학 교과서에 제시된 '약속'의 내용과 서술 방식의 비교 분석

백 대 현*

초등학교 수학 교과서에는 학습한 내용을 수학 기호와 용어로 나타내기 위하여 '약속'이 제시되어 있다. 본 논문은 제7차와 2007년 개정 교육과정의 초등학교 수학 교과서에 제시된 '약속'의 내용과 서술 방식을 비교 분석하여 교수·학습에 나타날 수 있는 문제점을 논의하고, 이에 대한 시사점을 제시하였다.

## Ⅰ. 서론

'초등학교 수학 교과서(교과서)'에서 '수학 기호(기호)'와 '수학 용어(용어)'는 학습자의 이해 수준과 언어 능력을 고려하여 적절하게 서술되어야 한다. 교과서에 제시된 기호와 용어의 문제점과 적절성에 대한 논의는 이전부터 꾸준히 제기되어 왔다(김연식, 박교식, 1994; 박교식, 2001; 조영미, 2002b; 박교식, 임재훈, 2005; 권유미, 안병곤, 2005; 서주연, 2006; 백대현, 2010). 특히 용어와 관련하여 박교식(2001)은 '제 7차 초등학교 수학과 교육과정(7차 교육과정)'에 신설된 '용어와 기호' 항목의 용어는 합리적으로 선정되지 않았다고 지적하였고, 서주연(2006)은 교육과정에 제시된 용어와 교과서의 '약속'에 도입된 용어가 일치하지 않아 이에 대한 수정, 보완이 필요하다고 하였다. 또한 백대현(2010)은 '2007년 개정 수학과 교육과정(개정 교육과정)'의 '1-1, 1-2, 2-1, 2-2' 교과서와 7차 교육과정의 '3-가, 3-나, 4-가, 4-나, 5-가, 5-나, 6-가, 6-나 단계' 교과서에 제시된 용어의 의미를 서술하여 사용하는 방식과 표현이 부적절한 사례를 논의하였다.

'7차 교육과정의 교과서(이전 교과서)'에는 모든 단계에 약속[1]이 제시되었다. 개정 교육과정의 경우 1, 2학년 교과서는 용어를 약속으로 나타내지 않았지만 암묵적으로 약속임을 알 수 있는 약속 형태[2]로 제시하였고, 나머지 교과서는 모두 약속으로 제시하였다. 교과서는 '약속'을 '학습한 내용을 기호와 용어로 어떻게 나타낼지 약속하는 것'이라고 밝히고 있다. 조영미(2002b)는 약속은 정의라는 학문적 용어를 초등학교 학생들이 이해하기 쉽도록 변환하는 과정에서 선택된 용어이며, 수학적 정의에는 약정(약속) 이외에 판별, 분석, 개선, 논증 등의 기능이 더 있을 수 있다는 점을 고려할 때, 초등학교 수학에서 정의를 약속으로 변환하는데 따른 오개념이 학생들에게 형성될 수 있다는 점을 충분히 유추할 수 있다고 지적하였다.

이와 같이 대부분의 선행 연구에서는 이전 교과서에 제시된 용어의 적절성에 대한 논의가

* 부산교육대학교, paek@bnue.ac.kr

1) 이전 교과서는 단계에 따라 '약속' 또는 '약속하기'로 서술하였다.
2) 본 논문에서는 '약속 형태'를 '약속'으로 서술하였다.

교육과정에 제시된 용어와 실제 이전 교과서에서 사용된 용어를 중심으로 이루어졌다. 따라서 선행 연구에서의 이러한 논의를 바탕으로 특히 약속의 내용과 서술 방식에 집중하여 교과서와 이전 교과서를 비교하여 살펴보는 것은 교과서 내용의 구성 변화를 이해하고, 더 나아가 앞으로 교과서를 구성하는데 있어 약속이, 만약 약속이라는 용어를 계속 사용한다면, 어떻게 제시되는 것이 적절한지에 대한 방향을 설정하는데 도움이 된다. 그러므로 본 연구에서는 교과서와 이전 교과서의 약속의 내용과 서술 방식을 비교 분석하여 교수·학습에 나타날 수 있는 문제점을 논의하고 이에 대한 시사점을 제시하였다.

## II. ‘약속’과 관련된 문제점

박교식(2001)은 7차 교육과정의 ‘용어와 기호’ 항목을 비판적으로 검토하여 교육과정의 용어는 엄선되지 않았고, 용어 선정과 관련된 원칙이 없으며, 용어와 일상 용어가 구별되지 않는다고 주장하였다. 특히 이전 교과서에서 약속으로 제시된 용어와 관련된 문제점을 정리하면 다음 3가지로 요약된다. 첫째, 각 단계에서 처음으로 사용하는 용어를 선정하지 않았다. 예를 들어, 교육과정에 따르면 ‘시각’은 [3-가][3]에서 처음 사용되어야 하지만 [1-나]에서 사용되었다. 둘째, 용어의 정의가 일관적이지 않다. 예를 들어, [6-가]에서 각뿔의 높이가 정의되었지만 [6-나]에서 원뿔의 높이는 정의되지 않았다. 셋째, 교육과정에 제시되지 않은 용어가 사용되었다. 예를 들어, ‘반원’은 교육과정의 용어로 제시되지 않았지만 [6-나]에서 구가 ‘반원의 지름을 회전축으로 하여 1회전한 회전체’로 정의되었다.

권유미, 안병곤(2005)은 도형 영역에서 학생들의 이해도가 낮은 용어는 각, 점대칭 위치에 있는 도형, 선대칭 위치에 있는 도형, 직육면체의 모서리, 반원의 지름, 반원의 중심 등이었고 이해도가 낮은 원인이 용어가 외연적 방법으로 서술된 것에 기인할 수 있음을 지적하였다.

서주연(2006)은 이전 교과서에 제시된 약속의 내용을 단계별, 영역별로 조사한 결과 단계별 분포가 고르지 않고 영역별 분포의 차이도 크기 때문에 7차 교육과정의 내용을 융통성 있게 조정할 필요가 있다고 지적하였다. 이를 정리하면 다음과 같다. 첫째, 용어의 표현이 명확하지 않다. 예를 들어, [2-가]의 ‘100 이 2 이면 200 이다.’는 학생들이 이해하기가 쉽지 않으므로 [2-가]에 그려진 수모형과 관련지어 ‘100 모형이 2 개 있으면 200 이다.’와 같은 서술 방식으로 수정되어야 한다. 둘째, 용어의 서술을 융통성 있게 제시할 필요가 있다. 예를 들어, [2-가]에서 ‘선분 ㄱㄴ’의 약속에서 ‘선분 ㄴㄱ’도 약속으로 추가하여 제시하고, 마찬가지로 [3-가]에서 ‘각 ㄱㄴㄷ’의 약속에서 ‘각 ㄷㄴㄱ’도 약속으로 추가하여 제시하면 약속의 서술이 융통성 있게 접근될 수 있다. 셋째, 불필요하게 중복되어 정의된 용어가 있다. 예를 들어, [6-가], [6-나] 도형 영역에서 ‘꼭짓점, 높이, 모서리, 옆면, 밑면, 전개도’ 등의 용어가 반복되어 정의됨으로써 학생들에게 혼란을 줄 수 있다.

백대현(2010)은 (이전) 교과서에서 용어 사용이 부적절한 사례는 숫자, 네모 모양, 평행사변형의 넓이 등과 관련하여 나타나고, 용어 표현이 부적절한 사례는 대부분 직선과 관련하여 각, 수직선, 평행선, 대칭축 등에서 나타난다고

3) 1-가, 1-나 단계 등의 이전 교과서는 [1-가], [1-나] 등으로, 1-1, 1-2 등의 교과서는 [1-1], [1-2] 등으로 나타내었다. 단, [6-2]는 실험본이다.

지적하였다. 특히, 사각형과 사각형 모양, 직선과 선분을 구분하지 않고 일관성 없이 사용하고 있는 사례를 구체적으로 제시하였다. 한편 강문봉(2011)은 자연수의 나눗셈 지도를 고찰하는 과정에서 [4-1]은 '영점 일의 자리'를 약속으로 제시하여 사용하고 있지만 [4-2] 익힘책은 '소수 첫째 자리'를 사용하고 있는 것을 사례로 언급하고 약속으로 제시된 용어 사용의 문제점을 지적하였다.

따라서 이러한 선행 연구에서 제기된 용어의 문제점을 바탕으로 특히 교과서와 이전 교과서에 제시된 약속의 내용과 서술 방식을 비교 분석하여 교수·학습에 나타날 수 있는 문제점을 논의하는 것이 본 연구의 주안점이다.

## Ⅲ. '약속'의 분류와 분석 방법

### 1. 약속의 선정 및 분류

3, 4, 5, 6학년 교과서의 약속은 모두 157개, 이전 교과서의 약속은 모두 142개가 제시되었다. 교과서에 약속이 더 많이 제시된 이유는 이전 교과서의 약속이 아닌 서술이 약속으로 제시되었거나, 이전 교과서에 서술되지 않은 내용이 약속으로 새롭게 추가되었기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 이전 교과서와 비교하여 교과서에서 약속의 내용 또는 서술 방식이 다르게 제시되어 교수·학습에 문제점이 나타나거나 기존의 문제점이 보완된 경우, 약속의 내용과 서술 방식은 같지만 여전히 교수·학습에 문제점이 나타나는 경우, 약속으로 새롭게 제시된 근거가 충분하지 않은 경우에 국한하여 약속을 다음 4가지 유형으로 분류하였다.

T1. 이전 교과서의 약속의 내용 또는 서술 방식이 다르게 제시된 유형이다. 예를 들어, 1000은 [3-가]에서 '100이 10이면 1000입니다. 1000을 천이라고 읽습니다.'로, [3-1]에서는 '100이 10개이면 1000이라 쓰고 천이라고 읽습니다.'로 제시되었다.

T2. 이전 교과서의 약속이 아닌 서술이 약속으로 제시된 유형이다. 예를 들어, [4-나]에서 약속이 아닌 '활동으로 알게 된 것'으로 서술된 '0.1과 0.10은 같은 수입니다. 따라서 0.10에서 오른쪽 끝자리 숫자 0은 생략하여 나타낼 수 있습니다.'가 [4-1]에서는 약속으로 제시되었다.

T3. 이전 교과서에 서술되지 않은 내용이 약속으로 새롭게 제시된 유형이다. 예를 들어, [5-1]에서 '수 2, 4, 6, 8, 10, …… 과 같이 2로 나누어떨어지는 수를 짝수라 하고, 1, 3, 5, 7, 9, …… 와 같이 2로 나누어떨어지는 않는 수를 홀수라고 합니다.'가 약속으로 새롭게 제시되었다.

T4. 이전 교과서의 약속의 내용과 서술 방식이 같지만 문제점이 나타나는 유형이다. 예를 들어, [5-1], [5-가]의 '삼각형 ㄱㄴㄷ에서 변 ㄴㄷ을 밑변이라 하고, 꼭짓점 ㄱ에서 밑변에 수직으로 그은 선분 ㄱㄹ을 높이라고 합니다.'에서 삼각형의 높이가 선분으로 정의되어 '높이'의 개념을 이해하는데 있어 문제점이 나타난다.

위의 4가지 유형으로 분류된 약속은 모두 16개로 [3-1], [3-2], [4-1], [4-2], [5-1], [6-2]에서 각각 5, 2, 1, 1, 5, 2개가 제시되었고, 내용과 서술 방식이 유사한 약속이 여러 개인 경우는 하나를 연구 대상으로 선정하였다. 그리고 약속을 유형과 내용 영역에 따라 분류한 <표 Ⅲ-1>에서 알 수 있듯이 T1, T2, T3, T4 유형에 속하는 약속은 각각 7, 3, 3, 3개이며, 개정 교육과정의 내용 체계에 따라 '수와 연산(N)', '도형(F)', '측정(M)' 영역으로 분류하고, 각 영역에 속하는 약속을 N1, F1, M1 등으로 나타내었다. 참고로 '확률과 통계'와 '규칙성과 문제해결' 영

역의 약속은 연구 대상으로 선정되지 않았다.

<표 Ⅲ-1> 유형과 내용 영역으로 분류된 약속

| | N | F | M |
|---|---|---|---|
| T1 | N1, N2, N5 | F1, F2, F3, F5 | |
| T2 | N4, N6 | | M1 |
| T3 | N3, N7, N8 | | |
| T4 | | F4, F6, F7 | |

내용 체계로 분류하여 수와 연산, 도형, 측정 영역에 나타난 약속은 각각 8, 7, 1개이고 구체적으로 다음과 같다.

N1. 100이 10개이면 1000이라 쓰고 천이라고 읽습니다([3-1]: 5).

N2. 6에서 2씩 3번 빼면 0이 됩니다. 이것을 식으로 $6 \div 2 = 3$이라 쓰고, 6나누기 2는 3과 같습니다라고 읽습니다. $6 \div 2 = 3$과 같은 식을 나눗셈식이라 합니다. 이때 3은 6을 2로 나눈 몫이라고 합니다([3-1]: 49).

N3. 8을 2곳으로 똑같게 나누면 한 곳에 4개씩 됩니다. 이것을 식으로 $8 \div 2 = 4$라 쓰고, 8나누기 2는 4와 같습니다라고 읽습니다. $8 \div 2 = 4$과 같은 식을 나눗셈식이라 합니다. 이때 4는 8을 2로 나눈 몫이라고 합니다([3-1]: 53).

N4. 나눗셈을 세로 형식으로 쓰는 방법 $32 \div 4 \rightarrow 4\overline{)32}$ ([3-1]: 62).

N5. $15 \div 5$의 몫은 3이고 나머지는 없습니다. 나머지가 없을 때, 15는 5로 나누어 떨어진다고 합니다([3-2]: 55).

N6. 0.1과 0.10은 같은 수입니다. 따라서 0.10에서 오른쪽 끝자리 숫자 0은 생략하여 나타낼 수 있습니다. $0.10 = 0.1$ ([4-1]: 113).

N7. 수 2, 4, 6, 8, 10, …… 과 같이 2로 나누어떨어지는 수를 짝수라 하고, 1, 3, 5, 7, 9,…… 와 같이 2로 나누어떨어지는 않는 수를 홀수라고 합니다([5-1]: 7).

N8. 6의 $\frac{2}{3}$를 $6 \times \frac{2}{3}$로 나타내고 육 곱하기 삼분의 이라고 읽습니다([5-1]: 52).

F1. 한 점에서 그은 두 직선으로 이루어진 도형을 각이라고 합니다. 오른쪽 각에서 점 ㄴ을 꼭짓점이라고 하고, 직선 ㄱㄴ, 직선 ㄴㄷ을 변이라고 합니다. 또 이 각을 각 ㄱㄴㄷ 또는 각 ㄷㄴㄱ이라고 합니다([3-1]: 35).

F2. 원을 그릴 때에 누름 못이 꽂혔던 점 ㅇ을 원의 중심이라 하고, 원의 중심 ㅇ과 원 위의 한 점을 이은 거리를 원의 반지름이라고 합니다([3-2]: 35).

F3. 평행선 사이의 수선의 길이를 평행선 사이의 거리라고 합니다([4-2]: 44).

F4. 합동인 두 도형을 완전히 포개었을 때, 겹쳐지는 꼭짓점을 대응점, 겹쳐지는 변을 대응변, 겹쳐지는 각을 대응각이라고 합니다([5-1]: 70).

F5. 왼쪽 그림과 같이 직사각형 모양의 면 6개로 둘러싸인 도형을 직육면체라 하고, 오른쪽 그림과 같이 정사각형 모양의 면 6개로 둘러싸인 도형을 정육면체라고 합니다([5-1]: 84).

F6. 삼각형 ㄱㄴㄷ에서 변 ㄴㄷ을 밑변이라 하고, 꼭짓점 ㄱ에서 밑변에 수직으로 그은 선분 ㄱㄹ을 높이라고 합니다([5-1]: 101).

F7. 반원의 지름을 회전축으로 하여 1회전 한 회전체를 구라고 합니다. 이때 반원의 중심은 구의 중심이 되고, 반원의 반지름은 구의 반지름이 됩니다([6-2]: 29).

M1. (원기둥의 겉넓이) = (한 밑면의 넓이)×2 + (옆면의 넓이) ([6-2]: 57).

## 2. 약속의 분석 방법

교과서에 제시된 약속은 이전 교과서의 약속의 내용 또는 서술 방식이 다르게 제시된 T1 유형, 이전 교과서의 약속이 아닌 서술이 약속으로 제시된 T2 유형, 이전 교과서에 서술되지 않은 내용이 약속으로 새롭게 제시된 T3 유형, 그리고 이전 교과서의 약속의 내용과 서술 방식이 같지만 문제점이 나타나는 T4 유형으로 분류되었다. 각 유형에 따른 약속의 내용과 서술 방식을 논의하기 위한 분석 준거를 마련하기

위하여 먼저 학교 수학에 나타난 정의의 관점을 논의한 관련 문헌을 살펴보자.

조영미(2002a, 2002b)는 약속은 정의라는 학문적 용어를 초등학교 학생들이 이해하기 쉽도록 변환하는 과정에서 선택된 용어이며, 학교 수학에서 사용하는 정의는 학문으로서의 수학에서 사용하는 정의를 참조하지만 학생의 이해 수준을 고려하여 수학적 정의에 변형을 가하므로 주의해야 할 문제는 변형이 적절하게 되었는가라는 것임을 지적하였다. 결국 정의를 약속으로 적절하게 변형한다는 것은 학생의 이해 수준과 언어 능력을 고려하여 약속의 내용을 수학적으로 정확하게 서술한다는 것이다.

한편 약속은 정의가 학습자의 이해 수준에 적합하게 변형된 것이므로 약속에는 수학 학습에서 정의가 가지는 역할이 내포되어 있다. 따라서 학교 수학에서 정의가 제시된 근거를 학습 과정에서 알 수 있는 것과 마찬가지로 약속이 교과서에 제시된 타당한 근거를 알 수 있어야 한다. 그러므로 약속으로 제시된 근거가 충분한가와 학습자의 수준을 고려하여 수학적으로 정확하게 표현되었는가의 관점은 4가지 유형으로 분류된 약속의 내용과 서술 방식을 분석할 수 있는 준거가 된다. 이에 기초한 본 연구의 약속의 내용과 서술 방식을 논의하기 위한 분석틀은 다음과 같다.

S1. 약속의 내용과 서술 방식이 적절하게 표현되었는가? 여기서 '적절하게 표현되었다'는 것은 학습자의 이해 수준에서 약속의 내용과 서술 방식이 수학적으로 정확하게 표현되었다는 것을 의미한다. 따라서 '적절하게 표현되지 않았다'는 것은 학습자의 수준에서 수학적으로 정확하게 표현하여도 이해할 수 있는 내용과 서술 방식이 그렇게 표현되지 않은 것이나 수학적으로 정확하지만 학습자의 수준에서 이해하기 어렵게 표현된 것을 의미한다.

S2. 약속으로 제시된 근거가 충분한가? 여기서 '근거가 충분하다'는 것은 수학적인 정의가 학습자의 수준에 적합한 약속으로 적절하게 변형되었다는 것을 의미한다. 그리고 '적절하게 변형되었다'는 것은 정의가 가지는 역할이 약속으로 변형된 후에도 내포되어 있다는 것을 의미한다. 한편, 교과서에는 대부분 약속을 정의하기 전에 약속을 도입하기 위한 활동이 먼저 제시되어 있다. 따라서 교과서에 제시된 활동과 관련하여 약속으로 제시된 근거가 충분하지 않다는 것은 활동으로 추론할 수 있는 내용, 공식, 계산 방법 등이 약속으로 제시된 것을 의미한다.

교과서에 제시된 약속의 내용과 서술 방식을 S1과 S2를 기준으로 비교, 분석하여 교수・학습에 나타나는 문제점을 논의하기 위하여 초등학교 학생, 교사, 교과서 저자를 대상으로 조사하는 것은, 현재 이전 교과서를 대체한 교과서가 사용되고 교과서 저자가 여러 명인 것을 고려하면, 현실적인 제약이 따른다. 따라서 대학교 1학년 학생(예비 초등학교 교사)을 대상으로 일부 약속의 내용과 서술 방식으로 인하여 교수・학습에 나타날 수 있는 문제점을 검증하였다. 그러므로 약속의 내용과 서술 방식을 실제 교수・학습자인 교사와 초등학교 학생을 대상으로 조사하지 못한 것과 약속의 내용과 서술 방식을 S1과 S2의 관점에서 논의한 것을 교사와 교과서 저자를 대상으로 검증을 하지 않은 것이 연구의 제한점이다. 이러한 제한점을 보완하기 위한 이론적인 방안으로 선행 연구에서 특히 이전 교과서의 약속과 관련하여 제기된 문제점이 교과서의 약속에 어떻게 반영되었는지 살펴보고, 교과서에 제시된 약속의 내용과 서술 방식을 [1-1], [1-2], [2-1], [2-2]와 [수학1][4]에 제시된 관련 내용과 서술 방식을 연계하여

4) 중학교 수학 1, 수학 2, 수학 3 교과서를 각각 [수학1], [수학2], [수학3]으로 나타내었다.

논의함으로써 연구의 타당성을 제고하였다.

현재 사용하고 있는 [수학1]은 27종이지만 [수학3]이 14종인 것을 고려하여 [수학3]의 저자와 출판사가 같은 14종을 선정하였다. 따라서 논의에 필요한 [수학1]은 강신덕, 함남우, 홍인숙, 김영우, 이재순, 전민정 외(2009), 김원경, 조민식, 김영주, 김윤희, 방환선, 윤기원 외(2009), 김홍종, 계승혁, 오지은, 원애경(2009), 박규홍, 최병철, 안숙영, 김준식, 유미영(2009), 박영훈, 여태경, 김선화, 심성아, 이태림, 김수미(2009), 박윤범, 남상아, 최소희, 홍유미(2009), 신항균, 이광연, 윤혜영, 이지현(2009), 우정호, 박교식, 박경미, 이경화, 김남희, 임재훈 외(2009), 유희찬, 류성림, 한혜정, 강순모, 제수연, 김명수, 천태선, 김민정(2009), 윤성식, 조난숙, 김화영, 조준모, 장홍월, 김해경(2009), 이강섭, 왕규채, 송교식, 이강희, 안인숙(2009), 이준열, 최부림, 김동재, 송영준, 윤상호, 황선미 외(2009), 정상권, 이재학, 박혜숙, 홍진곤, 서혜숙, 박부성 외(2009), 최용준, 한대희, 박진교, 김강은, 신태양, 배명주(2009)며 저자에 따라 [강], [김원], [김홍], [박규], [박영], [박윤], [신], [우], [유], [윤], [이강], [이준], [정], [최]로 간단히 나타내었다.

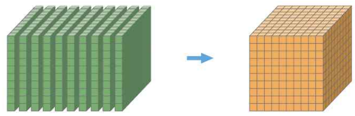
## Ⅳ. '약속'의 내용과 서술 방식

교과서와 이전 교과서의 '약속의 내용과 서술 방식이 적절하게 표현되었는가?'와 '약속으로 제시된 근거가 충분한가?'의 관점에서 비교 분석하기 위하여 교과서의 약속 N1, F1 등에 대응되는 이전 교과서의 약속은 n1, f1 등으로 나타내었다.

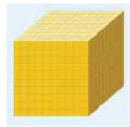
### 1. 수와 연산

N1. 100이 10개이면 1000이라 쓰고 천이라고 읽습니다([3-1]: 5).

n1. 100이 10이면 1000입니다. 1000을 천이라고 읽습니다([3-가]: 7).



[그림 Ⅳ-1]



[그림 Ⅳ-2]

서주연(2006)은 [2-가]의 '100이 2이면 200이다.'는 100과 2를 같은 것으로 오해할 수 있으므로 그려진 수모형과 관련지어 '100모형이 2개 있으면 200이다.'와 같이 수정할 것을 제안하였다. 수모형의 경우 N1에는 [그림 Ⅳ-1]과 같이 100모형 10개가 1000모형 1개로 변화되는 과정이 그려져 있고, n1에는 [그림 Ⅳ-2]와 같이 1000모형 1개가 그려져 있다. 따라서 N1은 n1에 비하여 약속의 내용을 그림으로 이해할 수 있게 제시되어 10개의 100모형에서 1개의 1000모형이 만들어지는 과정이 적절하게 표현되었다. 그리고 교과서 저자가 n1과 관련하여 제기된 문제점을 인지하여 N1과 같이 수정하였는지는 알 수 없지만, 결과적으로 N1에는 서주연의 제안이 어느 정도 반영되었다.

N2. 6에서 2씩 3번 빼면 0이 됩니다. 이것을 식으로 $6 \div 2 = 3$이라 쓰고, 6나누기 2는 3과 같습니다라고 읽습니다. $6 \div 2 = 3$과 같은 식을 나눗셈식이라 합니다. 이때 3은 6을 2로 나눈 몫이라고 합니다([3-1]: 49).

n2. 8을 2씩 묶으면 4묶음이 됩니다. 이것을 식으로 $8 \div 2 = 4$라 쓰고, 8나누기 2는 4와 같습니다라고 읽습니다. $8 \div 2 = 4$와 같은 식을 나눗셈식이라 합니다([3-가]: 48).

N3. 8을 2곳으로 똑같게 나누면 한 곳에 4개씩 됩니다. 이것을 식으로 $8 \div 2 = 4$라 쓰고, 8나누기 2는 4와 같습니다라고 읽습니다. $8 \div 2 = 4$과 같은 식을 나눗셈식이라 합니다. 이때 4는 8을 2로 나눈 몫이라고 합니다([3-1]: 53).

먼저 내용적인 측면에서 N2는 n2에 비하여 동수누감의 개념이 명확하게 나타난다. [3-가]는 나눗셈의 약속을 n2와 같이 포함제로 제시하였지만, 등분제는 약속으로 제시하지 않고 포함제와 같이 '똑같이 나누어 봅시다.'라는 활동에서 나누는 상황을 다르게 서술하였다. 장혜원(2010)은 교과서에 시각적 표현을 통해 포함제와 등분제의 상황을 구별하여 등분제의 경우에 한해 묶음(나누어지는 곳)을 제시한 것은 학생들이 나눗셈의 구별되는 의미를 이해하는데 도움이 될 것으로 기대하지만 등분제의 모델에서 몇 개씩 어림하여 배분하고 조절하는 것은 높은 수준의 전략으로 간주되므로 동수누감을 이용하여 나눗셈에 접근하는 것이 바람직하며, 예비 초등학교 교사들도 어려워하는 나눗셈 의미의 차이를 명시적으로 구별하고, 그것을 언어적으로 진술할 수 있는 능력을 요구하는 것은 재고할 필요가 있다고 지적하였다. 또한 강문봉(2011)은 [3-1]에서 포함제와 등분제를 구분하여 각각을 약속으로 제시한 것은 [3-가]에서 두 가지 나눗셈 개념을 혼동할 수 있는 문제점은 해결하였지만 실제 교수·학습에서 나눗셈 개념의 혼동을 더 부각시킬 수 있는 가능성이 높으며, 포함제와 등분제는 모두 동수누감으로 설명할 수 있기 때문에 동수누감과 등분제를 동일한 위계 수준에서 고려하는 것은 바람직하지 않다고 지적하였다. 따라서 포함제와 등분제의 개념을 구분하여 N2와 N3을 모두 나눗셈의 약속으로 제시함으로써 현실적으로 학습자가 두 가지 약속의 내용과 서술 방식을 구분하여 이해하기 어려운 상황임을 고려하면 N3을 약속으로 새롭게 제시한 것은 재고할 필요가 있다.

N4. 나눗셈을 세로 형식으로 쓰는 방법 $32 \div 4 \rightarrow 4\overline{)32}$ ([3-1]: 62).

[3-가]는 $32 \div 4 = 8$을 N4와 같이 세로 형식으로 쓰기도 한다고 서술하였지만 약속으로 제시하지 않았다. N4는 $32 \div 4$를 다른 방법으로 계산하는 세로 형식 $4\overline{)32}$를 약속으로 제시한 것이다. 세로 형식은 나눗셈을 할 때 학습자가 선택할 수 있는 계산 방법의 하나이기 때문에 N4를 약속으로 제시한 근거가 충분하지 않다. 한편 나눗셈의 세로 형식과 비교하여 덧셈과 뺄셈의 세로 형식은 [1-2]에서 약속으로 제시되지 않고 사용되었다. 그리고 N4가 약속으로 제시된 근거가 부족한 이유는 세로 형식의 필요성이 서술된 교과서와 교사용 지도서(교육과학기술부, 2010f)의 내용에서도 찾을 수 있다.

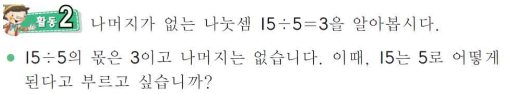
교과서는 N4를 제시하기 전에 덧셈식과 뺄셈식을 세로 형식으로 써서 계산하는 이유를 질문한 후 $32 \div 4 = \square$를 세로 형식으로 나타내는 방법을 예상하여 써보게 하고, 왜 그렇게 썼는지 설명을 요구하고 있다. 이에 대하여 교사용 지도서는 '큰 수'의 덧셈식 $849 + 764 = \square$, 뺄셈식 $643 - 275 = \square$를 계산할 때, 머리로 곧바로 답을 알 수 없는 경우에 세로 형식으로 써서 계산하듯이, 큰 수의 나눗셈을 세로 형식으로 하는 것이라고 밝히고 있다.

그렇지만 [3-1], [3-2]의 모든 나눗셈은 두 자리 수를 한 자리 수로 나누고, [4-1]의 나눗셈에서 비로소 '큰 수'인 세 자리 수를 두 자리 수로 나누게 된다. 특히 [3-1]의 나눗셈은 두 자리 수가 한 자리 수로 나누어 떨어지는 경우만 다루기 때문에 굳이 세로 형식으로 계산할 필요가 없다. 또한 세로 형식은 큰 수의 나눗셈 이외에 나누어 떨어지지 않는 나눗셈에서 몫과 나머지를 구하는데 유용하므로 N4를 큰 수의 나눗셈과 몫과 나머지를 구하는 나눗셈을 다루는 [3-2] 또는 [4-1]에, 약속으로 제시하지 않고, 도입하는 것이 적절하다.

N5. 15÷5의 몫은 3이고 나머지는 없습니다. 나머지가 없을 때, 15는 5로 나누어 떨어진다고 합니다([3-2]: 55).

n5. 15÷5의 몫은 3이고, 나머지는 0입니다. 나머지가 0일 때, 나누어 떨어진다고 합니다([3-나]: 58).

N5와 n5를 비교 분석하기 위해서 먼저 ‘나머지’와 ‘0’의 의미를 이해할 필요가 있다. ‘0’은 [1-1]에서 ‘책꽂이에 책이 없습니다. 숫자로 어떻게 나타낼까요?’에 대한 대답으로 제시되었다. 따라서 [1-1]에서 ‘0’은 ‘없다’는 의미로 이해된다. 또한 [3-2]에는 N5를 정의하기 위한 활동으로 [그림 Ⅳ-3]이 제시되었다.




[그림 Ⅳ-3]

따라서 N5의 ‘나머지가 없다.’와 n5의 ‘나머지가 0이다.’는 같은 의미로 이해된다. 그렇지만 교과서에서 두 가지 표현을 같은 의미로 사용하려면 ‘나머지가 없다.’는 것의 의미가 ‘나머지가 0이다.’는 것을 명시할 필요가 있다. ‘나머지가 없다.’는 것은 약속의 일부로 제시된 서술이기 때문이다.

연구자가 2011년 대학교 1학년 학생(예비 초등학교 교사) 36명을 대상으로 ‘나머지가 없다.’와 ‘나머지가 0이다.’의 수학적 의미를 어떻게 이해하고 있는지 설문 조사하였더니 다수(75%)의 학생은 같은 의미, 일부(25%) 학생은 다른 의미라고 대답하였다. 두 가지 의미를 같다고 대답한 대부분의 학생은 아무도 그 이유를 제시하지 않았고, 서로 다르다고 대답한 학생 중 2명(약 6%)은 ‘공집합’과 ‘원소가 0인 집합’이 다른 것처럼 ‘나머지가 없다.’와 ‘나머지가 0이다.’의 의미는 다르다고 설명하였고, 나머지는 다른 이유를 제시하지 않았다. 따라서 대부분의 예비 초등학교 교사는 두 가지 표현의 차이점을 인식하지 못하였고, 구분하여 사용할 필요성도 느끼지 않았다.

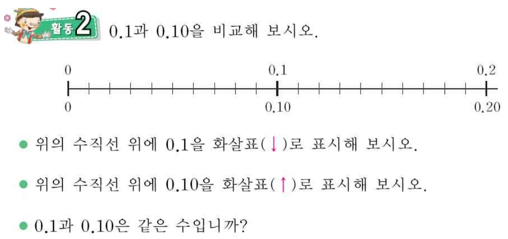
수학적인 관점에서 n4가 N5보다 정확한 표현이 되는 이유는 나눗셈의 몫과 나머지의 이론적 근거가 ‘나눗셈 알고리즘’이기 때문이다. 특히 N5와 같이 제수와 피제수가 자연수인 나눗셈에서 나머지는 0이상이고 피제수보다 작은 음이 아닌 정수가 된다. 나머지에 대한 이러한 조건은 나눗셈을 했을 때 몫과 나머지를 유일하게 결정하게 한다. 다시 말해서, 나머지에 대한 이러한 조건이 없으면 몫과 나머지의 유일성이 보장되지 않아 몫과 나머지를 정의할 수 없게 된다. 그런데 교과서의 나눗셈에서 몫은 약속으로 제시되지 않고 N2에서 나눗셈식이 제시되는 과정과 다음과 같이 나머지가 약속으로 제시되는 과정에서 몫의 의미가 암묵적으로 서술되었다.

· 13을 5로 나누면 몫이 2이고 3이 남습니다. 이때, 3을 13÷5의 나머지라고 합니다. ([3-2]: 54).

N2의 $6 \div 2 = 3$에서와 위의 약속에서 몫은 3으로 서술되었지만 몫이 3인 이유는 제시되지 않았다. 따라서 교과서에 나머지에 대한 조건을 추가되지 않더라도 몫이 3인 이유는 구체적으로 제시되어야 한다. 또한 ‘몫’을 약속으로 제시하는 것이 필요하다. 결론적으로, N5의 ‘나머지가 없다.’보다는 나머지의 크기를 비교할 수 있는 수로 제시된 n5의 ‘나머지는 0이다.’가 적절한 표현이다.

N6. 0.1과 0.10은 같은 수입니다. 따라서 0.10에서 오른쪽 끝자리 숫자 0은 생략하여 나타낼 수 있습니다. $0.10 = 0.1$ ([4-1]: 113).

[4-나]는 N6을 '활동으로 알게 된 것'으로 서술하고 약속으로 제시하지 않았다. 교과서에서 0.10 과 같이 오른쪽 끝자리 숫자가 0 으로 표현된 수는 N6을 제시하기 위한 [그림 Ⅳ-4]의 활동에서 처음 나타난다. 이 활동은 0.1 과 0.10 이 같은 위치에 표시된 수직선 위에 화살표로 두 수를 표시하게 한 후 그 두 수가 같은지를 묻고 있다. 그런데 문제는 수직선에서 0.1 과 0.10 이 같은 수라는 사실을 미리 가정하고 두 수가 같다는 결론을 이끌어낸다는 점이다. 그리고 [그림 Ⅳ-4]의 수직선에 제시된 최소 눈금 단위가 0.01 이기 때문에 눈금은 0.10 이 아닌 0.1 로 표시되어야 한다. 따라서 수직선에 두 수 0.1 과 0.10 을 같은 위치에 표시하여 두 수가 같다고 약속한 근거가 충분하지 않다.




[그림 Ⅳ-4]

특히 [4-2]에서 반올림을 학습하게 되면 0.10 과 0.1 은 어느 자리에서 반올림하는가에 따라 수학적 의미가 다르게 된다. 따라서 참값과 근삿값을 구분하지 않고 N6과 같이 약속으로 제시하는 것은 적절하지 않다. 또한, [수학2]의 근삿값을 나타내는 방법에서, 예를 들어, 295 를 일의 자리와 십의 자리에서 반올림한 근삿값은 모두 300 이다. 이때, 유효숫자의 개수는 각각 2, 1 개이며, 이 경우 근삿값의 유효숫자를 구별하기 위하여 유효숫자의 개수가 2, 1개일 때 각각 $300=3.0\times10^2$, $300=3\times10^2$ 으로 나타낸다. 따라서 근삿값을 표현할 때 3 과 3.0 의 의미는 다르게 사용되고 있다. 그러므로 [그림 Ⅳ-4]와 같이 0.1 과 0.10 을 비교하는 활동은 적절하지 않으며, 이러한 활동을 통하여 N6을 약속으로 제시한 근거가 충분하지 않다.

N7. 수 2, 4, 6, 8, 10, …… 과 같이 2 로 나누어떨어지는 수를 짝수라 하고, 1, 3, 5, 7, 9, …… 와 같이 2 로 나누어떨어지는 않는 수를 홀수라고 합니다([5-1]: 7).

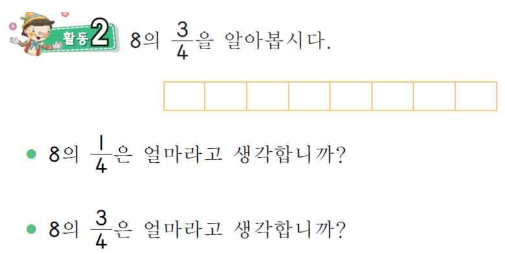
기존 교과서는 '짝수'와 '홀수'를 약속으로 제시하지 않고 사용하였다. 박교식, 임재훈(2005)은 '자릿값', '곱셈구구', '검산', '수직선(number line)', '짝수', '홀수', '밑넓이' 등은 일상 용어가 아니라 수학에서 만들어진 용어로 학생들이 잘 알고 있다고 볼 근거가 없는 만큼 정의할 필요가 있다고 주장하였다. 따라서 이러한 관점에서 N7이 약속으로 제시된 근거는 충분하며, N7이 약속으로 제시된 것과 같이 위의 다른 용어들도 약속으로 제시되어야 한다. 그런데 N7에서 한 가지 표현의 문제점이 '……'와 관련하여 나타난다. 즉, '……'은 수학적인 의미가 있는 '…'으로 제시되어야 한다. 이와 같은 표현은 '분수', '배수', '정비례'의 약속에서도 다음과 같이 나타난다. 특히 '분수'와 '정비례'의 약속에서 서술된 '… 등'은 '…'와 '등'의 두 가지 같은 표현이 중복되었다.

- $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, …… 등과 같은 수를 분수라고 합니다([2-2]: 81).
- 5를 1배, 2배, 3배, 4배, …… 한 수 5, 10, 15, 20, ……을 5의 배수라고 합니다([5-1]: 6).
- 두 양 $x$, $y$에서 한 쪽의 양 $x$가 2배, 3배, 4배, … 로 변함에 따라 다른 쪽의 양 $y$도 2배, 3배, 4배, … 로 변하는 관계가 있으면 $y$는 $x$에 정비례한다고 합니다. $y$는 $x$에 정비례할 때, $y=2\times x$, $y=3\times x$, … 등과 같이 나

타낼 수 있습니다([6-2]: 103).

N8. 6의 $\frac{2}{3}$를 $6\times\frac{2}{3}$로 나타내고 육 곱하기 삼분의 이라고 읽습니다([5-1]: 52).

먼저 [3-1], [2-1], [2-2]에서 N8과 관련된 내용을 살펴보면 다음과 같다.




[그림 Ⅳ-5]

- 5의 3배를 $5\times3$이라고 씁니다. $5\times3$은 5곱하기 3이라고 읽습니다([2-1]: 110).
- 오른쪽에서 색칠한 부분은 전체를 똑같이 3으로 나눈 것 중의 1입니다. 이것을 $\frac{1}{3}$이라 쓰고, 삼분의 일이라고 읽습니다([2-2]: 80).

[그림 Ⅳ-5]와 같이 [3-1]에 제시된 활동을 통하여 8의 $\frac{3}{4}$의 의미가 $8\times\frac{3}{4}$인 것을 이해할 수 있고, 위와 같이 [2-1], [2-2]에서 곱셈식과 분수를 읽는 방법도 이미 약속으로 제시되었다. 따라서 이전에 제시된 활동과 약속으로 알 수 있는 N8을 약속으로 제시한 근거가 충분하지 않다.

## 2. 도형

F1. 한 점에서 그은 두 직선으로 이루어진 도형을 각이라고 합니다. 오른쪽 각에서 점 ㄴ을 꼭짓점이라고 하고, 직선 ㄱㄴ, 직선 ㄴㄷ을 변이라고 합니다. 또 이 각을 각 ㄱㄴㄷ 또는 각 ㄷㄴㄱ이라고 합니다([3-1]: 35).

f1. 한 점에서 그은 두 직선으로 이루어진 도형을 각이라고 합니다. 그림에서 점 ㄴ을 각의 꼭짓점이라 하고, 두 직선 ㄱㄴ, ㄴㄷ을 각의 변이라고 합니다. 또, 이 각을 각 ㄱㄴㄷ이라고 합니다([3-가]: 37).

F1은 ‘각 ㄱㄴㄷ’ 이외에 ‘각 ㄷㄴㄱ’을 추가하여 서주연(2006)의 제안처럼 각을 융통성이 있게 읽을 수 있게 제시되었다. [수학1]의 경우 [강], [김원], [김홍], [박윤], [유], [이강], [이준], [정], [최]는 한 점 O에서 시작하는 두 반직선 OA, OB로 이루어지는 각 AOB를 기호로 ∠AOB 또는 ∠BOA로 제시하였고, [박규], [신], [우], [윤]은 한 가지 기호로 제시하였지만 두 가지 기호로 나타낼 수 있다고 하였다. 교과서는 대부분 각을 ‘각 ㄱㄴㄷ’과 같이 나타냈지만 필요에 따라 ‘각 ㄷㄴㄱ’과 같은 방식으로 나타내기도 하였다. 따라서 ‘각 ㄷㄴㄱ’을 약속의 일부로 추가하여 제시한 것은 근거가 충분하다.

한편 백대현(2010)은 한 점에서 그은 두 직선은 평면에서 서로 다른 두 직선이 한 점에서 만나는 경우를 의미하기 때문에 두 직선의 교점을 각의 꼭짓점으로 정의하는 것은 적절하지 않고, [수학1]에서 반직선으로 각을 정의한 것과 같이 교과서에 반직선을 도입하여 각을 정의할 것을 제안하였다. 따라서 F1에서 각을 기호로 융통성 있게 나타내었지만 두 직선으로 각을 정의하는 것은 재고할 필요가 있다.

F2. 원을 그릴 때에 누름 못이 꽂혔던 점 ㅇ을 원의 중심이라 하고, 원의 중심 ㅇ과 원 위의 한 점을 이은 거리를 원의 반지름이라고 합니다([3-2]: 35).

f2. 원을 그릴 때에 누름 못이 꽂혔던 점 ㅇ을 원의 중심이라 하고, 원의 중심 ㅇ과 원 위의 한 점을 이은 선분 ㄱㅇ을 원의 반지름이라고 합니다([3-나]: 35).

원의 반지름을 F2는 선분의 길이, f2는 선분으로 제시하였고, 지름은 F2와 f2 모두 선분으로 제시하였다. (이전) 교과서에 서술된 원의 반지름과 지름에 관련된 성질은 다음과 같다.

(1) 한 원에서 반지름의 길이는 모두 같습니다([3-나]: 36).
(2) 한 원에서 지름은 모두 같습니다([3-나]: 39, [3-2]: 40).
(3) 지름의 길이는 반지름의 길이의 2배입니다([3-나]: 39).
(4) 한 원에서 반지름은 모두 같습니다([3-2]: 40).
(5) 한 원에서 지름은 반지름의 2배입니다([3-2]: 41).

먼저 [3-나]에 제시된 (1), (2), (3)을 살펴보자. f2에 의하면 (1)은 적절한 표현이지만, (2)는 지름이 선분으로 제시되어 '선분이 같다'는 의미로 이해되기 때문에 적절하게 표현되지 않았다. 사실, 서로 다른 두 선분의 길이가 같을 때 두 선분은 합동이라고 정의한다. 그리고 (3)은 두 선분의 길이를 비교하고 있으므로 적절한 표현이다. 다음으로 [3-2]에 제시된 (2), (4), (5)를 살펴보면, (2)는 [3-나]에서의 (2)와 같은 이유로 적절하게 표현되지 않았다. 그리고 F2에 의하면 (4)는 적절하게 표현되었지만 (5)는 선분과 선분의 길이를 비교하게 되어 적절하게 표현되지 않았다.

[박윤]을 제외한 [수학1]은 [3-나]와 같이 원의 중심과 원 위의 한 점을 이은 선분을 반지름, 원의 중심을 지나는 현을 지름으로 정의하였다. 한편 [박윤]은 [3-2]와 같이 원의 반지름을 선분의 길이, 원의 지름을 선분으로 정의하였지만, 정의한 이후 원의 반지름을 선분으로 일관성 없이 사용하였다. 따라서 [수학1]과의 연계성 측면에서도 F2는 적절하게 표현되지 않았다.

F3. 평행선 사이의 수선의 길이를 평행선 사이의 거리라고 합니다([4-2]: 44).
f3. 평행선 사이의 수직인 선분의 길이를 평행선 사이의 거리라고 합니다([4-나]: 57).

[4-2]는 두 직선이 만나서 이루는 각이 직각일 때 두 직선은 서로 수직이고, 두 직선이 서로 수직일 때 한 직선은 다른 직선에 대한 수선이라고 정의하였다. 따라서 '수직'이 두 직선 사이의 관계를 나타내는 용어라는 것을 고려하면 f3의 '수직인 선분'은 적절한 표현이 아니며, F3에서는 '수선'으로 수직인 두 직선 사이의 관계가 적절하게 표현되었다.

F4. 합동인 두 도형을 완전히 포개었을 때, 겹쳐지는 꼭짓점을 대응점, 겹쳐지는 변을 대응변, 겹쳐지는 각을 대응각이라고 합니다([5-1]: 70, [5-나]: 41).

[5-1]은 모양과 크기가 같아서 포개었을 때, 완전히 겹쳐지는 두 도형을 서로 합동이라고 서술하였다. '도형'은 [2-1]에서 용어에 대한 서술 없이 원을 정의할 때 다음과 같이 처음 사용되었다.

· 그림과 같이 동그란 모양의 도형을 원이라고 합니다([2-1]: 38).

F4가 제시되기 전에 교과서에서 다루는 도형은 [3-1]의 '평면도형' 단원에서 각과 관련되어 있는 각, 직각삼각형, 직사각형, 정사각형 등이고, [4-1]의 '삼각형' 단원에서 각의 크기와 관련되어 있는 이등변삼각형, 정삼각형, 예각삼각형, 둔각삼각형 등이고, [4-2]의 '사각형과 다각형' 단원에서 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, (정)다각형 등이다. 따라서 원을 제외하면 F4가 제시되기 전에 다루는 대부분의 도형이 다각형인 것을 고려하면 F4는 적절하게 표현되었다고 할 수 있지만 [2-1]에서 원을 도형으로 이미 제시하였기

때문에 F4의 '합동인 두 도형'은, 예를 들어, '합동인 두 다각형'으로 표현하는 것이 적절하다. 합동인 두 원을 포개면 대응점, 대응변, 대응각이 나타나지 않기 때문이다.

연구자가 2011년 대학교 1학년 학생(예비 초등학교 교사) 36명을 대상으로 F4에서 교수ㆍ학습에 나타날 수 있는 수학적인 문제점을 설문조사한 결과 일부(약 11%) 학생은 합동인 두 원 또는 두 곡선을 포개면 대응점, 대응변, 대응각이 나타나지 않는 문제점을 지적하였지만 대부분(약 89%)의 학생은 아무런 문제점도 제기하지 않았다. 따라서 대부분의 예비 초등학교 교사는 N5의 '나머지가 없다.'와 같이 F4의 내용과 서술 방식을 당연한 것으로 받아들였다. 그러므로 대부분의 교사와 초등학교 학생에게도 F4는 당연한 것으로 받아들여져 교수ㆍ학습에 어떤 문제점도 나타나지 않을 수 있다. 그런데 또 다른 문제는 백대현(2011)의 지적과 같이 [수학1]에서도 F4와 같은 서술 방식이 반복되고 있다는 점이다.

[수학1]은 두 도형의 모양과 크기가 똑같아 한 도형이 다른 도형에 완전히 포개지는 것을 합동이라고 서술하였다. [박영]을 제외한 [수학1]은 도형에 대하여 '서로 합동인 두 도형에서 포개지는 꼭짓점과 꼭짓점, 변과 변, 각과 각은 서로 대응한다고 한다.'라고 서술하였고, [박영]은 삼각형의 합동에 대한 서술을 한 후 삼각형에 대하여 '이때, 서로 포개지는 꼭짓점, 변, 각은 서로 대응한다고 한다.'라고 서술하였다. 그리고 [수학1]은 '합동인 도형에서 대응변의 길이와 대응각의 크기는 서로 같다.'고 제시하였지만, 두 원의 합동에서 알 수 있듯이, 그것이 모든 합동인 도형에 적용되는 것은 아니다.

요약하면 F4가 [5-1]과 [수학1]에서 적절하게 표현되지 않아 교수ㆍ학습에 문제점이 나타난다는 것이 아니라 학습자의 수준에서 좀 더 정확하게 표현하여도 이해할 수 있음에도 불구하고 그렇지 않게 제시된 것이 문제라는 것이다.

F5. 왼쪽 그림과 같이 직사각형 모양의 면 6개로 둘러싸인 도형을 직육면체라 하고, 오른쪽 그림과 같이 정사각형 모양의 면 6개로 둘러싸인 도형을 정육면체라고 합니다([5-1]: 84쪽).

f5. 그림과 같이 직사각형 6개로 둘러싸인 도형을 직육면체라 합니다. 크기가 같은 정사각형 6개로 둘러싸인 도형을 정육면체라 합니다([5-가]: 53, 54).

[2-1]은 4개의 선분으로 둘러싸인 도형을 사각형으로 정의하였다. 백대현(2010)은 (이전) 교과서에서 '□'을 사각형이라고 표현하지만, '■'은 '사각형'과 '사각형 모양'으로 일관성 없이 사용하고 있는 것을 지적하고, 대안으로 '■'를 수학적으로는 정확하지 않지만 학습자에게 익숙한 '사각형 모양'으로 정의할 것을 제안하였다. 따라서 이러한 관점에서 접근하면 F5에 제시된 '직(정)사각형 모양의 면'은 f5에 비하여 직(정)육면체를 구성하는 '면'의 개념이 강조되었다. 한편 '■'을 '사각형 모양'으로 정의하면 F5의 '직(정)사각형 모양의 면'은 '직(정)사각형 모양'으로 표현할 수 있지만 F5와 같이 '면'을 추가로 제시하는 것도 직(정)육면체의 개념을 이해하는데 도움이 된다.

[윤]을 제외한 [수학1]은 다면체를 '다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형' 또는 '둘러싸인 면이 모두 다각형인 입체도형'으로 정의하고, [윤]은 '다각형 모양의 면으로 둘러싸인 도형'으로 정의하였다. 그런데 수학적인 관점에서 '다각형'은 선분으로만 이루어져 '면'을 포함하지 않기 때문에 '다각형인 면'은 적절한 표현이 아니다. 따라서 [수학1]에서도 교과서와 마찬가지로 다각형과 다각형 모양을 구분하여 사용할 필요가 있다.

F6. 삼각형 ㄱㄴㄷ에서 변 ㄴㄷ을 밑변이라 하고, 꼭짓점 ㄱ에서 밑변에 수직으로 그은 선분 ㄱㄹ을 높이라고 합니다([5-1]: 101, [5-가]: 100).

F6은 삼각형의 높이를 선분으로 나타내어 높이에 대한 오개념이 형성될 수 있다. 반면 [5-1]과 [6-1]에 제시된 평행사변형, 사다리꼴, 각기둥, 각뿔의 높이는 다음과 같다.

· 평행사변형(사다리꼴)에서 두 밑변 사이의 거리를 높이라고 합니다([5-1]: 98, 105).
· 각기둥에서 두 밑면 사이의 거리를 높이라고 합니다([6-1]: 41).
· 각뿔의 꼭짓점에서 밑면에 수직인 선분의 거리를 높이라고 합니다([6-1]: 45).

따라서 높이를 일관성 있게 '거리'로 제시하는 것이 적절하며, 높이가 선분으로 제시된 F6의 표현은 적절하지 않다.

F7. 반원의 지름을 회전축으로 하여 1회전 한 회전체를 구라고 합니다. 이때 반원의 중심은 구의 중심이 되고, 반원의 반지름은 구의 반지름이 됩니다([6-2]: 29, [6-나]: 33).

먼저 (이전) 교과서에서 '반원', '반원의 지름', '반원의 중심', '반원의 반지름'은 용어에 대한 서술 없이 사용되었다. 박교식(2001)은 반원을 교육과정의 용어로 제시되어야 한다고 주장하였지만, 반원이 교육과정의 용어로 제시되더라도 '반원의 지름', '반원의 중심', '반원의 반지름'은 수학적으로 적절한 표현이 아니며 [수학1], [수학2], [수학3]에서는 사용되지 않고 있다. 교과서에서도 '반원의 중심', '반원의 반지름'은 '구의 중심'과 '구의 반지름'을 정의하기 위하여 제한적으로 사용되고 있을 뿐이다. 또한 '구의 중심'과 '구의 반지름'은 F7에서만 약속으로 제시되어 나타나고, 서술된 이후에는 사용되지 않아 약속으로 제시된 근거가 충분하지 않다. 또한 백대현(2010)에 의하면 회전축은 직선으로 정의되었기 때문에([6-2]: 28, [6-나]: 32), F7에서 '반원의 지름을 회전축으로 하여'라는 적절하게 표현되지 않았다. 따라서 F7에서 구를 약속으로 제시하는 것은 필요하지만, '구의 중심'과 '구의 반지름'을 약속의 일부로 추가하여 제시된 근거는 충분하지 않다.

3. 측정

M1. (원기둥의 겉넓이)=(한 밑면의 넓이)×2+(옆면의 넓이) ([6-2]: 57).

[6-나]는 M1을 서술하였지만 약속으로 제시하지 않았다. 사실 M1은 원기둥의 전개도를 이용하여 학습으로 알 수 있는 내용이므로 약속으로 제시한 근거가 충분하지 않다. 마찬가지로 다음과 같이 약속으로 제시된 원기둥의 부피를 구하는 공식도 학습으로 추론할 수 있는 내용이다.

· (원기둥의 부피)= (원주의 $\frac{1}{2}$)×(반지름)+ (높이)= (한 밑면의 넓이)×(높이) ([6-2]: 61).

## V. 결론

본 논문은 2007년 개정 교육과정의 교과서와 이전 교과서에 제시된 '약속'의 내용과 서술 방식을 비교 분석하여 교수·학습에 나타날 수 있는 문제점을 논의하고 이에 대한 시사점을 제시하기 위한 것이다. 이를 위하여 먼저 교과서의 약속을 4가지 유형으로 분류하였다. 4가지 유형은 이전 교과서의 약속의 내용 또는 서술 방식이 다르게 제시된 T1, 이전 교과서의 약속

이 아닌 서술이 약속으로 제시된 T2, 이전 교과서에 서술되지 않은 내용이 약속으로 새롭게 제시된 T3, 그리고 이전 교과서의 약속의 내용과 서술 방식이 같지만 문제점이 나타나는 T4 유형이다. 그리고 다시 4가지 유형의 약속을 다음 2가지 분석 기준에 따라 논의하였다. S1. 약속의 내용과 서술 방식이 적절하게 표현되었는가? S2. 약속으로 제시된 근거가 충분한가? 여기서 '적절하게 표현되었다'는 것은 학습자의 이해 수준에서 약속의 내용과 서술 방식이 수학적으로 정확하게 표현되었다는 것을 의미한다. '근거가 충분하다'는 것은 수학적인 정의가 학습자의 수준에 적합한 약속으로 적절하게 변형되었다는 것을 의미하고, '적절하게 변형되었다'는 것은 정의가 가지는 역할이 약속으로 변형된 후에도 내포되어 있다는 것을 의미한다.

S1과 S2의 기준에 따라 약속을 분석한 결과 적절하게 표현된 약속은 N1, N2, F3, F5로 모두 T1 유형이었다. T3 유형인 N7은 약속으로 제시된 근거가 충분하였지만 '…'과 관련된 표현에 있어 문제점이 나타났고, 나머지는 모두 적절하게 표현되지 않았거나 약속으로 제시된 근거가 충분하지 않았다. 먼저 유형별로 분석한 결과를 정리하여 요약하면 다음과 같다.

첫째, T1 유형인 N1, N2, N5, F1, F2, F3, F5에 관한 결론이다. N1, N2, F3, F5는 적절하게 표현되었고, N5, F1, F2는 적절하게 표현되지 않았다. N1은 교과서에 그려진 수모형과 연계하여 1000을 정의하였고, N2는 나눗셈의 동수누감 개념을 명확하게 서술하였다. F3은 f3의 평행선 사이의 거리에서 '수직인 선분'이 '수선'으로, F5는 직(정)육면체에서 f5의 '직(정)사각형'이 '직(정)사각형 모양의 면'으로 적절하게 제시되어 약속의 개념을 이해하는데 도움이 된다.

반면 이전 교과서의 약속이 수정되었지만 적절하게 표현되지 않은 N5, F1, F2의 문제점은 모두 약속을 서술하는 용어에서 나타났다. N5의 '나머지가 없다.'는 n5의 '나머지가 0이다.'를 수정하였지만 적절하게 표현되지 않았고, F1에서는 각을 두 직선으로 정의하는데 있어 문제점이 나타났고, F2는 원의 반지름을 거리로 정의함으로써 원의 반지름과 지름 사이의 관계가 적절하게 표현되지 않았다.

둘째, T2 유형인 N4, N6, M1에 관한 결론이다. 이 유형의 약속은 모두 이전 교과서에서 약속이 아닌 서술이었고, 교과서에 약속으로 제시된 근거가 충분하지 않았다. N4는 세로 형식이 필요하지 않은 나눗셈에서 제시되었을 뿐 아니라 학습자가 선택할 수 있는 나눗셈의 한 방법이므로 약속으로 제시된 근거가 충분하지 않았다. N6은 0.1과 0.10을 수직선 위의 같은 위치에 표시하여 두 수가 같다는 사실을 가정한 상태에서 두 수가 같은지 질문하고 두 수가 같다는 결론을 이끌어내고 있다. 따라서 같다고 가정한 두 수를 약속으로 같다고 제시하는 것은 적절하지 않으며, 특히 [수학2]에서는 근삿값을 나타낼 때 0.1과 0.10을 다른 의미로 사용하고 있다. 마지막으로 M1의 원기둥의 겉넓이는 학습으로 알 수 있는 공식이므로 약속으로 제시한 근거가 충분하지 않았다.

셋째, T3 유형인 N3, N7, N8에 관한 결론이다. N3, N8은 모두 이전 교과서에 서술되지 않은 내용으로 약속으로 새롭게 제시되었지만 근거가 충분하지 않았다. N7은 약속으로 제시된 근거가 충분하였지만 '…'과 관련된 표현에 있어 문제점이 나타났다.

N3은 나눗셈의 등분제를 약속으로 제시하였으나 장혜원(2010)과 강문봉(2011)의 연구 결과에서 알 수 있듯이 오히려 학습자가 이해하기 어렵게 제시되었다. N7은 '짝수', '홀수'를 약속으로 새롭게 제시하였지만 '……'와 같이 수학적인 의미가 적절하게 표현되지 않았다. N8은

자연수와 분수의 곱의 의미를 나타내고 읽는 방법을 약속으로 제시하였지만, 그것은 이전의 활동과 약속으로 유추할 수 있기 때문에 약속으로 제시된 근거가 충분하지 않았다.

넷째, T4 유형인 F4, F6, F7에 관한 결론이다. 이 유형의 모든 약속은 이전 교과서의 약속의 내용과 서술 방식이 같게 제시되었지만 약속의 내용과 서술 방식이 적절하게 표현되지 않은 문제점이 나타났다. F4는 원과 같이 대응점, 대응각, 대응변을 찾을 수 없는 합동인 도형을 고려하지 않고 서술되어 적절하게 표현되지 않았고, F6은 삼각형의 높이가 거리가 아닌 선분으로 서술되어 적절하게 표현되지 않았다. F7에서 '반원의 지름', '반원의 중심', '반원의 반지름'은 적절하게 표현되지 않았으며, '구의 중심'과 '구의 반지름'은 약속으로 제시되었지만 서술된 이후에는 사용되지 않아 약속으로 제시된 근거가 충분하지 않았다.

다음으로, 이전 교과서의 용어와 관련하여 선행 연구에서 문제점이 제기된 약속은 N1, N7, F1, F5, F7로 나타났다. 문제점이 반영되어 적절하게 표현된 약속은 N1의 1000, N7의 짝수, 홀수, F5의 직(정)육면체이었고, 적절하지 않게 표현된 약속은 F1의 각, F7의 반원이었다. 기존의 문제점이 반영되었다는 것은 반드시 교과서 저자가 문제점을 인식하고 약속에 반영하였다는 것을 의미하지 않으며, 저자의 기존 문제점 인식 여부에 관계없이 반영되었을 수도 있다. 문제점이 반영된 약속은 N1, F5와 같이 표현이나 용어가 수정되었거나 N7과 같이 새롭게 용어가 정의된 경우이다. 문제점이 반영되지 않은 F1의 각과 F7의 구는 이전 교과서의 약속과 마찬가지로 적절한 용어를 사용하지 않았다.

이상과 같이 본 연구에서는 약속의 내용과 서술 방식을 표현의 적절성과 약속으로 제시된 근거의 타당성 관점에서 교수·학습에 나타날 수 있는 문제점을 논의하였다. 조영미(2002b)가 지적하였듯이 초등학교 수학에서 정의를 약속으로 변환하는데 따른 오개념이 형성될 수 있다는 점에서 약속은 학습자 수준을 고려하여 내용과 서술 방식이 적절하게 표현되어야 하며 약속으로 제시된 근거가 충분하여야 한다. 이에 기초한 본 연구에서 교수·학습에 나타난 문제점에 대한 논의 결과를 종합하면 약속의 내용과 서술 방식에 대한 시사점은 다음 3가지로 요약된다.

첫째, 약속의 내용과 서술 방식은 학습자의 수준에 적합하게 제시되어야 하지만 학습자가 이해할 수 있는 수준에서 수학적으로 정확하게, 관련 내용과 상충되지 않게, 그리고 일관성 있게 서술되어야 한다. 예를 들어, F2에서 원의 반지름을 거리로, 원의 지름은 선분으로 정의하고 '지름은 반지름의 2배'라는 상충된 성질로 제시되었다. 또한 F6에서 삼각형의 높이를 선분으로 제시한 것은 수학적으로 정확하지 않고, 평행사변형, 마름모, 각기둥 등의 높이를 거리로 제시한 것과 비교하면 일관성이 없다.

둘째, 약속으로 제시된 근거가 충분한지를 숙고하여야 한다. 예를 들어, N8에서 자연수와 분수의 곱셈의 의미와 읽는 방법은 이전의 활동과 약속으로 충분히 알 수 있는 내용임에도 불구하고, 특히 [5-1]에서 약속으로 제시되었고, M1은 학습으로 유추할 수 있는 원기둥의 겉넓이를 구하는 공식이 약속으로 제시되었다.

셋째, 약속의 내용과 서술 방식의 문제점이 나타나는 또 다른, 그렇지만 본질적인, 이유는 교과서의 저자가 학년과 단원마다 다르기 때문이며, 이로 인하여 교과서에 제시된 약속을 전체 맥락에서 통합적으로 고찰하는 것이 현실적으로 어렵게 된다. 따라서 교과서의 약속의 내용과 서술 방식에 일관성이 없다는 것을 유추하는 것은 크게 어렵지 않다. 그러므로 교과서

를 집필할 때, 약속의 내용과 서술 방식에 관한 최소한의 공통 인식을 가질 수 있게 필요한 제도적인 방안은 집필, 검토, 심의 기간을 충분히 가지게 하는 것이다. 나눗셈에 국한하여 강문봉(2011)은 교과서와 지도서에서 여러 문제점이 나타난 이유는 집필 기간이 짧아 내용을 검토하고 심의하여 오류를 발견하고 수정하기 어렵기 때문에 집필과 심의 기간의 연장과 더불어 교과서 집필 관련자들이 실험본 교과서의 적용 범위와 대상을 확대하여 문제점을 미리 찾고 수정하려는 자세가 필요하다고 지적하였다. 본 연구에서 나타난 약속의 문제점에 대해서도 이와 같은 제안이 포괄적으로 적용될 수 있다. 그리고 무엇보다도 수학교육학적인 관점에서 약속의 내용과 서술 방식을 수정하거나 새롭게 추가하는 필요성에 대한 근거가 제시되고 그에 대한 타당성이 논의되어야 한다.

결론적으로 교과서에 제시된 약속의 내용과 서술 방식을 통합적으로 고찰하여 집필하는 것과 더불어 수학적인 정의가 학습자의 수준에 적합한 약속으로 변형되는 과정에서 나타나는 문제점을 논의와 합의를 통하여 마련된 타당한 근거를 바탕으로 수정하여 보완할 수 있는 제도적 장치의 효율적인 운영이 필요하다.

## 참고문헌


강문봉(2011). 자연수의 나눗셈 지도에 대한 고찰 – 2007 개정 교육과정의 초등수학 교과서와 지도서를 중심으로. **수학교육학연구, 21**(1), 1-15.

강신덕・함남우・홍인숙・김영우・이재순・전민정 외(2009). **중학교 수학 1.** (주)교학사.

교육인적자원부(2007a). **수학 1-나.** (주)두산

교육인적자원부(2007b). **수학 2-가.** (주)두산

교육인적자원부(2007c). **수학 3-가.** (주)두산

교육인적자원부(2007d). **수학 3-나.** (주)두산

교육인적자원부(2008a). **수학 4-나.** (주)두산

교육인적자원부(2008b). **수학 5-가.** (주)두산

교육인적자원부(2008c). **수학 6-가.** (주)두산

교육과학기술부(2009a). **수학 5-나.** (주)두산

교육과학기술부(2009b). **수학 6-나.** (주)두산

교육과학기술부(2009c). **수학 1-1.** (주)두산.

교육과학기술부(2009d). **수학 1-2.** (주)두산.

교육과학기술부(2009e). **수학 2-1.** (주)두산.

교육과학기술부(2009f). **수학 2-2.** (주)두산.

교육과학기술부(2010a). **수학 3-1.** (주)두산.

교육과학기술부(2010b). **수학 3-2.** (주)두산.

교육과학기술부(2010c). **수학 4-1.** (주)두산.

교육과학기술부(2010d). **수학 4-2.** (주)두산.

교육과학기술부(2010e). **수학 6-2 (실험본).** (주)두산.

교육과학기술부(2010f). **초등학교 교사용 지도서 3-1.** (주)두산

교육과학기술부(2011a). **수학 5-1.** (주)두산.

교육과학기술부(2011b). **수학 6-1.** (주)두산.

권유미・안병곤(2005). 초등 수학 교과서에 사용되고 있는 수학 용어에 대한 학생들의 이해도 분석. **한국초등수학교육학회지, 9**(2), 137-159.

김연식・박교식(1994). 우리 나라의 학교 수학 용어의 재검토. **대한수학교육학회 논문집, 4**(2), 1-10.

김원경・조민식・김영주・김윤희・방환선・윤기원 외(2009). **중학교 수학 1.** (주)비유와상징.

김홍종・계승혁・오지은・원애경(2009). **중학교 수학 1.** 성지출판(주).

박교식(2001). 제 7차 초등학교 수학과 교육과정에 제시된 수학 용어에 대한 연구. **학교수학, 3**(2), 233-248.

박교식・임재훈(2005). 초등학교 수학 교과서에

서 사용되는 무정의 용어 연구. **수학교육학연구, 15**(2), 197-213.

박규홍 · 최병철 · 안숙영 · 김준식 · 유미영(2009). **중학교 수학 1.** (주)동화사.

박영훈 · 여태경 · 김선화 · 심성아 · 이태림 · 김수미(2009). **중학교 수학 1.** (주)천재문화.

박윤범 · 남상아 · 최소희 · 홍유미(2009). **중학교 수학 1.** 웅진씽크빅.

백대현(2010). 초등학교 수학 교과서에 제시된 용어 사용과 표현의 적절성 고찰. **학교수학, 12**(1), 61-77.

백대현(2011). 중학교 교과서에 제시된 기호의 서술: 어떻게 읽고 이해할 것인가? **수학교육학연구, 21**(2), 165-180.

서주연(2006). **7차 교육과정에서의 수학적 용어와 기호에 관한 연구.** 대구교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

신항균 · 이광연 · 윤혜영 · 이지현(2009). **중학교 수학 1.** (주)지학사.

우정호 · 박교식 · 박경미 · 이경화 · 김남희 · 임재훈 외(2009). **중학교 수학 1.** (주)두산.

유희찬 · 류성림 · 한혜정 · 강순모 · 제수연 · 김명수 외(2009). **중학교 수학 1.** (주)미래엔컬쳐그룹.

윤성식 · 조난숙 · 김화영 · 조준모 · 장홍월 · 김해경(2009). **중학교 수학 1.** (주)더텍스터.

이강섭 · 왕규채 · 송교식 · 이강희 · 안인숙(2009). **중학교 수학 1.** 도서출판 지학사.

이준열 · 최부림 · 김동재 · 송영준 · 윤상호 · 황선미 외(2009). **중학교 수학 1.** (주)천재교육.

장혜원(2010). 포함제와 등분제에 따른 나눗셈 의미에 대한 이해 조사. **학교수학, 12**(4), 585-604.

정상권 · 이재학 · 박혜숙 · 홍진곤 · 서혜숙 · 박부성 외(2009). **중학교 수학 1.** (주)금성출판사.

조영미(2002a). 수학 교과서에서 사용하는 정의의 특성 분석과 수준 탐색-기하 영역을 중심으로. **학교수학, 4**(1), 15-27.

조영미(2002b). 제7차 초등학교 수학에 새롭게 등장한 용어 '약속'의 재음미-기하 영역을 중심으로. **학교수학, 4**(2), 247-260.

최용준 · 한대희 · 박진교 · 김강은 · 신태양 · 배명주(2009). **중학교 수학 1.** (주)천재문화.

# A Comparative Analysis on the Contents and Statements of Definitions in Elementary School Mathematics Textbooks of the 7th and the Revised 2007 Curricula

Paek, Dae Hyun (Busan National University of Education)

Definitions in elementary school mathematics textbooks are given to represent mathematical contents in terms of mathematical symbols and terms. In this study, we investigate the definitions in elementary school mathematics textbooks of the 7th and the revised 2007 curricula to comparatively analyze their contents and the way they are stated and suggest implications on teaching and learning mathematics.

* Key Words : definitions(약속), elementary school mathematics textbooks(초등학교 수학 교과서)

논문접수 : 2011. 6. 29
논문수정 : 2011. 8. 4
심사완료 : 2011. 8. 19