

## 우리나라 초등학교 수학 교과서에서의 입체도형 관련 지도 내용에 대한 분석과 비판

권 석 일\* · 박 교 식\*\*

본 논문에서는 2007 교육과정에 따른 <5-1>, <6-1> 교과서에서 특정한 입체도형을 다루기에 앞서 일반적인 입체도형을 도입하고 있다는 것, <5-1>, <6-1>, <6-2> 교과서에서 구체적인 물건으로부터 입체도형을 추상해 내는 과정이 생략되어 있다는 것, 입체도형 관련 지도 내용의 몇몇 정의가 일관적이지 않고 모호하다는 세 가지에 초점을 맞추어 교과서에서의 입체도형 관련 지도 내용을 비판적으로 분석하고 있다. 이러한 논의를 바탕으로 다음의 네 가지를 제안할 수 있다. 첫째, 교과서의 지도 내용과 교육과정에서 규정하는 지도 내용을 일치시켜야 한다. 둘째, 초등교사에게 지도 내용의 범위를 지도서와 교육과정 해설서를 통해 상세히 알려줄 필요가 있다. 셋째, 교과서의 학년별 지도 내용을 재검토해야 한다. 넷째, 교과서의 상시 수정이 제도적으로 가능해야 한다.

### 1. 서론

초등학교에서 수학 교과서의 중요성은 아무리 강조해도 지나치지 않는다. 교과서는 교육과정의 내용을 바탕으로 개발된다. 교육과정이 지도 내용을 규정하고 있기는 하지만, 일반적으로 그 범위까지 상세하게 규정하고 있지는 않으므로 교과서를 개발할 때는 먼저 교육과정이 규정하고 있는 지도 내용의 범위를 명확히 결정하는 것이 중요하다. 대개는 그 범위를 교육과정 해설서에서 확인할 수 있지만, 항상 그렇지는 않다. 때로는 교육과정 해설서의 해설이 명확하지 않거나 모호한 경우도 있다. 이런 경우에 교육과정의 해석에 혼란이 생길 수 있고, 그러한 혼란은 교과서에 영향을 미칠 수 있다. 실제로 2007 교육과정에 따른 교과서를 보면, 입체도형 관련 지도 내용에서 혼란스

러운 부분이 있음을 확인할 수 있다.

2007 교육과정(교육인적자원부, 2007)에 따르면 입체도형은 초등학교 5학년과 6학년에 다루어진다. 여기서 다루어지는 입체도형은, 직육면체, 정육면체, 각기둥, 원기둥, 각뿔, 원뿔, 구라고 하는 아주 특정한 입체도형에 한정된다. 이 특정한 입체도형을 취급하기 위한 예비적 경험을 쌓을 수 있도록 먼저 1학년에서 구체적인 물건을 상자 모양, 둥근 기둥 모양, 공 모양으로 구분하는 활동을 한 뒤에, 5학년에서는 직육면체와 정육면체를, 6학년에서는 각기둥, 각뿔, 원기둥, 원뿔, 구를 취급한다. 특히 각각의 입체도형을 정의하고, 그것의 구성요소와 성질 등을 주로 살펴보게 된다. 초등학교에서 입체도형은 일반적으로 이런 순서로 지도한다(片桐重男, 1995; 교육과학기술부, 2008; 이용률, 2010).<sup>1)</sup> 초등학교에서의 입체도형 관련 지도 내용에 관

\* 제1저자, 경인교육대학교, steinein@ginue.ac.kr.  
\*\* 교신저자, 경인교육대학교, pkspark@ginue.ac.kr.

한 연구는 그동안 몇 가지 방향에서 이루어져 왔다. 그 연구들은 입체도형을 지도하는 방안을 제시하거나(Bourgeois, 1986; Cockcroft & Marshall, 1999; Koester, 2003), 컴퓨터를 활용하는 지도 자료를 개발하거나(류정배, 2000; 유준철, 2001; 유태호, 2008), 입체도형의 개념 이해 정도를 조사하거나(신국환, 1998; 손희진, 2007), 입체도형 이해에서의 오개념을 조사하거나(안영옥, 1994; 김수희, 2009), 각기둥과 각뿔의 정의 지도 방안을 제시하거나(박하나, 2010), 도형관련 용어의 이해도를 분석하거나(권유미, 안병곤, 2005), 초등학교 수학에서의 기둥과 뿔의 범위를 명시하거나(박교식, 1998), 또는 학교기하에서의 면의 의미의 모호성을 지적하는(박교식, 임재훈, 2004) 것이다. 그러나 초등학교 수학 교과서에서의 입체도형 관련 지도 내용의 문제점을 드러내어 비판적으로 분석한 연구는 드물다. 박교식, 김수미, 임재훈, 권석일(2011)의 연구에서 입체도형 관련 지도 내용에 대한 비판적 논의를 일부 찾아볼 수 있으나 그 내용이 단편적이며 학년별로 분절되어 있어 입체도형 관련 지도 내용을 체계적으로 정리하고 있지는 못하다.

본 논문에서 다루는 초등학교 수학 교과서에서의 입체도형 관련 지도 내용의 문제점은 다음의 세 가지이다. 첫째, 5학년에서 직육면체와 정육면체를, 6학년에서 각기둥, 각뿔을 도입하기에 앞서 ‘일반적인 입체도형’을 도입하고 있는 문제이다. 이 문제에 대하여 우리는 교육과정과 교육과정 해설서에서 그 근거를 찾기 어렵다는 점에 초점을 맞추어 제II장에서 논의할 것이다. 둘째, 구체적인 물건에서 특정한 입체도형으로의 추상화 과정이 부족하다는 문제이

다. 이 문제에 대하여 우리는 입체도형의 추상화가 구체물의 관찰로부터 곧바로 이루어질 수는 없다는 점에 초점을 맞추어 제III장에서 논의할 것이다. 입체도형은 구체적인 물건을 추상해서 얻어진 수학적 대상이다. 추상화된 이후, 입체도형은 구체적인 물건과 분리된다. 그런 만큼 입체도형을 지도하는 과정에서는 먼저 구체적인 물건에서 외형적인 모양만을 남겨 그것을 입체도형으로 추상화하는 과정이 필요하다. <5-1>, <6-1>(교육과학기술부, 2011c), <6-2> 교과서(교육과학기술부, 2011e)에는 그런 추상화의 과정이 부족하다. 그것은 van Hiele의 1수준(Van de Walle, 2008; 우정호, 2009)을 간과한 것이다. 제1수준에서의 사고의 결과는 ‘시각적으로 모양이 같아 보이는 도형’을 아는 것인데, 시각적인 모양이 같아 보이는 도형에 대한 인식이 구체물의 관찰로부터 곧바로 얻어진다고 보기 어렵다. 셋째, 입체도형과 관련한 몇몇 정의가 일관적이지 않거나 모호하다는 문제이다. 이 문제에 대하여 우리는 교육과정과 교과서 간의 일관성 문제, 교과서 간의 일관성 문제, 용어 정의의 모호성 등에 초점을 맞추어 제IV장에서 논의할 것이다.

## II. 입체도형의 도입

2007 교육과정(교육인적자원부, 2007, pp.9-27)에 따르면, 초등학교 5학년에서 직육면체와 정육면체라고 하는 특정한 입체도형을 도입하게 되어 있다. 이 부분은 우리나라 수학과 교육과정에서, 모양 관찰이나 쌓기나무를 활용한 활

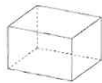
1) 입체도형(立體圖形)을 공간도형(空間圖形)이라고 하기도 한다. 그러나 초등학교 수학에서는 공간도형이라는 용어를 사용하지 않는다. 대한수학회(<http://www.kms.or.kr>)의 수학용어집(인터넷판)에서 입체도형과 공간도형의 영어 용어는 모두 solid figure임을 알 수 있다. 교육과정(교육인적자원부, 2007)에서는 2학년과 6학년에서 쌓기나무 지도 내용을 입체도형 영역으로 간주하고 있으나, 그 지도 내용은 ‘쌓기나무’라는 구체적인 물건에 관련된 것이다. 그것은 사실상 특정한 입체도형과 관련이 없다. 그런 이유에서 본 논문에서는 2학년과 6학년에서의 쌓기나무 지도 내용에 대해서는 논의하지 않기로 한다.

등 등 직관적인 수준을 벗어나, 최초로 추상적인 입체도형을 다루는 곳이다. 이 부분에서 입체도형이라는 상위 개념을 바탕으로 직육면체와 정육면체를 도입하는 것은 적어도 논리적인 순서를 따르는 방식은 아니다. 논리적인 순서를 따르지 않고, 적절한 시점에서 일반적인 입체도형을 도입하여 사용하는 방식은 어느 정도는 초등학교 수학교과서에서 불가피하다. 그러나, 현재 교과서에서 입체도형을 도입하는 방식은 적어도 두 가지의 개선할 점이 있다. 첫째, <5-1> 교과서에서 일반적인 입체도형을 거론하는 부분은 삭제하는 것을 고려하여야 하며, 둘째, 교과서의 논리적 결함을 보완할 수 있도록 교육과정과 교육과정 해설서에서 일반적인 입체도형과 특정한 입체도형 사이의 관계나 그 도입의 선후 등에 대하여 명확하게 언급할 필요가 있다.

2007 교육과정에 따른 <5-1> 교과서(교육과학기술부, 2011a)에서는 직육면체와 정육면체를 도입하기 전에 [그림 II-1]의 <활동 1> “여러 가지 입체도형을 관찰하여 봅시다.”와 같이 입체도형이라는 용어를 학생들이 이미 잘 알고 있는 것처럼 사용하고 있다.

**활동 1** 여러 가지 입체도형을 관찰하여 봅시다.

● 다음 입체도형에서 평면도형으로 둘러싸인 부분 중 1개만 색칠하여 보시오.



● 색칠한 도형을 무엇이라고 부르면 좋겠습니까?

왜 그렇게 생각합니까?

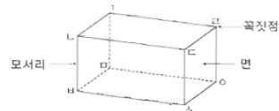
[그림 II-1] 입체도형 관찰(<5-1>, p.83)

이런 식의 접근은 제7차 교육과정에 따른 <5-가> 교과서(교육인적자원부, 2005a)와 제6차 교육과정에 따른 <5-2> 교과서(교육부, 1997)에서는 전혀 볼 수 없었던 것이다. 제7차 교육과정에 따

른 <5-가> 교과서에서는 직육면체를 생활에서 알아보기 ▶ 여러 가지 직육면체를 찾아 관찰하기 ▶ 직육면체의 면 사이의 관계를 알아보기의 순서로 직육면체를 도입, 전개하고 있으며, 제6차 교육과정에 따른 <5-2> 교과서에서는 직육면체의 면에 대하여 알아보기 ▶ 직육면체의 겨냥도를 알아보기 ▶ 직육면체의 전개도를 알아보기 순으로 직육면체를 도입, 전개하고 있다.

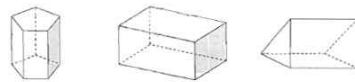
<5-1> 교과서에서 입체도형을 취급하는 장면을 보면 이러한 순서의 뒤집힘이 입체도형 도입에 있어 현 교과서의 주요한 특징임을 알 수 있다. [그림 II-1]~[그림 II-3]은 <5-1> 교과서의 ‘6. 직육면체와 정육면체’ 단원의 도입부이다. 이 순서로 한 쪽(p.83)을 구성한다.

**양승** 그림과 같이 평면도형으로 둘러싸인 부분을 면이라 하고, 면과 면이 만나는 선분을 모서리라고 합니다. 또, 모서리와 모서리가 만나는 점을 꼭짓점이라고 합니다.



[그림 II-2] 면, 모서리, 꼭짓점 정의(<5-1>, p.83)

**박정민** 다음 도형에서 면을 찾아 ○표 하고, 모서리는 빨간색으로 나타내시오.



[그림 II-3] 입체도형의 면, 모서리 찾기(<5-1>, p.83)

[그림 II-2]에서 다루고 있는 모서리와 꼭짓점은 직육면체에 한정된 것이라기보다는 일반적인 입체도형의 모서리와 꼭짓점에 대한 것이라고 볼 수 있으며, [그림 II-3]의 <익히기>에서 용어를 직접적으로 사용하지는 않았지만, 삼각기둥과 오각기둥을 예로서 제시하고 있는 것도 학생들이 입체도형이 무엇인지 이미 알고 있다고 가정하고 있는 것이다. <5-1> 지도서에서도

이 <익히기>와 관련해서 “주어진 입체도형에서 면, 모서리를 찾아 표시해 봄으로써 면과 모서리에 대한 이해를 좀 더 정확히 해 주는 활동이다. 본 단원에서 학습할 직육면체와 정육면체뿐만 아니라 다른 입체도형에서도 면, 모서리, 꼭짓점을 약속할 수 있음을 알게 한다(교육과학기술부, 2011b, p.255).”와 같이, 학생들이 입체도형이 무엇인지 이미 알고 있다고 간주하고 있음을 분명하게 드러내고 있다. 그러나 현 초등학교 수학교과서 어디에도 이 부분 이전에 삼각기둥과 오각기둥이 어떠한 구체적인 물건으로부터 추상될 수 있는 것인지를 취급한 적이 없다.

이상에서 살펴본 바와 같이 <5-1> 교과서에서는 일반적인 입체도형(p.83)을 직육면체와 정육면체라는 용어를 약속하기(p.84) 전에 사용하는 논리적 순서의 전도를 발견할 수 있다. 이러한 뒤집힘 현상의 근거를 교육과정에서 찾기도 어렵다. 2007 교육과정에서는 일반적인 입체도형을 5학년과 6학년의 어느 학년에서 취급하여야 하는지를 명확하게 제시하지 않았을 뿐만 아니라, 실제로는 일반적인 입체도형을 취급하여야 한다고 제시하고 있지도 않다. 《초등학교 교육과정 해설서》(교육과학기술부, 2008)에서도 일반적인 입체도형에 관한 해설을 찾아볼 수 없다. 이런 상황에서 <5-1> 교과서와 <6-1> 교과서에서는 모두 일반적인 입체도형을 취급하고 있다. 2007 교육과정(교육인적자원부, 2007)에 따르면, 6학년에서 다루는 내용은 일반적인 입체도형이 아니라, 각기둥, 각뿔, 원기둥, 원뿔, 구라고 하는 특정한 입체도형이다. 그러나 <6-1> 교과서(p.36)의 입체도형 부분을 보면 1차시의 목표를 “입체도형과 각기둥을 알 수 있어요.”라고 제시하고 있다. 즉 일반적인 입체도형을 다루고 있는 것이다. 더욱이 <6-1> 지도서에서도 “여러 가지 분류 기준 가운데 평면도형과 평면도형이 아닌 것으로 분류해 보고, 평면

도형이 아닌 것을 입체도형이라고 함을 알 수 있도록 한다(교육과학기술부, 2011d, p.156).”와 같이 진술하고 있다. 이것은 현재의 교과서가 각기둥과 각뿔 등의 특정한 입체도형만을 취급하는 것이 아니라, 그것을 포함한 일반적인 입체도형을 취급한다는 것을 의미한다.

앞에서 언급한 바와 같이 논리적인 순서를 따르지 않고, 적절한 시점에서 일반적인 입체도형을 도입하여 사용하는 방식은 어느 정도는 초등학교 수학교과서에서 불가피하지만 <5-1> 교과서에서 일반적인 입체도형을 거론하는 부분을 삭제하고, 교과서의 논리적 결함을 보완할 수 있도록 교육과정과 교육과정 해설서를 보완하는 것을 고려할 필요가 있다.

<5-1> 교과서에서 일반적인 입체도형을 거론하는 부분은 삭제하여야 한다는 주장에 대하여, <5-1> 교과서에서 새롭게 도입하는 직육면체와 정육면체는 이전에 취급했던 삼각형, 사각형 등의 도형과 다르기 때문에, 그 두 종류의 도형을 구분하는 것이 필요해서, 입체도형이라는 용어를 사용하였다고 주장할 수 있을 것이다. 그러나 이러한 방식은 도형을 체계적으로 분류하기 위한 것이기는 하지만, 직육면체와 정육면체를 이제 막 학습하려는 학생들은 아직 입체도형이 무엇인지를 알 수 없다는 점을 간과한 방식이며, 교육과정 어디에서도 그 근거를 찾을 수 없다. 특히, 현재의 교과서에서 ‘입체도형’을 정의하는 부분은 <6-1>이라는 점에 주목할 필요가 있다. 현재 <6-1> 교과서(p.36)에서는 ‘약속’으로 “그림 나, 다, 라, 마, 사와 같은 도형을 입체도형이라고 합니다.”라고 정의하고 있다. 현 교과서 내용 배치의 정합성을 위해서도 일반적인 입체도형의 도입은 <6-1> 교과서에서 다루고, <5-1> 교과서에서 일반적인 입체도형을 거론하는 부분은 삭제해야 할 것이다.

2007 교육과정이 일반적인 입체도형의 취급에

관해 명확하게 언급하고 있는 것은 아니지만, 초등학교 수학에서 일반적인 입체도형을 취급해 온 것은 사실이다. 예를 들어 제7차 교육과정<sup>2</sup>에 따른 <6-가> 교과서(교육인적자원부, 2005a, p.18)에서는 8개의 그림을 제시한 후 “그림 가, 나, 마, 바, 아와 같은 도형을 입체도형이라고 합니다.”라고 정의하고 있다. 또 제6차 교육과정에 따른 <6-1> 교과서(교육부, 1999, p.88)에서는 9개의 입체도형 그림을 관찰하도록 한 후 “이와 같이 평면이나 곡면으로 둘러싸인 도형을 입체도형이라 한다.”라고 입체도형을 정의하고 있다.

그런 전통에 따라 <6-1>에서도 일반적인 입체도형을 정의하여 도입하고 있는 것이라 할 수 있지만, 문제는 2007 교육과정이나 해설서에서는 그 근거를 찾기 어렵다는 것이다. 교육과정과 교육과정 해설서에서 일반적 입체도형 도입의 논리적 문제점과 초등학교 수학 교과서의 교육적인 허용에 대하여 명확하게 언급함으로써 교과서의 논리적 결함을 보완할 필요가 있다.

### III. 추상화 과정의 부재

이 장에서는 입체도형의 추상화 과정이 구체물을 관찰하는 것만으로는 충분하지 않다는 것을, 입체도형의 추상이 ‘모양’에 대한 인식을 필요로 한다는 것과 사진의 모사만으로는 입체도형의 모양을 귀납할 수 없다는 것에 초점을 두고 논의하고 현재의 교과서가 입체도형의 추상화 과정이 결여되었다는 측면에서 보완될 부분이 있음을 지적하고자 한다.

2007 교육과정에 따르면, 입체도형의 기초적인 경험은 1학년에서 이루어진다. 2007 교육과정(교육인적자원부, 2007, p.10)에서는 “① 여러 가

지 물건을 관찰하여 직육면체, 원기둥, 구의 모양을 찾을 수 있도록 하고, ② 여러 가지 모양을 만드는 활동을 통하여 기본적인 입체도형에 대



[그림 III-1] 모양 찾기(<1-1>, p.37)

한 감각을 익히도록” 하고 있다. 학생들은 <1-1> 교과서(교육과학기술부, 2009a)에서 구체적인 물건을 상자 모양, 둥근 기둥 모양, 공 모양으로 구분하기 위해서 구체적인 물건의 여러 가지 특성 중에서 외형적인 생김새에만 주목해야 한다. 비록 <1-1> 교과서에서 상자 모양, 둥근 기둥 모양, 공 모양이라는 표현을 사용하기는 하지만, 그것은 정상적인 수학 용어가 아니며, 또 그것은 각각 직육면체, 원기둥, 구라는 수학 용어의 임시적 표현이나 순화된 표현으로 볼 수도 없다. 모양 그 자체가 물건을 나타내는 것은 아니기 때문이다. [그림 III-1]에서 상자 모양, 둥근 기둥 모양, 공 모양으로 제시된 것은 구체적인 물건의 외형적 생김새를 나타낸 것이 추상화된 입체도형을 나타내는 것이 아니다. 그것은 사실상 각각 상자, 둥근 기둥, 공을 상징하는 것이다. 학생들은 구체적인 물건인 상자, 둥근 기둥, 공을 기준으로, 주어진 구체적인 물건의 외형적 모양이 상자, 둥근 기둥, 공과 닮았다고 볼 수 있는지 없는지를 시각적으로 판단해야 한다.<sup>2)</sup>

2) ‘둥근 기둥’이라는 어휘가 1학년 학생들에게 적합한 것인지 생각해 볼 필요가 있다. ‘상자’와 ‘공’의 경우, 학생들은 그 어휘에서 어떤 실물을 연상할 수 있다. ‘둥근 기둥’의 경우에도 그러한가? ‘둥근 기둥’에서 1학년 학생들이 연상할 수 있는 실물은 무엇인가? 무엇인가를 연상한다고 해도 그것이 5학년에서 학습하게 될 ‘원기둥’과 자연스럽게 연결될 수 있는가? ‘둥근 기둥 모양’ 대신 ‘깡통 모양’이나 ‘통조림 통 모양’이라고

<1-1> 교과서에서 구체적인 물건을 상자 모양, 둥근 기둥 모양, 공 모양으로 구분하는 활동은 그 외형적인 생김새를 특정한 구체적 물건에서 분리하는 추상화의 기초이기는 하지만, 구체적인 물건으로부터 입체도형으로의 추상화는 아니다.

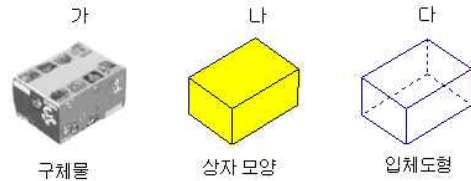
앞에서 살펴본 바와 같이 2007 교육과정에서는, 5학년에서 직육면체와 정육면체를 다룸으로써 처음으로 입체도형을 다루고 있기 때문에 그 도입 부분에 구체물에서 입체도형인 직육면체로의 추상화가 이루어져야 한다. 그런데, [그림 III-2]에서 볼 수 있듯이 <5-1> 교과서의 ‘6. 직육면체와 정육면체’ 단원 도입부에서는 구체적인 물건으로부터 입체도형으로의 추상화 장면을 찾을 수 없다. 이 부분에서 우리가 찾을 수 있는 것은 구체물의 관찰과 분류이다.



[그림 III-2] 직육면체 도입부(<5-1>, p.82)

하면 어떤가? 강통에서는 윗면과 밑면의 실물을 볼 수 있지만, 둥근 기둥에서는 사실상 그것을 보기가 어렵다. 표준국어대사전에 의하면 기둥은 ‘건축물에서, 주춧돌 위에 세워 보·도리 따위를 받치는 나무. 또는 돌·쇠·벽돌·콘크리트 따위로 모나거나 둥글게 만들어 곧추 높이 세운 것’이다. 이 중에서 둥글게 만든 것이 둥근 기둥일 것이다. 표준국어대사전에 ‘둥근기둥’도 올라 있다. 교과서에서 표기하듯이 ‘둥근 기둥’이 아니다. 표준국어대사전에서는 둥근기둥을 ‘<건설>돌레를 둥그렇게 깎아 만든 기둥’이라고 설명하고 있다.

구체적인 물건에서 직육면체를 추상화하는 데에는 대략 서로 다른 3가지 국면(구체물/중간물로서의 상자 모양/추상적인 도형으로서의 직육면체)이 있다. 이를 그림으로 나타내면 [그림 III-3]과 같다.

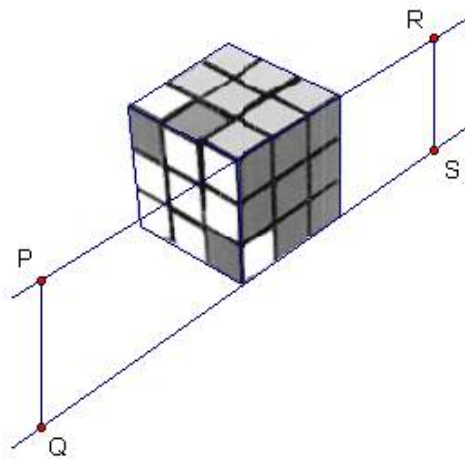


[그림 III-3] 입체도형으로의 추상

<1-1> 교과서에서 이루어지는 과정은, 이를테면 [그림 III-3]에서 ‘구체적인 물건 가’를 ‘상자 모양 나’로 파악하는 것이다. 이때 ‘상자 모양 나’가 ‘상자’라고 하는 구체적인 물건을 완전히 떠난 것은 아니다. <5-1> 교과서에서는 그 나머지 과정, ‘구체적인 물건 가’를 완전히 벗어나 ‘입체도형 다’로 추상화하는 과정이 필요하다. 이것은 가→나→다의 순차적 추상화를 의미하는 것이 아니다. <1-1> 교과서의 활동을 통해 ‘구체적인 물건 가’와 ‘상자 모양 나’는 이미 동일한 것으로 파악할 수 있으므로, 실제로는 ‘구체적인 물건 가’에서 ‘직육면체 다’로 바로 가는 가→다의 추상화가 있어야 한다. 그러나 <5-1> 교과서에는 가→다의 추상화 과정을 나타내는 명시적인 장면을 찾을 수 없다.

이와 같은 가→다의 추상화 과정을 나타내기 위해 <5-1> 교과서에서 구체적인 물건의 사진(예를 들어 [그림 III-3]의 ‘가’) 옆에 추상화된 입체도형(예를 들어 [그림 III-3]의 ‘다’)을 제시하는 것을 제안할 수 있다. [그림 III-3]에서 입체도형 다와 같은 직육면체를 추상한 이후에는 구체적인

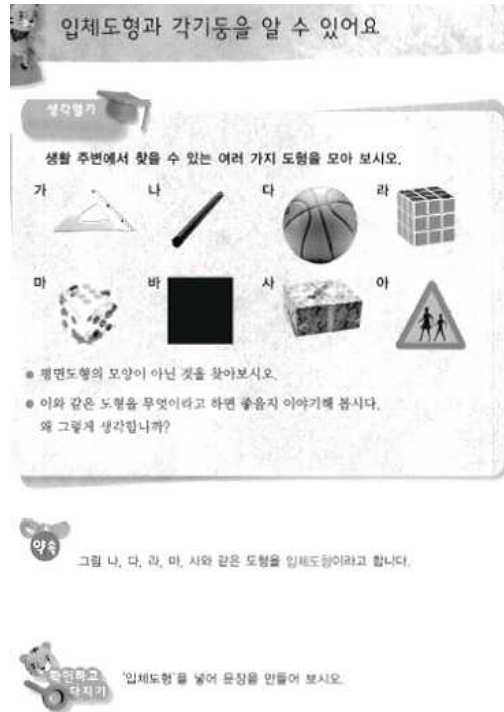
물건 가를 더 이상 상자 모양으로 부르는 것이 아니라 ‘직육면체 모양’이라고 부를 수 있어야 한다. 또, 여기서 직육면체로의 추상화는 구체적인 물건의 외형적인 생김새를 옮겨 그리는 과정을 통해 이루어질 수 있으므로, 직육면체의 겨냥도를 그려보는 것을 앞 차시로 옮기는 것이 필요하다.



[그림 III-4] 사진에 의한 왜곡

이때 주의해야 할 것이 있다. 구체적인 물건을 나타내는 사진을 그대로 본떠서 입체도형(즉, 겨냥도)을 그리면 안 된다. 구체적인 물건에서는 어느 한 면의 마주 보는 두 모서리가 서로 평행하겠지만, 그것의 사진에서는 원근이 반영되기 때문에 그 두 모서리가 평행하지 않다. 따라서 사진을 본떠서 그대로 그리는 것이 아니라, 구체적인 물건을 보면서 그 두 모서리가 평행하도록 입체도형을 그려야 한다. 예를 들어 [그림 III-4]에서와 같이 구체적인 물건의 사진을 그대로 본떠 입체도형을 그리면 직선 PR과 직선 QS가 평행하지 않게 된다. 실제로 [그림 III-3]에서 다와 같은 겨냥도는 가와 같은 구체적인 물건을 눈에 보이는 대로 나타낸 것이 아니며(정정수, 2000), 초등학교 수학에서 직

육면체 모양의 구체적인 물건을 눈에 보이는 대로 그리는 것은 면 사이의 상호 관계를 이해하게 하는데 도움이 되지 않는다.



[그림 III-5] 입체도형의 정의(<6-1>, p.36)

위에서 살펴본 사진의 왜곡 현상에서 알 수 있듯이 구체물, 혹은 그 사진을 관찰하는 것만으로는 입체도형을 추상화할 수 없다. 현재 교과서는 바로 이러한 점을 간과하고 있다는 점에서 개선의 여지가 있다. [그림 III-5]의 입체도형의 정의를 보자. “그림 나, 다, 라, 마, 사와 같은 도형을 입체도형이라고 합니다.”라는 약속에서 ‘그림 나, 다, 라, 마, 사’는 구체적인 물건이지 입체도형이 아니다. 학생들은 구체적인 물건에서 입체도형을 추상해 내야 하지만, 교과서의 이러한 진술은 학생들이 구체적인 물건과 입체도형을 동일한 것으로 받아들이게 한다는 점에서 수정되지 않으면 안 된다.<sup>3)</sup> “생활 주변에

3) 구체적인 물건과 입체도형을 동일시하는 표현을 2007 교육과정(교육인적자원부, 2007, p.12)에서도 찾을 수

서 찾을 수 있는 여러 가지 도형을 모아보시오.”에서 ‘도형’은 평면도형과 입체도형을 의미하지만, <생각열기>에서 주어진 그림은 도형이 아니라 구체적인 물건일 뿐이다. 구체적인 물건을 입체도형으로 간주하고 있는 것은 <6-2> 교과서(p.18)에서도 나타난다. 입체도형은 구체적인 물건에서 모양만을 분리해서 추상화시킨 것인 바, 그것은 이미 구체적인 물건을 떠난 것이다. 학생들은 구체적인 물건으로부터 추상화한 입체도형으로 학습의 초점을 이동할 필요가 있으며, 교과서는 그 과정을 적절하게 안내하여야 한다.

#### IV. 정의의 비일관성과 모호성

이 장에서는 입체도형과 관련된 다양한 용어들에 대하여 교육과정과 교과서 사이의 일관성, 관련 내용을 다루는 서로 다른 학년(학기) 교과서 사이의 일관성, 용어 정의의 모호성의 세 가지 기준을 통하여 비판적으로 논의하고자 한다.

##### 1. 입체도형과 면, 모서리, 꼭짓점의 정의

정의의 비일관성 및 모호성과 관련하여 가장 먼저 살펴볼 부분은, 일반적인 평면도형의 정의는 제시하지 않으면서 일반적인 입체도형의 정의는 제시하고 있다는 점이다. 앞에서 살펴본 바와 같이 현재 초등학교 수학교과서에서는 <6-1>에서 입체도형을 정의하고 있지만, 이러한 정의는 <3-1> 교과서(교육과학기술부, 2010)에

서 평면도형을 정의하지 않은 것과 일관되지 않는다. 1997년 교육과정에 따른 교과서에 대해서도 평면도형은 정의하지 않으면서 입체도형은 정의하고 있다는 것이 지적된 바 있지만(박교식, 임재훈, 2005), 2007년 교육과정에 따른 교과서에서도 그 점은 여전히 개선되지 않았다. “그림 나, 다, 라, 마, 사와 같은 도형을 입체도형이라고 합니다.”와 같은 정의는 외연적 정의 또는 예시적 정의(우정호, 조영미, 2001; 조영미, 2002; 강홍규, 조영미, 2002)로 간주할 수 있다. 그런데 이러한 정의 방식은 <5-1> 교과서에서 직육면체와 정육면체의 정의 방식, <6-1> 교과서에서 각기둥과 각뿔의 정의 방식, 그리고 <6-2> 교과서에서 원기둥, 원뿔, 구의 정의 방식과 매우 다르다. 이 정의는 사실상 어떤 특정한 것을 가리켜 그것을 입체도형이라고 지칭한다는 것을 약속하는 것이지, 실제로는 입체도형의 의미를 명백히 밝혀서 규정하고 있는 것은 아니다. 그러나 초등학교 수학에서는 이러한 외연적 정의 또는 예시적 정의가 충분히 유용할 수 있기 때문에 정의의 일관성을 유지하면서 이를 활용할 방법을 모색할 필요가 있다<sup>4)</sup>. 이와 관련하여 다음과 같은 제안을 할 수 있다. <5-1> 교과서에서 직육면체와 정육면체를 도입하되, 입체도형이라는 용어를 사용하지 않도록 한다. <6-1> 교과서에서 각기둥과 각뿔을 먼저 도입하고, 그 후에 직육면체, 정육면체, 각기둥, 각뿔을 한꺼번에 지칭할 때 입체도형이라는 용어를 사용하도록 한다. 그리고 <6-2> 교과서에서 직육면체, 정육면체, 각기둥, 각뿔을 포함하여 원기둥, 원뿔, 구를 지칭할 때도 입체도형이라

있다. 교육과정에서는 쌓기나무로 입체도형을 만든다고 하고 있다. 쌓기나무로 만든 것을 ‘모양’이라고 하는 것은 가능하지만, ‘입체도형’이라고 부르는 것은 옳지 않다. <6-1> 교과서의 ‘4. 여러 가지 입체도형’ 단원에서는 차시 목표를 제외한 본문에서는 쌓기나무로 만든 것을 입체도형이라고 부르지 않고 모양이라고 하고 있다. <2-1> 교과서에서도 쌓기나무로 만든 것을 입체도형이라고 부르지 않고 모양이라 하고 있다.

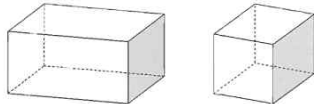
4) 이러한 정의 방식이 교육 실체에 있어 구체적으로 어떠한 역할을 하며, 그 적용 효과가 어떠한지에 대한 문제는 이 연구의 범위를 벗어난다. 다만, 이 연구에서는 외연적 정의 혹은 예시적 정의의 교육적 가능성에 대하여 한 가지 제안을 하는 것에 의의를 두고자 한다.



는 용어를 사용하도록 한다. 그리고 일관성을 위해 <3-1>에서 미리 평면도형도 외연적 또는 예시적으로 정의한다.

정의의 비일관성 및 모호성과 관련하여 두 번째로 살펴볼 부분은 면, 모서리, 꼭짓점에 대한 것이다. 입체도형의 면, 모서리, 꼭짓점의 정의는 교육과정과도 일관성을 잃고 있고 각각의 교과서 사이에서도 일관성을 잃고 있다. <5-1> 교과서(p.83)에서는 <약속>으로 “그림과 같이 평면도형으로 둘러싸인 부분을 면이라 하고, 면과 면이 만나는 선분을 모서리라고 합니다. 또, 모서리와 모서리가 만나는 점을 꼭짓점이라고 합니다.”라고 일반적인 입체도형의 면, 모서리, 꼭짓점을 정의하고 있다. 그런 다음에 직육면체와 정육면체를 정의하고 있다([그림 IV-1] 참조).

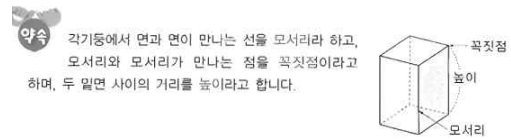
**약속** 왼쪽 그림과 같이 직사각형 모양의 면 6개로 둘러싸인 도형을 직육면체라 하고, 오른쪽 그림과 같이 정사각형 모양의 면 6개로 둘러싸인 도형을 정육면체라고 합니다.



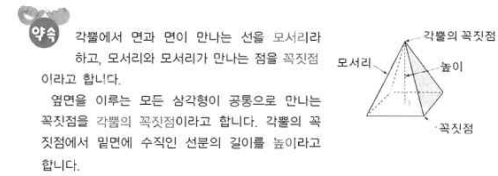
[그림 IV-1] 직육면체와 정육면체의 정의(<5-1>, p.84)

이는 교육과정에서 요구하는 순서를 뒤집어 놓은 것이다. 2007 교육과정에서 요구하는 것은 직육면체와 정육면체를 먼저 도입하고 그것의 구성요소로서 면, 모서리, 꼭짓점을 정의하는 것이다(교육과학기술부, 2008, p.110). <5-1> 교과서에서의 이런 전개 방식은 <2-1> 교과서(교육과학기술부, 2009c)에서 사각형, 삼각형을 먼저 정의하고 나서, 그것의 구성요소인 꼭짓점과 변을 정의하는 것과는 일관되지 않는다. 이러한 비판에 대하여 일반적인 입체도형의 면, 모서리, 꼭짓점을 먼저 정의하지 않으면 새로운 입체도형을 도입할 때마다 면, 모서리, 꼭짓점을 다시 정의해야 한다고 주장할지 모른다. 그러나 실제로 현재 수학교과서를 살펴보

면 그런 주장 역시 성립하지 않는다는 것을 쉽게 확인할 수 있다. <5-1> 교과서에서 입체도형의 면, 모서리, 꼭짓점을 먼저 정의하고 있음에도 불구하고, <6-1> 교과서에서는 새로운 입체도형인 각기둥, 각뿔을 정의하면서 실제로는 [그림 IV-2] 및 [그림 IV-3]과 같이 각각 모서리와 꼭짓점을 정의하고 있기 때문이다.



[그림 IV-2] 각기둥의 모서리와 꼭짓점(<6-1>, p.41)



[그림 IV-3] 각뿔의 모서리와 꼭짓점(<6-1>, p.45)

이와 같이 <6-1> 교과서에서 각기둥과 각뿔의 경우에 모서리와 꼭짓점을 다시 정의한다면, <5-1> 교과서에서 미리 입체도형의 모서리, 꼭짓점을 정의할 필요가 없다. 한편, 이 두 정의에서 ‘면’은 다시 정의하지 않고, 이미 정의된 용어처럼 사용하고 있는 것은 그 자체로 모서리와 꼭짓점을 다시 정의한 것과 일관되지 않는다. 면을 다시 정의하지 않은 이유에 대하여 [그림 IV-1]과 같이 직육면체와 정육면체의 정의에서 ‘직사각형 모양의 면’과 ‘정사각형 모양의 면’에서와 같이 ‘면’을 사용해야 하기 때문에, 면을 먼저 정의해야 한다고 주장할 수도 있다. 그러나 <5-1>(p.83)에서 ‘그림과 같이 평면도형으로 둘러싸인 부분을 면이라 하고’를 준용하여, 각기둥과 각뿔의 정의에서 각각 ‘각기둥에서 평면도형으로 둘러싸인 부분을 면이라 하고’, ‘각뿔에서 평면도형으로 둘러싸인 부

분을 면이라 하고'와 같이 그 문제점을 해결할 수 있으므로, 면도 미리 정의할 필요가 없다.

면의 정의에 대하여 주의할 부분은 오히려 다른 곳에 있다. 입체도형의 면을 이해하기 위해서는 먼저 평면도형이 그 내부를 포함하는 것인지 아닌지를 분명히 하여야 한다. 평면도형이 오직 선분만으로 구성된다고 보든, 아니면 그 내부까지 포함한다고 보든 딜레마가 발생한다(박교식, 임재훈, 2004). 따라서 두 견해 중 어느 한 쪽을 선택하는 것이 필요하다. 어느 한 쪽을 선택하는 대신 그 두 가지를 모두 택하면 혼란이 발생할 수 있다. <5-1> 교과서(p.83) “그림과 같이 평면도형으로 둘러싸인 부분을 면”이라고 한 것은 평면도형이 선분만으로 이루어진 것을 의미하는 것으로 볼 수 있다 ([그림 II-2] 참조). 이 정의에서 평면도형이 그 내부를 포함하는 것이라고 본다면, 그 평면도형으로 둘러싸인 것은 입체도형의 내부가 되기 때문이다. 그래서 여기서는 선분만으로 이루어진 평면도형이 둘러싸고 있는 것은 그 평면도형의 내부가 된다. 평면도형은 그 내부와 붙어 있으므로, 그것을 합쳐 면이라고 부른다. <5-1> 교과서(p.84)의 이런 선택은 직육면체의 정의에서도 일관되게 나타난다. 여기서는 직육면체를 “왼쪽 그림과 같이 직사각형 모양의 면 6개로 둘러싸인 도형”이라고 정의한다([그림 IV-1] 참조). 여기서는 면 자체를 직사각형이나 정사각형이라고 하는 대신 각각 ‘직사각형 모양의 면’, ‘정사각형 모양의 면’이라 하고 있으며 이렇게 번거로운 표현을 사용한 이유는 평면도형을 선분만으로 이루어진 것이라고 보고 있기 때문이다. 그러나 이런 일관성이 <6-1>, <6-2> 교과서에서는 유지되지 않고 있다. <6-1> 교과서(pp.37-42)에서는 “입체도형 나, 라, 바, 사와 같이 위아래의 면이 서로 평행하고 합동인 다각형으로 이루어진 기둥 모양의 입체도형을 각기둥이라고 합

니다.”라고 각기둥을 정의할 때, 그리고 “입체도형 나, 라, 아와 같이 밑면이 다각형이고 옆면이 모두 삼각형인 입체도형을 각뿔이라고 합니다.”라고 각뿔을 정의할 때는 면을 다각형이라 하고 있다. <6-2> 교과서(pp.19-24)에서 “두 면이 서로 평행이고 합동인 원으로 되어 있는 기둥 모양의 입체도형을 원기둥이라고 합니다.”라고 원기둥을 정의할 때, 그리고 “밑면이 원이고 옆면이 굽은 면인 뿔 모양의 입체도형을 원뿔이라고 합니다.”라고 원을 정의할 때는 면을 원이라 하고 있다. 여기서는 평면도형이 그 내부를 포함한다고 보는 것이다.

## 2. 특정한 입체도형의 정의

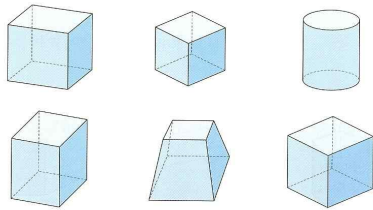
지금까지 살펴본 것 이외에도 입체도형의 정의와 관련하여 여러 가지 문제점이 있다.

<5-1> 교과서에서는 앞에서 이미 본[그림 IV-1]과 같이 직육면체와 정육면체를 정의하고 있다. 이 정의는 직육면체와 정육면체의 그림을 수반하고 있고, 그것은 각각 직사각형 모양의 면 6개로 둘러싸인 직육면체와 정사각형 모양의 면 6개로 둘러싸인 정육면체를 상칭한다. 그런데 이 그림을 시각적으로만 보면 6개의 직사각형과 6개의 정사각형이 있는 것은 아니다. 실제로는 평행사변형과 마름모가 있다. 학생들은 그림을 보이는 그대로 받아들이면 안 되고, 각 면을 공간적으로 파악해서 그것이 직사각형 또는 정사각형 모양이라고 인식해야 한다. 그런데 실제로는 이렇게 주어진 직육면체와 정육면체의 그림이 직육면체와 정육면체를 판별하는 중요한 역할을 한다.

<5-1>교과서(p.84)에서는 직육면체와 정육면체를 정의한 직후, 직육면체와 정육면체를 판별하는 문제가 주어진다([그림 IV-4] 참조). 엄밀하게 보면, 그림만으로는 어떤 도형이 정육

면체인지 알 수 없다. 눈 앞에 보이는 도형의 모서리의 길이를 자로 재어, 그 도형이 정육면체인지를 확인할 수는 없을 것이다. <5-1> 지도서(교육과학기술부, 2011b)에서는 도형 가, 나가 정육면체라 하고 있지만, 거기에는 그것들이 왜 정육면체가 되는지 아무런 이유도 제시하지

 **역사기** 다음 도형 중 직육면체에 ○표, 정육면체에 △표 하시오.



[그림 IV-4] 직육면체, 정육면체 찾기(<5-1>, p.84)

않고 있다. 도형 가, 나가 정육면체라고 어떻게 단정할 수 있는가? 그것은 정의에 수반한 그림이 시각적으로 판별 기능(우정호, 조영미, 2001)을 하기 때문이다. 그래서 이 그림에 비추어 <5-1> 지도서에서도 시각적으로 [그림 IV-4]에서 도형 가와 나를 정육면체라고 판정한 것으로 보인다. 확실히 도형 가와 나 정육면체처럼 보인다. 그런데 엄밀하게 말해, 주어진 그림만으로는 도형 가와 나가 정육면체일 가능성이 높기는 하지만 정확하게 정육면체인지는 알 수 없고, 따라서 정육면체라고 단정하기 어렵다. 교과서에서 이런 문제점을 개선하는 것은 현실적으로 쉽지 않지만, 적어도 초등교사들은 이러한 문제점이 있다는 것을 미리 알고 있을 필요가 있다.

<5-1> 교과서에서는 직육면체의 밑면과 옆면을 정의하고, <6-1> 교과서에서는 각기둥과 각뿔의 밑면과 옆면을 정의한다. <6-2> 교과서에서는 원기둥의 밑면과 옆면을 정의한다. 문제는 이들 정의가 일관성을 확보하지 못하고 있을 뿐 아니라 어떤 경우에는 잘못되어 있다는 것이다. <6-1> 교과서(pp.42-43)에서는 “입체도형 나, 라,

아와 같이 밑면이 다각형이고 옆면이 모두 삼각형인 입체도형을 각뿔이라고 합니다.”라고 밑면과 옆면을 사용해서 각뿔을 정의한다. 그런데 곧이어 “각뿔에서 면  $\square$ 과 같은 면을 밑면이라 하고, 옆으로 둘러싸인 면을 옆면이라고 합니다.”라고 밑면과 옆면을 정의하고 있다. 이것은 오류이다. 여기서 ‘옆으로 둘러싸인 면’도 바른 표현이 아니다. ‘둘러싸이다’는 ‘둘러싸다’의 피동사이다. 따라서 무엇인가가 면을 둘러싸고 있어야 하는데 입체도형의 어떤 부분이 면을 둘러싸고 있는지 알 수 없다. 또, 직육면체, 각기둥, 각뿔, 원기둥의 밑면과 옆면을 정의하면서 <6-2> 교과서(p.24)에서 원뿔의 밑면과 옆면은 정의하지 않고, “밑면이 원이고 옆면이 굽은 면인 뿔 모양의 입체도형을 원뿔이라고 합니다.”와 같이 밑면과 옆면을 사용해서 원뿔을 정의하는 것은 일관적이지 않다. <6-1> 교과서(p.37)의 각기둥의 정의 “입체도형 나, 라, 바, 사와 같이 위아래의 면이 서로 평행하고 합동인 다각형으로 이루어진 기둥 모양의 입체도형을 각기둥이라고 합니다.”와 <6-2> 교과서(p.19)의 원기둥의 정의 “두 면이 서로 평행하고 합동인 원으로 된 기둥 모양의 입체도형을 원기둥이라고 합니다.”를 보자. ‘기둥 모양’이라는 표현을 모두 사용하고 있다는 점에서, 두 정의의 방식은 일관되어 보인다. 한편, <6-1> 교과서(p.42)의 각뿔의 정의 “입체도형 나, 라, 아와 같이 밑면이 다각형이고 옆면이 모두 삼각형인 입체도형을 각뿔이라고 합니다.”와 <6-2> 교과서(p.24)의 원뿔의 정의 “밑면이 원이고 옆면이 굽은 면인 뿔 모양의 입체도형을 원뿔이라고 합니다.”를 보자. ‘뿔 모양’이라는 표현이 전자에는 없고 후자에는 있다는 점에서 이 두 정의의 방식은 일관되지 않다. 위의 내용을 요약해서 <표 IV-1>과 같이 나타낼 수 있다.

각뿔, 원뿔과 관련해서는 또 다른 몇 가지 문

<표 IV-1> 각기둥, 원기둥, 각뿔, 원뿔 관련 정의의 비일관성 및 문제점

각기둥	원기둥	각뿔	원뿔
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 각기둥의 정의에서 ‘기둥 모양’이라는 표현을 사용함.</li> <li>• 각기둥의 밑면과 옆면을 정의함.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 원기둥의 정의에서 ‘기둥 모양’이라는 표현을 사용함.</li> <li>• 원기둥의 밑면과 옆면을 정의함.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 각뿔의 정의에서 ‘뿔 모양’이라는 표현을 사용하지 않음.</li> <li>• 각뿔의 정의에서 밑면과 옆면을 사용한 후에 각뿔의 밑면과 옆면을 정의함.</li> <li>• 각뿔의 정의에서 밑면과 옆면을 사용함.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 원뿔의 정의에서 ‘뿔 모양’이라는 표현을 사용함.</li> <li>• 원뿔의 밑면과 옆면을 정의하지 않음.</li> <li>• 원뿔의 정의에서 밑면과 옆면을 사용함.</li> </ul>

제점이 있다. 각뿔과 원뿔의 높이를 정의하면서 각각 ‘각뿔의 꼭짓점에서 밑면에 수직인 선분의 길이’(<6-1>, p.45), ‘원뿔의 꼭짓점에서 밑면에 수직인 선분의 길이’(<6-2>, p.26)라는 표현을 사용하고 있으나, ‘꼭짓점에서 밑면에 수직인 선분’이 무엇인지 모호하다. ‘각뿔 또는 원뿔의 꼭짓점 A에서’ 밑면에 수직이라는 것이 가능한 개념인지도 분명하지 않다.

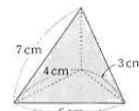
초등학교에서 취급하는 원기둥과 원뿔은 각각 직원기둥과 직원뿔에 한정된다. <6-2> 지도서(교육과학기술부, 2011f, p.119)에서는 그 점을 명확히 하고 있다. 이것은 각각 두 밑면의 중심을 이은 선분이 밑면에 수직인 것과 원뿔의 꼭짓점에서 밑면의 중심을 이은 선분이 밑면에 수직인 것을 취급한다는 것을 의미한다. <6-1> 교과서(pp.38-41)에서 제시하고 있는 예를 보면, 각기둥은 직각기둥에 한정되는 것으로 보인다. 그런데, <6-1> 지도서에서는 그러한 제한을 찾아 볼 수 없다.

한편, 각뿔의 경우는 <6-1> 교과서(p.42)에서 제시하고 있는 예로 보면 옆면이 이등변삼각형 모양인 경우(이들이 합동일 필요는 없다)로 한정되고 있는 것으로 보인다. 각뿔의 정의 “입체도형 나, 라, 아와 같이 밑면이 다각형이고 옆면이 모두 삼각형인 입체도형을 각뿔이라고 합니다.”에서 볼 수 있는 것처럼, 밑면을 정다각형으로 한정하고 있지는 않다. 또, 직각뿔로 한

정하고 있는 것도 아니다. 직각뿔만을 취급한다는 것은 각뿔의 꼭짓점과 밑면의 중심을 이은 선이 밑면과 서로 서로 수직인 것을 취급한다는 것을 의미한다. <6-1> 교과서(p.49)에서 [그림 IV-5]과 같이 제시하고 있는 삼각뿔은 직각뿔이 아니다. 이는 원기둥이나 원뿔을 취급하는 방식과 일관성이 없다.

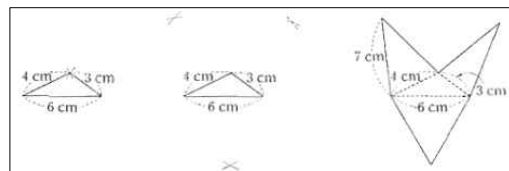
[그림 IV-5]에서는 이 삼각뿔의 전개도를 두 가지 방법으로 구할 것을 요구하고 있다.

활동 3 삼각뿔의 전개도를 2 가지 방법으로 그려 봅시다. [ 크레용 사, 힌디스 ]

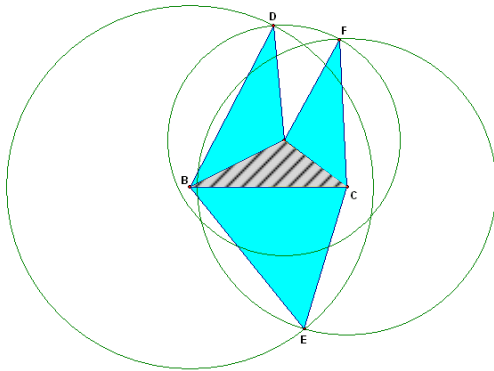


[그림 IV-5] 삼각뿔의 전개도 구하기(<6-1>, p.49)

이 활동과 관련해서 <6-1> 지도서(p.169)에서는 ‘옆면의 모양이 모두 이등변삼각형을 알고’라고 하면서 [그림 IV-6]와 같은 전개도를 제시하고 있다. 이때 세 이등변삼각형의 위치에 따라 여러 가지 전개도가 가능하지만, 그것은 본질적으로 모두 동형이다.



[그림 IV-6] 각뿔의 전개도(<6-1> 지도서, p.169)



[그림 IV-7] 삼각뿔의 가능한 전개도

그런데 이 전개도는 [그림 IV-5]에서 각뿔의 꼭짓점에서 만나는 세 모서리의 길이가 7cm로 같다고 가정했을 때 가능한 것이다. 그러나 실제로는 오직 한 모서리의 길이만 주어졌기 때문에 이와 같은 전개도를 그리는 것이 불가능하다. [그림 IV-5]에서 제시한 삼각뿔의 그림 만으로는 이 삼각뿔을 펼쳤을 때의 완전한 모습을 생각하기 어렵다. 예를 들어 [그림 IV-7]와 같이 선분 DB와 선분 EB의 길이를 7cm로 고정시키고, 선분 DA와 FA의 길이가 서로 같고, 선분 EC와 FC의 길이가 서로 같도록 만들면 [그림 IV-5]의 조건을 만족하는 삼각뿔의 전개도가 된다. 이때 이 전개도는 [그림 IV-6]의 전개도와 동형이 되지 않는 완전히 다른 것이다. 실제로는 [그림 IV-7]에서 점 F가 원 위를 움직이면서 [그림 IV-6]와는 동형이 되지 않는 완전히 다른 다양한 전개도가 가능하다. 따라서 [그림 IV-6]의 전개도가 유일한 것이라면(동형인 전개도를 모두 같은 것으로 볼 때), <6-1> 교과서에서는 각뿔을 옆면이 이등변삼각형 모양인 경우로 한정하고 있는 것이다. 그러나 <6-1> 지도서에서는 그러한 제한을 찾아 볼 수 없다.

정의가 모호한 것은 이것뿐만이 아니다. <6-1> 교과서(p.45)에서 “옆면을 이루는 모든 삼각형이 공통으로 만나는 꼭짓점을 각뿔의 꼭짓점이라고

합니다.”와 같이 각뿔의 꼭짓점과 꼭짓점을 정의한다. 그런데 각뿔에서 각뿔의 꼭짓점을 제외한 다른 꼭짓점들은 각뿔의 꼭짓점이 아니라고 할 수 있는지 분명하지 않다. 각뿔의 꼭짓점에 해당하는 영어 용어는 apex이다. 그것은 vertex의 하나로, 맨 꼭대기에 있는 특별한 꼭짓점이다. 영어로는 vertex와 apex로 확실히 구분되지만, 한글로는 구분하기 어렵다. 그래서 그것을 각각 꼭짓점과 각뿔의 꼭짓점으로 구분한 것이지만 여전히 모호하다. 각뿔의 꼭짓점을 별도로 정의하는 대신 필요하면 기호를 사용해서 ‘꼭짓점  $\Gamma$ ’와 같이 사용하는 것을 생각해 볼 수 있다. <6-2> 교과서(p.26)에서 “... 뾰족한 점을 원뿔의 꼭짓점이라 하고...”와 같이 원뿔의 꼭짓점을 정의하고 있다. 원뿔에서는 꼭짓점이라고 할 수 있는 것이 하나뿐이므로 그냥 꼭짓점이라고 할 수 있을 것이다.

원뿔의 모선의 정의 역시 모호하다. <6-2> 교과서(p.26)에서 원뿔의 모선을 정의하고 있다. 그런데 모선이 원뿔에만 있는 것은 아니다. 원기둥에도 모선이 있다. 회전체에는 모두 모선이 있다. 그것이 움직여서 옆면을 구성하기 때문에 모선이라고 한 것이다. 원뿔의 모선만 정의하는 것은 일관적이지 않다. 게다가 <6-2> 교과서에서 원뿔의 모선은 독립적으로 취급되고 있다. 그것과 관련된 어떤 지도 내용도 없다. 따라서 여기서 굳이 원뿔의 모선을 정의해야 할 필요가 없다.

## V. 결론

본 논문은 2007 교육과정에 따른 교과서의 입체도형 관련 지도 내용에서 노출하고 있는 문제점에 초점을 맞추고 있다. 첫째는 <5-1> 교과서에서 직육면체와 정육면체, 그리고 <6-1> 교

과서에서 각기둥과 각뿔을 도입하기에 앞서 일반적인 입체도형을 도입하고 있다는 점이다. 교육과정에 따르면, 5학년에서는 직육면체와 정육면체를 학습하게 된다. 학생들은 5학년에서 직육면체와 정육면체를 통해 입체도형에 입문하게 된다. 그러나 <5-1> 교과서에서는 이 입문 과정에서 직육면체와 정육면체에 앞서 일반적인 입체도형을 도입하고 있다. <6-1>에서 각기둥과 각뿔을 학습하는 부분에서도 학생들이 각기둥과 각뿔을 먼저 배운 후에 직육면체, 정육면체는 물론 각기둥과 각뿔이 입체도형이라는 것을 배우는 것이 가능해짐에도 불구하고 각기둥과 각뿔을 도입하기에 앞서 입체도형을 명시적으로 도입하고 있다.

둘째는 <6-1>, <6-2> 교과서에서 구체적인 물건으로부터 입체도형을 추상해 내는 과정이 생략되어 있다는 점이다. 구체적인 물건으로부터 모양만을 추상하여 특정한 입체도형으로 분리해 내는 추상화 과정은 van Hiele의 제1수준에 해당하는 것으로(우정호, 2009), 입체도형 지도에서 피할 수 없는 과정이다. 또 다른 문제는 <6-1>, <6-2> 교과서에서 구체적인 물건으로부터 입체도형의 추상을 생략하였을 뿐 아니라, 구체적인 물건과 입체도형을 구분하지 않고 있다는 것이다. 구체적인 물건은 입체도형이 아니며, 학생들은 구체적인 물건에서 벗어나 수학적 대상으로서의 입체도형에 입문해야 한다.

셋째는 입체도형 관련 지도 내용의 몇몇 정의가 비일관적이고 모호하다는 점이다. 이를 나열하면 다음과 같다. 일반적인 평면도형은 정의하지 않으면서(<3-1> 교과서) 일반적인 입체도형은 정의하고 있다(<6-1> 교과서). <5-1> 교과서에서 입체도형의 면, 모서리, 꼭짓점을 정의하면서, <6-1> 교과서에서 각기둥과 각뿔의 경우에 다시 모서리와 꼭짓점을 정의하고 있는 것은 일관적이지 않다. 이때 면은 제외하여 다

시 정의하지 않는 것은 모서리와 꼭짓점을 다시 정의한 것과 일관되지 않는다. 평면도형이 선분만으로 이루어지는지, 아니면 그 내부를 포함하는지도 일관되지 않다. 직육면체와 정육면체의 판별이 시각적으로 이루어지고 있고, 각뿔과 원뿔의 정의가 그 옆면과 밑면을 사용하여 이루어지고 있다. 각뿔, 각뿔의 높이, 원뿔의 높이, 각뿔의 꼭짓점 등의 정의도 모호하다.

본 논문의 이러한 연구 결과를 바탕으로 다음의 네 가지를 제안할 수 있다. 첫째, 교과서의 지도 내용과 교육과정에서 규정하는 지도 내용을 일치시켜야 한다. 원칙적으로 교육과정은 지도 내용을 규정하고, 교과서에서는 학생들이 그것을 학습할 수 있는 형태로 제공한다. 그러나 현재는 예를 들어 5학년과 6학년에서의 일반적인 입체도형 취급과 같이 교육과정에서 규정하지 않은 지도 내용을 교과서에서 취급하고 있는 것이 있다. 둘째, 초등교사들에게 지도 내용의 범위를 지도서와 교육과정 해설서를 통해 상세히 알려줄 필요가 있다. 예를 들어 초등학교 수학에서는 각기둥, 각뿔의 개념의 범위를 한정해서 취급하지만, 지도서나 해설서에서는 그에 관한 언급이 없다. 한 가지 더 예를 들자면, 초등교사들이 직육면체의 겨냥도가 눈에 보이는 대로 그린 것은 아니라는 것도 알 필요가 있다. 셋째, 교과서의 학년별 지도 내용을 재검토해야 한다. 예를 들어 현재의 교과서에서는 구체적인 물건에서 입체도형으로의 추상화 과정이 부족하고, 구체적인 물건과 입체도형을 동일시하고 있다. 6학년에서 정의하는 입체도형이라는 용어를 5학년에서 사용하고 있기도 하다. 각뿔을 옆면이 이등변삼각형인 경우로 한정하고 있지만, 이러한 한정은 통례적인 것으로 보기 어렵다. 넷째, 교과서의 상시 수정이 제도적으로 가능해야 한다. 교과서가 완벽할 수는 없다. 비록 현재의 교과서가 1년간의

실험 기간을 거쳐 완성되기는 하지만, 실험 기간 동안에 모든 오류가 바로 잡힐 것으로 기대하기는 어렵다. 그래서 바로잡지 못한 오류는 언제나 발생할 수 있고, 실제로 그렇다. 현재도 교육과학기술부의 ‘교육과정·교과서 정보서비스’의 ‘의견 나눔방’에서 교과서의 오류에 대한 많은 의견을 볼 수 있다. 교과서의 명백한 오류가 있는 경우, 교과서를 새로 인쇄해서 당장 배포하는 것은 쉽지 않다. 새 학기에 교과서를 다시 인쇄하기 전까지는 임시 정오표를 만들어 ‘교육과정·교과서 정보서비스’에 올려 교사들이 참고할 수 있게 하면 된다.<sup>5)</sup> 교과서의 오류 그리고 더 나아가 교과서의 개선을 위한 의견을 정기적으로 수렴하여, 집필진과 충분히 논의·검토해서 교과서를 수정·보완할 수 있도록 제도화하는 것이 필요하다. 본 논문의 연구 결과는 2007 개정 교육과정에 따른 초등 수학 교과서의 입체도형 관련 지도 내용을 개선하는데, 그리고 새로운 교과서 개발에 도움을 줄 수 있을 것이다.

## 참고문헌

강홍규·조영미(2002). 학교기하의 다양한 정의 방법과 그 교수학적 의의. **수학교육학연구**, 12(1), 95-108.  
 교육과학기술부(2008). **초등학교 교육과정 해설서**. 서울: 대한교과서주식회사.  
 교육과학기술부(2009a). **수학 1-1**. 서울: (주)두산동아.  
 교육과학기술부(2009b). **수학 1-2**. 서울: (주)두산동아.  
 교육과학기술부(2009c). **수학 2-1**. 서울: (주)두산

동아.  
 교육과학기술부(2010). **수학 3-1**. 서울: (주)두산동아.  
 교육과학기술부(2011a). **수학 5-1**. 서울: (주)두산동아.  
 교육과학기술부(2011b). **수학 5-1 지도서**. 서울: (주)두산동아.  
 교육과학기술부(2011c). **수학 6-1**. 서울: (주)두산동아.  
 교육과학기술부(2011d). **수학 6-1 지도서**. 서울: (주)두산동아.  
 교육과학기술부(2011e). **수학 6-2**. 서울: (주)두산동아.  
 교육과학기술부(2011f). **수학 6-2 지도서**. 서울: (주)두산동아.  
 교육부(1997). **수학 5-2**. 충남: 국정교과서주식회사.  
 교육부(1999). **수학 6-1**. 충남: 국정교과서주식회사.  
 교육인적자원부(2005a). **수학 5-가**. 서울: (주)천재교육.  
 교육인적자원부(2005b). **수학 6-가**. 서울: (주)천재교육.  
 교육인적자원부(2007). **교육인적자원부 고시 제 2007-79호 [별책 8] 수학과 교육과정**. 서울: 교육인적자원부.  
 권유미·안병곤(2005). 초등 수학 교과서에 사용되고 있는 수학 용어에 대한 학생들의 이해도 분석: 도형 영역을 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 9(2), 137-159.  
 김수희(2009). **초등학교 6학년 학생들의 평면도형과 입체도형에 대한 오개념 및 원인 분석**. 한국교원대학교 석사학위논문.  
 류정배(2000). **초등학교 6학년용 입체도형 웹**

5) 현재 지도서에 교과서 및 교사용 지도서에 대한 문의 사항이나 의견이 있는 사람은 교육과학기술부의 교육과정·교과서 정보 서비스(<http://cutis.mest.go.kr>)를 이용해 달라는 안내가 있다.

- 코스웨어 설계 및 구현. 이화여자대학교 석사학위논문.
- 박교식(1998). 우리 나라 초등학교 수학의 정체성에 관한 연구. **수학교육학연구**, 8(1), 89-100.
- 박교식·김수미·임재훈·권석일(2011). **초등학교 수학교과서 분석 및 새 교과서 체제 모형 연구**. 서울: ㈜두산동아.
- 박교식·임재훈(2004). 다각형, 다면체, 면에 대한 교수학적 분석. **수학교육학연구**, 14(1), 19-37.
- 박교식·임재훈(2005). 초등학교 수학 교과서에서 사용되는 무정의 용어 연구. **수학교육학연구**, 15(2), 197-213.
- 박하나(2010). **각기둥과 각뿔의 정의 지도 방안 연구: 초등학교 5학년을 중심으로**. 공주교육대학교 석사학위논문.
- 손희진(2007). **초등학교 6학년 학생들의 입체도형에 대한 개념 이해와 공간 감각에 대한 실태 분석**. 한국교원대학교 석사학위논문.
- 신국환(1998). **초등학생의 공간 지각 발달에 관한 연구: 입체 도형에 대한 평면 표현을 중심으로**. 한국교원대학교 석사학위논문.
- 안영옥(1994). **국민학교 아동의 도형에 대한 오개념 분석**. 한국교원대학교 석사학위논문.
- 우정호·조영미(2001). 학교수학 교과서에서 사용하는 정의에 관한 연구. **수학교육학연구**, 11(2), 363-384.
- 유준철(2001). **입체도형 학습을 위한 CAI 설계 및 구현: 초등학교를 중심으로**. 인천대학교 석사학위논문.
- 유태호(2008). **초등학교 수학과 입체도형 영역의 학습 RIA개발**. 서울교육대학교 석사학위논문
- 이용률(2010). **초등학교 수학의 중요한 지도 내용**. 서울: 경문사.
- 정정수(2000). 정육면체의 표현에 관한 논의와 그 표현 방법적 서설. **한국수학사학회지**, 13(1), 85-88.
- 조영미(2002). 수학 교과서에서 사용하는 정의의 특성 분석과 수준 탐색: 기하 영역을 중심으로. **학교수학**, 4(1), 15-27.
- 片桐重男(1995). **數學的な考え方お育てる圖形の指導**. 東京: 明治圖書.
- Bourgeois, R. D. (1986). Third graders' ability to associate foldout shapes with polyhedra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(3), 222-230.
- Cockcroft, W. H. & Marshall, J. (1999). Educating Hannah: it's a what? *Teaching Children Mathematics*, 5(6), 326-329.
- Koester, B. A. (2003). Prisms and pyramids: constructing three-dimensional models to builds understanding. *Teaching Children Mathematics*, 9(8), 436-442.
- Van de Walle, J. A. (2008). **수학을 어떻게 가르칠 것인가**. 남승인, 서찬숙, 최진화, 강영란, 홍우주, 배혜진, 김수민(공역). 서울: 경문사. (영어 원작은 2004년 출판)
- 교육과학기술부 교육과정·교과서 정보 서비스 <http://cutis.mest.go.kr>
- 대한수학회 <http://www.kms.or.kr/home/kor/>
- 국립국어원 표준국어대사전 <http://stdweb2.korean.go.kr/main.jsp>



# An Analysis and Criticism on Subject Matter Related to Solid Figures in Korean Elementary School Mathematics Textbook

Kwon, Seokil (Gyeongin National University of Education)

Park, Kyo Sik (Gyeongin National University of Education)

This paper focused on three drawbacks exposed in subject matter related to solid figures in elementary school math textbook. First, general solid figure are introduced before rectangular parallelepiped and cube in fifth grade math textbook, and prism and pyramid in sixth grade math textbook are introduced. Second, the process of abstraction from concrete objects to solid figures is insufficient in sixth grade math textbook. Third, some definitions in subject matter related to solid figures are

inconsistent and ambiguous. The following four suggestions can be put forward as a conclusion based on these results. First, subject matter in textbooks must be correspond with that in curriculum. Second, it is necessary to inform teachers of range of subject matter through teachers guide book and manual for curriculum definitely. Third, each grade subject matter in math textbooks must be reexamined. Fourth, regular modification of math textbooks must be possible institutionally.

\* **Key Words** : abstraction(추상화), curriculum(교육과정), prism(각기둥), pyramid(각뿔), solid figure(입체도형), textbook(교과서)

논문접수 : 2011. 6. 30

논문수정 : 2011. 8. 4

심사완료 : 2011. 8. 19