

비정상 수요를 가진 품목을 위한 예측기반 재고정책

박성일¹ · 김종수^{2*}

¹한양대학교 산업공학과 / ²한양대학교 산업경영공학과

A Forecast-based Inventory Control Policy for an Item with Non-stationary Demand

Sung Il Park¹ · Jong Soo Kim²

¹Department of Industrial Engineering, Graduate School, Hanyang University, Seoul, South Korea

²Department of Industrial and Management Engineering, Hanyang University, Ansan, South Korea

A logistics system involving a supplier who produces and delivers a single product and a buyer who receives and sells the product to the final customers is analyzed. In this system, the supplier and the buyer establish a contract which specifies that the supplier will deliver necessary amount of the product to raise inventory up to a specified position at the beginning of each period. A new periodic order-up-to-level inventory control policy specifically designed for nonstationary end customer's demand is proposed for the system. Simulations are used to test the efficiency of the proposed policy. An analysis of the test results reveals that the proposed policy performs much better than does the existing order-up-to-level policy, especially when the demand is nonstationary.

Keywords: Inventory control, Forecasting, Non-stationary demand

1. 서론

본 연구에서는 대형 할인점과 같은 유통 시스템에서 판매되는 non-perishable 제품을 보다 효율적으로 관리할 수 있는 재고관리 방법을 제안하고자 한다. 이 같은 시스템에서 판매되는 non-perishable 제품의 수요는 계절요인과 주기적요인을 포함하는 비정상 수요과정(non-stationary demand process)에 속하는 경우가 많다. 수요가 비정상 수요과정인 경우에는 두 가지 주목할 만한 특징을 가지게 된다. 그 첫째는 수요의 확률분포가 자주 바뀌게 된다는 것이다. 이는 미래 수요의 확률분포를 예측하는데 어려움을 주게 된다. 두 번째 특징은 수요의 분포가 알려진 확률분포가 아닌 경우가 많다는 것이다.

기존의 재고관리 정책들은 대부분 수요가 특정 확률 분포를 따르거나, 아니면 최소한 미래 수요의 분포를 미리 예측할 수 있다는 가정을 전제로 하고 있다. 따라서 기존의 정책들은 위에서 언급한 비정상 수요를 갖는 non-perishable 제품을 관리하

는 데는 적합하지 않은 약점을 가지고 있다. 따라서 본 연구는 이와 같은 문제점을 인식하고 비정상 수요를 갖는 non-perishable 제품을 효율적으로 관리할 수 있는 새로운 주기적 재고관리 정책을 제시하고자 한다.

본 연구와 직접 관련된 이전 연구들은 비정상 수요를 갖는 단일 품목을 대상으로 하는 주기적 재고관리에 관한 연구라고 할 수 있다. 이들 이전 연구들을 보다 세분해 보면 두 가지로 나눌 수 있다. 그 첫째는 주기적 관리방식에서 적정 발주주기나 발주량을 결정하는 연구이며, 두 번째는 비정상 수요를 갖는 제품에 대한 재고관리 정책 연구이다.

첫째 분류에 속하는 연구는 Karlin(1960)을 비롯하여 Morton(1978), Zipkin(1989), Lovejoy(1990), Morton and Pentico(1995), Iida(2002), Tarim and Kingsman (2004), Levi *et al.*(2007), Rossi *et al.*(2008), Guan and Liu(2010) 등에 의해 수행되었다. 하지만 이들 연구들은 생산 시스템을 주 대상으로 한 연구라는 점에서 본 연구의 방향과는 거리가 있다고 할 수 있다.

* 연락저자 : 김종수 교수, 425-791 경기도 안산시 한양대학교 산업경영공학과, Tel : 031-400-5263, Fax : 031-409-2423,

E-mail : pure@hanyang.ac.kr

2011년 5월 4일 접수; 2011년 7월 15일 게재 확정.

두 번째 분류의 연구들은 비정상 수요에서 구매자 관점의 재고관리 정책에 관한 연구이다. Sethi and Cheng(1997)은 수요가 주기와 계절성을 가지면서 마코비안 과정을 따른다고 가정하고, 동적계획법을 이용하여 (s, S) 정책의 최적 재주문점 s 와 보충수준 S 를 결정하는 문제를 연구하였다. Song *et al.*(2010)은 단일 품목의 수요가 복합포아송과정(compound Poisson process)을 따를 때 (r, Q) 정책의 최적 재주문점 r 과 보충량 Q 를 결정하는 알고리즘을 제시하였다. 하지만 이들 두 연구는 연속적 재고관리 정책을 대상으로 한 것이므로 주기적 재고관리 정책을 대상으로 하는 본 연구와 차이가 있다. Baek *et al.*(2005)은 하나의 공급자와 다수의 소매점으로 구성된 2단계 공급사슬 모델에서 고객수요가 시간의 흐름에 따라 예측 불가능(unpredictable)하게 변화하는 비정상 형태를 따른다고 가정하고 적응형(adaptive) 재고관리 모델을 제시하였다. 이 연구는 수요가 예측 불가능하게 변화하는 특성을 갖는다는 가정에서는 본 연구와 유사한 점이 있으나 대상 시스템이 공급사슬 모형이란 점에서 차이점을 보이고 있다.

이전 연구들을 종합적으로 분석해 보면 미래 수요에 대한 확률분포의 정보가 완전하게 존재하지 않는 비정상 수요를 갖는 non-perishable 제품을 대상으로 한 재고관리 연구는 존재하지 않는다는 결론을 내릴 수 있다. 따라서 본 연구의 가장 큰 의의는 수요분포에 대한 제한적인 가정에 기반을 두지 않으면서 비정상 수요를 갖는 제품의 재고관련 비용을 줄일 수 있는 관리방법을 제시한다는 것이다. 제안하는 관리방법은 구매자가 공급자에게 발주량을 미리 통보함으로써 공급자의 생산변동성을 줄이고 이를 통한 생산비 절감을 구매자와 공유하도록 설계되었다는 특징도 가지고 있다.

본 연구의 제 2장에서는 문제를 정의하고 제 3장에서는 제안정책의 효율성을 측정하는 시뮬레이션을 수행한다. 제 4장에서는 비정상 수요가 아닌 형태의 제품에 대하여 제안정책의 적용성을 평가하며, 제 5장에서 결론 및 앞으로 연구과제를 제시한다.

2. 문제정의

본 연구가 대상으로 하는 시스템은 대형 할인점이나 백화점과 같은 도매나 소매 시스템(wholesale or retail system)이다. 이들 시스템에서 팔리는 제품은 크게 나누면 perishable 제품과 non-perishable 제품으로 분류할 수 있다. 본 연구의 대상제품은 non-perishable 품목 중 골프채, 고급시계, 등산재킷 등과 같이 그 수요가 계절이나 경기에 영향을 받아서 비정상 확률과정의 형태를 보이는 제품들 가운데 특정한 하나의 품목이다.

대상 시스템에서 제품 판매자는 제품의 재고를 보유하면서 최종 소비자에게 판매를 하며, 구매에 따른 재고의 감소에 대응하여 주기적으로 필요한 만큼을 공급자로부터 납품 받아서 재고를 관리하게 된다. 이 때 판매자는 공급자(supplier)로부터 제품을 구매하는 역할을 하므로 이 논문에서는 구매자(buyer)

로 통일하여 부르기로 한다.

현실에서 이와 같은 판매점에서 제품의 품질이 발생하면 대부분의 고객들은 제품이 재입고 될 때까지 기다리지 않고 다른 상점으로 가서 구매를 하게 된다. 따라서 본 논문에서도 구매자의 판매점에서 품질이 발생하면 주문은 상실된다고 가정한다.

공급자는 구매자의 구매량을 시간이나 수량의 차질없이 공급하여야 하며, 필요 시 현물시장에서 필요한 수량만큼을 추가로 구매하여 공급할 수 있다고 본다. 그리고 공급자가 보낸 제품이 구매자에게 도착하기까지는 일정한 수송시간이 소요된다고 가정한다.

흔히 위와 같은 시스템에서 구매자가 주로 사용하는 재고관리 방식 중 하나가 (R, S) 정책이다. 이는 일정 시점마다 가용재고를 정한 수준이 되도록 보충하는 관리방식이다. 그런데 (R, S) 정책은 수요가 특정 확률 분포를 따른다는 가정 아래 수립된 정책이고 따라서, 시점에 관계없이 일정하게 고정된 보충수준 즉, S 값을 사용하게 되어 있다. 따라서 제품의 수요가 비정상이라서 주기당 수요의 평균이나 변동이 시간에 따라 변화하는 경우에는 적합하지 않다는 약점을 가지고 있다.

(R, S) 정책의 또 다른 약점은 공급자가 매 기간 말이 되어서야 구매자에게 공급해야 하는 양을 알 수 있다는 점이다. 공급자는 발주량을 통보받는 즉시 공급을 시작하여야 하므로 갑자기 많은 양의 발주량에 대처할 시간적 여유가 없게 된다. 이로 인해 공급자는 높은 수준의 안전재고를 보유해야 하며 생산일정도 자주 변동시켜야 하는 부담을 안게 된다. 그 결과 공급자의 생산비용이 증가하게 되고 이는 구매비용의 인상으로 이어져서 구매자에게도 영향을 미치게 된다. 최근 들어서 구매자가 공급자에게 실시간으로 수요정보를 제공하는 방법으로 이와 같은 문제점을 해결하려고 하고 있으나, 이런 방식도 결국은 잦은 생산계획의 변동을 가져오게 되는 단점을 가지고 있다.

따라서 본 연구에서는 위에서 언급한 기존의 (R, S) 정책의 두 가지 약점들을 보완한 새로운 주기적 관리 방식의 재고관리 정책을 제시한다. 앞으로는 제시하는 정책을 $FB(R, S)$ 정책(forecast-based (R, S) policy)이라 부르기로 한다. 본 연구에서 사용하는 기호의 정의는 다음과 같다.

- R : 발주주기,
- k_b : 구매자의 안전계수,
- $f_{\tau, \tau+1}$: τ 기 초에 예측한 $\tau+1$ 기 최종소비자 수요의 예측치,
- x_τ : τ 기 수요,
- ϵ_τ : τ 기에 예측한 $\tau+1$ 수요의 예측치 오차, 즉 $\epsilon_\tau = x_{\tau+1} - f_{\tau, \tau+1}$,
- σ_τ^f : τ 기 초에 갱신한 예측치 오차의 표준편차,
- T_τ : τ 기 말 기준 목표 안전재고수준,
- U_τ : τ 기 초 주문이 도착한 직후를 기준으로 한 목표 보충재고수준,
- I_τ : τ 기 말 보유재고수준,
- O_τ : τ 기 초 발주량.

3. FB(R, S) 정책

본 연구에서 제시하는 정책 즉, FB(R, S) 정책은 매 기간 초에 아래 (1)에서 (5)까지의 작업을 수행하는 것으로 요약할 수 있다. 설명을 위하여 현재시점을 τ 기 초라고 가정한다.

- (1) $\tau+1$ 기 수요를 예측한다.
- (2) 현재 기 말 즉, τ 기 말의 보유재고(on-hand inventory) 수준을 예측한다.
- (3) 예측오차의 표준편차를 갱신한다.
- (4) (1)~(3)의 정보를 이용하여 발주량을 정한다.
- (5) 발주를 한 후 한 기간을 기다린다. 다음 기 초에 같은 작업을 반복한다.

예를 들어 <Figure 1>에서 현재 시점을 τ 기 초(A시점)라고 가정하면, 이 시점에서 구매자는 $\tau+1$ 기의 수요를 예측하고, τ 기 말(B시점)의 보유재고의 수준을 예측한다. 그리고 이 정보를 이용하여 τ 기 초에 발주하여 $\tau+1$ 기 초에 도착할 발주량을 결정하고 이를 현재 시점인 A시점에 공급자에게 통보하게 된다.

이 정책의 핵심은 발주량을 어떻게 결정하는가 라는 것이다. 구매자의 τ 기에 예측한 $\tau+1$ 기 수요에 대한 예측치를 앞에서 정의한 기호를 이용하여 $f_{\tau, \tau+1}$ 이라고 하자. 이 때 예측오차의 정의에 따라 다음 식이 성립하게 된다.

$$\epsilon_{\tau} = x_{\tau+1} - f_{\tau, \tau+1} \quad (1)$$

대부분 예측방법의 예측오차는 평균 0인 정규분포를 따르므로 여기서도 그렇게 가정하기로 한다(Montgomery *et al.*, 1990). 이 때 예측오차의 확률분포함수는 <Figure 2>처럼 나타

낼 수 있다. 만약 구매자가 안전재고를 보유하지 않고 예측치만큼만 재고를 가지고 해당기간을 시작한다면 50%의 확률로 해당주기 중 품질이 발생할 것이다. 이는 예측의 오차가 양의 값을 갖는다면 식 (1)에서 볼 수 있듯이 품질이 발생하게 되고 그 확률은 <Figure 2>에서 보듯이 50%이기 때문이다.

만약 안전재고의 수준을 $k_b \sigma_{\tau}^f$ 로 책정한다면 실제로 해당 기간 초에 보유하는 재고수준은

$$f_{\tau, \tau+1} + k_b \sigma_{\tau}^f \quad (2)$$

가 될 것이므로 예측오차가 $k_b \sigma_{\tau}^f$ 이하가 되면 품질이 발생하지 않을 것이다. 품질은 예측오차가 $k_b \sigma_{\tau}^f$ 을 초과하는 경우에 발생하므로 해당주기 중 품질이 발생할 확률은 <Figure 2>의 오른쪽 빗금 부분의 면적에 해당하는 값이 될 것이다. 일반적으로 유통 시스템에서는 유지해야 하는 서비스 수준의 목표가 경영 전략에 의해서 미리 결정되어 있다. 이에 따라 주기당 서비스 수준(cycle service level) 즉, 주기 중 품질이 발생하지 않을 확률을 어느 정도로 유지해야 할 것인지도 미리 결정되므로, 본 연구에서는 주기당 서비스 수준을 결정하는 관리변수인 k_b 의 값은 미리 주어졌다고 가정한다.

위에서 제시한 (1)~(5)까지의 작업을 실제로 수행하는 방법을 단계별로 정리하면 다음과 같다.

FB(R, S) 정책

- 단계 1: 현재 시점을 τ 기 초로 한다.
- 단계 2: 현재 시점까지의 예측자료를 이용하여 예측치 오차의 표준편차를 갱신한다.

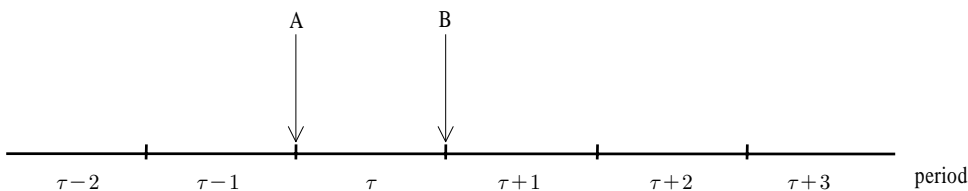


Figure 1. Time frame of the FB(R, S) policy

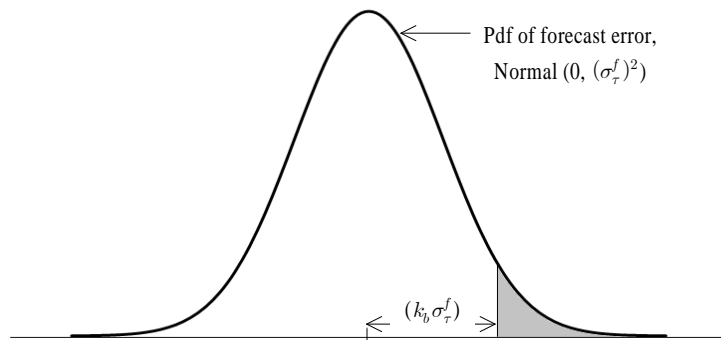


Figure 2. Forecast error distribution

단계 3 : 다음 식 (3)을 이용하여 현재 기 말(τ 기 말)의 목표 안전재고 수준, T_τ 를 결정한다.

$$T_\tau = k_b \sigma_\tau^f. \quad (3)$$

단계 4 : 다음 기 초($\tau+1$ 기 초) 발주량이 도착한 직후의 목표 재고수준인 $U_{\tau+1}$ 을 식 (4)를 이용하여 결정한다.

$$U_{\tau+1} = f_{\tau,\tau+1} + k_b \sigma_\tau^f. \quad (4)$$

단계 5 : 현재 기 말의 예상 보유재고수준인 L_τ 를 예측한다.

$$L_\tau = \max [L_{\tau-1} - f_{\tau,\tau}, 0]. \quad (5)$$

단계 6 : 현재 시점에 발주하여 다음 기 초에 도착하는 발주량인 O_τ 는 식 (4)의 목표 재고수준과 식 (5)의 예상 재고수준의 차이로 결정된다.

$$O_\tau = \max [U_{\tau+1} - L_\tau, 0]. \quad (6)$$

단계 7 : 한 기간을 기다린 후 단계 1로 간다.

결과적으로 구매자는 식 (6)을 이용하여 현재 시점의 정보를 기준으로 한 기간 앞에 도착할 발주량을 확정하고 이를 공급자에게 통보한다. 공급자는 발주량을 통보받은 후, 생산능력과 전체 주문상황을 고려하여 해당 기간의 적당한 시점에 적절한 속도로 제품을 생산한다. 완성된 제품은 수송시간을 감안하여 다음 기간 초에 도착하도록 해당 기간 말에 구매자에게 보내지게 된다.

구체적인 수치를 이용해 FB(R, S) 정책의 예를 들어 보기로 한다. 현재 시점을 기준으로 다음 기의 수요예측치는 100으로 예측되고, 예측치 오차의 표준편차는 20으로 갱신되었다고 가정한다. 그리고 현재의 재고 수준은 180, 현재 기간의 수요예측치는 150이라고 가정한다. k_b 는 주기당 품질이 날 확률이 5%이 하인 1.96으로 주어졌다고 가정한다. 이때 현재 기 말의 목표 안전재고 수준은 식 (3)을 이용하여 다음과 같이 계산된다.

$$T_\tau = 1.96(20) = 39.2(\text{개}). \quad (7)$$

다음 기 초에 발주량이 도착한 직후의 목표 재고수준인 $U_{\tau+1}$ 은 식 (4)를 이용하여 다음과 같이 설정된다.

$$U_{\tau+1} = 100 + 39.2 = 139.2. \quad (8)$$

현재 기 말의 예상 재고수준은 현재의 재고수준에서 현재 기의 수요예측치를 뺀 값이므로 30이 된다. 따라서 다음 기 초에 도착할 현재 시점의 발주량은 식 (9)로 결정된다.

$$O_\tau = \max [109.2, 0] = 109.2(\text{개}). \quad (9)$$

위에서 소개한 FB(R, S) 정책을 사용했을 때 얻을 수 있는 이점을 정리하면 다음처럼 요약할 수 있다. 첫째, 가용재고수준을 미리 결정된 일정한 수준까지 보충하는(R, S) 정책과는 다르게 FB(R, S) 정책은 매 기간 예측된 수요를 기준으로 보충수준이 결정되므로 수요가 심하게 변동하는 비정상 수요에 매우 효율적으로 대처할 수 있을 것으로 기대된다. 특히 FB(R, S) 정책은 예측치와 오차정보만을 활용하므로 기간수요의 확률분포를 예측하기 어려운 경우에도 쉽게 적용할 수 있다는 장점이 있다. 이전 대부분의 유사한 연구에서 기간수요의 확률분포를 제한적으로 가정하고 동적계획법이나 확률계획법을 이용하여 최적화하는 방법을 시도한 것과 비교하면 매우 실용적이고 현실적인 방법이라 할 수 있다.

둘째, 매 기간 말이 되어서야 공급량을 통보받는(R, S) 정책과는 다르게 FB(R, S) 정책은 공급자가 매 기간 초에 해당 기간 말에 공급할 양을 정확히 알 수 있다. 따라서 FB(R, S) 정책에서는 공급자가 안전재고를 보유할 필요가 없으며, 이로 인해 보다 효율적인 생산계획의 수립이 가능해진다. 이는 곧 생산비용의 감소로 연결되어, 양 참여자가 모두 혜택을 받을 수 있게 된다. 다음 장에서는 본 연구에서 제안한 정책의 효율성을 검증하기 위하여 비정상 수요를 갖는 시스템을 대상으로 컴퓨터 실험을 수행하기로 한다.

4. 수치실험

본 장에서는 시뮬레이션을 통하여 제안한 FB(R, S) 정책의 효율성을 검증한다. 시뮬레이션은 펜티엄 4(3.2GHz) PC에서 수행되었고 제안정책과 비교정책은 Microsoft Excel 2007을 이용하여 프로그램 하였다. 시뮬레이션의 길이는 주기의 길이가 1주일 경우 약 10년에 해당하는 500기간으로 설정하였다. 시뮬레이션의 결과로는 각 기간별로 발주량, 기간 중의 재고수준, 품질량, 보관 및 품질비용을 얻을 수 있으며 전체기간에 대하여는 총비용의 합을 얻을 수 있다. 실험의 특성상 난수의 영향을 받을 수 있으므로 이에 관한 영향을 최소화한 평균값을 구하기 위하여 동일한 설정에 대한 시뮬레이션을 10번씩 반복하였다.

실험은 일반실험(general test), 예측치 오차 실험(forecast error test), 민감도 분석 실험(sensitivity analysis test)으로 분류하여 수행하였다. 일반실험의 목적은 현실과 유사한 조건에서 FB(R, S) 정책과 기존(R, S) 정책의 효율성을 비교하는 것이다. 예측치 오차 실험은 수요 예측치 오차의 크기가 FB(R, S) 정책의 효율성에 미치는 영향을 알아보는 것이며, 마지막으로 민감도 분석 실험은 입력모수 값의 변화가 어떤 영향을 미치는가를 알아보기 위하여 실행하였다.

실험에 쓰일 수요자료는 Montgomery *et al.*(1990)에 나온 승법계절모형(multiplicative seasonal model)을 이용하여 생성하

Table 1. Input parameters for the general purpose test

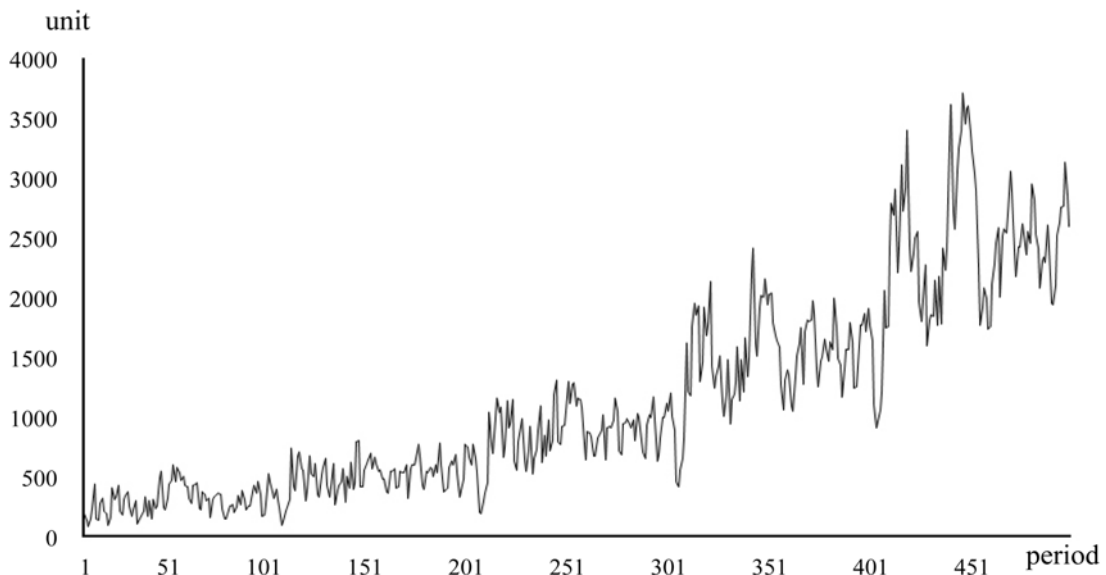
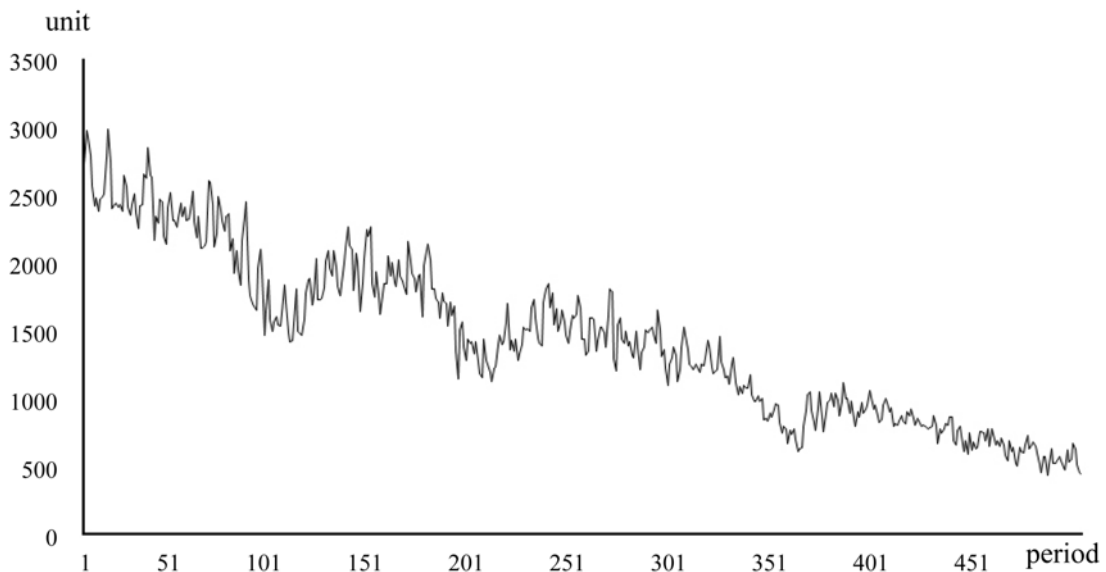
R	k_b	k_s	h_b	h_s	b_b	b_s	ρ	A	B
0.01	1.65	2.54	10	5	5	10	400,000	80	100

였다. 생성한 자료는 세 가지 형태로 첫 번째는 <Figure 3>에 나온 것처럼 경향과 주기적 요인을 보이면서 증가하는 추세를 보이는 증가자료이다. 두 번째는 <Figure 4>에 나온 것처럼 감소하는 추세를 가진 감소자료이고 세 번째 수요자료는 <Figure 5>처럼 경향의 방향이 변화하는 증감자료이다. 세 가지 자료들 모두가 시간에 따라 평균과 변동이 달라지는 전형적인 비정상 시계열의 특성을 보이고 있음을 알 수 있다. 실험에 필요

한 기타 입력모수는 <Table 1>과 같이 설정하였다.

4.1 일반 실험(General test)

일반 실험에서는 수요예측치의 오차인 ϵ_t 는 평균이 0이고, 표준편차가 5인 정규분포를 따른다고 가정하였다. (R, S) 정책의 S수준은 10기간마다 주기당 수요의 평균을 측정하고 이 값에 안전재고를 더한 값으로 설정한 후 매 10기간마다 변동시켜서 수요의 변동에 대한 보완이 이루어지도록 했다. 정책의 효율성을 판단하기 위한 기준으로는 식 (10)에 제시된 비용 감소율을 사용하였다.

**Figure 3.** Demand data with growing trend**Figure 4.** Demand data with decreasing trend

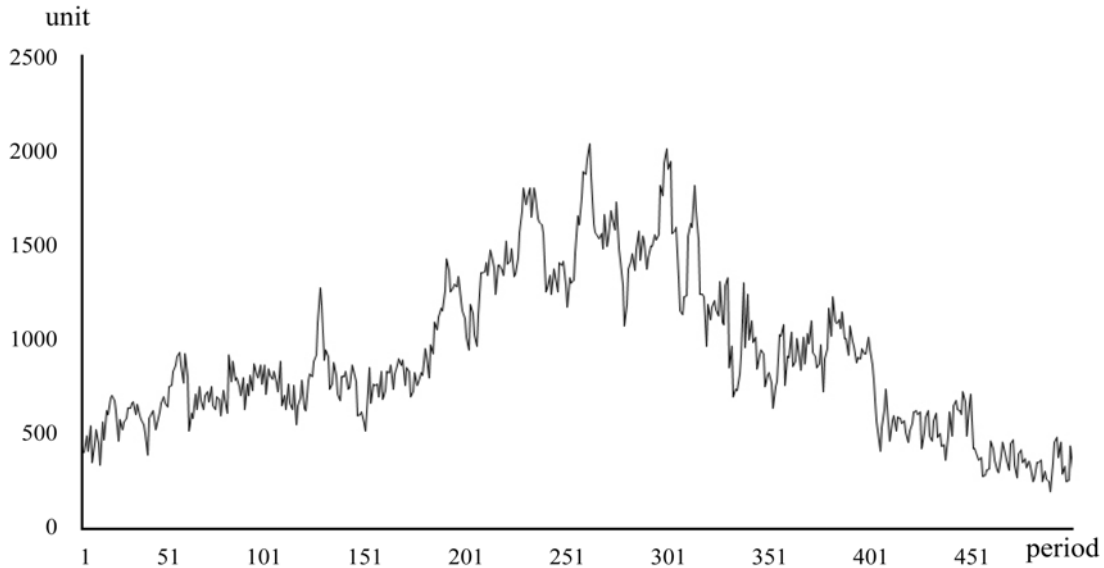


Figure 5. Demand data with changing trend

$$\text{비용 감소율} = 100 \times \frac{(R, S) \text{ 정책의 총 비용} - \text{FB}(R, S) \text{ 정책의 총 비용}}{(R, S) \text{ 정책의 총 비용}} \quad (10)$$

일반실험의 결과로 <Table 2>~<Table 4>의 값들을 얻을 수 있었다. <Table 2>를 살펴보면 FB(R, S) 정책에서 구매자의 총 비용은 증가자료에서는 83.92%, 감소자료에서는 63.22%, 증감자료에서는 71.14% 감소하였음을 알 수 있다. 따라서 구매자의 총 비용은 평균 72.76% 감소하는 것으로 관찰되었다. <Table 3>에 나타난 공급자의 총비용은 증가자료에서 91.13%, 감소자료에서 86.35%, 증감자료에서는 90.82% 감소하였으며, 따라서 평균 89.43%가 감소하였다.

구매자와 공급자의 총 비용을 합한 값 즉, 시스템 비용의 수치들이 <Table 4>에 나타나 있다. FB(R, S) 정책을 사용할 때 시스템 비용은 수요자료의 종류별로 각각 85.86%, 71.29%, 76.63% 감소하였음을 알 수 있다. 따라서 본 연구가 제안한 FB(R, S) 정책은 비정상 수요를 갖는 품목을 관리하는 데 있어서 구매자와 공급자 모두에게 효율적인 정책임을 확인할 수 있었다. 아울러

시스템의 효율성을 나타내는 시스템 비용의 측면에서도 FB(R, S) 정책은 평균 77.93%의 감소율을 보임으로써 이 정책이 구매자와 공급자의 효율뿐만 아니라 시스템 전체의 효율성도 동시에 높일 수 있는 매우 바람직한 정책임을 확인할 수 있었다.

4.2 예측치 오차 실험(Forecast error test)

예측치 오차 실험의 목적은 FB(R, S) 정책의 효율성에 큰 영향을 줄 수 있는 것으로 짐작되는 예측치의 정확도가 어느 정도의 효율성 변화를 가져오는가를 확인하기 위한 실험이다. 이런 목적 아래 예측치 오차의 표준편차를 이전 실험보다 두 배와 세 배인 각각 10과 15로 설정하고 실험을 진행하였다.

그 결과를 요약한 <Table 5>의 수치처럼 세 가지 수요 형태 모두에서 예측 오차가 커질수록 즉, 예측의 정확도가 떨어질수록 FB(R, S) 정책의 효율성이 감소함을 관찰할 수 있었다. 하지만 효율성 저하가 예상만큼 크지는 않음을 확인할 수 있었는데, 세 가지 수요자료 형태를 통틀어서 예측치 오차의 표준

Table 2. Buyer's cost

수요자료 형태	비용	(R, S) 정책	FB(R, S) 정책	비용감소(%)
증가	품절비용	18,169.04	371.70	97.95
	보관비용	19,522.11	5,690.31	70.85
	총비용	37,691.15	6,061.91	83.92
감소	품절비용	3,650.48	397.20	89.12
	보관비용	17,179.29	7,265.11	57.71
	총비용	20,829.77	7,662.11	63.22
증감	품절비용	6,176.44	418.20	93.23
	보관비용	11,238.02	4,608.10	59.00
	총비용	17,414.46	5,026.30	71.14

Table 3. Supplier's cost

수요자료 형태	비용	(R, S) 정책	FB(R, S) 정책	비용감소(%)
증가	품질비용	0.00	0.00	0.00
	보관비용	13,886.91	1,231.52	91.13
	총비용	13,886.91	1,231.52	91.13
감소	품질비용	0.00	0.00	0.00
	보관비용	11,168.77	1,524.24	86.35
	총비용	11,168.77	1,524.24	86.35
증감	품질비용	0.00	0.00	0.00
	보관비용	6,744.73	618.99	90.82
	총비용	6,744.73	618.99	90.82

Table 4. Sum of the supplier and buyer total costs

수요자료 형태	(R, S) 정책에서 시스템의 총 비용	FB(R, S) 정책에서 시스템의 총 비용	비용감소(%)
증가	51,578.06	7,293.43	85.86
감소	31,998.54	9,186.35	71.29
증감	24,159.19	5,645.29	76.63

Table 5. System costs for various forecast error sizes

수요자료 형태	σ_f	(R, S) 정책에서 총 비용	FB(R, S) 정책에서 총 비용	비용감소(%)
증가	5	51,578.06	7,293.43	85.86
	10	51,578.06	7,836.82	84.81
	15	51,578.06	8,342.05	83.83
감소	5	31,998.54	9,186.35	71.29
	10	31,998.54	9,648.74	69.85
	15	31,998.54	10,185.74	68.17
증감	5	24,159.19	5,645.29	76.63
	10	24,159.19	6,121.58	74.66
	15	24,159.19	6,701.38	72.26

편차가 3배 증가할 때 효율성의 저하 즉, 비용 감소율은 최대 4.37% 저하되는 정도에 그침을 알 수 있었다. 전체 비용감소율이 70% 이상임을 감안할 때 이 정도의 효율성 저하는 큰 영향을 줄 정도라 평가할 수 없으므로, 제한한 정책의 효율성은 예측치 오차의 크기에 그다지 많은 영향을 받지 않는다고 판단되었다.

4.3 민감도 분석(Sensitivity analysis)

본 실험의 목적은 입력모수의 변화가 구매자와 공급자의 총 비용에 어떠한 영향을 주는지 알아보는 것이다. 변화시킬 입력모수들은 구매자의 보관비용, 공급자의 보관비용, 구매자의 품질비용, 공급자의 생산용량이다. 세 가지 형태의 수요자료 별로 나타난 실험 결과는 <Table 6>~<Table 9>와 같다.

<Table 6>에서 볼 수 있듯이 구매자의 보관비용이 원래의 값인 10에서 20으로 2배 증가하면 제안정책의 효율성이 최대 5.54% 까지 감소했다. 효율성의 저하는 증감자료에서 가장 크

게 나타났으며 증가와 감소자료에서는 비슷한 크기로 관찰되었다. 반면에 공급자의 보관비용을 5에서 15로 증가시키면 제안정책의 효율성이 최대 8.73% 까지 좋아지는 현상을 <Table 7>에 보여주고 있다. 가장 큰 변화는 감소자료에서 나타났으며 가장 작은 변화는 증가자료에서 관찰되었다. 일관되게 관찰된 현상은 구매자의 보관비용이 커지면 제안정책의 효율성이 저하되고 반대로 공급자의 보관비용이 증가하면 제안정책의 효과가 더 크게 나타난다는 점이다. 이는 제안정책이 공급자의 재고를 크게 줄이는 정책이라는 점에서 정상적인 반응이라고 판단되었다.

<Table 8>은 구매자의 품질비용을 증가시키면 증가와 증감자료에서는 3.89% 까지 효율성이 증가하고 반대로 감소자료에서는 1.98% 까지 감소하는 것을 보여주고 있다. 이 현상은 FB(R, S) 정책에서 발생하는 품질비용이 상대적으로 적으므로 수요자료의 특성에 따라 품질비용의 영향이 결정되는 현상으로 이해되었다.

끝으로 <Table 9>에 나타난 것처럼 생산용량의 증가는 효율

Table 6. Sensitivity analysis results for buyer's holding cost

수요자료 형태	입력모수	(R, S) 정책에서 총 비용	FB(R, S) 정책에서 총 비용	비용감소(%)
증가	10	51,578.06	8,269.53	83.97
	15	61,339.03	11,186.72	81.76
	20	71,100.01	14,100.16	80.17
감소	10	31,998.54	10,536.45	67.07
	15	40,583.18	14,247.12	64.89
	20	49,177.83	17,959.51	63.48
증감	10	24,159.19	6,217.46	74.26
	15	29,250.92	8,563.04	70.73
	20	34,869.89	10,907.59	68.72

Table 7. Sensitivity analysis results for supplier's holding cost

수요자료 형태	입력모수	(R, S) 정책에서 총 비용	FB(R, S) 정책에서 총 비용	비용감소(%)
증가	5	51,578.06	8,269.53	83.97
	10	65,464.97	9,501.30	85.49
	15	79,351.87	10,733.27	86.47
감소	5	31,998.54	10,536.45	67.07
	10	44,064.26	12,060.20	72.63
	15	56,130.03	13,583.95	75.80
증감	5	24,159.19	6,217.46	74.26
	10	30,903.92	6,836.89	77.88
	15	37,648.64	7,456.40	80.19

Table 8. Sensitivity analysis results for buyer's shortage cost

수요자료 형태	입력모수	(R, S) 정책에서 총 비용	FB(R, S) 정책에서 총 비용	비용감소(%)
증가	5	51,578.06	8,269.53	83.97
	10	69,747.24	9,472.88	86.42
	15	87,916.43	10,676.34	87.86
감소	5	31,998.54	10,536.45	67.07
	10	35,649.02	12,128.46	65.98
	15	39,299.51	13,720.86	65.09
증감	5	24,159.19	6,217.46	74.26
	10	30,335.22	7,105.61	76.58
	15	36,511.25	7,994.73	78.10

Table 9. Sensitivity analysis results for supplier's production capacity

수요자료 형태	입력모수	(R, S) 정책에서 총 비용	FB(R, S) 정책에서 총 비용	비용감소(%)
증가	400,000	51,578.06	8,269.53	83.97
	450,000	51,427.81	8,132.73	84.19
	500,000	51,307.61	8,022.88	84.36
감소	400,000	31,998.54	10,536.45	67.07
	450,000	31,857.70	10,367.17	67.48
	500,000	31,745.03	10,231.60	67.77
증감	400,000	24,159.19	6,217.46	74.27
	450,000	24,085.60	6,149.18	74.47
	500,000	24,026.73	6,092.57	74.64

성에 거의 영향을 미치지 않음을 알 수 있었는데 이는 초기 실험의 생산용량을 충분히 큰 값으로 주었기 때문에 추가적인 용량의 증가가 효율성에 영향을 미치지 못한 것으로 판단되었다. 이상의 실험 결과를 요약하면 다양한 입력모수의 변화에 대하여 $FB(R, S)$ 정책은 예상한대로 반응하는 것을 확인할 수 있었고 그 효율성이 입력자료의 변화에 크게 영향을 받지 않음을 확인할 수 있었다.

본 연구의 주 적용 대상은 비정상 수요를 갖는 제품이지만 일부 non-perishable 제품은 정상적 수요를 갖는 경우도 있다. 따라서 다음 장에서는 제품의 수요가 평균이 D 이고 분산이 σ^2 인 정규분포를 따르는 경우에 $FB(R, S)$ 정책을 적용하면 어떤 결과를 기대할 수 있는지를 검토하기로 한다.

5. 정상적인 수요를 갖는 시스템에서의 효율성 검토

본 연구의 주 적용 대상은 비정상 수요를 갖는 제품이지만 일부 non-perishable 제품은 정상적 수요를 갖는 경우도 있다. 정상적인 수요를 갖는 제품의 경우에는 몇 가지 확률분포가 수요를 가장 잘 표현 해주는 것으로 알려져 있다. 전체 수요의 크기가 작은 경우, 예를 들면 고가의 오디오 제품의 수요는 포아송분포가 잘 맞으며, 그렇지 않고 수요의 크기가 큰 경우 즉, 치약이나 타이어 등의 경우에는 정규분포가 잘 맞는 것으로 알려져 있다. 따라서 여기서는 주기당 발생하는 제품의 수요가 평균이 D 이고 분산이 σ^2 인 정규분포를 따르는 시스템에 $FB(R, S)$ 정책을 적용하면 어떤 결과를 기대할 수 있는지를 검토하기로 한다.

추가로 필요한 기호의 정의는 다음과 같다.

- D : 최종소비자의 주기당 수요의 평균,
- σ : 최종소비자의 주기당 수요의 표준편차,

- A : 공급자의 준비 비용,
- k_s : 공급자의 안전계수,
- h_s : 공급자의 단위재고를 1년간 보관하는데 소요되는 보관비용,
- b_s : 공급자의 단위품질 비용,
- ρ : 공급자의 연간 생산 능력,
- B : 구매자의 주문비용,
- h_b : 구매자의 단위재고를 1년간 보관하는데 소요되는 보관비용,
- b_b : 구매자의 단위품질 비용.

5.1 $FB(R, S)$ 정책에서의 비용

5.1.1 공급자 비용

$FB(R, S)$ 정책을 운영하는 경우 매 기간 초에 공급자는 해당 기간 말에 구매자에게 공급해야 하는 수량을 구매자로부터 통보 받는다. 그러므로 공급자는 통보받는 시점에 생산을 개시하여 기간 말까지 발주량만큼을 생산하면 된다. 이 경우에는 기간 말에 갑자기 예상 못한 많은 양의 주문이 도착할 염려가 없으므로 공급자는 공급자 품질 즉, 주문 받은 양만큼을 준비하지 못하게 되는 경우를 걱정할 필요가 없다. 따라서 $FB(R, S)$ 정책을 사용하는 시스템에서 공급자는 완제품의 안전재고를 보유할 필요가 없으며, 공급자의 재고수준 변화는 <Figure 6>과 같이 표현된다.

<Figure 6>에서 I의 기댓값은 평균 공급량과 같으므로 기간 수요의 평균과 같다. 따라서 I의 기댓값은 D 와 같고, II의 기댓값은 $\frac{D}{\rho}$ 와 같다. 한 주기의 평균 재고량은 삼각형의 면적과 같으므로 $\frac{D^2}{2\rho}$ 이 된다. 공급자의 연간 보관비용의 기댓값은 한

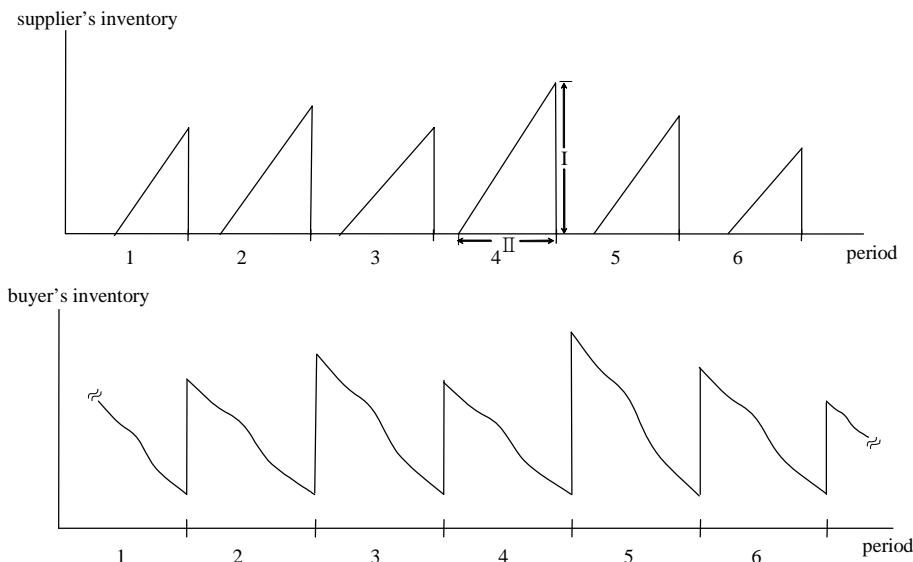


Figure 6. Inventory changes under the $FB(R, S)$ policy

주기의 평균 재고량에 연간 주문횟수와 보관비용인 h_s 를 곱해서 구할 수 있다. 따라서 년 간 기대 보관비용은 식 (11)과 같이 계산된다.

$$\frac{D^2 h_s}{2\rho R}. \quad (11)$$

결과적으로 FB(R, S) 정책에서 공급자의 연간 총 비용의 기댓값은 식 (12)와 같다.

$$TC_s = \frac{A}{R} + \frac{D^2 h_s}{2\rho R}. \quad (12)$$

5.1.2 구매자 비용

FB(R, S) 정책을 사용하는 시스템에서 구매자에게 발생하는 비용을 분석해 본다.

(1) 보관비용

FB(R, S) 정책의 보관비용을 구하기 위해서는, 주기 중 가장 높은 재고수준과 가장 낮은 재고수준을 알아야 한다. <Figure 6>에서 τ 기 동안 가장 높은 재고수준은 식 (4)에서 정의한 목표재고수준 U_τ 이다. 즉,

$$U_\tau = f_{\tau-1, \tau} + k_b \sigma_{\tau-1}^f. \quad (13)$$

가장 높은 재고수준의 기댓값을 구하기 위해 식 (13)의 기댓값을 구하면 식 (14)와 같다.

$$E(U_\tau) = E(f_{\tau-1, \tau} + k_b \sigma_{\tau-1}^f) = D + k_b \sigma_{\tau-1}^f. \quad (14)$$

수요가 정규분포를 따르는 경우에는 수요예측치의 오차는 시간에 따라 변하는 값이 아니다. 따라서 수요예측치의 오차의 표준편차는 시간에 관계없이 일정한 값을 갖는다고 가정할 수 있다. 따라서 예측치 오차의 표준편차를 σ_τ^f 대신 σ^f 로 쓰기로 하면, 식 (14)를 다음과 같이 바꿔 쓸 수 있다.

$$E(U_\tau) = D + k_b \sigma^f. \quad (15)$$

주기 중 가장 낮은 재고수준은 기간 말에 구매한 수량이 도착하기 직전의 재고수준이므로 식 (16)과 같이 표현된다. 여기서 l_τ 는 τ 기 중 가장 낮은 재고수준을 표현하는 기호이고 x_τ 는 τ 기에 발생한 실제 수요를 나타낸다.

$$l_\tau = U_\tau - x_\tau \quad (16)$$

식 (16)의 기댓값을 구하면 식 (17)과 같이 표현된다.

$$E(l_\tau) = E(U_\tau - x_\tau) = D + k_b \sigma^f - D = k_b \sigma^f. \quad (17)$$

식 (15)와 식 (17)을 이용하여 FB(R, S) 정책을 사용하는 구매자의 평균 재고수준을 구하면 식 (18)과 같다.

$$(E(U_\tau) + E(l_\tau))/2 = \frac{D}{2} + k_b \sigma^f. \quad (18)$$

(2) 품질비용

FB(R, S) 정책에서 τ 기의 기대 품질량은 식 (19)와 같이 표현된다.

$$\int_{k_b \sigma^f}^{\infty} (\epsilon_\tau - k_b \sigma^f) f(\epsilon_\tau) d\epsilon_\tau. \quad (19)$$

식 (19)에서 ϵ_τ 는 τ 기 수요의 예측치의 오차이며 제 4장에서 이 값이 $N(0, (\sigma^f)^2)$ 을 따른다고 가정하였다. 따라서 그 확률밀도함수 $f(\epsilon_\tau)$ 는 식 (20)과 같다.

$$f(\epsilon_\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma^f} e^{-\frac{\epsilon_\tau^2}{2(\sigma^f)^2}}. \quad (20)$$

여기서 ϵ_τ 를 식 (21)과 같이 치환하면,

$$\epsilon_\tau = z \sigma^f, \quad (21)$$

이고

$$d\epsilon_\tau = \sigma^f dz, \quad (22)$$

가 성립한다. 그리고 식 (20)과 식 (22)를 식 (19)에 대입하면 기대 품질량을 식 (23)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{k_b \sigma^f}^{\infty} (\epsilon_\tau - k_b \sigma^f) f(\epsilon_\tau) d\epsilon_\tau \quad (23) \\ &= \int_{k_b}^{\infty} (z \sigma^f - k_b \sigma^f) \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma^f} e^{-\frac{z^2 (\sigma^f)^2}{2(\sigma^f)^2}} \sigma^f dz \\ &= \sigma^f \int_{k_b}^{\infty} (z - k_b) u(z) dz \\ &= \sigma^f \left(\int_{k_b}^{\infty} z u(z) dz - k_b \int_{k_b}^{\infty} u(z) dz \right) \\ &= \sigma^f (u(k_b) - k_b (1 - \Phi(k_b))) \\ &= \sigma^f G_u(k_b). \end{aligned}$$

위 식에서 $u(z)$ 와 $\Phi(k_b)$ 는 식 (24)와 같으며, $G_u(\cdot)$ 은 단위정규손실함수(unit normal loss function)이다.

$$u(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}},$$

$$\Phi(k_b) = \int_{-\infty}^{k_b} u(z) dz. \tag{24}$$

지금까지 도출된 식 (18)과 식 (23)을 이용하여 $FB(R, S)$ 정책에서 구매자의 연간 총 비용의 기댓값을 구하면 식 (25)와 같다.

$$TC_b = \frac{B}{R} + \left(k_b \sigma^f + \frac{D}{2} \right) h_b + \frac{b_s \sigma^f \cdot G_u(k_b)}{R}. \tag{25}$$

5.2 (R, S) 정책에서의 비용

5.2.1 공급자 비용

(R, S) 정책을 사용하는 시스템에서는 공급자가 매 기간 말이 되어야만 구매자에게 공급해야 할 양을 정확하게 알 수 있다. 이 경우에는 기간 말에 예상외로 많은 발주량을 통보받는 경우에 대비하여 완제품의 안전재고를 보유하여야 한다. 따라서 공급자의 재고수준은 <Figure 7>과 같이 변한다.

<Figure 7>에서 공급자의 목표재고수준인 \tilde{S} 는 평균 발주량에 안전재고를 더한 값이다. 여기서 안전재고는 일반적으로 널리 통용되는 방식인 식 (26)을 이용하여 구할 수 있다(Silver *et al.*, 1998).

$$\text{안전재고} = \text{안전계수} \times \text{주문량의 표준편차}. \tag{26}$$

위에 식에서 발주량의 표준편차는 매 기간 수요의 표준편차

와 같으므로 식 (26)을 식 (27)과 같이 바꿀 수 있다.

$$\text{안전재고} = k_s \sigma. \tag{27}$$

식 (27)은 안전재고 수준 즉, 주기 중 재고가 가장 낮은 수준에 있을 때의 실제로 존재하는 재고(on-hand stock) 수준의 평균이며 <Figure 7>에서는 III의 기댓값과 같다. <Figure 7>에서 I과 II의 길이는 D 와 $\frac{D}{\rho}$ 이므로 공급자의 한 주기 동안의 평균 재고량은 식 (28)과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{D^2}{2\rho} + k_s \sigma R. \tag{28}$$

따라서 연간 보관비용의 기댓값은 식 (28)에 단위 개를 1년 간 보관하는 비용인 h_s 를 곱하고 발주주기 R 로 나누어 구할 수 있다.

(R, S) 정책은 공급자가 매 기간 말에 구매자가 주문한 양만큼 발주지연 없이 즉시 공급하도록 규정하고 있다. 그러므로 자신의 재고가 부족하여 발주량 전체를 즉시 공급할 수 없는 경우에는 부족한 수량만큼을 현물시장에서 구매하여 공급해야 한다. 주기당 수요가 정규분포를 따른다고 가정하고 있으므로 주기당 평균품질량은 $\sigma G_u(k_s)$ 로 표현할 수 있다(Silver *et al.*, 1998). 그러므로 연간 품질비용은 식 (29)와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{b_s \sigma G_u(k_s)}{R}. \tag{29}$$

따라서 (R, S) 정책을 사용하는 경우 공급자에게 발생하는 연

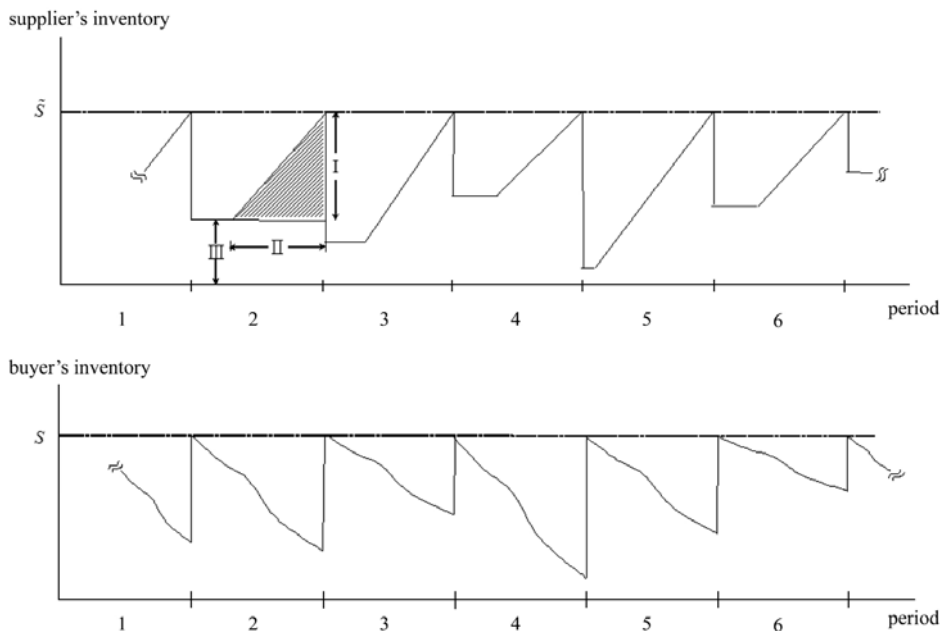


Figure 7. Inventory changes under the (R, S) policy

간 총 비용의 기댓값은 다음과 같다.

$$TC_s^{(R, S)} = \frac{A}{R} + \left(\frac{D^2}{2\rho R} + k_s \sigma \right) h_s + \frac{b_s \sigma G_u(k_s)}{R}. \quad (30)$$

식 (12)와 식 (30)을 비교하면, $FB(R, S)$ 정책을 사용하는 경우의 공급자의 연간 총 비용의 기댓값은 (R, S) 정책을 사용하는 경우의 기댓값보다 항상 작다는 것을 알 수 있다.

5.2.2 구매자 비용

(R, S) 정책에서 구매자의 연간 총 비용의 기댓값은 식 (31)과 같다(Silver *et al.*, 1998).

$$TC_b^{(R, S)} = \frac{B}{R} + \left(k_b \sigma + \frac{D}{2} \right) h_b + \frac{b_b \sigma G_u(k_b)}{R}. \quad (31)$$

$FB(R, S)$ 정책을 사용하는 경우의 구매자의 주기당 총 비용의 기댓값인 식 (25)와 (R, S) 정책을 사용하는 경우의 구매자의 주기당 총 비용의 기댓값인 식 (31)을 비교해 보면, $FB(R, S)$ 정책이 (R, S) 정책보다 총 비용의 기댓값이 작아지는 조건은 식 (32)임을 알 수 있다.

$$(\sigma - \sigma^f) \left(h_b k_b + \frac{b_b G_u(k_b)}{R} \right) > 0. \quad (32)$$

위 식에서 두 번째 괄호안은 항상 음이 아니므로 식 (32)는

$$\sigma > \sigma^f. \quad (33)$$

로 간략히 된다. 즉 구매자의 입장에서는 예측치 오차의 표준편차가 주기당 수요의 표준편차보다 작은 경우에는 $FB(R, S)$ 정책을 사용하는 것이 유리함을 알 수 있다.

5.3 효율성 검토의 요약

지금까지의 분석을 요약하면 기간수요와 예측치 오차가 정규분포를 따르는 시스템의 경우에는 $FB(R, S)$ 정책의 공급자 총 비용의 기댓값이 (R, S) 정책을 사용하는 경우의 값보다 항상 작음을 알 수 있다. 구매자의 총 비용의 기댓값은 식 (32)가 만족되는 경우에는 $FB(R, S)$ 정책의 값이 (R, S) 정책의 값보다 작음을 확인할 수 있었다. 따라서 정상적인 수요를 갖는 시스템에서는 예측의 정확성이 $FB(R, S)$ 정책의 효율성을 결정하는 중요한 변수임을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 도매나 소매에 종사하는 판매자(구매자)가

주기적 재고관리방식으로 자신의 제품을 관리하면서 최종소비자에게 해당제품을 판매하는 시스템을 분석하였다. 분석의 대상이 된 제품은 비정상 수요를 갖는 non-perishable 제품 중 특정한 단일품목이며, 판매자는 일정한 주기마다 필요한 만큼의 수량을 공급자에게 주문하는 방식으로 자신의 재고를 관리하고 있다. 이러한 시스템을 대상으로 구매자가 보다 효율적으로 자신의 재고를 관리할 수 있는 주기적 관리정책을 제안하였다.

제안한 방법의 효율성을 검증하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하여 다양한 형태의 실험을 수행하였다. 여러가지 수요자료와 입력모수 값으로 실험을 진행한 결과, 제안정책을 사용하면 기존의 관리방법을 사용할 때에 비교하여 약 70~85% 까지 비용을 절감할 수 있음을 확인할 수 있었다.

실험에 이어서 정상적인 수요를 갖는 제품에 대한 적용성을 분석하기 위하여 수요가 정규분포인 경우에 대하여 수리모형을 수립하였다. 수립된 모형을 이용하여 제안정책이 기존정책보다 더 효율적일 수 있는 시스템의 조건이 무엇인지를 분석하였다. 분석결과를 이용하면 현실의 문제에 대하여 제안정책을 사용하는 것이 바람직한 것인지를 쉽게 판정할 수 있을 것으로 기대된다.

향후 연구로는 두 가지 품목이상을 통합발주하는 경우에 대한 확장연구와 구매자 뿐만 아니라 공급자의 관점도 동시에 고려하면서 시스템 전체의 효율성을 높일 수 있는 관리방법에 대한 연구가 필요할 것으로 판단된다.

참고문헌

- Baek, J. G., Kim, C. O., and Jun, J. (2005), Adaptive inventory control models in a supply chain with nonstationary customer demand, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **31**(2), 106-119.
- Guan, Y. and Liu, T. (2010), Stochastic lot-sizing problem with inventory-bounds and constant order-capacities, *European Journal of Operational Research*, **207**(3), 1398-1409.
- Iida, T. (2002), A non-stationary periodic review production-inventory model with uncertain production capacity and uncertain demand, *European Journal of Operational Research*, **140**(3), 670-683.
- Karlin, S. (1960), Dynamic inventory policy with varying stochastic demand, *Management Science*, **6**(3), 231-258.
- Levi, R., Pál, M., Roundy, R. O., and Shmoys, D. B. (2007), Approximation algorithms for stochastic inventory control models, *Mathematics of Operations Research*, **32**(2), 284-302.
- Lovejoy, W. S. (1990), Myopic policies for some inventory models with uncertain demand distributions, *Management Science*, **36**(6), 724-738.
- Montgomery, D. C., Johnson, L. A., and Gardiner, J. (1990), *Forecasting and time series analysis 2nd edn.*, McGraw-Hill, Singapore.
- Morton, T. E. (1978), The nonstationary infinite horizon inventory problem, *Management Science*, **24**(14), 1474-1482.
- Morton, T. E. and Pentico, D. W. (1995), The finite horizon nonstationary stochastic inventory problem: near-myopic bounds, heuristics, test-

- ing, *Management Science*, **41**(2), 334-343.
- Rossi, R., Tarim, S., Hnich, B., and Prestwich, S. (2008), A global chance-constraint for stochastic inventory systems under service level constraints, *Constraints*, **13**(4), 490-517.
- Sethi, S. P. and Cheng, F. (1997), Optimality of (s, S) policies in inventory model with markovian demand, *Operations Research*, **45**(6), 931-939.
- Silver, E. A., Pyke, D. F., and Peterson, R. (1998), *Inventory management and production planning and scheduling 3rd edn.*, John Wiley and Sons Inc, New York.
- Song, J. S., Zhang, H., Hou, Y., and Wang, M. (2010), The effect of lead time and demand uncertainties in (r, q) inventory systems, *Operations Research*, **58**(1), 68-80.
- Tarim, S. A. and Kingsman, B. G. (2004), The stochastic dynamic production/inventory lot-sizing problem with services-level constraints, *International Journal of Production Economics*, **88**(1), 105-119.
- Zipkin, P. (1989), Critical number policies for inventory models with periodic data, *Management Science*, **35**(1), 71-80.