

수학적 의사소통 능력 신장을 위한 교수-학습 모형 개발 및 적용 연구

이 은 주 (광주교대대학원)
이 대 현 (광주교육대학교)1)

우리나라의 2007개정 수학과 교육과정에서는 의사소통 능력의 신장을 수학과 교육 목표의 중요한 부분으로 설정하고 있다. 수학적 의사소통은 학생들이 자신의 사고 과정을 재정립하고, 다른 사람과 상호작용하면서 지식을 구성해 나가는데 중요한 수단이 된다. 이 논문에서는 수학 교실에서 수학적 의사소통 능력을 신장시키기 위한 방안으로 수학적 의사소통 모형을 개발하고, 개발된 의사소통 모형에 따른 수업과 전통적인 교사 중심의 설명식 수업에서 지식의 형성 과정을 비교·분석하였다.

개발된 교수-학습 모형에 따른 수업에서는 전통적인 교사 중심의 설명식 수업에 비해 자신의 문제 해결 방법을 모둠원들과 의사소통을 통해 상호 비교하고, 자신의 의견을 수정하여 가장 적절한 해결 방법을 찾고 합의하였다. 이런 과정을 통해 학생들은 주관적 지식을 객관적 지식으로 구성해 나갔다.

I. 서론

수학을 창조해 가는 과정에서 수학자들은 자신의 추측을 점검하고 추측을 확신시키는 증거를 발견한 후에, 증명의 과정을 거쳐 다른 수학자들의 검토와 비평을 받는다. 이러한 과정을 통해 수학 공동체에서 수용된 아이디어는 '정리'로 받아들여진다. 수학 공동체의 논의와 합의를 통해 수학이 성장과 발달을 거듭해 가는 수학적 지식의 사회적 측면은 학교 수학에서도 유사하게 적용된다. 학생들은 자신의 수학적 추측과 해결 방안을 제안하고 토의하며 평가하도록 함으로써 수학을 진정으로 행할 수 있는 것이다(Baroody & Coslick, 1998). 이것이 학교 수학에서 의사소통이 강조되는 주된 이유이다.

그렇지만 종전의 학교 수학에서 의사소통은 교사의 질문과 이에 대한 학생의 반응, 그리고 이어지는 교사의 평가가 일반적인 패턴이었으며, 이는 학생들의 학습에

대한 욕구를 억제하고 통제하여 왔다(전평국, 2001). 이러한 수학교실에서는 교사에 의한 전달과 학생의 수용과 같은 단일 방향으로의 의사소통만이 주를 이루는 문제를 안고 있다. 학생들은 간헐적으로 피드백을 받을 뿐이며, 교사나 동료와의 상호작용이 허용되지 않기 때문에 고립적으로 수학을 배울 뿐이었다.

또한 학생들은 자신의 생각을 표현하고 정리할 수 있는 기회가 없고, 다양한 방법으로 문제를 해결할 수 있는 기회를 갖지 못하며, 자신의 수학적 추론이나 사고를 설명하고 증명할 기회도 갖지 못하였다. 그로 인해 상급학년으로 진급할수록 수학을 어려워하게 되고, 수학에 흥미를 잃게 되었다(최승현, 2002). 이를 개선하기 위해 교사와 학생, 학생간의 능동적이고 적극적인 의사소통 활동이 활발한 교실 문화를 조성해야 한다.

수학 교실에서 학생들의 수학적 의사소통 능력의 중요성을 강조하는 것은 수학적 아이디어를 표현하고, 토론하고, 읽고, 쓰고, 듣는 활동을 통하여 수학적 사고력과 판단력을 길러줄 수 있기 때문이다. 또한 수학적 의사소통을 통하여 학생들은 수학적 지식의 능동적인 구성자로서 다른 사람과의 상호작용을 통해 서로간의 아이디어를 공유할 수 있게 되기 때문이다.

한편, 우리나라의 경우에 2000년부터 적용된 제7차 수학과 교육과정(교육부, 1997)에서는 의사소통 부분을 명시적으로 강조하지 못함으로 인해 수학교육의 중요한 부분을 소홀히 다루어 왔다. 따라서 제7차 수학과 교육과정이 안고 있는 문제점을 해결하기 위한 시도로 고시된 교육인적자원부 고시 제 2007-79호 신교육과정(교육인적자원부, 2007)에서는 의사소통 능력의 신장을 수학과 교육 목표의 중요한 부분으로 설정하고 있다.

수학적 지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 여러 가지 현상과 문제를 수학적으로 고찰하고 합리적으로 해결하는 능력을 기르며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다(교육인적자원부, 2007, p. 2).

* 접수일(2011년 7월 19일), 수정일(2011년 8월 9일), 게재 확정일(2011년 8월 26일)

* ZDM 분류 : C52

* MSC2000 분류 : 97D40

* 주제어 : 의사소통, 의사소통 모형

1) 교신저자

수학적 의사소통을 통해 학생들은 자신의 아이디어나 생각을 말이나 글로 표현함으로써 자신의 수학적 사고를 체계화하고 수학적 표현을 세련되게 정교화 하는 기회를 갖게 된다. 또한 수학적 의사소통을 통해 학생들은 자신의 사고 과정을 재정립하고, 다른 사람과 상호작용하면서 지식을 구성해 나갈 수 있다.

따라서 교사와 학생, 학생과 학생간의 활발한 의사소통을 바탕으로 서로의 아이디어를 공유하고 자신의 사고를 반성할 기회를 제공할 수 있는 교수학적 방안을 모색할 필요가 있다. 즉, 학생들에게 자유로운 표현의 기회를 제공하고 활발한 수학적 의사소통이 일어날 수 있는 수학기동체를 구성해 주어야 한다. 이러한 연구의 필요에 따라 이 연구에서는 사회적 구성주의 이론에 근거하여 수학 교실에서 학생들의 수학적 의사소통 능력을 신장시키기 위한 교수-학습 모형(이하 의사소통 모형)을 개발하고자 한다. 그리고 개발된 의사소통 모형에 따른 수업과 전통적인 교사 중심의 설명식 수업에서 지식의 형성 과정을 비교·분석하고자 한다.

II. 수학적 의사소통의 의의 및 강조의 배경

NCTM(1989, 2000)은 새로운 수학 교육의 목표의 하나로 학생들이 수학적으로 의사소통하는 것을 제시하였다. 여기서 ‘수학적 의사소통’이란 구체물, 그림 및 다이어그램, 그래프, 말이나 글, 대수적인 방법을 사용하여 수학적 개념이나 상황에 대한 서로의 생각을 교환하는 것을 의미한다.

학생들은 의사소통을 통하여 그들이 가지고 있는 비형식적이고 직관적인 수학적 아이디어를 추상적인 수학 언어나 기호와 관련지을 수 있게 된다. 수학 교실에서 의사소통은 다음과 같은 점에서 중요하다(김진호, 2009; 신준식, 2007; Mumme & Shepherd, 1990). 첫째, 수학적 의사소통은 학생들로 하여금 수학에 대한 이해를 증진시키도록 돕는다. 학생들은 자신의 아이디어를 표현하고, 토론에 참여하며, 다른 사람의 의견에 귀를 기울임으로써 수학에 대한 이해를 깊게 할 수 있다.

둘째, 의사소통은 수학에 대해 공유하고 있는 수학적 사실에 대한 이해를 확고히 하도록 돕는다. 학생들은 토론하고 아이디어를 공유함으로써 공통 언어의 필

요성을 느끼게 되고, 정의의 역할을 인식하고 가정을 명확히 하게 된다. 궁극적으로 학생들은 공유하고 있는 수학적 이해를 견고하게 하게 된다.

셋째, 의사소통은 학생들로 하여금 학습자로서의 권한을 강화시킬 수 있다. 학생들은 자신의 생각을 말이나 글로 제시함으로써 보다 큰 역할을 발휘하고 자신의 학습을 통제하게 된다.

넷째, 의사소통은 학습에 대한 편안한 환경을 조성한다. 모둠에서 다른 학생의 이야기에 귀를 기울이거나 자기 생각을 말하는 것은 불안감 없이 새로운 아이디어를 시험해 보는 방법이다.

다섯째, 의사소통을 통하여 교사는 학생들의 사고에 관한 정보를 얻을 수 있다. 교사들은 학생들의 추론 과정을 설명하는 것에 귀를 기울임으로써 많은 것을 배울 수 있다.

수학 수업에서 교사와 학생간의 의사소통뿐만이 아니라, 학생간의 의사소통이 강조되면 다른 사람들과 의사소통하기 위해 학생 스스로 수학적 사고를 체계화하고 명백하게 할 수 있는 기회가 마련되게 된다. 그리고 의사소통을 통해 다른 사람들의 사고 방식과 전략들을 고려함으로써 자신의 수학적 지식이 명확해지고 확장되는 잇점이 있다(김인숙, 2003).

한편, 수학적 의사소통에 관한 선행연구로, 장순희(2002)는 수학적 의사소통을 이용하여 수학 학습에 대한 정의적인 면과 인지적인 면에서의 문제점을 조사하였다. 정의적 영역의 문제점으로는 수학에 대한 선입견과 수동적인 태도, 수학에 대한 불안감 등이 나타났다. 인지적 영역의 문제점으로는 기초 학력 부진, 문제의 상황에 대한 이해 부족, 수학적 표현 능력의 부족, 타당한 근거 제시의 불분명, 반성적 사고의 결핍 등이 나타났다. 이종희, 최승현, 김선희(2002)는 ZPD이론을 근거로 설계된 의사소통학습 지도에서 쓰기, 읽기, 말하기, 그래픽 영역에서 학생들의 의사소통 능력이 향상되었음을 밝히고 있다.

이미에(2002)는 구체물을 이용한 활동은 의사소통을 촉진시키는데 중요한 역할을 하며, 자신의 의견을 수정하여 이야기하기 때문에 오류를 쉽게 확인할 수 있음을 확인하였다. 그리고 의사소통 활동이 추측과 예상 활동을 수월하게 하며, 구체물이 매개체가 되어 소집단 활동이 활발하게 일어난다는 것과 수학 학습에 흥미를 주어 아동들의 학습 활동에 대한 참여도를 높

인다는 것을 밝혔다. 또 의사소통 활동은 학습과정을 이해하는데 도움을 주며, 부진아 학습을 도와주고 원리를 이해하고 문제를 해결하는 과정을 돕고, 개념 형성에 도움을 준다고 하였다.

수학적 의사소통의 중요성을 강조한 이론적 기저로 Ernest(1991)의 사회적 구성주의를 들 수 있다. 사회적 구성주의에서 '사회적'이란 의미는 사회 구성원들 간에 이루어지는 상호작용을 말하는데, 이들 구성원들 사이의 상호작용은 원활한 의사소통 없이 불가능하다. 그런데 의사소통은 한 구성원과 다른 구성원의 단순한 물리적 만남에서 가능한 것이 아니라, 한 구성원이 갖는 의미를 다른 구성원에게 전달할 수 있는 중재 수단에 의해서만 가능하다.

사회적 구성주의에 따르면, 수학적 지식의 기초는 언어적 지식, 관습, 규칙과 같은 사회적인 성격의 것이다. 수학의 사회적 기초는 사회 구성원들의 경험으로부터 형성되고 변화될 수 있다. 수학적 지식은 이러한 기초 위에 사회적으로 인정된 논증 방식에 근거하여 사회적 합의 과정을 거쳐 정당화된 것이다. 수학은 사회적 구성물이므로 절대적인 수학적 지식은 없으며, 지식은 오류 가능하다. 또 수학은 사회적 환경에 따라 상대적이므로 문화에 따라 대안적인 수학이 구성될 수 있다.

학교 수학에서 사회적 구성주의는 수학 교실을 구성하고 있는 구성원들의 적극적인 참여 속에서 개인의 주관적인 수학적 지식을 공표하고 사회적 합의를 통해 간주관적인 지식의 형성을 가능하게 하는 교실 문화의 조성이 필요하다는 것을 시사한다. 이를 위해 교실 안에서 다양한 유형의 의사소통은 필수적이며, 이를 위한 소집단 활동 방안, 다양한 논의가 가능한 소재의 개발, 의사소통 능력의 신장을 위한 지도 방안 등 여러 가지 측면의 교수학적 노력이 요구된다.

III. 수학적 의사소통 모형의 개발

수학 수업에서 학생들은 자신의 수학적 아이디어를 다른 사람이 이해할 수 있도록 말하고, 다른 사람의 수학적 아이디어를 듣고 이해하는 능력을 배워야 한다. 그리고 교사는 학생들이 수학적 아이디어를 상호간에 의사소통하도록 가르쳐야 하며, 수학적 의사소통을 통

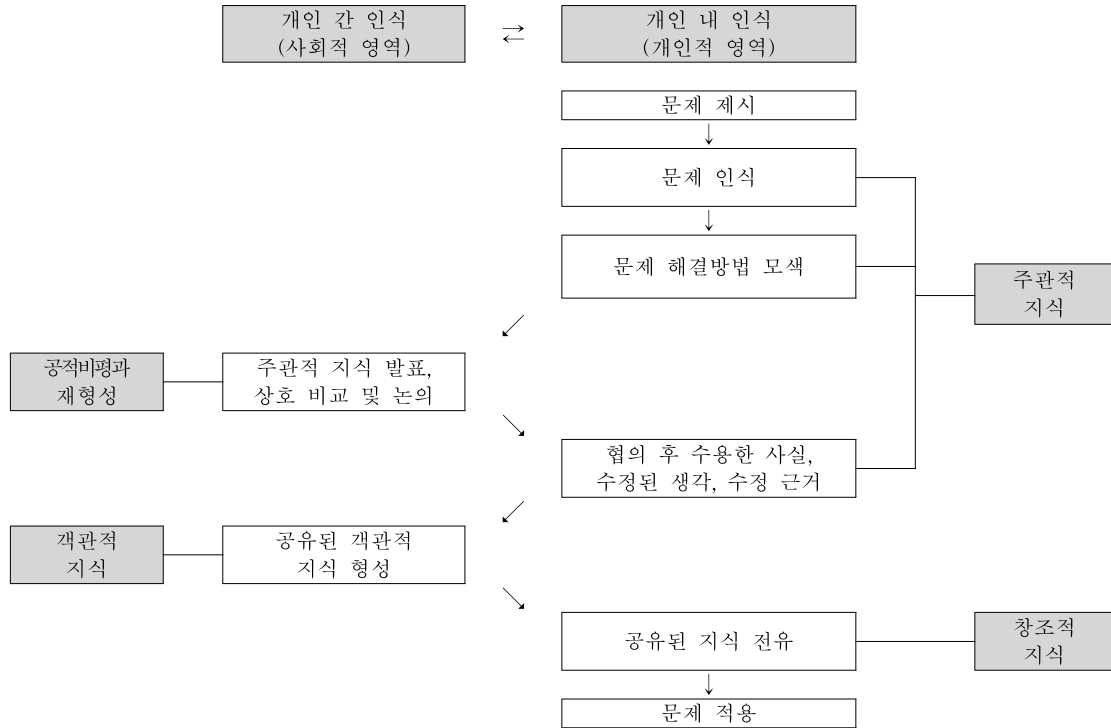
하여 학생들이 수학적 지식을 형성하도록 도와주어야 한다.

이를 위하여 수학 교실에서 교사와 학생, 그리고 학생간의 상호작용을 통하여 새로운 수학적 지식을 내면화할 수 있도록 Ernest(1991)의 사회적 구성주의를 근간으로 다음과 같은 의사소통 모형 개발의 준거를 설정하고, 이러한 준거에 따라 수학적 의사소통 모형을 <그림 1>과 같이 개발하였다.

- ① 수학교실에서 학생들이 자신의 생각이나 수학적 사고를 교사나 동료 학생들에게 말이나 글, 수학적 표현으로 제시할 수 있는 모형을 개발한다.
- ② 수학적 의사소통을 통하여 학생들이 수학적 언어와 기호에 익숙해지고, 수학적 사고를 명확히 하여 수학적 개념과 절차를 이해할 수 있는 모형을 개발한다.
- ③ 수학적 의사소통을 통하여 학생 개개인이 주관적 지식을 발표하고, 비판과 재형성 과정을 거쳐 수학적 지식을 습득할 수 있는 모형을 개발한다.
- ④ 교사가 학생들이 말하고, 읽고, 쓰는 등 서로 의사소통하는 것을 관찰함으로써 학생들의 수학적 수준을 가늠하고, 수업을 설계할 수 있는 유용한 모형을 개발한다.

의사소통 모형의 각 단계별 주요 학습 활동과 주관점은 다음과 같으며, 본 연구의 의사소통 모형에 따른 수업에서는 이러한 관점에 따라 교사가 수업을 진행하였다.

- ① 문제제시 및 문제 인식 단계: 해결해야 할 문제를 제시한다. 학생들은 스스로, 또는 교사의 적절한 안내에 따라 공부할 문제를 파악한다.
- ② 문제 해결방법 모색 단계: 학습과제의 의미를 알고, 주관적 가치 인식에 비추어 주관적 해결 방법을 탐색한다.
- ③ 주관적 지식 발표, 상호 비교 및 논의 단계: 주관적 지식이란 학생들 개개인이 자신의 경험이나 지적 수준에 따라 형성한 지식을 의미한다. 이 단계에서는 사회적 상호작용이 활발히 일어나는 첫 단계로서, 사회적 상호작용 속에서 주관적 지식을 상호 협의하는 초기 단계이다.



<그림 1> 의사소통 모형

- ④ 협의 후 수용한 사실, 수정된 생각, 수정 근거 단계: 개인 간 의미형성 과정에서 공적 비평과 협의의 과정을 거쳐 얻은 결과와 자신의 생각과의 공통점과 차이점을 비교·분석한다. 이때 자신의 인지구조 속에서 새로 얻은 아이디어를 계속적으로 수정하거나 협상하는 과정을 거친다.
- ⑤ 공유된 객관적 지식 형성 단계: 공적 비평과 재형성 과정을 통해 확대되고 수정된 주관적 지식을 객관적 지식으로 개념화시키는 단계이다. 여기서 객관적 지식이란 공동체의 구성원이 합의한 지식을 의미하며, 학생들은 객관적 지식을 바탕으로 학습 과제를 해결하게 된다.
- ⑥ 공유된 지식 전유 단계: 공동체가 합의하여 만든 창조된 지식을 구성하고 내면화 하는 단계이다. 학생들은 새로운 지식을 내면화함으로써 수학적 능력을 발달시키게 된다.
- ⑦ 문제에 적용 단계: 학습과제와 유사한 추가로 제시된 문제를 해결하고 내면화하는 과정이다.

IV. 실험 수업 설계 및 분석

1. 실험 수업 설계

이 장에서는 본 연구에서 개발한 의사소통 모형에 따른 수업과 전통적인 교사 중심의 설명식 수업에서 수학적 지식의 형성 과정을 비교·분석하였다. 이를 위한 분석 자료로 비디오로 녹화한 관찰 자료와 문서 자료를 활용하여 질적 사례 연구를 실시하였다.

연구 대상은 경기도 부천시에 위치한 초등학교 3학년 학생 8명이었다. 8명의 학생을 이용하여 계통표집으로 4명은 의사소통 모형에 의한 수업에 참여하였고, 나머지 4명은 교사 중심의 설명식 수업에 참여하였다. 연구 대상 학생들은 교내 평가 결과 전체 학생의 상위 20%성취도를 나타낸 수학에 관심 있는 학생들이었다. 이는 하위집단의 경우 유의미한 의사소통 활동이 나타나지 않기 때문이며(주경일, 1999), 활발한 수학적 의

사소통을 통한 지식의 형성 과정을 관찰하기 위함이었다.

본 연구에서 수업에 운영된 학습 내용은 3학년 ‘들이제기’ 단원이었다. 그리고 단원을 3차시로 재구성하여 연구자가 두 집단의 수업을 모두 진행하였다. 각 집단별 수업은 방과 후 1차시씩 3일간 동일한 학습 내용으로 진행되었다. 의사소통 모형에 따른 수업에서는 <그림 1>에 제시된 흐름으로 수업을 전개하였고, 교사 중심의 설명식 수업에서는 ‘과제 파악-전개-적용 및 발전-정리’의 과정으로 수업을 전개하였다.

자료 수집을 위하여 수업하는 동안 두 그룹 모두 학생들의 활동 내용을 비디오로 녹화한 후, 이를 전사(transcription)하였다. 비디오로 녹화한 관찰 자료는 교사와 학생, 학생과 학생간의 의미 있는 수학적 의사소통을 통한 지식의 형성 과정을 알아보기 위해 교실에서 일어나는 상호작용에 초점을 두었다.

한편, 학생들이 수업 활동 중에 사용한 학습지와 각자 기록한 메모 등을 수집하여 분석 자료로 활용하였다. 이러한 자료는 수업 활동 동안 학생들의 사고 과정과 교사와 학생, 학생 상호간의 수학적 의사소통이 어떻게 이루어지는가를 파악하는 보충 자료로 이용되었다.

2. 수업 결과 분석

여기서는 의사소통 모형에 따른 수업과 전통적인 교사 중심의 설명식 수업에서 학생들의 수학 지식의 형성 과정을 분석하였다. 연구자는 의사소통 모형에 따른 수업과 교사 중심의 설명식 수업에서 동일한 수업 내용을 동일한 순서에 의해 진행하였다. 각 차시별 수업 주요 내용은 <표 1>과 같다.

<표 1> 차시별 수업 주요 내용

차시	주제	주요 내용
1	들이 알아보기 1L, 1mL 알기	주전자와 물병의 들이 비교하기 들이 단위 알기
2	1L와 1mL 관계 들이의 합과 차	용기(200, 500, 1000mL)를 이용하여 관계 알기 측정활동으로 합, 차
3	들이의 어렵	여러 컵의 들이 어렵

여기에서 제시한 분석 자료는 ‘들이’ 관련 3차시 수업 중, 두 집단 간에 지식의 형성 과정의 의사소통 패턴이 다르게 나타난 2차시 실험 주제인 1L와 1mL의 관계를 알아보는 것이었다.

이 수업에서는 학생들이 L와 mL의 관계를 파악하는 것에 어려움을 느끼고 있다는 것을 알고, 200, 500, 1000mL의 용기를 이용하여 1L와 1mL의 관계에 대해 자신이 생각하는 여러 가지 방법을 이야기하도록 하였다. 본 연구에서는 수업에서 나타난 담화 내용을 바탕으로 학생들이 학습 활동의 특징과 지식을 구성해 가는 과정을 분석하는데 초점을 두었다.

1) 의사소통 모형에 의한 수업

의사소통 모형에 의한 수업에서 학생들은 1mL라는 들이를 생각하여 비교하고자 하였다. 그러나 1mL로 L와 mL의 관계를 알아보는 것이 어렵다는 것을 확인하고, 실험을 통해 L와 mL의 관계를 알아보는 다른 방법을 논의하였다. 다음은 이러한 과정에서 나타난 학생들의 담화 내용이다²⁾.

- 1 교사: 1L와 1mL사이의 관계를 어떻게 알아볼 수 있을까요?
(각자 문제해결방법 모색³⁾)
- 2 재선: 1L와 1mL의 양을 비교해 보면 될 것 같아.
- 3 한나: 내 생각에는 1L와 1mL의 양을 비교해 보는 것은 힘들 것 같아.
- 4 민지: 맞아.
- 5 재선: 1L를 붓고 1mL를 붓고...차이가 있잖아. 그러니까 비교할 수 있지.
- 6 민지: 차이는 있어도... 저것이 더 많다라는 것만 알 수 있지. 관계를 정확히 알 수 있지는 않는데...그리고 1mL가 얼마인지 알 수 없잖아.
- 7 한나: 1L 병에 물이 있으면 그 물을 500mL짜리 병에 부어보면 안될까? 아니면 500mL의 병에 물을 부어서 1L병에 채워보든가.
- 8 바다: 그래, 나는 한나 말대로 500mL의 병에 물을 부어서 1L병에 채워서 몇 번 들어가는지 알아보는 것이 좋을 것 같아. 그럼 쉽게 할 수 있으니까.

2) 이 글에 제시된 이름은 연구 참여자의 합의 하에 실명으로 제시하였다.

3) 학생들은 수업의 여러 가지 학습 활동 내용과 개인적 지식에서 객관적 지식으로 구성해 가는 과정을 미리 제공된 학습지에 기술하였다(그림 2 참조).

이름 (연재선)

◎ 1L는 몇 mL일까요?

알아보는 방법	처음 나의 의견	1L와 1mL에 양을 비교해 본다.
발표	(민지) 의견	1L를 10등분 해서 그것을 100mL로 약속을 했다.
	(한나) 의견	500mL의 병에 물을 넣고 1L에 병에 물을 부으면서 몇 번 들어가는지 알아본다
	(바다) 의견	1L가 mL에 1000배이다 그래서 500mL가 2개가 있으면 1L이고 200mL가 5개가 있으면 1L이다
공통점		친구들이 모두 1L는 몇 mL인지를 해결하기 위해 이야기 했다
차이점		제각각 해결하는 방법이 다르다
수정된 나의 의견		비커에 넣어서 비교해 보며 1L와 500mL를 비교해 본다
합의된 내용		500mL를 2번 부으면 1L가 되는 것처럼 1000mL가 1L라는 것을 알았다.
문제해결		$1L \ 500mL = (1)L + (500)mL$ $= (1000)mL + (500)mL$ $= (1500)mL$

<그림 2> 문제해결학습지

- 9 민지: 나도...이렇게 500mL의 병을 채우고 1L 병에 넣는 게 좋을 것 같아.
- 10 재선: 넣으면서 몇 번 들어가는지?
- 11 민지: 그리고 1L에 물을 붓고 500mL에 따라 봐도 되고.
- 12 바다: 아~ 200mL짜리 병으로 해도 되겠다.
- 13 다같이: 그럼~ 일단 직접 해 보자.
(직접 실험)

교사가 L와 mL의 관계를 알아보는 문제를 제시하자(1), 각자 주어진 학습지에 자신의 문제해결 방법을 모색하였다(그림 2). 주관적 지식을 발표하고, 상호 비교 및 논의하는 단계에서 재선은 1L와 1mL를 비교해보자고 의견을 제시했다. 그러나 구성원들은 1mL의 측정이 불가능하다는 것을 깨닫게 되었다. 한나는 500mL의 병에 물을 부어서 1L병에 채워보자는 의견을 제시하였다(2-7).

학생들은 협의를 통해 자신의 생각을 수정하여, 준비된 200mL 그릇과 500mL 그릇을 이용하여 L와 mL의 관계를 알아보기로 하였다(8-13).

실험을 통해 학생들은 1L 그릇에 물을 가득 채우기 위해서는 500mL 그릇으로 2번을 채우면 되고, 200mL 그릇으로 5번을 넣으면 된다는 것을 알게 되었다. 실험 결과 학생들은 500mL가 2번, 200mL가 5번이면 1L가 되기 때문에 1L가 1mL의 1000배라는 객관적 지식을 형성하게 되었고, 더 나아가 학생들 스스로 1L가 1000mL와 같다는 객관적 지식을 공유하게 되었다(14-20).

이 수업에서 학생들은 자신의 주관적 지식을 발표하고 자신의 의견에 대한 타당한 근거를 제시하였으며, 상호 비교 및 논의하는 의사소통 과정을 거쳤다. 그리고 그 과정에서 다른 학생들의 의견을 듣고 자신의 의견을 수정해 가는 과정을 반복하면서 객관적 지식을

형성해 가는 것을 알 수 있었다.

(그림 2)는 재선이가 문제 해결 과정 동안 자신의 생각을 정리한 학습지이다. 재선이는 1L와 1mL의 관계를 알아보는 방법으로 1L와 1mL의 양을 비교해 보는 것을 생각했다. 의사소통을 통해 자신의 방법으로 1L와 1mL의 관계를 알아보는 것이 어렵다는 것을 깨닫고, 자신의 의견을 수정하였다. 그리고 한나가 제시한 방법대로 500mL의 병에 물을 부어서 1L병에 채워보기로 하고, 직접 실험을 하였다. 실험을 통해 500mL를 2번 부으면 1L가 되기 때문에 1000mL가 1L라는 객관적 지식을 형성하고 공유하게 되었다.

2) 교사 중심의 설명식 수업

교사 중심의 설명식 수업에서 학생들은 구체적인 활동 방법을 제시하지 못하였고, 교사가 제시한 그릇을 이용하여 물을 채워보는 활동만으로 L와 mL의 관계를 알아보았다. 다음은 이러한 과정에서 나타난 학생들의 담화 내용이다.

- 1 교사: L와 mL의 관계를 알아보기 위해 어떻게 하면 좋을까요?
- 2 민정: 물을 가득 채워봐요.
- 3 교사: 어디에?
- 4 연주: 비커...컵...
(잠시 무응답)
- 5 교사: 음...우리는 200mL 그릇으로 1L그릇에 물을 채워보고 몇 번 부었을 때 가득 차는 지 알아보도록 하겠습니다. 그리고 500mL 그릇으로는 몇 번을 부어야 하는지... 자, 그러면 앞에 놓인 1L 그릇에 물을 채워 보세요.
(학생들이 직접 실험)
- 6 교사: 1L는 몇 mL일까요?
- 7 . . .
- 8 교사: 200mL 그릇은 몇 번 부어야 하지요?
- 9 하늘, 진서: 200mL 그릇은 5번 부어야 1L 그릇을 채울 수 있어요.
- 10 교사: 그래~ 1L= 200mL + 200mL+ 200mL+ 200mL+ 200mL = 1000mL가 되죠? 500mL 그릇으로는?
- 11 민정, 연주: 500mL 그릇은 2번 넣었어요.
- 12 교사: 1L = 500mL + 500mL = 1000mL가 되요. 그럼 1L는 몇 mL라고 할 수 있지요?
- 13 다같이: 1000mL
- 14 교사: 그래~ 1L는 1000mL와 같아요.

교사 중심의 설명식 수업에서는 교사가 L와 mL의 관계를 알아보기 위해 어떻게 하면 좋을지를 제시하자 (1), 학생들은 교사가 준비해 놓은 그릇을 보고 막연하게 물을 채워 L와 mL의 관계를 알아보면 된다고 하였다(2-4). 그러나 어떤 그릇을 사용해서 어떤 방법으로 L와 mL의 관계를 알아볼 지 구체적으로 이야기하지 못하였고, 스스로 방법을 생각하기보다 교사의 지시를 기다리는 의존적 경향이 강하였다. 그래서 교사가 500mL 그릇, 200mL 그릇으로 1L 그릇에 물을 몇 번 채워야 하는지 알아보도록 하였다(5).

실험 후 1L와 1mL의 관계에 대해 질문을 했을 때도 확실하지 않는 것에 대한 답을 하지 않으려 하였다 (6-7). 그래서 구체적으로 200mL 그릇은 몇 번 부어야 1L 그릇을 채울 수 있는지와 500mL 그릇으로는 몇 번 부어야 1L 그릇을 채울 수 있는 지를 수식으로 정리해 주었다. 그리고 이를 이용하여 1L= 1000mL 라고 알려 주었다(8-14).

교사 중심의 설명식 수업에서 학생들은 수업에서 교사가 알려주는 것을 수동적으로 받아들여서는 태도가 강하여, 자신이 스스로 생각을 해서 수학적 지식을 형성하려고 하지 않았다. 활동 과정에 초점을 두지 않고, 교사가 지시하는 대로 활동을 하고 교사가 제시하는 결론만을 받아들여려고 하였다.

의사소통 모형에 의한 수업과 교사 중심의 설명식 수업을 상호비교하면, 학생들은 의사소통 모형에 의한 수업과 교사 중심의 설명식 수업에서 모두 L와 mL의 관계를 알아보는 방법을 생각해 내기 어려워하였다. 그래서 200m와 500mL 그릇을 이용할 수 있도록 유도 하였다.

의사소통 모형에 의한 수업에서는 1mL 들이로는 L와 mL의 관계를 알아내기가 어렵다는 것을 모둠원간의 상호작용을 통하여 알고, 주어진 200mL와 500mL 그릇을 이용하기로 결정하였다(2-11). 그래서 200mL, 500mL 그릇으로 각각 1L 그릇에 물을 부어보고 몇 번 들어가는 지 알아보기로 결정하고 실험을 하였다. 그 결과 1L = 1000mL라는 것을 알아내었다. 결론적으로 의사소통 모형에 의한 수업에서 학생들은 다양한 문제 해결 방법을 모색하고 이를 발표하고 서로 비평과 논의의 과정을 거쳐 새로운 지식을 구성해 감을 알 수 있었다.

그러나 교사 중심의 설명식 수업에서는 학생들 스

스로 문제 해결 방법을 찾아내려고 하지 않고, 교사가 문제를 해결해 주기를 기대했다. 그리고 주어진 문제에 대한 정확한 답만을 이야기 하려고 하였다. 이 수업에서 학생들은 자신의 의견을 제시하고 공유하기 보다는 교사에 의한 지식을 수용하는데 초점을 맞추었으며, 수업 활동에서도 수동적임을 알 수 있었다.

3. 논의

본 연구에서는 수학적 의사소통 모형을 개발하고, 개발한 모형을 수학 교실에 적용하여, 개발된 의사소통 모형에 따른 수업과 전통적인 교사 중심의 설명식 수업에서 지식의 형성 과정을 비교·분석하였다.

이것은 전통적 학습 환경에 대한 대안적인 환경으로서 수학적 의사소통 능력 신장을 위한 학습 환경의 구축 가능성을 살펴보는 데 의의가 있다. 또한 수학 교실에서 학생들의 의미 있는 수학적 의사소통 모델을 제공함으로써 개발한 의사소통 모형을 일반 수학 교실에 적용하도록 도움을 주는데 의의가 있다.

따라서 수학적 의사소통 모형에 따른 수업과 교사 중심의 설명식 수업에서 수학적 지식의 형성 과정을 비교·분석한 결과를 토대로 수학교실에서 학생들의 수학적 의사소통 능력을 길러 주기 위한 시사점을 제시하면 다음과 같다.

첫째, 수학적 의사소통은 자기반성을 촉진시키고 스스로 지식을 구성하도록 도와준다. 본 연구에서 개발한 수학적 의사소통 모형에 따른 수업의 분석 결과에 따르면, 학생들은 새로운 수학적 지식을 형성하기 위해서 학생 상호간에 활발한 논의와 의견 교환을 통하여 스스로의 사고 과정을 수정하고 재구성하여 지식을 형성해 감을 알 수 있었다.

둘째, 모든 수학 학습에서 의사소통을 강조할 수는 없다. 따라서 의사소통 활동이 활발히 이루어질 수 있는 수학적 주제의 탐구가 필요하다. 예를 들어 개념을 약속하는 경우나 알고리즘 발견의 경우 활발한 의사소통이 나타나지 않을 수도 있다. 본 연구에서 보편 단위 L와 mL의 도입에서는 활발한 상호작용이 없었다. 그리고 들이의 합과 차의 경우에도 뚜렷한 의사소통 활동을 통하여 주관적 지식으로 합의해 가는 과정은 찾을 수 없었다. 이것은 이미 길이의 덧셈, 뺄셈의 형식을 알고 있었기 때문에 그것과 동일한 방법으로 해

결하고 자신의 풀이 방법을 발표하는 것으로 의사소통 과정이 마무리되었기 때문이다.

셋째, 의사소통이 활발히 이루어질 수 있는 교수학적 처치가 필요하다. 이를 위해 교사는 어떤 영역의 어떤 내용에서 수학적 의사소통이 활발히 이루어질 것인가를 먼저 생각하여야 한다. 그리고 교사는 그 주제에 따라 어떤 방법으로 수업을 구성해야 의사소통이 원활히 이루어질 수 있는가를 탐구해야 한다. 본 연구에서 수학적 의사소통 모형을 적용한 수업에서는 학생들이 의사소통의 주체가 되고, 학습 활동에 능동적으로 참여하며 자신의 생각을 자유롭게 의사소통하는 허용적인 학습의 분위기를 만들어 모둠원들과 수학 지식을 공유해 감을 알 수 있었다.

넷째, 수학적 의사소통의 활성화를 위하여 학생 개인의 비형식적 지식의 개발은 중요하다. 허용적인 분위기에서 다른 사람의 의견을 듣고 자신의 생각을 발표함으로써 다양한 의견이 도출될 수 있다. 이러한 과정에서 학생들의 비형식적 지식은 상호간의 의사소통을 통하여 다시 새로운 지식으로 재정립되고, 형성된 새로운 지식은 주관적 지식으로 공유하게 된다. 본 연구에서도 학생들은 실험을 하면서 문제해결의 방법을 발견하고 공유해 가는 것을 알 수 있었다.

중건의 수학 교실 문화가 교사의 전달에 의한 학생의 수용이라는 문제를 초래했기 때문에 의사소통이 활발한 교실 문화를 조성하기 위해서는 여러 노력이 필요하다. 이러한 문화를 조성할 수 있는 한 가지 방안으로 본 연구에서는 수학적 의사소통 모형을 개발하여 적용하였다. 수학 교실에서 구성원들의 토론과 협의 및 합의를 통한 지식의 능동적 구성을 위해서는 수학적 의사소통 모형의 지속적 적용을 통한 교실 문화의 형성이 요구된다.

V. 결론

NCTM(1989, 2000)은 수학교육의 중요한 목표의 하나로 수학적 의사소통을 강조하고 있다. 새로운 수학교실의 모습으로 학생들은 여러 가지 현실 상황을 수학을 이용하여 탐구하고, 이 과정에서 자신들의 아이디어를 말과 글로서 의사소통하고, 아이디어의 타당성을 입증하고 필요한 경우에는 변경을 하는 활동에 참

여해야 한다. 이런 면에서 수학교실이란 수학적 활동을 하는 사람들로 구성된 하나의 사회적 공동체로 정의되며, 교사와 학생은 이 사회적 활동 즉, 수학적 활동에 참여해야 한다.

Mumme & Shepherd(1990)는 의사소통이 수학 학습에서 수학의 이해를 증진시키고, 수학의 이해를 공유하도록 도우며, 학생들에게 학습자로서의 권한을 줄 수 있다고 한다. 또한 학습에 편안한 환경을 조성해 주고, 교사가 학생들의 사고에 관한 정보를 얻도록 도울 수 있다는 점에서 중요하다고 하였다.

그러나 우리의 수학 교실에서는 수학적 의사소통이 활발히 이루어지지 않고 교사의 설명을 학생들이 수동적으로 받아들이는데 그치고 있다. 이로 인해 학생들은 깊이 있는 수학적 사고를 할 기회를 갖지 못하고, 수학적 개념, 원리, 법칙을 단순 암기함으로써 다양한 방법으로 문제를 해결하지 못하게 되었다. 또 자신의 수학적 추론이나 사고를 설명하고 증명하지 못하고 있다.

이에 본 연구에서는 수학적 의사소통 능력을 신장시킬 수 있는 수학적 의사소통 모형을 개발하고, 개발된 모형에 따른 수업과 전통적인 교사 중심의 설명식 수업에서 지식의 형성 과정을 분석하였다.

먼저, 사회적 구성주의의 원리에 입각하여 수학 교실에서 수학적 의사소통이 활발히 일어날 수 있는 수학 교수-학습 모형을 개발하였다. 그리고 초등학교 3학년 학생 8명을 실험 대상으로 의사소통 모델에 의한 수업 집단과 전통적인 교사 중심의 설명식 수업 집단에 4명씩 구성하여 사례연구를 실시하였다.

개발된 의사소통 모형에 따른 수업과 전통적인 교사 중심의 설명식 수업에서 지식의 형성 과정의 차이를 분석하였으며, 이를 통해 얻은 연구의 결과는 다음과 같다.

개발된 교수-학습 모형에 따른 수업에서는 문제를 해결할 때, 자신의 문제 해결 방법을 모둠원들과 의사소통을 통해 상호 비교하였다. 논의 과정에서 필요한 경우, 자신의 의견을 수정하여 가장 적절한 해결 방법을 찾고 합의하였다. 이런 과정을 통해 형성된 수학적 지식의 타당성은 모둠원들의 상호 협의를 통해서 결정되었다.

개발된 의사소통 모형에 따른 수업에서 수학적 지식의 합의는 교사에게 의존하는 것이 아니라, 교사와

학생의 적극적 참여에 의해서 이루어졌다. 다시 말해 수업의 주체가 학생들이 되어 문제 해결을 위해 자신의 의견을 제시하고, 상호 비교 및 논의 과정을 통해 주관적 지식을 객관적 지식으로 구성해 나갔다.

그러나 설명식 수업에서는 학생들이 스스로 문제를 해결하기 보다는 수동적으로 교사가 전달해 주는 지식을 받아들이려는 경향이 강했다. 그리고 문제해결 과정에서 학생들은 스스로 해결 방법을 찾으려 하지 않고, 교사에게 의존하여 교사가 지시하는 대로 활동을 하는 경향이 강하였다.

끝으로, 수학 교실에서 구성원들의 수학적 의사소통을 통한 수학 교실 문화의 변화가 요구된다. 이를 위해 본 연구에서 개발된 의사소통 모형과 같은 수학 교실에서 수학적 의사소통을 촉진시킬 수 있는 다양한 교수학적 노력이 필요하다. 이러한 노력은 교사의 전달에 의한 학생의 수용이라는 의사소통 체계에서 벗어나, 토론과 협의 및 합의를 통한 공동의 지식 구성의 문화로 나타날 것이다.

참 고 문 헌

- 교육부 (1997). 수학과 교육과정. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2007). 수학과 교육과정. 서울: 교육인적자원부.
- 김인숙 (2003). 수학교육에서 Vygotsky 의사소통에 관한 연구. 아주대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 김진호 (2009). 수학 수업 중 원활한 의사소통이 이루어지는 교실문화 형성하기. 초등수학교육, 12(2), 99-115.
- 신준식 (2007). 수학 수업에서 의사소통 분석-언어 상호작용을 중심으로-. 초등수학교육, 10(1), 15-28.
- 이미애 (2002). 초등학교 수학 수업에서의 구체물 활용과 수학적 의사소통에 관한 연구: 2학년 아동을 중심으로. 청주교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 이종희, 최승현, 김선희 (2002). 수학적 의사소통을 강조한 수학 학습 지도의 효과. 수학교육, 41(2), 157-172.
- 장순희 (2002). 수학적 의사소통 능력 향상을 위한 교

- 수·학습 방안에 대한 연구. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 주경일 (1999). 작 협동학습에서의 학생 간 의사소통 과정 분석 연구. 인천교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 전평국 (2001). 수학교실에서의 창의력 측정과 평가. 학교수학교육학회 논문집, 1, 23-32.
- 최승현 (2002). 수학과 교육 내실화 방안 연구-좋은 수업 사례에 대한 질적 접근. 한국교육과정평가원 연구보고 RRC 2002-4-3.
- Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: The Falmer Press.
- Mumme, J., & Sheperd, N. (1990). Communication in mathematics. In T. E. Rowan, (ED.). *Implementing the k-8 curriculum and evaluation standards readings from the arithmetic teacher* (pp. 7-11). Reston, VA.; The National Council of Teachers Mathematics.
- NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA : The Author.

A Study on the Development and Application of Teaching and Learning Model for the Improvement of Mathematical Communication Ability

Lee, Eun Ju

Graduate School of Education, Gwangju National University of Education,
1-1, Punghyang-dong, Buk-ku, Gwangju 110-230, Korea.
E-mail : ejlee@chollian.net

Lee, Dae Hyun

Department of Mathematics Education, Gwangju National University of Education,
1-1, Punghyang-dong, Buk-ku, Gwangju 110-230, Korea.
E-mail: leedh@gnue.ac.kr

When mathematicians solve the new problems, they present the solutions to their colleagues for getting the approval. If the solution is accepted, it will be theorems. This phenomenon also happens to classrooms in elementary and secondary school. That is main reason to emphasize mathematical communication activities in mathematics education.

This study is aimed to develop teaching and learning model for the improvement of mathematical communication ability, apply the teaching and learning model to two groups and analyze for mathematical thoughts. This study is a case study of 3rd grader's activities. Eight students, four are group applied the teaching and learning model and four are traditional group.

The results have been drawn as follows: First, students in the teaching and learning model group induced richer interactions for student's understanding and investigation when we compare to those of traditional group. Second, students in the teaching and learning model group have the chance to explain their thoughts. And we can observe students to clear on their thought through speaking and discussing. This model makes students to enhance organizing, forming and clearing in their mathematical thoughts and is effective to estimate of students thought for teacher.

* ZDM Classification : C52

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D40

* Key Words : communication, model for communication