

# 1학년 수와 연산 영역에서 학습자의 오류 분석을 통한 교과서 재구성 방안

최 호 희 · 최 창 우\*

**ABSTRACT.** The purpose of this study is to look for the plan of reconstructing a textbook through error analysis and the process of its correction in numbers and operations of the first grade. The Research materials are collected and analyzed through the journal about every lessons, the recording sheets of students' activity, the recording videotapes during lessons, the individual interview and observation. This study investigated 4 errors which are useful for reconstructing textbook, the errors of understanding relation between numerical expression and number line, the errors of drawing-strategy, the errors of understanding relation between additive expression and subtractive expression, the errors of subtraction has to be regrouped. The errors are classified into some types and analyzed focusing on content of each error. Reinstrcuting are carried out based on material analyzed for correcting errors.

## I. 머리말

수학학습의 첫 출발점인 초등학교 1학년에서 제일 처음 접하는 수학학습의 대상이 수와 연산이다. 수와 연산은 실생활에서 가장 많이 사용되는 수단일 뿐만 아니라 수학 학습의 기본이라 할 수 있다.

하지만 현행 교육과정의 수와 연산 지도에서 발생하는 학습자들의 오류를 살펴보면, 표준적인 알고리즘을 단순하게 이용하여 문제를 해결하는 것은 비교적 잘하고 있으나 개념적 지식에 대한 이해를 바탕으로 하여 원리를 적용해야 하는 문제에 대해서는 이해하려는 노력조차 하지 않는 경향을 볼 수 있다. 학교의 성취도평가에서 짧은 기간 동안에 높은 점수를 획득하기 위해 사교육 기관이나 학

---

2011년 1월 7일 투고, 2011년 2월 21일 수정, 2011년 2월 23일 게재승인.

2010 Mathematics Subject Classification : 97U20

Key words : 교과서 재구성, 오류분석, 수와연산

\* 교신저자

부모들이 선택한 방법은 학습자들이 주어진 알고리즘을 익히고 반복함으로써 반사적으로 문제를 빨리 풀게만 하는 것이다. 이로 인해 학생들은 어떻게 계산하는지는 알지만 왜 그렇게 하는지는 모르고 다만 부모나 교사가 안내하는 방법을 그대로 답습하는 경우가 대부분이다. 그 결과 다른 영역에 비해 수와 연산 영역은 여러 단계에 걸쳐 학습자들의 오류에 대하여 연구된 바가 많다. 오류 분석에 관한 대다수의 연구들은 많은 학생들에게 학업성취도와 유사한 형태의 검사지를 제공하여 그들의 오답을 위주로 분석한 후, 주로 부진학생들을 대상으로 하여 그들의 오류를 교정하기 위해 재지도를 하였다. 하지만 몇몇 부진학생만이 아닌 1개 학급의 일반적인 학생들 전체를 대상으로 이들이 어려움을 겪는 내용이 어떤 것이며 왜 그러한 어려움을 겪고 있는지를 분석함으로써 수와 연산 영역에 대한 교수·학습 지도에 대한 시사점을 더욱 많이 얻을 수 있다. 이러한 연구가 이뤄질 때 더 나아가 교과서 재구성 및 개편에 대해서도 많은 자료를 제공할 수 있을 것이다.

이에 본 연구는 표준화된 시험지에서 계산을 잘하고 있다고 평가되는 학습자들이 과연 수와 연산의 개념 및 그들 각각 관련성에 대하여 바르게 이해하고 있는지 알아보는 데에도 의의가 있다. 뿐만 아니라 수학과와 초기 단계에 해당하며 선행개념의 의존도가 높은 수와 연산 영역에서 학습자들이 보이는 여러 오류 유형을 분석하고 오류의 원인을 찾아 교정함으로써 학습자들의 사고 과정을 이해하고 이를 토대로 교과서 재구성 및 개편에 도움이 되는 자료를 제공할 뿐만 아니라 수학 교과를 지도하는 현장의 교사들에게 교수·학습 지도에 있어서 시행착오를 덜 겪게 하는데 그 목적이 있다.

## II. 이론적 배경

### 1. 오류와 오개념의 의미 및 오류 분석의 중요성

오류는 불완전한 지식이 드러나는 것으로 단순한 실수와는 근본적으로 구별되며 어떤 사실에 대하여 학습자가 왜곡하여 체계화시킨 것으로 능력 자체의 결함이 표면에 나타난 것을 의미한다(성낙일, 1984; 송영기, 1994; 김선옥, 2002; 김이지, 2004 재인용). 오개념은 수학에서 사용하는 개념 중 의미와 다르게 이해하거나 잘못 사용하는 개념이며, 오류는 오개념의 결과로써 발생한다(최진희, 1992; 김선옥, 2002; 김이지, 2004 재인용).

본 연구에서는 오류에 단순한 실수에 의한 오답은 배제하고 오개념뿐만 아니라 학습자가 문제를 해결하는 과정에서 능력 자체의 결함이 잠재적으로 드러난

것도 포함하였다. 즉, 표면상으로는 오류라고 할 수 없으나 학습자의 문제 해결 과정을 살펴볼 때 좀 더 확장된 문제를 해결할 경우, 오류를 표출할 가능성을 내포하고 있는 것을 잠재적 오류로 정의하고 역시 오류에 포함시켜 오류의 의미를 폭넓게 다루었다.

오류 분석이란 학습자의 문제점을 진단하기 위하여 학습자가 범하는 오류를 수집하여 분류·분석하고 그 빈도에 따라 난이도를 추정하는 것이라 할 수 있다(김선옥, 2002; 김이지, 2004 재인용).

교사는 학생들의 오류를 분석하기 위해서는 가능한 한 학생들이 푸는 많은 문제를 세심하게 관찰하고 풀이 과정의 설명을 중요하게 여겨야 한다. 학생들이 무엇을 어떻게 해결해 가는지, 또 무엇을 잘못하는지 인내심 있게 세심히 관찰할 필요가 있으며, 정답이 나오지 않는 그 계산 과정과 정답만이 나오고 해결 과정을 설명하지 못하는 경우 모두 주목해야 한다. 또한 학생들이 잘못된 절차를 이용하는 상황과 학생들이 전혀 시작하는 법을 알지 못한 상황을 구별할 수 없으므로 분명히 학생들에 의해서 쓰여진 것을 토대로 분석한다(김이지, 2004 재인용).

## 2. 오개념 및 오류의 발생원인

학생들이 지닌 개념이 교사가 가르치려고 하는 수학적 개념과 다른 경우 실제로 학습자의 머리속에서 형성되는 개념과 교사가 가르치는 개념차이로 인하여 오개념이 발생하는 경우가 흔히 있다.

수학과 오류 발생 원인은 다양한 범위에서 조사되어졌으며 학자마다 여러 가지 방식을 제시하고 있다.

<표 1> 학자별 오류의 발생원인 분석

학자	Radatz(1979)	Movshovitz-Hadar & Orit Zaslavsky(1987)
오류 발생 원인	①언어의 어려움 ②특별한 정보를 획득하는 데 생기는 어려움 ③필수적인 기술, 사실, 개념에 관한 미숙 ④잘못된 연합, 혹은 사고의 경직 ⑤관련 없는 규칙 혹은 전략의 응용	① 문제 자료의 잘못 사용 ② 문제 내용에 대한 잘못된 해석 ③ 논리적으로 부적절한 추론 ④ 정리나 정의의 부적절한 사용 ⑤ 논증되지 않은 해답 ⑥ 기술적인 오류

이와 관련한 많은 선행 연구들은 학습자들의 오류를 분석하여 주로 Radat가 제시한 오류 발생 원인들에 기준하여 분류하거나 Movshovitz-Hadar & Orit Zaslavsky가 제시한 오류 모델에 맞추어 분류하였다. 하지만 이러한 분류는 교과서 재구성이나 교수·학습 지도 개선에 직접적인 영향을 미치지 못한다. 다만 학습자들이 보인 오류들을 학자들의 분류에 끼워 맞추기만 오류를 교정하거나 재지도에 구체적인 방안을 제공하지는 못한다.

이에 본 연구는 학생들이 이미 제시해 둔 형식에 맞추기보다는 학습자들이 범하는 각각의 오류 내용 자체에 초점을 맞추어 학습자들이 드러내는 오류를 면밀히 관찰하고 오류 내용이 비슷한 유형별로 분류하였다. 이렇듯 내용 중심의 오류 분석이 이뤄질 때 교정을 위한 재지도 및 교수·학습방법에서의 개선점 그리고 교과서 재구성이나 개편에 더욱 많은 자료를 제공할 수 있을 것이다.

### 3. 수와 연산

본 연구는 1·2 학기의 수와 연산 영역에 대하여 학습자들의 오류를 분석하였다. 수와 연산은 수학에서 가장 기본적인 개념과 기능으로, 특히 저학년에서 수와 연산 영역이 차지하는 비중은 상당히 높다.

2007개정 교육과정에서 수와 연산 영역이 차지하는 비율을 알아보기 위해 전체 차시의 수에 대하여 수와 연산 영역이 차지하는 차시 수의 비율을 조사하였다. 조사 결과를 나타낸 <표 2>를 보면 특히 1학년에서 수와 연산 영역이 차지하는 비율은 중학년보다 상당히 높다 할 수 있다.

<표 2> 저·중학년별 수와 연산 영역이 차지하는 비율<sup>1)</sup>

학 년	1	2	3	4
전체차시	116	124	128	130
수와연산	79	69	73	62
수와 연산 영역의 비율 ( % )	68.10	55.65	57.03	47.69
	61.88		52.36	
학 년	저학년		중학년	

초등학교 수학 학습에서 가장 기본적인 목적은 학습자로 하여금 실생활에서 필요한 수학적 문제를 해결할 수 있도록 돕는데 있다. 실생활 속에서 수학과 관련된 문제를 해결하기 위해서는 우리는 통상 기본적인 수 개념과 연산과정을 이해하고 있어야 하며 동시에 활용할 수 있어야 한다(최창우, 2010).

1) 2007 개정 교육과정에 따른 5, 6학년 교과서는 아직 미 출간 상태에 있으므로 분석대상에서 제외하였다.

#### 4. 선행연구 고찰

초등수학에서 학습자의 오류 분석에 대한 최근의 선행연구를 살펴보면 김선옥(2002)은 3-가 단계에서, 김이지(2004)는 1-가 단계에서 각각 수와 연산 영역의 전반적인 내용에 대한 오류 분석을 다루었으며, 최진숙(2005)은 3학년의 수와 연산 영역 중에서도 덧셈과 뺄셈에 관한 오류를 분석하였고, 장영숙(2003)은 4학년의 수와 연산 영역 중에서도 뺄셈에 관한 오류를 분석 연구하였다. 이러한 오류 분석에 관한 선행연구들의 공통점은 연구방법에 있어서 대부분 표준화 검사지를 다수의 학습자들에게 동시에 제공하여 그 결과 나타나는 오류들을 기존의 이론이나 선행 연구들의 분류 형태를 따라 그 유형들을 구분하였다. 그리고 오류의 교정을 위해서 주로 소수의 부진학생들을 대상으로 별도의 개별지도가 이뤄졌으며 그 지도 과정이나 결과를 통해 교수·학습 개선안을 모색하는 형태로 진행되었다. 그러나 이러한 연구들은 학습자의 오류를 분석하기 위해 연구 초기에 표준화 검사지를 제공하는데 이는 넓은 범위를 한 번에 평가하는 성취도 평가와 같은 성격을 띠고 있어 정규 수업과는 다소 분리된다. 뿐만 아니라 다량의 문항을 포함한 표준화 검사지를 통한 오류 분석은 자칫 결과에만 중점을 둔 오답 분석에 그칠 우려가 많다. 그리고 학습자들의 오류 유형은 그 구체적인 내용을 중심으로 살펴볼 때, 매우 다양하게 나타나므로 기존에 제시된 몇 가지 유형에 맞추어 분류하는 것은 재지도라는 관점에서는 큰 의미가 없다.

따라서 본 연구는 넓은 범위에 해당하는 일련의 문제를 제공하여 오답의 빈도와 오류 유형을 분석하기 보다는 우리의 교과서와 연계한 정규 수업 시간 중 교과서의 재구성이라는 관점에서 학습자들의 오류를 분석하고 오류의 구체적인 내용을 중심으로 분류하고자 한다.

### Ⅲ. 연구의 방법 및 설계

#### 1. 연구의 대상

본 연구는 대구광역시 달서구 두류동 소재의 S초등학교 1학년 1개 반의 어린이(남 15명, 여 13명) 28명을 대상으로 한다.

이 학급에서 학원이든 가정이든 학교 수업의 진도보다 앞서서 학습하고 있는 학생은 총 6명으로 학급에서 약 21.4%를 차지하고 있으나 몇 차시 정도 선행으로 배우고 있는 상황이다.

연구 대상이 되는 학습자들의 수준을 파악하기 위해 연구 내용의 바로 이전 단계에 해당하는 1·1 학기 진급평가 검사지를 사용하였다.

&lt;표 3&gt; 1·1 학기 진급 평가 검사 결과

학교명	집단	인원수	평균	표준편차
대구S초등학교	1학년 1개 반	28	91.79	8.63

## 2. 연구의 절차 및 방법

연구의 절차는 연구 계획, 연구의 실행, 분석 및 정리의 3단계로 나누어 실행하였으며 연구의 실행과정에서 차시별 수업을 계획하고 수업 중 또는 수업 후 학생들의 오류를 분석하며 면담을 통해 재지도 과정을 거치는 가운데 지도 방법과 개선점을 연구하였으며 모든 수업이 종료된 후 수집된 자료를 분석하여 정리하고 보고서를 작성하였다.

본 연구의 수업은 1·2 학기에서 수와연산 영역에 해당하는 교과서의 단원과 차시별 내용 구성을 바탕으로 총 38차시를 계획하고 실시하였다. 학습자의 오류 유형을 알아보기 위해 단원별로 표준화된 평가와 같은 오류측정 검사지는 사용하지 않았으며, 2007개정 교육과정의 교과서를 재구성한 내용으로 수업을 계획하고 교수·학습 과정에서 드러나는 학습자의 오류에 중점을 두었다. 학습자의 오류 정도에 따라서 실제 차시 수업 중에 오류 분석과 재지도가 병행되기도 했으며 또는 수업 과정 중에 학습자가 해결한 학습지나 수업 후 개별 면담을 통해 오류 분석을 심도 있게 하고 별도의 재지도 계획을 세웠다. 1차 재지도로 충분한 지도가 이뤄지지 않았을 때는 2차 재지도를 계획하고 실시하였다. 이러한 재지도 가운데 새로운 교수·학습 방안 및 교과서 재구성에 대한 적절한 방안을 모색하였다.

## IV. 연구의 실제

### 1. 1·2 학기 수와 연산 영역의 단원과 차시별 내용 구성

1·2 학기는 총 7개 단원(60차시)으로 구성되어있다. ‘2. 여러 가지 모양(8차시)’단원, ‘5. 시계(6차시)’단원과 ‘7. 문제 푸는 방법 찾기(8차시)’단원을 제외한 나머지 단원들은 모두 수와 연산 영역에 해당하는데 수와 연산 영역은 총 38개 차시로 1·2 학기 전 영역을 기준으로 볼 때 약 64%를 차지하고 있다. 본 연구는 교과서의 차시별 구성을 바탕으로 총 38차시로 이뤄졌으나 재지도의 경우는 총 차시의 수에 포함하지 않았다.

## 2. 학습자의 오류 유형 및 오류 분석과 교정을 통한 교과서 재구성 방안

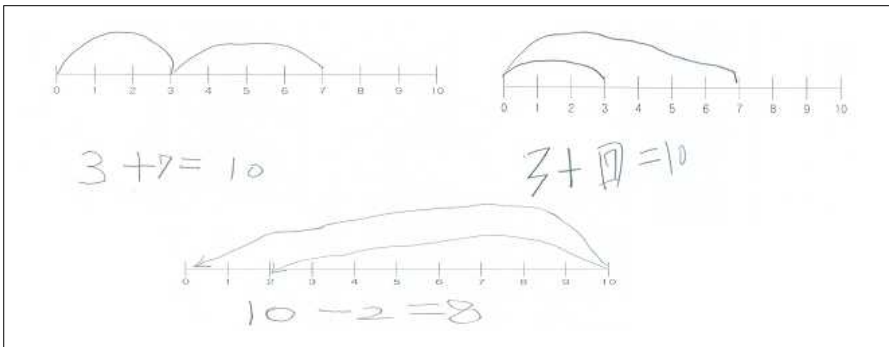
본 연구에서는 1개 학급 일반 학생들을 대상으로 1·2 학기 수와 연산 영역 총 38차시를 수업하는 가운데 학습자들이 보인 여러 오류들 중 교과서 재구성이나 개편에 도움이 될 만한 오류 내용을 조사하여 다음과 같이 정리하였다. 정리한 오류 내용은 수식과 수직선의 관계 이해, 그림을 그려서 해결하는 전략에서의 오류, 덧셈식과 뺄셈식의 관계 이해, 받아 내림이 있는 뺄셈에서의 오류로 총 4가지를 제시하였다.

### 가. 수식과 수직선의 관계 이해에 대한 오류

수직선은 구체물이나 반구체물과 같이 문제 해결을 위한 도구의 일종으로 볼 수 있다. 도구로 사용되기 위해서는 무엇보다 다른 조작물과 마찬가지로 문제 해결을 위해 조작물을 어떻게 사용해야하는지 충분한 이해가 선행되어야 한다. 수식으로 제시되어진  $3+7$ 이 얼마인지 알기 위해 바둑돌 3개와 바둑돌 7개를 두고 모두 10개임을 알아내는 과정과 같이 덧셈문제를 해결하기 위한 과정을 수직선에 표시해봄으로써 덧셈식과 관련하여 답을 구할 수 있어야 한다. 따라서 문제 해결을 위해 수직선을 바르게 이해하고 활용할 수 있는지 파악할 수 있도록 문제를 재구성하여 제시하였다.

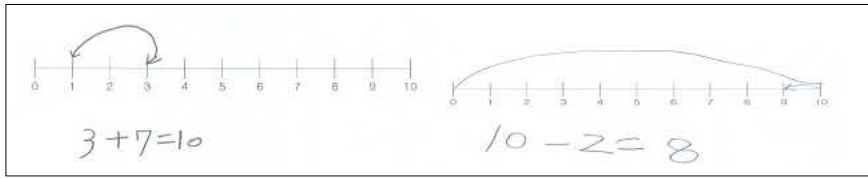
#### 1) 오류유형

##### 가) 수식의 숫자와 수직선의 숫자에 대한 혼돈



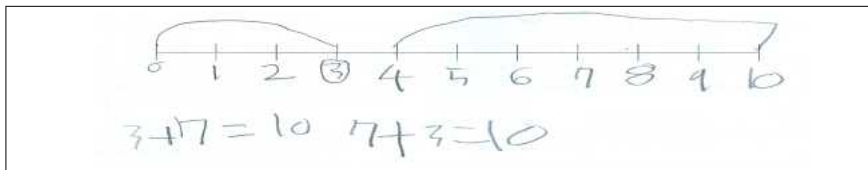
<그림 1> 오류 유형-수식의 숫자와 수직선의 숫자에 대한 혼돈

##### 나) 칸과 점에 대한 혼돈



<그림 2> 오류 유형-칸과 점에 대한 혼돈

다)출발지점의 혼돈



<그림 3> 오류 유형-출발지점의 혼돈

## 2) 오류 분석과 교정을 통한 교과서 재구성 방안

초등학교 수학에서 수직선은 1·2 학기 3단원 5차시에서 처음 도입된다. 하지만 수직선에 대한 개념의 이해를 돕기 위한 활동이나 개념에 대한 안내는 전혀 없다. 수직선에 대한 개념이 전혀 없는 상태에서 수직선을 하나의 조작 도구처럼 사용하여 덧셈식을 세우고 수직선을 통해 답을 구하도록 교과서는 구성되어 있다. 이러한 수직선을 이용한 활동은 1개 차시에 제시되어 있는 3개의 활동 중 하나에 불과할 뿐이다. 이 과정에서 학습자들은 덧셈식만 세우고 답을 구하는 것보다 수직선을 이용하는데 더욱 어려움을 느낄 뿐만 아니라 덧셈식과 관련을 짓지 못한다. 4단원의 4차시도 역시 마찬가지이다.

이에 재지도는 수직선에 대한 이해를 도울 수 있는 이야기 자료를 도입하고 빼빼로라는 물질을 길게 늘어놓은 모습을 수직선과 관련지으면서 수직선에 대한 이해를 도왔으며 수직선을 이용한 게임을 통해 충분히 수직선을 익힐 수 있도록 하였다.

미국 McGraw-Hill 출판사의 수학 교과서(2005)에서는 초등수학의 처음 단계부터 수의 순서, 덧셈, 뺄셈 그리고 자신이 어림한 합이나 차를 확인하는 도구로서 수직선을 제시하고 있다. 이러한 도구로서의 역할을 충분히 하기 위해서는 무엇보다 바르고 정확하게 사용할 수 있어야 한다. 정확한 사용은 충분한 반복 연습이 필수적이다. 충분한 반복 연습을 학습자들이 지루해하지 않고 할 수 있는 방법은 바로 게임이다. 이 교과서에서도 수직선을 이용하여 여러 가지의 많은 게임을 소개하고 있다.

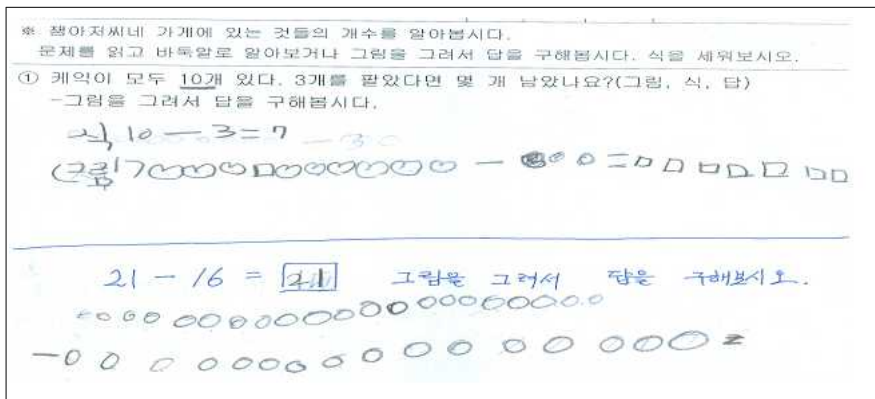


미국 교과서(McGraw-Hill)에서는 우리나라 교육과정보다 1단계 이른 1-1단계에서 이미 수직선을 도입하여 수직선을 수의 순서, 덧셈, 뺄셈, 어림을 위한 확인용 등으로 수 차시에 걸쳐 지도하고 또 학습자들이 수직선을 정확하게 쉽게 활용할 수 있도록 항상 충분한 연습의 장을 마련하고 있다. 하지만 우리 교과서는 수직선을 처음 도입하고 안내하기 위해 1개의 차시도 온전히 마련되어 있지 않다. 갑작스럽게 덧셈식, 뺄셈식을 세우는 과정 중에 1개의 활동으로만 제시되어 있다. 수직선을 처음 접하는 경우임에도 불구하고 당연히 쉽게 이해하고 있으리라는 생각에 수직선의 표시를 보고 덧셈식과 뺄셈식을 세우도록 하고 있다. 이런 교과서 구성은 학습자들에게 수직선 활용은 어렵다는 인식만 갖게 할 뿐이며 덧셈식과 뺄셈식을 서로 관련짓지 못한다. 따라서 수직선 자체만 해서 한 개의 단원이나 2~3차시를 구성하고 충분한 이해와 연습이 이뤄질 수 있도록 교과서가 개편되어야 할 것이다.

나. 그림을 그려서 해결하는 전략에서의 오류

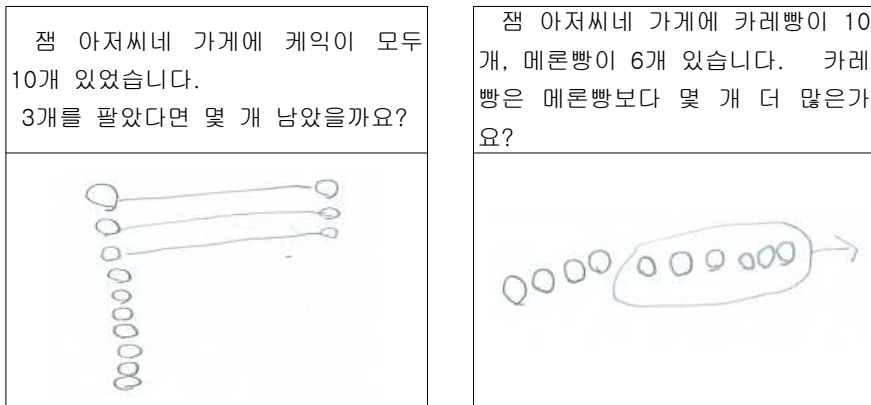
1) 오류 유형

가)식의 형태에 끼워 맞춘 그림 표현



<그림 4> 오류 유형-식의 형태에 끼워 맞춘 그림 표현

나)제거형(구산)과 비교형(구차)을 혼돈한 그림 표현



<그림 5> 오류 유형-제거형과 비교형을 혼돈한 그림 표현

식의 형태에 끼워 맞춘 그림 표현을 한 학생들은 학급 전체에서 40%가 넘는데 결코 낮지 않은 비율이다. 답이나 식에서만 살펴본다면 결코 오류라고 할 수 없다. 학습자들은 문제를 이해하고 빨셈식을 세울 수 있으며 답까지 정확하게 구했다. 하지만 문항의 내용이 제거에 관한 것인지, 비교에 관한 것인지에 상관없이 식을 먼저 세우고 답을 구한 후, 자신이 세운 식의 형태에서 기호(+, -, =)는 그대로 두고, ○의 개수로 단순히 숫자를 대신한 것으로 추측할 수 있다. 추측한 대로 학습자들이 문제를 해결했다면 비록 식을 세우고 답을 구했지만 그림을 그려서 해결하는 전략 능력이 부족할 뿐만 아니라 문제 내용을 바르게 이해했는지도 의문이다.

## 2) 오류 분석과 교정을 통한 교과서 재구성 방안

그림을 그려서 해결하는 전략을 바르게 사용한 것인지를 확인하기 위해 해결한 학습지의 아래 부분에 좀 더 큰 수의 빨셈 문제를 제시하고 그림을 통해 해결하도록 했을 때 식의 형태에 끼워 맞춘 그림 표현을 한 학생들 중 1명을 제외하고는 모두 문제를 바르게 해결하지 못했지만 문제 내용을 이해하고 그림 그리기 전략을 바르게 사용한 학생들은 보다 큰 수로 바꾸어 제시되었을 때 모두 정답을 구했다. 이런 현상을 통해 알 수 있는 사실은 교과서에서 제시하고 있는 받아 내림이 없는 10에서 10미만의 수를 빼는 활동은 그림을 그리지 않고도 충분히 문제를 해결할 수 있으므로 그림 표현 자체가 학습자들에게는 의미 없는 형식에 불과하다. 따라서 교과서에서 제시하고 있는 그림 그리기 전략이나 반구체물 등의 조작활동은 제 역할을 못할 뿐만 아니라 학습자들은 그런 활동들을 문제 상황이나 수식과 관련을 짓지 못하고 활동 자체로 끝나버린다.

학습자들이 문제를 이해하고 그림 그리기 전략을 바르게 활용할 수 있다면, 받아 내림이 있는 좀 더 확장된 수의 뺄셈에서도 받아 내림이 있는 뺄셈의 알고리즘을 모르더라도 충분히 문제를 해결할 수 있다. 이와 같이 그림 그리기 전략이 제 구실을 하기 위해서는 학습자들이 손가락이나 암산으로 해결할 수 있는 수준의 문제에서 벗어나 좀 더 확장된 수에 도전하게 할 필요가 있다.

두 번째 오류유형에서는 문제 내용이 제거형임에도 불구하고 비교형의 형태로 그림을 표현한다든지 비교형의 내용을 제거형의 형태로 표현하는 것은 문제를 제대로 이해하지 못한 결과이다. 1·1 학기에서 제거형과 비교형의 그림 표현을 해본 경험을 어렵듯이 기억하고 문제 상황과 관련 없이 표현한 것이다.

그리고 학습자들이 단지 표현을 위한 표현이 아닌 문제 해결을 위한 도구로서 사용하고 그림 표현을 통해 답을 구하도록 하려면 그 이전에 충분한 조작활동이 선행되어야 한다. 충분한 조작활동을 바탕으로 한 그림 표현은 문제 해결을 위한 자연스러운 과정이 될 수 있으며 또 자신이 해결한 과정을 다른 이들에게 보여 줄 수 있는 수단이 된다.

제지도에서는 보다 체계적인 조작활동을 위해 합병, 첨가, 제거형, 비교형의 네 가지 형태로 구성된 덧셈·뺄셈 조작물판을 제작하여 사용하였다. 막연하게 빈책상위에 여러 조각을 늘어놓고 조작을 한다면 이것저것 섞이어 학습자가 오답을 구할 수도 있으며 답을 구하는 과정 중에 자신의 문제 해결 방향을 잃어버리곤 한다.

조작물을 사용하여 해결한 것을 그림으로 표현해보도록 하고 식과 답을 구하게 하는 활동을 충분히 하였을 때 그림을 그려서 해결하는 전략을 바르게 사용하는 것을 알 수 있었다.

교과서에서는 문제를 제시한 후 어떻게 조작해야 하는지 자세한 안내와 그림을 미리 제시하고 있다. 조작 과정을 자세히 안내하기 보다는 문제 해결을 위해 조작활동을 어떻게 해야 할지 또 그림으로 어떻게 표현해야 할지 고민을 하고 시행착오를 겪으며 학습자 스스로 해결할 수 있도록 구성이 되어야 하겠다.

#### 다. 덧셈식과 뺄셈식의 관계 이해에 대한 오류

##### 1) 오류유형

##### 가) 기호만 서로 바꾸어 계산함

<p>♣ 다음 덧셈식을 뺄셈식으로 바꾸어 쓰세요.</p> <p>① 덧셈식: <math>12 + 5 = 17</math></p> <p>② 뺄셈식: <math>\rightarrow \boxed{12} - \boxed{5} = 12</math></p> <p>③ 뺄셈식: <math>\rightarrow \boxed{12} - \boxed{5} = 5</math></p>	<p>♣ 다음 뺄셈식을 덧셈식으로 바꾸어 쓰세요.</p> <p>① <math>17-4=13 \rightarrow 17+4=21</math></p> <p>② <math>19-5=14 \rightarrow 19+5=24</math></p> <p>③ <math>16-10=6 \rightarrow 16+10=26</math></p>
---	--

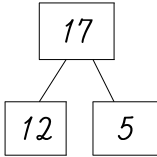
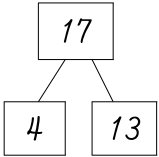
<그림 6> 오류 유형-기호만 바꾸어 표현

덧셈식을 뺄셈식으로 바꾸라는 지시에서 덧셈식과 뺄셈식의 관계를 이해하고 식을 바꾸는 것이 아니라 숫자는 그대로 두고 (+)기호와 (-)기호만 서로 바꾸어 다시 계산하는 현상을 볼 수 있다.

2) 오류 분석과 교정을 통한 교과서 재구성 방안

덧셈과 뺄셈의 역연산 관계는 형식화를 강조하기보다 구체물의 조작과 직관적 관찰에 의해서 전체와 부분 간의 관계를 이해하게 하는 것이 중요하다. 교과서에서는 세 수의 관계에 대한 이해를 돕기 위해 그림스티커 또는 수모형을 사용하고 있으나 주어진 덧셈식이나 뺄셈식에서 세수간의 관계를 이해하고 다른 수식으로 다시 변형하기 위한 중간 단계로서 가르기 모으기 형태의 세 수로만 구성하여 나타내어 보는 것이 수식에 가깝고 수식과 관련하여 이해하기에 유용하다. 주어진 덧셈식이나 뺄셈식의 관계를 파악하여 시각적으로 표현하는 단계를 포함하여 바꾸어 보도록 하였을 때 학습자들은 좀 더 쉽게 이해하고 문제를 해결할 수 있었다.

<표 4> 덧셈식과 뺄셈식의 관계에 대한 이해를 돕기 위한 학습과정

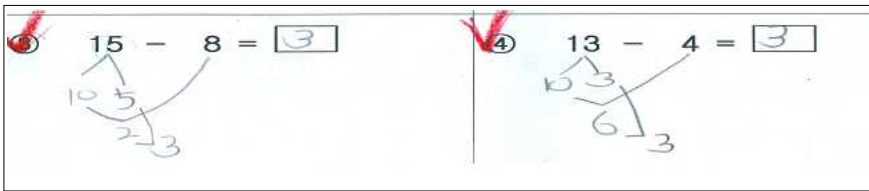
<p>♣ 다음 덧셈식을 보고 □안에 알맞은 숫자를 넣은 후 뺄셈식으로 바꾸어 쓰시오.</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <math>12 + 5 = 17</math>   </div> <p>□-□=12      □-□=5</p>	<p>♣ 다음 뺄셈식을 보고 □안에 알맞은 숫자를 넣은 후 덧셈식으로 바꾸어 쓰시오.</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <math>17-4=13</math>   </div> <p>□ + □ = □</p>
---	--

1·1 학기에 비해 1·2 학기에서 덧셈식과 뺄셈식의 관계에 대한 이해는 수가 확장됨으로 인해 더욱 어려움을 갖는다. 뿐만 아니라 1개 차시 동안에 덧셈식을 뺄셈식으로 바꾸고, 뺄셈식을 덧셈식으로 바꾸는 활동 및 그 관계를 파악하도록 교과서는 구성되어 있다. 따라서 위와 같이 세 수의 관계를 시각적으로 파악할 수 있는 표현 단계를 포함하는 것이 효율적이며 학습자들이 이해에 어려움을 갖는 만큼 2개 차시 정도로 구성되는 것이 충분한 이해에 도움이 될 것이다.

라. 받아 내림이 있는 뺄셈에서의 오류

1) 오류유형

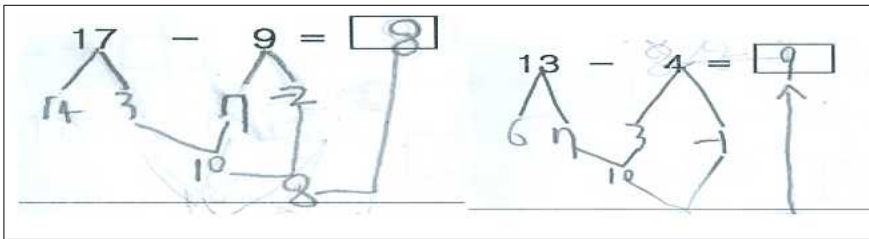
가) 가르기 모으기 표기에서 끝수 처리의 혼돈



<그림 7> 오류 유형-가르기 모으기 표기에서 끝수 처리의 혼돈

<그림 7> 오류 유형을 살펴보면 15에서 8을 빼기 위해 15를 10과 5로 가르기를 한 후 10에서 8을 우선 뺀다. 그런 후 이미 갈라 두었던 5의 처리를 어떻게 해야 할지 몰라서 뺄셈을 하고 있는 중이므로 10에서 8을 빼고 남은 2와 5의 차를 구하게 된다.

나) 무의미한 가르기와 모으기 표기



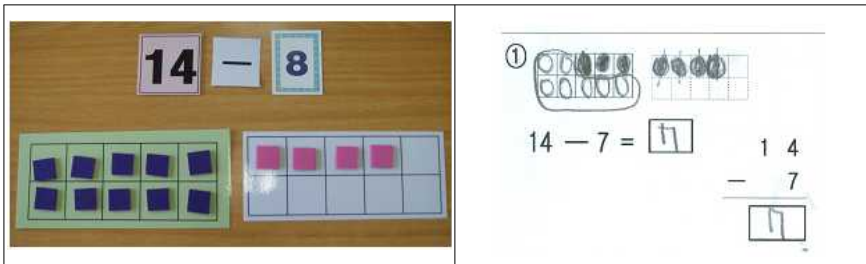
<그림 8> 오류 유형-무의미한 가르기와 모으기 표기

무의미한 가르기와 모으기 표기를 한 학습자들의 특징은 표기와 상관없이 답은 바르게 구했음을 알 수 있다. 식에서 암산으로 답을 구하고 표기는 답을 구

하는 과정과 전혀 상관없이 한 것이다. 이와 같은 현상도 수식에 표기를 하면서 계산하는 것 자체가 학습자들에게 오히려 장애가 되었음을 보여준다.

## 2) 오류 분석과 교정을 통한 교과서 재구성 방안

수식 계산 과정 중의 표기는 형식적인 표기보다는 학습자 스스로 필요에 의해서 어떤 형식에 얽매이지 않고 하는 것이 효과적이다. 무리한 표기로 인한 오류를 교정하기 위해서는 구체물 또는 반구체물의 충분한 조작활동과 시각적 표현 활동이 이뤄져야 하며 이러한 활동이 바탕이 되었을 때는 아무런 표기 없이 좀 더 정확한 암산이 가능하게 된다.



<그림 9> 조작활동과 그림 표현

재지도는 <그림 9>와 같이 반구체물과 10모형 틀을 활용하여 뺄셈을 활동적으로 충분히 경험할 수 있도록 계획하였다. 교과서에서 제시하는 구체물인 곱감은 1줄에 10개가 있음을 시각적으로 빨리 알아채기에는 어려움이 있다. 10개 중 몇 개가 빠지면 하나씩 세어보지 않고서는 몇 개가 빠졌는지 정확하게 알 수 없으며 막대에 9개나 11개를 끼워도 될 것처럼 보인다. 즉 10개의 묶음에 대한 필요성이 다소 미흡하다. 이에 비해 10모형 틀은 10개가 모두 채워졌는지 또 몇 개가 빠졌는지 하나씩 세어보지 않고도 쉽게 알 수 있다. 이러한 10모형 틀을 활용한 조작활동은 나아가 시각적 표현에도 도움이 되며 뺄셈뿐만 아니라 받아 올림이 있는 덧셈에서도 유용하다. 하지만 조작활동 후 바로 수식만으로 계산을 하도록 하였을 때 어려움을 겪는 학습자가 다수 있었다. 이러한 어려움을 줄이기 위해 조작활동 후 바로 수식의 계산으로 넘어가기 보다는 그림 표현 활동을 하면서 수식 계산을 관련짓도록 하는 것이 효과적이다. 앞서 했던 조작활동을 머리에 떠올리며 그림 표현을 하고 수식 계산을 할 수 있도록 학습지를 구성하여 제공하였다.

<그림 9>와 같이 학습자들이 반구체물의 조작활동과 관련하여 그림 표현을 할 수 있도록 학습지를 구성하여 제공한 후 최종적으로는 수식만으로 구성된 학

습지를 제공하여 뺄셈을 바르게 하는지 확인할 수 있도록 계획하였다.

저학년 수학을 지도했던 교사들의 대다수는 학습자들에게 구체적 조작이 과연 필요한 것인지에 대해 의문을 갖는다. 그 이유는 조작활동을 하는 가운데 여러 가지 어려움이 발생하기 때문이다. 흔히 나타나는 현상으로는 조작물이 그들에겐 장난감으로 변하게 되어 주어진 학습과는 상관없이 자기만의 놀이 세계에 빠져 든다. 오히려 수업에 집중하지 못하고 학습을 방해하는 요소로 작용할 때가 더 많다. 이를 방지하기 위해서는 그러한 조작물을 미리부터 자주 제공함으로써 조작물 자체에 더 이상의 새로운 흥미와 호기심을 갖지 않게 하고 조작물에 친숙하게 할 수 있다. 이러한 점을 고려한다면 수업은 새로운 조작물이 도입될 때 그것에 학습자가 익숙해지는 시간적 여유와 조작활동의 중요성을 인식하고 잘 지도하는 교사의 능력이 필요하다. 저학년 수학 지도에서 두 번째 어려움은 조작활동과 형식적인 표현과의 관계를 짓는 것이다. 조작활동이 충분히 이뤄진다면 조작활동과 수식계산의 관계를 자연스럽게 터득하게 된다. 하지만 교과서는 한 두 번의 안내된 조작활동 후 바로 수식계산으로 이어지게 된다. 이렇게 학습이 이뤄진다면 조작활동과 수식계산은 별개의 것으로 분리된다. 교과서는 조작활동과 수식 계산의 관계에 대한 이해를 돕기 위해 그 과정을 여러 가지 형태로 나타내고 있으나 학습자들은 그러한 관계 짓는 과정에 대한 표현을 이해하는데 더욱 어려움을 갖는다. 이는 짧은 시간과 몇 번 되지 않는 활동으로 그 관계를 이해시키려고 하기 때문이다.

특히 저학년은 충분한 조작활동을 할 수 있도록 교과서를 재구성하되 조작활동을 바탕으로 하는 시각적 표현 단계를 거침으로써 자연스러운 수식 계산으로 발전하는 것을 도울 수 있다.

따라서 교과서는 1차적으로 조작활동을 하고, 다음에는 조작활동을 바탕으로 그림 표현, 마지막에는 조작활동과 그림 표현을 토대로 각자 나름의 방법으로 계산을 해볼수 있도록 재구성되어야 할 것이다.

## V. 맺음말

현재 우리나라에서 초등학교 교사는 전 과목을 담당하는 가운데 매년 다른 발달 단계에 있는 학생들을 가르쳐야 하는 어려움이 있다. 이러한 어려움에도 불구하고 교과서의 재구성이 교사의 몫이라는 명목아래 교육에 대한 모든 부담을 교사에게만 떠넘기고 있는 현실이다. 무엇보다 교사들의 교수에 대한 부담을 줄이고 보다 발전하는 교과서를 위해서는 현장에서의 많은 연구 경험을 체계화하여 이를 바탕으로 교과서를 개편할 필요가 있다. 교사의 재구성이라는 말로 교과서의 중요성을 외면해서는 안 된다.

이에 본 연구는 1·2 학기에서 약 64%를 차지하고 있는 수와 연산영역에서 학습자들의 오류 유형을 분석하고 오류의 원인을 찾아 교정함으로써 학습자들의 사고 과정을 이해하고 이를 토대로 교과서 재구성 및 개편에 도움이 되는 자료를 제공하는 데 그 목적이 있다.

1·2 학기는 총 7단원으로 구성되었으나 수와 연산 영역에 해당하는 단원은 총 4개 단원, 38 차시로 구성되어 있다. 교과서의 차시별 구성 내용을 중심으로 본 연구를 위한 수업을 계획하였으며, 학습자의 오류 유형과 그들의 사고 과정을 파악할 수 있는 방향으로 문제를 변형하여 제시하였다.

학습자의 결과물 또는 수업 중의 활동 등을 관찰하여 오류를 파악하고, 좀 더 세밀한 분석이 필요한 경우는 면담을 실시하였으며 오류를 보이는 학습자 수가 소수일 때는 오류 분석을 위한 면담을 하는 가운데 교정을 하였으나 일반 대다수의 학습자가 오류를 보일 경우에는 전체 학생을 대상으로 재지도할 수 있는 시간을 가졌다. 이러한 재지도를 통해 교수·학습에서의 개선점과 함께 교과서의 재구성 및 개편에 대한 방안을 모색하였다.

1·2 학기에서 학습자들이 보인 오류는 매우 다양하였지만, 교과서 재구성이나 개편에 도움이 될 만한 오류는 수식과 수직선의 관계 이해에 대한 오류, 그림을 그려서 해결하는 전략에서의 오류, 덧셈식과 뺄셈식의 관계 이해에 대한 오류, 받아내림이 있는 뺄셈에서의 오류 등 크게 4 가지로 조사되었다. 이 4 가지 오류에서 각각의 세부적인 내용을 중심으로 그 유형을 분류하고 원인을 분석하였다. 분석한 자료를 바탕으로 하여 오류를 교정하기 위해 재지도를 실시하였으며, 그 결과 교과서 재구성을 위해 다음과 같이 공통적으로 고려해야 할 몇 가지 사항을 발견하였다.

첫째, 문제 해결을 위한 조작활동 자체도 학습자 스스로 구안하여 실행해야 한다. 교과서의 형태는 문제를 제시하고 문제 해결을 위한 조작활동을 단계적으로 자세히 안내하고 있다. 그런 후 유사 문제를 몇 개 더 제시하고 있다. 이러한 교과서의 형태를 학습자들이 그대로 따라서는 위와 같은 오류가 더욱 심각하게 나타날 것이다. 문제 해결을 위한 조작활동 또한 학습자 스스로 생각하고 해결할 수 있도록 교사는 이끌어야 할 것이다.

둘째, 충분한 조작활동의 경험이 바탕이 되지 않은 상태에서 성급한 형식화를 따르도록 하는 데에서 보다 많은 오류가 발생하였다. 우리 교과서는 1개 차시에 1~2 가지 정도의 조작활동을 소개하거나 안내하고 있다. 하지만 학습자 스스로 반성적 추상화를 할 수 있도록 하기 위해서는 경험의 양을 늘려야 할 것이다.

셋째, 교사는 학습자들의 활동을 매 차시 수업 중 면밀히 관찰함으로써 오류를 즉각적으로 파악하여야 한다. 대개는 단원평가, 중간고사, 기말고사 형태의 시험으로써 오답이나 오류를 발견하게 된다. 하지만 뒤늦게 발견한 오류는 앞으로



의 수업 계획이나 교과서 재구성에 대해 큰 영향을 미치지 못한다. 교수와 평가가 통합되어 이루어질 때 보다 발전된 교수·학습 방법을 기대할 수 있을 것이다.

무엇보다 중요한 것은 교사 개개인이 수업을 어떻게 구성하고 이끌어가는가이다. 교사는 항상 학습자들의 사고 과정을 이해하려고 애써야 하며 이를 바탕으로 수업이 이루어질 수 있도록 끊임없이 고민하고 연구해야 한다.

본 연구의 자료는 1·2 학기를 처음 지도하는 교사들이 학습자들을 지도함에 있어서 시행착오를 덜 겪게 할 뿐만 아니라 다음 교과서 개편에도 많은 도움이 될 수 있도록 체계화하였다. 이에 후속 연구는 다른 모든 단계, 모든 영역에서도 일반 학생들을 대상으로 하는 오류를 찾아내고 분석한다면 현장의 교사 및 교과서 개발자에게도 좋은 참고 자료가 될 것이다.

## 참고문헌

- [1] 교육과학기술부(2008). 수학 1·1 교과서. 서울: (주)두산.
- [2] 교육과학기술부(2008). 수학 1·2 교과서. 서울: (주)두산.
- [3] 교육과학기술부(2009). 초등학교 교사용 지도서 수학 1·1. 서울:(주)두산동아.
- [4] 교육과학기술부(2009). 초등학교 교사용 지도서 수학 1·2. 서울:(주)두산동아.
- [5] 김선옥(2002). 초등학교 학생의 수학 오류 분석 및 교정을 통한 교과적인 교수·학습 지도 방안. 진주교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- [6] 김이지(2004). 1-가 단계 수와 연산 영역에서 아동의 오류 분석 및 처방에 관한 연구. 광주교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- [7] 장영숙(2003). 오류 분석을 통한 뺄셈 부진아 지도 방안 연구. 인천교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- [8] 최진숙(2005). 덧셈·뺄셈의 오류유형 분석 및 지도방안에 대한 연구. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- [9] 최창우(2010). 초등수학교육의 이해, 서울: 경문사.
- [10] Macmillan/McGraw-Hill(2005). Math Grade 1-Volume 1 teacher's edition, New York : McGraw-Hill Companies, Inc.
- [11] Movshovitz-Hadar, N. & Zaslavsky, O. (1987) An empirical classification model for errors in high school mathematics, 41, pp.47-68.
- [12] NCTM(2000). Principles and standards for school mathematics. VA : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- [13] Radatz, H(1979). Error analysis in mathematics education, Journal for Research in Mathematics Education 10, 163-172.

Choi, Chang Woo  
Department of Mathematics Education  
Daegu National University of Education  
1797-6 Daemyung 2 dong, Namgu, Daegu, Korea  
E-mail address : cwchoi@dnue.ac.kr

Choi, Ho hee  
Padong Elementary School  
2-4 PaJam 1Gil Susung-gu, Daegu, 706-847, Korea  
E-mail address : choihohee0723@hanmail.net