

## 미국 Common Core State Standards for Mathematics 소개<sup>1)</sup>

김 영 옥

**ABSTRACT.** The purpose of this study is to introduce the Common Core State Standards (CCSS) for mathematics which is released on June 2, 2010 in the U.S.A. The common core state standards are aligned with college and work expectations, and include rigorous content and application of knowledge through high-order skills. The most distinguishable differences between the CCSS standards and the NCTM standards are that the CCSS standards considers the mathematical modeling as one of the mathematical content domains such as algebra, geometry, ets, and the standards are designed by working together with school leaders of all states.

### I. 들어가며

이번에 발표된 Common Core State Standards(CCSS)는 미국 National Governors Association Center for Best Practices (NGA CENTER) 와 Council of Chief State School Officers (CCSSO) 주관 하에 진행된 프로젝트의 결과물이다. 대학진학 준비를 충실히 하고 직업 현장에서 미국 학생들이 전문가로써 세계 경쟁자들과 동등하게 겨룰 수 있는 학문적 능력을 기르는데 그 궁극적 목적을 두고 개발된 CCSS는 2009년 여름에 처음 대학진학과 직업교육을 위한 교육과정의 핵심요소들이 발표되고, 그것에 근거하여 K-12 학교교육을 위한 CCSS 수학규준집(Common Core State Standards for Mathematics)과 영어교육 전반에 관한 규준집(Common Core State Standards for English Language Art) 을 2010년 6월 2일에 발표하게 되었다(Common Core State Standards Initiative,

---

1) 2011년 7월 14일 투고, 2011년 8월 31일 심사완료  
이 결과물은 2011학년도 경남대학교 학술연구장려금 지원에 의한 것임.  
2010 Mathematics Subject Classification: 97D80  
Key words: CCSS, NCTM, 교육과정, 규준집

2010).

CCSS 기준집과 이전에 미국 NCTM(National Council of Teachers in Mathematics) 기준집들과의 차이점은 그 개발과정에서도 드러나는데, CCSS 기준집은 주 정부의 개입없이, 미국의 주(states)들이 주축이 되어 우리나라를 비롯한 일본, 싱가포르 등과 같이 국제 성취도 평가에서 우수한 성적을 거두고 있는 국가들의 교육과정을 참고로 하여, 미국내 교사, 연구자, 고등교육자, 대중들의 의견을 적극 수렴하여 개발하였다는 점이다. 미국의 각 주들은 자체적으로 학교 교육과정을 개발하여 사용하고 있으므로 이전에 NCTM에서 개발한 기준집들이 여러 주에 적극적으로 채택되는 데는 많은 한계가 있었다. CCSS도 기존 기준집들과 마찬가지로 국가수준의 교육과정이 아니므로 각 주의 교육행정부가 CCSS를 채택할 의무는 없다. 하지만 기존 기준집 개발 과정과는 달리 CCSS를 개발하는 시작 시점부터 여러 주들이 적극적으로 참여하였기 때문에, 이미 48개 주와, 콜롬비아지구, 두 미국 보호령지역이 CCSS를 채택하기로 결정한 바 있다 (March 2010 발표 당시).

## II. CCSS 수학 기준집

CCSS 수학기준집의 내용은 크게 ‘수학실천기준(Standards for Mathematical Practice)’과 ‘수학내용기준 (Standards for Mathematical Content)’으로 나뉘어져 제시되고 있다. 수학실천기준은 모든 학년 수준을 위한 기준으로 수학적으로 뛰어난 학생들이 가지는 공통적 사고습관(habits of mind)에 대해 기술한 것으로써, 수학교육에서 오랫동안 중요하게 다루어지고 있는 “과정과 능숙도(processes and proficiencies)”를 일컫는 것이다. 그 공통적 사고 습관 중 첫 번째 그룹은 NCTM(2000) 과정 기준인 문제해결, 추론과 증명, 의사소통, 표현, 연결성이다. 두번째 사고 습관 그룹은 미국 국가연구협의회(National Research Council)에서 발간한 보고서 “Adding it Up(2010)”에서 구체화 되었던 수학적 숙달 혹은 능숙도(mathematical proficiency)에 관한 기준으로, 적절한 추론(adaptive reasoning), 전략적 완성도(strategic competence), 개념적 이해(conceptual understanding), 절차적 유창성(procedural fluency), 생산적 성향(productive disposition) 등을 제시하고 있다.

다음으로 수학내용기준은 8학년까지는 학년급별로 그 해당 학년에서 발달되어야 할 수학적 개념 및 영역들에 대해 2-4개의 주요 핵심포인트와 함께 세부 기준들을 제시하고 있는 반면, 고등학교 기준은 학년급별로 제시되는 것이 아니라 수와 양(Number & Quantity), 대수(Algebra), 함수(Functions), 모델링(Modeling),

기하(Geometry), 통계 및 확률(Statistics & Probability)과 같은 6개의 수학내용 영역에서 학습해야 할 수학적 내용들을 분류하여 제시하고 있다. 다음으로 그 학교급별 학년별 수학내용규준에 대한 개괄적인 내용을 제시하고자 한다.

**1. K-8학년 수학내용규준**

CCSS 수학내용규준에서는 학년급을 유치원 - 2학년, 3학년- 5학년, 6학년- 8학년 세 그룹으로 구분하고, 그 학년 그룹에서 이수할 수학적 내용영역들을 각각 제시하고 있다. 유치원부터 초등학교 2학년에서는 아래 <표 1>과 같이 ‘수 세기와 기수’, ‘연산과 대수적 사고’, ‘10진수에서의 수와 연산’, ‘측정과 자료’, ‘기하’ 5개 내용영역으로 되어있다.

<표 1> 유치원 - 2학년 내용영역 체계표

학년 영역	유치원	1학년	2학년
수 세기와 기수	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수들의 이름과 그 세는 순서알기</li> <li>• 사물의 개수를 말하면서 세기</li> <li>• 수 비교하기</li> </ul>	/	/
연산과 대수적 사고	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 함께 놓고 더하여 덧셈을 이해하고 분리시켜 뺄셈을 이해한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 덧셈과 뺄셈을 포함한 문제를 표현하고 해결한다.</li> <li>• 덧셈과 뺄셈의 연산성질과 관계를 이해하고 적용한다.</li> <li>• 20 이내에서 더하고 뺀다.</li> <li>• 덧셈과 뺄셈을 등식으로 학습한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 덧셈과 뺄셈을 포함한 문제를 표현하고 해결한다.</li> <li>• 20 이내에서 더하고 뺀다.</li> <li>• 곱셈의 기초를 위해 사물의 똑같은 그룹을 이용한다.</li> </ul>

10진수에서 수의 수와 연산	<ul style="list-style-type: none"> <li>11-19까지의 숫자를 이용하여 자릿값의 기초를 쌓는다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>기수의 셈으로 확장한다.</li> <li>자릿값을 이해한다.</li> <li>덧셈과 뺄셈을 위해 자릿값에 대한 이해와 연산의 성질을 이용한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>자릿값을 이해한다.</li> <li>덧셈과 뺄셈을 위해 자릿값에 대한 이해와 연산의 성질을 이용한다.</li> </ul>
측정과 자료	<ul style="list-style-type: none"> <li>측정 가능한 성질을 설명하고 비교한다.</li> <li>사물을 분류하고 종류별 사물의 개수를 센다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>길이 단위를 반복하여 간접적으로 길이를 측정한다.</li> <li>시간을 말하고 쓴다.</li> <li>자료를 표현하고 해석한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>표준 단위로 길이를 측정하고 추산한다.</li> <li>길이에 덧셈과 뺄셈을 적용한다.</li> <li>시간과 금액으로 학습한다.</li> <li>자료를 표현하고 해석한다.</li> </ul>
기하	<ul style="list-style-type: none"> <li>형태를 확인하고 설명한다.</li> <li>형태를 분석하고, 비교하고, 창조하고 구성한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>형태와 그 속성으로 추론한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>형태와 그 속성으로 추론한다.</li> </ul>

초등학교 3학년부터 5학년까지는 이전 학년그룹과 마찬가지로 5개의 내용영역으로 구성되어 있으나, '수 세기와 기수' 영역이 빠지고 '수와 연산-분수' 영역이 추가되어, 아래 <표 2>와 같은 내용영역 체계를 이룬다.

<표 2> 3학년 - 5학년 내용영역 체계 표

학년 영역	3학년	4학년	5학년
연산과 대수적 사고	<ul style="list-style-type: none"> <li>곱셈과 나눗셈을 포함한 문제를 표현하고 해결한다.</li> <li>곱셈과 나눗셈의 연산성질과 관계를 이해한다.</li> <li>100이내에서 곱하고 나눈다.</li> <li>사칙연산이 있는 문제를 풀고, 연산에서의 규칙을 정립하고 설명한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제해결을 위해 범자연수의 사칙연산을 이용한다.</li> <li>약수와 배수를 잘 안다.</li> <li>규칙을 생성하고 분석한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>수와 관련된 표현을 할 수 있고 해석한다.</li> <li>규칙과 관계를 분석한다.</li> </ul>

<p>10진수에서의 수와 연산</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수 계산을 수행하기 위해 자릿값 이해와 연산의 성질을 이용한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 자연수의 계산을 위해 자릿값에 대한 이해를 일반화한다.</li> <li>• 수 계산을 수행하기 위해 자릿값에 대한 이해와 연산의 성질을 이용한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 자릿값의 체계를 이해한다.</li> <li>• 자연수 계산과 소수 둘째자리까지 있는 소수의 연산을 수행한다.</li> </ul>
<p>수와 연산-분수</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수로서의 분수를 이해 발전시킨다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 분수의 상등과 서열의 이해를 확장한다.</li> <li>• 앞에서 이루어진 자연수 연산의 이해 적용과 확장을 통해 단위분수를 이용해서 분수를 만든다.</li> <li>• 분수를 통한 십진수 표기법을 이해하고 소수를 비교한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 분수의 덧셈과 뺄셈의 전략으로 분수의 통분을 이용한다.</li> <li>• 분수의 곱셈과 나눗셈을 하기 위해 앞에서 이루어진 곱셈과 나눗셈의 이해를 적용하고 확장시킨다.</li> </ul>
<p>측정과 자료</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 측정을 포함한 문제와 시간의 간격, 액체의 부피, 고체부피의 측정문제를 해결한다.</li> <li>• 자료를 표현하고 해석한다.</li> <li>• 기하 측정: 면적의 개념을 이해하고 면적을 곱셈과 덧셈에 관련시킨다.</li> <li>• 기하 측정: 평면 모양의 성질에 따라 둘레와 길이를 측정하고, 직선과 넓이의 측정을 구분한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 측정과 큰 단위에서 작은 단위로의 측정 변환을 포함한 문제들을 해결한다.</li> <li>• 자료를 표현하고 해석한다.</li> <li>• 기하 측정: 각의 개념을 이해하고 각을 측정한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 주어진 측정체계 내에서 측정단위를 변환한다.</li> <li>• 자료를 표현하고 해석한다.</li> <li>• 부피 개념을 이해하고 부피를 곱셈과 덧셈에 관련시킨다.</li> </ul>
<p>기하</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 형태와 그 속성으로 추론한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 선과 각을 식별한다. 그리고 선과 각의 특징에 의해 모양을 분류한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 그래프는 실생활 문제와 수학적 문제를 해결하기 위한 좌표평면을 의미한다.</li> <li>• 2차원의 형태를 그 특징에 근거한 집단으로 분류한다.</li> </ul>

6학년부터 8학년까지의 내용영역은 이전 학년 그룹의 내용영역과 많은 차이를 보이는데, 총 6개의 내용영역으로 구성되어 있다. 그 내용은 '비율과 비례관계', '수 체계', '표현과 방정식', '기하', '통계와 확률', 그리고 '함수'로 이루어져 있으며 그 세부적인 내용은 아래 <표 3>과 같다.

〈표 3〉 6학년 - 8학년 내용영역 체계표

학년 영역	6학년	7학년	8학년
비율과 비례 관계	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 비율 개념을 이해하고 문제 해결을 위해 비율 추론을 이용한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 비율관계를 분석하고 실생활 문제와 수학적 문제 해결을 위해 그것을 이용한다.</li> </ul>	
수 체계	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 분수의 나눗셈을 위해 앞에서 이루어진 곱셈과 나눗셈의 이해를 적용하고 확장한다.</li> <li>• 계산을 능숙하게 하고 공약수와 공배수를 찾는다.</li> <li>• 앞에서 이루어진 수의 이해를 유리수 체계로 확장하고 적용한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 앞에서 이루어진 분수의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 그리고 나눗셈 연산의 이해를 확장하고 적용한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 유리수가 아닌 수들이 있다는 것을 알고 유리수를 이용해서 그것을 대략적으로 표현한다.</li> </ul>
표현과 방정식	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 앞에서 이루어진 수의 계산의 이해를 대수적 표현으로 확장하고 적용한다.</li> <li>• 일변수방정식과 부등식에 관해 추론하고 해결한다.</li> <li>• 종속변수와 독립변수 간의 양적관계를 표현하고 분석한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 같은 표현(등식이 성립하도록)을 위한 연산 성질을 이용한다.</li> <li>• 숫자와 대수적 표현, 방정식을 이용해서 실생활 문제와 수학적 문제를 해결한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 유리수와 정수, 지수</li> <li>• 비율관계, 직선, 일차방정식들 간의 연결성을 이해한다.</li> <li>• 일차방정식과 연립일차방정식을 분석하고 해결한다.</li> </ul>
기하	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 실생활의 문제와 면적, 표면적, 부피를 포함한 수학적 문제를 해결한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 기하학적 형태를 그리고, 작도하고 묘사한다. 그리고 그것들 간의 관계를 묘사한다.</li> <li>• 실생활 문제와 면적, 표면적, 부피를 포함한 수학적 문제를 해결한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 물리적 모델, OHP필름, 기하 소프트웨어를 이용해서 합동과 닮음을 이해한다.</li> <li>• 피타고라스 정리를 이해하고 적용한다.</li> <li>• 실생활 문제와 원기둥, 원뿔, 구의 부피를 포함한 수학적 문제를 해결한다.</li> </ul>

통계와 확률	<ul style="list-style-type: none"> <li>통계 다양성을 이해하고 발전시킨다.</li> <li>분포를 요약하고 설명한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>인구조사에 관한 추론을 위해 랜덤 샘플링을 이용한다.</li> <li>두 가지 인구조사에 관한 비공식 비교 추론을 끌어낸다.</li> <li>Chance progress를 조사하고 확률모델을 개발, 사용하고 평가한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>이변수의 연관성 패턴을 조사한다.</li> </ul>
함수	/		<ul style="list-style-type: none"> <li>함수를 정의하고, 평가하여 비교한다.</li> <li>양적 관계를 모델화하기 위해 함수를 이용한다.</li> </ul>

## 2. 고등학교 수학내용규준

고등학교 수학내용규준에서는 앞으로 대학진학과 직업준비를 하는 학생들이 반드시 이수해야 할 수학적 내용을 제시하고 있으며, 특히 미적분, 고급 통계학, 이산수학과 같은 고급과정을 이수하기 위해서 먼저 이수해야 하는 선수 과목들을 별도로 표시하여 제시하고 있다. 그 외 (+)기호가 없는 규준들은 대학과 직업준비를 하는 모든 학생들이 이수해야 하는 교육과정이며, 때론 (+)표시가 된 규준이 이 고등학생들을 위한 교육과정의 내용으로도 등장하기도 한다. 고등학교의 각 세부 규준들은 6개의 큰 수학적 개념의 카테고리 안에서 기술되는데 그 영역들은 다음과 같다.

- 수와 양 (Number and Quantity)
- 대수 (Algebra)
- 함수 (Functions)
- 모델링 (Modeling)
- 기하 (Geometry)
- 통계와 확률 (Statistics and Probability)

이번 CCSS 고등학교 수학규준에서 특이한 점은, 기존에 수학적 실천규준으로 간주되던 수학적 '모델링'이 내용영역 안에 포함되었다는 점이다. 하지만 수학적 모델링과 관련된 규준들은 다른 내용영역들처럼 독립된 하나의 영역으로 기술된

것이 아니라, 다른 5개 내용 영역들의 세부기준들 중에서 특별히 수학적 모델링과 밀접하게 관련된 기준에만 별도의 표시를 하여 제시하고 있다.

우선, 고등학교 수학내용 기준 중, 모델링영역을 제외한 나머지 5개 내용영역들에 대한 세부적 내용 체계를 차례로 살펴보면 다음과 같다.

#### 가. 수와 양에 관한 기준 개요

<표 4> '수와 양'에 관한 기준 개요

실수체계	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 유리지수의 지수성질의 확장</li> <li>· 유리수와 무리수의 성질 활용</li> </ul>
양	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 양적으로 추론 하고 문제해결을 위해서 단위를 사용하라</li> </ul>
복소수체계	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 복소수로 산술연산을 하라</li> <li>· 복소수와 복소평면에 연산을 표현하라</li> <li>· 다항항등식(polynomial identities)과 방정식에서 복소수를 사용하라</li> </ul>
벡터와 행렬의 양	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 벡터양을 사용하여 표현하고 모델링하라</li> <li>· 벡터에서 연산을 수행하라</li> <li>· 행렬에 연산을 실행하고 응용에 있어서 행렬을 사용하라</li> </ul>

#### 나. 대수에 관한 기준 개요

<표 5> '대수'에 관한 기준 개요

표현 안에서 구조 보기	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 식의 구조를 해석하라</li> <li>· 문제를 풀기 위해서 동치형태로 식을 써라</li> </ul>
다항식과 유리식 계산	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 다항식으로 산술연산을 하라</li> <li>· 영(Zero)과 다항식의 인수 (factors)들 사이의 관계를 이해하기</li> <li>· 문제를 풀기위한 다항항등식을 사용하기</li> <li>· 유리식으로 고쳐 쓰기(rewrite)</li> </ul>
방정식 세우기	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 관계성과 수를 기술(記述)하는 방정식을 만들어라</li> </ul>
방정식과 부등식에서의 추론하기	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 이유를 추론하고 설명하는 과정으로써 방정식을 풀이하고 이해하기</li> <li>· 일변수의 방정식과 부등식을 해결하라</li> <li>· 연립방정식을 풀어라</li> <li>· 방정식과 부등식을 그래프로 표현하고 해결하라</li> </ul>



다. 함수에 관한 기준 개요

<표 6> ‘함수’에 관한 기준 개요

함수 해석하기	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 함수의 개념을 이해하고 함수의 표기법을 이용하라.</li> <li>· 문맥을 가진 활용상에서 제기되는 함수를 해석하라.</li> <li>· 다른 표현을 사용하여 함수를 분석하라.</li> </ul>
함수 구축하기	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 2개 양 사이의 관계를 만드는 함수를 만들어라</li> <li>· 존재하는 함수에서 새로운 함수를 구축하라</li> </ul>
선형방정식, 2차방정식, 지수모형	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 선형 2차방정식과 지수 모형을 구성하고 비교하여 문제를 해결하라.</li> <li>· 만든 상황과 관련된 함수의 식을 해석하라.</li> </ul>
삼각함수	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 단위원을 사용하여 삼각함수의 정의역을 확장하라.</li> <li>· 삼각함수를 이용하여 주기적 현상을 모델링 하라.</li> <li>· 삼각항등식(trigonometric identities)을 증명하고 활용하라.</li> </ul>

라. 기하에 관한 기준 개요

<표 7> ‘기하’에 관한 기준 개요

합동	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 평면에서 변환을 실험하라</li> <li>· 강제운동과 관련하여 합동을 이해하라</li> <li>· 기하정리를 증명하라</li> <li>· 기하학적 구조를 만들어라</li> </ul>
닮음, 직각삼각형, 삼각법	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 닮음변환과 관련하여 닮음을 이해하라</li> <li>· 닮음을 수반하는 정리를 증명하라</li> <li>· 삼각비를 정의하고 직각삼각형을 수반하는 문제를 풀어나</li> <li>· 일반적인 삼각형에 삼각법을 적용하라</li> </ul>
원	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 원에 대한 이론을 적용하고 이해하라</li> <li>· 호의 길이와 부채꼴의 면적을 구하라</li> </ul>
기하성질을 방정식으로 표현하기	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 원뿔곡선의 방정식과 기하학적 기술(記述)사이를 번역하라</li> <li>· 간단한 기하이론을 대수적으로 증명하기 위하여 좌표를 이용하라</li> </ul>
기하적 측정과 기하적 차원	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 부피공식을 설명하고 그들을 문제풀이에 사용하라</li> <li>· 2차원과 3차원 대상 사이의 관계성을 시각화 하라</li> </ul>
기하를 이용한 모델링	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 상황을 모델링에 있어서 기하학적 개념을 적용하라</li> </ul>

### 마. 통계와 확률의 개요

<표 8> '통계와 확률'의 개요

범주적이고 양적인 자료의 해석	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 자료를 하나의 값이나 측정변수로 요약하고 표현하고 해석하라</li> <li>• 자료를 두 가지 범주나 양적 변수로 요약하고 표현하여 해석하라</li> <li>• 선형모델을 해석하라</li> </ul>
추론하고 결론을 정당화하라	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 통계적인 경험을 통해서 확률과정을 이해하고 평가하라</li> <li>• 표본조사, 실험 그리고 관측(觀測)적인 연구에서 추론하고 결론을 정당화 하라</li> </ul>
조건부확률과 확률법칙	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 독립과 조건부확률을 이해하고 자료를 해석하기 위하여 그것을 이용하라</li> <li>• 균등확률(uniform probability) 모델에 있는 합성사건의 확률을 계산하기 위하여 확률의 규칙을 이용하라</li> </ul>
의사결정을 하기 위하여 확률을 사용하라	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 기대값을 산출하고 문제를 해결하기 위하여 이용하라</li> <li>• 결정의 결과를 평가하기 위하여 확률을 사용하라</li> </ul>

### 바. 모델링

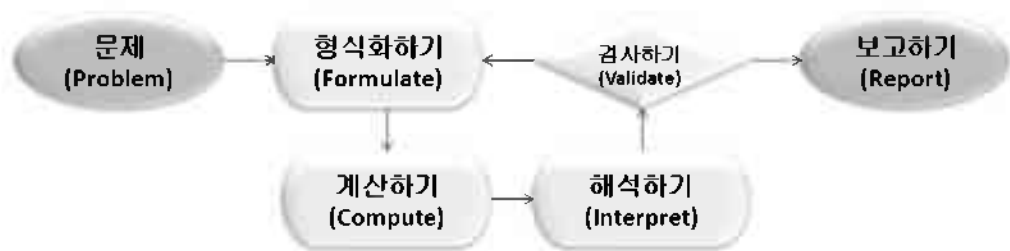
마지막으로 내용영역의 기준으로 삽입된 모델링영역에 대한 소개를 하기에 앞서, 수학적 모델링(mathematical modeling)에 대한 이해를 돕기 위해 선행연구를 간단히 소개하고자 한다. 수학적 모델링은 비수학적 문제의 상황에서 출발하는 것을 기본으로 한다는 점에서 문제해결(problem solving)과는 차별화하고 있다(NCTM, 1991). 다시말해, 수학적 모델링은 실생활의 소재와 같은 비수학적 상황에서 수학적 표상 혹은 표현을 도출해내는 것으로, 그 비수학적 상황속에 내재하고 있는 중요한 체계 혹은 과정의 특징들을 수학적인 구조나 이론으로 표현하는 수학을 수반하는 활동이다(황혜정 외, 2009).

Lesh와 Doerr(2003)는 전통적 관점과 모델링 관점에서의 문제해결을 설명하는 가운데, 수학적 모델링의 성격과 특징을 언급한 바 있다. 그들은 전통적인 관점에서 수학이란 어떤 조건이 주어졌을 때, 학생들이 '무엇을 할 수 있다'라는 식의 행동주의 이론에 입각하여 묘사하였으나, 모델링 관점에서 수학적 지식은 살아있는 유기체로서 유용한 상황을 구성하고, 묘사하고, 설명하는 데 사용되는 개념체계로 볼 수 있다고 정리하고 있다.

또한 Lesh와 Doerr는 문제해결과 모델링에 대한 몇 가지 차이점을 정리하였

는데, 첫째, 문제해결에서 학생들은 문제에 제시된 기호적으로 서술된 상황의 의미를 이해하여 문제의 해를 구하게 된다. 하지만 모델링의 과정에서는 문제상황이 기호적으로 제시되지 않고 유의미한 실제적 상황으로부터 기호적인 서술로 나아가는 과정이므로 모델링 과정에서 요구되는 학생의 이해와 사고능력은 문제해결에서 강조되는 사고능력과 다르다. 둘째, 문제해결은 주어진 과제에서 목표를 성취하기 위해 적절한 전략을 찾아서 하나의 고정된 해석과 절차를 사용하여 해결에 이르는 반면, 모델링에서는 목표를 성취하기 위해 유용한 모델을 개발하고 해석하는 사이클을 여러 번 반복하면서 기존 모델을 수정하고 확장한다. 셋째, 문제해결에서 학생들은 조건에서 목표에 이르기 위해 전략을 찾아 문제에 대한 하나의 단정적인 답에 이르게 되는 것이 일반적이지만, 모델링에서는 단정적인 답이 아니라 상황을 이해하기 위한 모델을 만드는 것이 필요하게 되므로 다양한 모델을 만들고 수정하면서 조작하게 되므로 학생들은 자신의 사고과정을 평가하고 수정하여 변형할 필요성을 깨닫게 된다(Zawojewski & Lesh, 2003; 신은주와 이종희, 2004 재인용).

위와같은 일반적인 수학적 모델링에 관한 개념적 정의에 기초하여 미국 CCSS 고등학교 수학규준에서 정의하는 모델링의 개념을 살펴보면 다음과 같다. CCSS 고등학교 수학규준에서의 모델링 개념은 교실수학과 통계를 일상생활과 일, 그리고 의사결정과정의 과정으로 연결하는 기능을 가지며, 실험적 상황 속에서 그 상황을 분석하고, 더 잘 이해하여 더 나은 결정을 하기위해 적절한 수학과 통계를 선택하고 이용하는 과정으로 기술하고 있다. 수학적 모델링에서는 궁극적으로는 동일한 수학적 혹은 통계적 구조가 경우에 따라서는 다른 상황을 나타낼 수 있음을 시사하고, 이러한 수학적 모델링의 순환 과정을 CCSS 고등학교 수학 규준에서는 아래 [그림 1]과 같은 다이어그램으로 설명하고 있다.



[그림 1] 기본 모델링순환 (The Basic Modelling Cycle)

출처: [www.corestandards.org](http://www.corestandards.org)

위 [그림 1]에서 문제(problem)는 앞에서 언급한 것과 같이 어떤 실생활과 관

련된 상황으로부터 변수들을 정의하고 필수적 측면(essential features)을 선택하는 과정이다. 두 번째 단계는 그 변인들 간의 관계를 기학적으로, 그래픽적으로, 표로, 대수적으로, 혹은 통계적으로 표현하고 선택하는 과정이며, 세 번째 단계는 그렇게 수학적으로 표현된 변인들 간의 관계를 분석하고 계산을 수행하여 어떤 수학적 결론을 도출하는 것이다. 이렇게 도출된 수학적 결론은 원래 상황의 맥락에서 다시 해석되어지고, 그 최종 결과를 원래 상황과 비교하여 만들어진 수학적 모델을 좀 더 향상시키거나 그대로 수용한다. 마지막으로 최종적으로 채택된 결론과 그 결론을 도출하는 과정에서 유도되었던 추론들이 보고되어 진다.

### III. 마치며

이상과 같이 2010년 6월에 발표된 미국 Common Core State Standards (CCSS)에 대한 개략적인 설명과 요약은 마치며, CCSS 수학규준집이 이전 NCTM 수학규준집과 내용영역 면에서 차이가 있다는 것을 발견할 수 있었다. 그것은 수학적 모델링의 중요성을 더욱 강조하기 위해 CCSS 수학규준에서는 모델링을 독립된 내용영역으로 설정했다는 점이다. 하지만 CCSS 규준집과 NCTM 규준집의 가장 큰 차이점은 규준내용 보다 규준집을 개발한 과정에서 발견할 수 있었다.

미국은 주 단위의 독립된 교육과정이 운영되고 있어서 학생들은 다른 수준의 학습을 하고 있다. 이러한 문제점을 해소하고 학생들이 이수해야 할 최소 수준의 교육과정을 제시하고자 했던 NCTM 규준집들은 그 취지와 목적과 달리 실제로 각 주의 교육과정에 적극적으로 반영되는 것은 한계가 있었다. 하지만 CCSS 규준집은 개발 초기단계부터 각 주의 학교교육 관계자들이 적극적으로 참여하고 여러 연구결과와 다른 국가의 사례에 기초하여 내용영역을 설계하였기 때문에 각 주에 흡수되는 속도도 빠르다고 볼 수 있다. 미국 수학규준을 민감하게 받아들이는 우리나라 교육과정 풍토에서는 이번 CCSS규준집이 개발된 동기와 과정, 그리고 기존의 NCTM 규준집과의 차이점을 분석하여 우리나라 교육과정의 개발에 참고가 될 만한 정보를 수집하는 것도 의의가 있다고 보여진다.

### 참고문헌

- [1] 황혜정, 나귀수, 최승현, 박경미, 임재훈, 서동엽 (2009). 수학교육학신론. 서울:문음사.
- [2] 신은주, 이종희 (2004). 모델링 과정에서 지각적, 인지적, 메타인지적 활동의

- 상호작용에 관한 사례연구, 대학수학교육학회지, Vol.6, No2, pp.153-179, 2004.
- [3] Common Core State Standards Initiative (2010). Retrieved November 1, 2010, from <http://www.corestandards.org>
- [4] Lesh & Doerr (2003). Lesh, R. & M. Doerr, H. , *Beyond constructivism: models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, pp3-32,
- [5] National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston,VA:NCTM.
- [6] National Research Council (2001). *Addingitup: Helping children learn mathematics*. J. Kilpatrick, J. Swafford, & B. Findell (Eds.). Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Science and Education. Washington,DC:NationalAcademyPress.

Young-Ok Kim

Mathematics Education

Kyungnam University

449 Woryeoung-dong, Masanhapo-gu, Changwon-si, Gyeongsangnam-do

E-mail address: youokim@kyungnam.ac.kr