

유한한 열용량의 열원 및 열침 조건에서 열기관의 출력 극대화

백 영 진, 김 민 성[†], 장 기 창, 이 영 수, 라 호 상
한국에너지기술연구원 신재생에너지연구본부

Power Maximization of a Heat Engine Between the Heat Source and Sink with Finite Heat Capacity Rates

Young-Jin Baik, Minsung Kim[†], Ki-Chang Chang, Young-Soo Lee, Ho-Sang Ra
New and Renewable Energy Department, Korea Institute of Energy Research(KIER),
Yoosung P.O Box 103, Taejon 305-600, Korea

(Received June 11, 2011; revision received July 28, 2011)

ABSTRACT: In this study, the theoretical maximum power of a heat engine was investigated by sequential Carnot cycle model, for a low-grade heat source of about 100°C. In contrast to conventional approaches, the pattern search algorithm was employed to optimize the two design variables to maximize power. Variations of the maximum power and the optimum values of design variables were investigated for a wide range of UA(overall heat transfer conductance) change. The results show that maximizing heat source utilization does not always maximize power.

Key words: Sequential carnot cycle(연속-카르노 사이클), Power maximization(출력 극대화)

기 호 설 명

\dot{C} : 열용량, $\dot{m}c_p$ [kW/K]
 \dot{m} : 질량유량 [kg/s]
 N : 미소 카르노 사이클의 수
 \dot{Q} : 전열량 [kW]
 T : 온도 [°C]
 UA : 열관류율 [kW/K]
 \dot{W} : 출력 [kW]
 ΔT_{lm} : 열교환기 내 대수평균 온도차 [°C]
 ΔT_{min} : 열교환기 내 최소 온도차 [°C]

H : 열원, 고온측
 h : 카르노 사이클의 고온부
 I : 입구
 L : 저온측
 l : 카르노 사이클의 저온부
 O : 출구

1. 서 론

에너지 및 환경 문제에 대처하기 위하여 우리 정부에서는 신에너지 및 재생에너지 개발·이용·보급 촉진법을 마련하여 정책적인 지원을 아끼지 않는 등 신에너지 및 재생에너지의 기술개발·이용·보급 촉진과 관련 산업의 활성화를 위해 다각적인 노력을 경주하고 있다. 이와 관련하여, 최근에는 비화산지대의 지열, 태양열, 해양온도차 등 저온성 재생에너지원이 부각되면서 이들을 이용하여 전기에너지를 얻으려는 시도가 꾸준히 이루어지고 있다.⁽¹⁻³⁾

열에너지를 전기에너지로 변환시키기 위한 연구

하첨자

C : 냉각수, 저온측

[†] Corresponding author

Tel.: +82-42-860-3062; fax: +82-42-367-5067

E-mail address: minsungk@kier.re.kr

는 오랫동안 진행되어 왔으나, 현재 대부분의 상용화된 응용분야는 온도차를 이용한 열역학적 동력 사이클을 근간으로 하고 있다. 전통적인 열역학적 동력 사이클 연구는 화석연료 등의 연소열을 에너지원으로 사용하는 스팀 랭킨 사이클에 관한 연구로서, 한정된 연소열 조건하에서 주로 사이클의 효율(1법칙 효율)을 향상시키는 것에 목적을 두고 있었다.

그러나 재생에너지 열원을 이용하는 경우, 과거의 화석연료 이용 사이클과는 달리, 이용 후 저온이 된 열원을 비용을 들여 재가열하지 않으므로, 사이클의 1법칙 효율보다는 사이클의 실제 산출물(product)이라 할 수 있는 출력(즉, 2법칙 효율 또는 엑서지 효율)을 성능지표로 하고, 이를 향상 및 극대화시키기 위한 연구가 주목을 받고 있다.⁽⁴⁻⁵⁾

유한한 열용량의 열원으로 구동되는 동력 사이클의 출력을 극대화 시키고자 하는 노력으로, Ondrechen et al.⁽⁶⁾은 무한개의 미소 카르노 사이클로 구성된 연속-카르노 사이클(sequential Carnot cycle) 모델을 제안하고, 이를 이용하여 주어진 열원 입구조건에 대한 열기관의 이론 최대 출력을 무한한 크기의 열교환기 및 무한한 열용량의 열침(heat sink) 조건하에서 구하였다.

이후, Ibrahim et al.⁽⁷⁾ 및 Ibrahim and Klein⁽⁸⁾은 유한한 열용량의 열원 및 열침조건 하에서 열기관의 이론 최대 출력을 구하기 위한 해석해는 존재하지 않으나, 연속-카르노 사이클 모델을 이용한 수치해석해를 얻을 수 있음을 주장하였다. 그러나 모델의 설계변수 및 최적화 방법 등 실질적인 계산 과정에 관한 논의와, 설계 조건 변화에 따른 사이클의 특성 변화에 관한 고찰이 충분하지는 못하였다.

본 연구의 목적은 열원 및 열침(냉각수) 유량 조건, 그리고, 사이클 구동에 필요한 총 열관류율이 주어진 경우에 대해, 약 100°C 근처의 저온 열원을 이용하는 열기관의 이론 최대 출력을 연속-카르노 사이클 모델을 이용하여 구하고, 설계 조건 변화에 따른 최적 설계변수 값의 변화를 고찰하는데 있다. 이러한 고찰은 향후 실제 저온 열원 이용 동력 사이클 설계 및 최적 운영에 참고자료로서 활용될 수 있다.

기존의 연구⁽⁶⁻⁸⁾와는 달리, 본 연구에서는 pattern search algorithm⁽⁹⁻¹⁰⁾을 이용한 2-설계변수 최적화를 통해 연속-카르노 사이클의 출력을 극대화 시켰다. 또한, 넓은 범위의 총 열관류율(UA) 변화에 따른 사이클의 최대출력 및 최적 설계변수 값 변화를

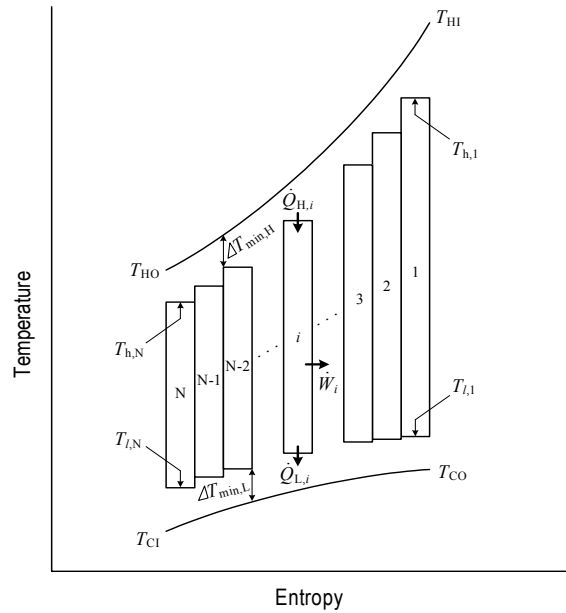


Fig. 1 Sequential Carnot cycle.

고찰하였다.

2. 사이클 모델링 및 최적화

본 연구에서는 유한한 열용량의 열원 및 열침(냉각수) 조건하에서 열기관의 이론 최대 출력을 구할 수 있는 것으로 알려진 연속-카르노 사이클 모델⁽⁶⁻⁸⁾을 고려하였으며, 이를 온도-엔트로피 선도에서 나타내면 Fig. 1과 같다.

N-연속-카르노 사이클은 N개의 미소 카르노 사이클들의 조합으로 생각할 수 있으며, 두 개의 등온 과정과 두개의 단열과정으로 이루어진 카르노 사이클은 N = 1인 경우에 해당한다. 열원의 열용량(\dot{C}_H) 및 열침의 열용량(\dot{C}_L)이 주어진 조건하에서 구동되는 N-연속-카르노 사이클의 출력은 식(1)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{W} &= \sum_{i=1}^N [\dot{Q}_{H,i} - \dot{Q}_{L,i}] \\ &= \sum_{i=1}^N [UA_{H,i} \Delta T_{lm,H,i} - UA_{L,i} \Delta T_{lm,L,i}] \quad (1) \end{aligned}$$

여기서, $UA_{H,i}$ 및 $\Delta T_{lm,H,i}$ 는 각각 i번째 미소 카르노 사이클이 열원으로부터 열을 받는데 필요한 열관류율 및 대수평균온도차를 의미한다. 또한, 각각의 미소 카르노 사이클은 내부 가역이므로, 식(2)가 성립한다.

$$\frac{\dot{Q}_{H,i}}{T_{h,i}} = \frac{\dot{Q}_{L,i}}{T_{l,i}} \quad (2)$$

기존의 연구⁽⁶⁻⁸⁾와는 달리, 본 연구에서는 N-연속-카르노 사이클의 출력을 극대화 시키기 위하여 2개의 인자를 택하여 최적화 시켰다. 첫 인자는 N번째 카르노 사이클의 고온부 온도 $T_{h,N}$ 이며, 나머지 인자는 사이클 구동에 필요한 총 열관류율 중 사이클이 열원으로부터 열을 받는데 필요한 열관류율 분율인 $UA_H/(UA_H + UA_L)$ 로 하였다. 계산의 편의를 위하여 각 미소 사이클의 수열량($\dot{Q}_{H,i}$)은 동일하다고 가정하였으며, 각 미소 사이클들과 열원의 최소온도차는 $\Delta T_{min,H}$, 미소 사이클들과 열침의 최소온도차는 $\Delta T_{min,L}$ 로 각각 동일하다고 가정하였다.

설계 조건(열원 및 열침 입구의 온도 및 유량과 총 열관류율)이 정해졌을 때, 전술한 2개의 설계변수 ($T_{h,N}$ 및 $UA_H/(UA_H + UA_L)$)가 주어지면 사이클의 출력은 Fig. 2와 같은 과정으로 구할 수 있다. 우선 고온부의 열교환기 내 최소 온도차 $\Delta T_{min,H}$ 를 가정한다. 주어진 $T_{h,N}$ 으로부터 열원 출구온도 $T_{HO,N}$ 을 구한다. N번째 사이클의 수열량 $\dot{Q}_{H,N}$ 및 수열 과정에서 대수평균온도차 $\Delta T_{lm,H,N}$ 를 구하면 수열에 필요한 열관류율 $UA_{H,N}$ 을 구할 수 있다. 이와 같은 과정을 N-1, N-2, ..., 1번째 사이클까지 반복하면 N-연속-카르노 사이클의 수열에 필요한 총 열관류율 $\sum_{i=1}^N UA_{H,i}$ 를 구할 수 있다. 이 값이 주어진 UA_H 와 다르면 $\Delta T_{min,H}$ 를 다시 가정하고 위의 과정을 반복한다. $\sum_{i=1}^N UA_{H,i} \approx UA_H$ 조건을 만족하면 저온부의 열교환기 내 최소 온도차 $\Delta T_{min,L}$ 를 가정한다. 또한, $T_{l,N}$ 을 가정한다. 다음, N번째 사이클의 방열량 $\dot{Q}_{L,N}$ 을 구한다. 이 $\dot{Q}_{L,N}$ 이 식(2) 조건을 만족하지 않으면 $T_{l,N}$ 을 다시 가정한 후 위의 과정을 반복한다. 식(2) 조건을 만족하면 N번째 사이클의 방열에 필요한 열관류율 $UA_{L,N}$ 을 구할 수 있다. 이와 같은 과정을 N-1, N-2, ..., 1번째 사이클까지 반복하면 N-연속-카르노 사이클의 방열에 필요한 총 열관류율 $\sum_{i=1}^N UA_{L,i}$ 를 구할 수 있다. 이 값이 주어진 UA_L 과 다르면 $\Delta T_{min,L}$ 을 다시 가정하고 위의 과정

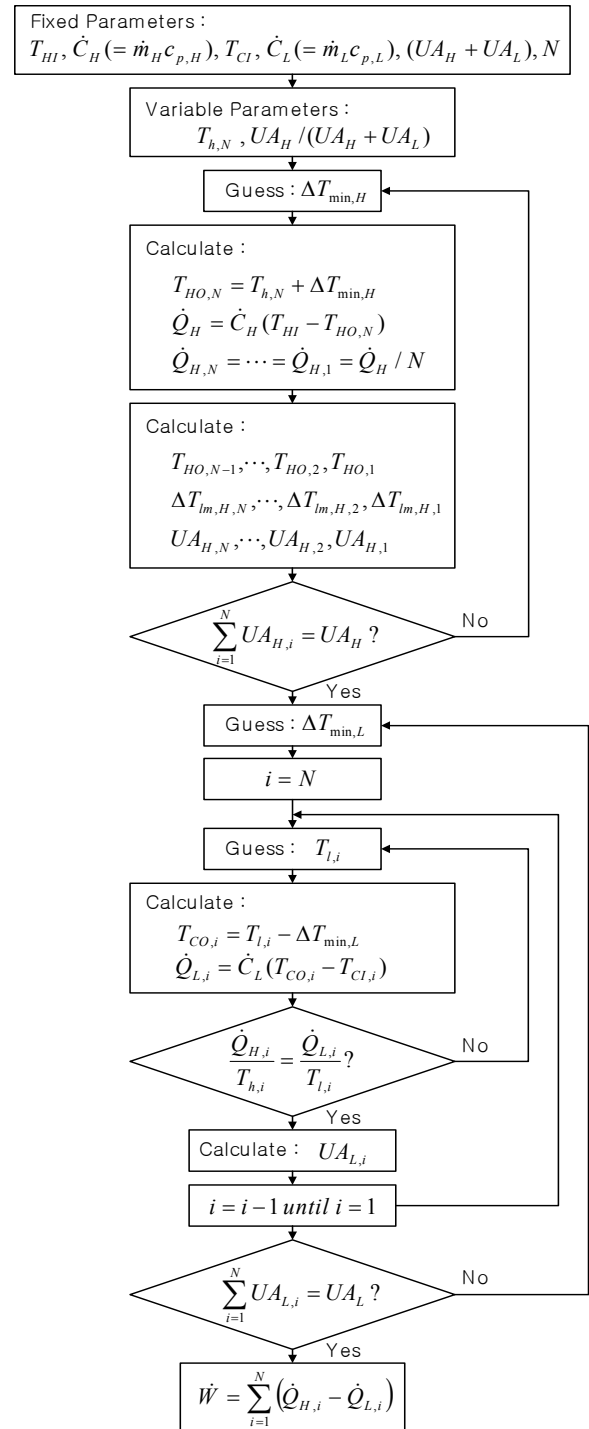


Fig. 2 Calculation procedure.

을 반복한다. $\sum_{i=1}^N UA_{L,i} \approx UA_L$ 조건을 만족하면 계산은 종료되며, 사이클의 출력을 구할 수 있다.

본 연구에서는 $N = 100$ 으로 하였으며, 열원 입구 온도(T_H) 및 유량(\dot{m}_H)은 각각 100°C 및 1 kg/s 으로 고정하였다. 또한, 열침(냉각수) 입구 온도 T_{CL}

20°C로 고정하였다. 위와 같은 구속조건 하에서, 열침 유량 $\dot{m}_L = 3 \text{ kg/s}$ 및 10 kg/s , 사이클 구동에 필요한 총 열관류율($UA_H + UA_L$) = 15~200 kW/K 범위에서 변화시켜가며 출력 최적화를 수행하였다. 여기서, 냉각수의 유량은 발전소의 열침-열원 열용량비(thermal-capacitance-rate ratio)가 일반적으로 3~10임을 고려하여 정한 값이다.^(8,11-12)

3. 계산 결과

우선, 두 설계변수의 최적 값이 존재하는지의 여부를 살펴보기 위하여, 열침(냉각수) 유량 $\dot{m}_L = 10 \text{ kg/s}$, 총 열관류율($UA_H + UA_L$) = 100 kW/K일 때, 두 설계변수 변화에 따른 사이클의 출력 변화를 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 3에 따르면 출력을 극대화 시키기 위한 두 설계변수의 최적 조합이 존재함을 알 수 있다.

첫 설계변수인 연속-카르노 사이클 고온부의 최저온도 $T_{h,N}$ 의 경우, 너무 높으면 수열량 \dot{Q}_H 가 감소하여 큰 출력을 얻을 수 없으며, 반대로 너무 낮으면 수열량 \dot{Q}_H 는 크나, 큰 열량을 전달하기 위해 열원과 사이클 간의 온도차가 증가하여 출력 감소 요인으로 작용한다. $T_{h,N}$ 이 최적 값에 비해 너무 높은 경우로서, $T_{h,N} = 80^\circ\text{C}$ 인 경우($\dot{W} = 14.4 \text{ kW}$)의 사이클 온도-엔트로피 선도를 Fig. 4(a), 너무 낮은 경우로서, $T_{h,N} = 26^\circ\text{C}$ 인 경우($\dot{W} = 26.3 \text{ kW}$)의 선도를 Fig. 4(b)에 각각 나타내었다. 한편, 두 번째 설계변수인 $UA_H/(UA_H + UA_L)$ 의 값이 최적 값에 비해 너무 크거나 또는 작으면 사이클의 저온부 온도가 상승하거나 또는 고온부 온도가 낮아져 출력이 감소하므로, 최적 설계 값이 존재하게 된다.

위와 같이, 출력을 극대화시키기 위해서는 두 설계변수의 최적 조합을 찾는 것이 필요하다. 이를 찾기 위해 본 연구에서는 pattern search algorithm(PSA)⁽⁹⁻¹⁰⁾을 이용하였다. PSA는 다변수 함수의 최적화 문제를 풀 때 쓸 수 있는 방법 중 하나로서, 목적함수의 경사도(gradient)에 대한 정보 없이도 적용이 가능하다는 장점이 있다. 본 연구에서는 Matlab⁽¹³⁾ 환경의 Direct Search Toolbox⁽¹⁰⁾를 이용하여 PSA를 구현하였다. 즉, 본 연구에서 PSA의 목적함수는 사이클의 출력 \dot{W} 이며, PSA는 \dot{W} 을 극대화 시킬 수 있는 두 설계변수의 최적 조합을 찾는 역할을 한다.

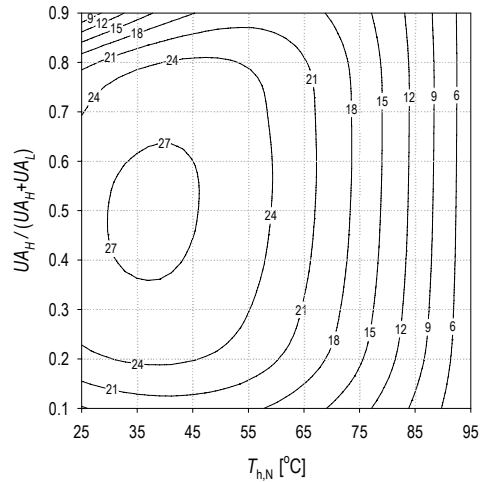
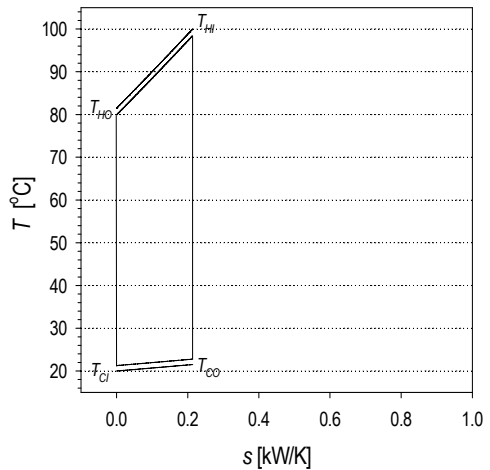
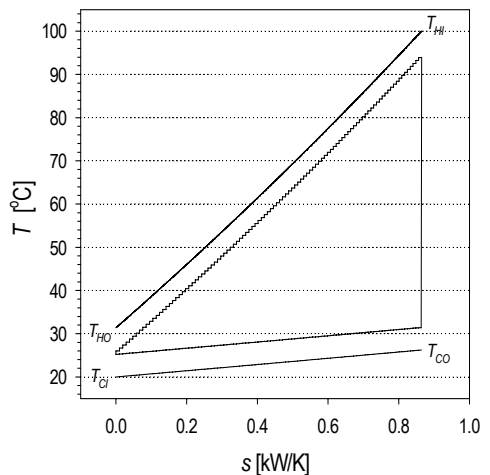


Fig. 3 Power variation over two design parameters change.



(a) $T_{h,N} = 80^\circ\text{C}$, $UA_H/(UA_H + UA_L) = 0.5$



(b) $T_{h,N} = 26^\circ\text{C}$, $UA_H/(UA_H + UA_L) = 0.5$

Fig. 4 Sequential Carnot cycles on a T-s diagram.

위의 조건에서 PSA를 이용한 최적 설계 값은 $T_{h,N} = 38^\circ\text{C}$ 및 $UA_H/(UA_H + UA_L) = 0.5$ 였으며, 이 때의 출력은 27.55 kW였다. Fig. 5에 최적 설계점에서의 사이클 온도-엔트로피 선도를 나타내었으며, 폐곡선으로 둘러싸인 면적이 출력을 의미한다. Fig 4 선도의 면적과 비교하면 Fig. 5 선도의 면적이 넓음을 알 수 있다.

Ondrechen et al.⁽⁶⁾은 이상적인 조건하에서 연속-카르노 사이클의 최대 출력은 열원의 온도가 열침 입구의 온도가 될 때까지, 즉, 열원을 최대한 활용하여야 얻을 수 있음을 관찰하였으나, 실제 그렇듯 전 열면적과 열침의 열용량이 유한한 경우에는 $T_{h,N}$ 의 최적 값이 존재한다. 다시 말해서, 수열량 \dot{Q}_H 를 극대화 시킨다고 해서 출력이 항상 극대화 되는 것은 아니다.

Fig. 6은 열침 유량 \dot{m}_L 및 총 열관류율($UA_H + UA_L$) 변화에 따른 최고 출력, 최적 $T_{h,N}$ 및 최적 설계점에서의 $\Delta T_{\min,H}$ (사이클과 열원간의 최소온도차) 변화를 나타낸다.

열침 유량이 증가하면, 그리고, ($UA_H + UA_L$)가 증가하면 사이클의 출력은 증가하고, 최적 $T_{h,N}$ 값은 낮아진다. 열침 유량이 증가하면 사이클의 평균 저온부 온도가 낮아지고, ($UA_H + UA_L$)가 증가하면 사이클의 고온부 및 저온부 온도가 열원 및 열침 온도에 더욱 가깝게 형성되므로 출력이 향상된다. 한편, 열침 유량이 증가하면, 그리고, ($UA_H + UA_L$)가 증가하면, 최적 $T_{h,N}$ 값이 낮아진다는 사실로부터, 이용 가능한 전열면적 및 냉각수량이 클수록 수열량 \dot{Q}_H 가 크게 되도록 사이클을 설계하는 것이 출력 측면에서 유리함을 알 수 있다.

최적 설계점에서의 $\Delta T_{\min,H}$ (사이클과 열원간의 최소온도차)의 경우에는($UA_H + UA_L$)가 증가하면, 그리고 열침 유량이 감소하면 감소한다. $\Delta T_{\min,H}$ 는 열교환기의 명목(nominal) 크기 개념으로 생각할 수 있는데, 예를 들어, Fig. 6에 점선으로 표시된 바와 같이 5°C의 일반적인 값을 고려하면, 열침 유량 $\dot{m}_L = 3 \sim 10 \text{ kg/s}$ 인 경우 약 22.5~26.8 kW의 최고 출력을 얻을 수 있을 것으로 기대할 수 있음을 알 수 있다. 한편, 본 연구의 계산 조건하에서 얻은 $UA_H/(UA_H + UA_L)$ 의 최적값은($UA_H + UA_L$) 또는 열침 유량과 관계없이 항상 0.5였다.

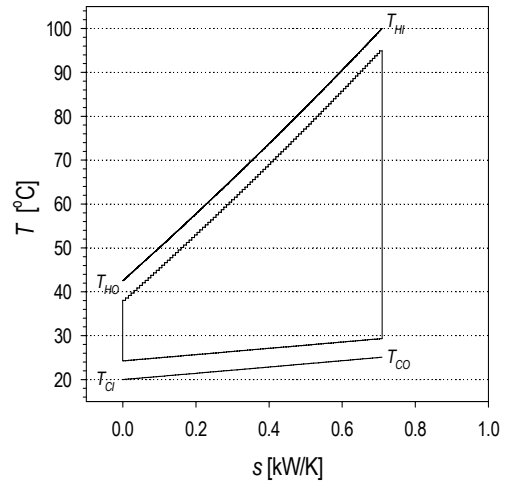


Fig. 5 Optimized sequential Carnot cycle on a T-s diagram.

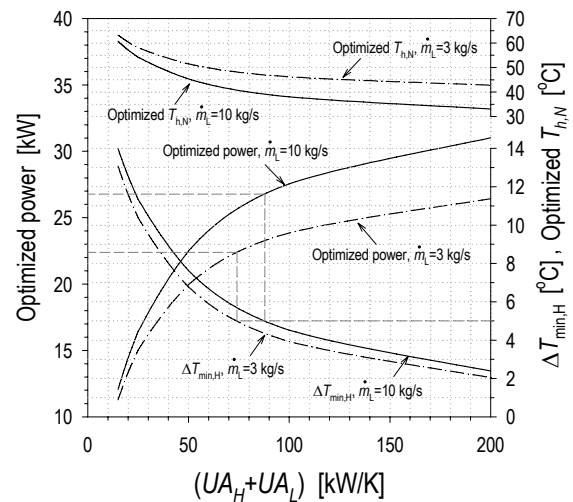


Fig. 6 Optimized power, $\Delta T_{\min,H}$ and $T_{h,N}$ variation over($UA_H + UA_L$) changes.

4. 결 론

본 연구에서는 100°C의 열원과 20°C의 열침 사이에서 작동하는 열기관의 이론 최대출력을 연속-카르노 사이클(sequential Carnot cycles) 모델을 이용하여 구하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 냉각수 유량이 열원 유량의 3~10배이며, 고온부 열교환기 내 최소온도차가 5°C일 때, 열기관을 이용하여 얻을 수 있는 열원수 단위 유량당 이론 최대출력은 약 22~26 kW/(kg/s)이다.

(2) 본 연구의 첫째 설계변수인 $T_{h,N}$, 즉, 연속-카르노 사이클 고온부의 최저온도의 경우, 출력을 극대화 시킬 수 있는 최적값이 존재한다. 즉, 수열량

\dot{Q}_H 를 극대화시키기 위해 $T_{h,N}$ 을 낮게 설계한다고 해서 출력이 항상 극대화 되는 것은 아니다. 다만, 이용 가능한 진열면적 및 냉각수량이 클수록 출력을 극대화 시킬 수 있는 최적 $T_{h,N}$ 의 값은 낮아진다.

(3) 본 연구의 둘째 설계변수인 $UA_H/(UA_H+UA_L)$, 즉, 사이클 구동에 필요한 총 열관류율 중 사이클이 열원으로부터 열을 받는데 필요한 열관류율 비율의 경우, 출력을 극대화 시킬 수 있는 최적값은 본 연구의 계산 조건하에서 항상 0.5였다.

참고문헌

- Bertani, R., 2010, Geothermal power generation in the world 2005~2010 Update Report, Proceedings World Geothermal Congress 2010, Bali, Indonesia.
- Odum, H., 2000, Emergy evaluation of an OTEC electrical power system, Energy, Vol. 25, No. 4, pp. 389-393.
- Garcia-Rodriguez, L. and Blanco-Galvez, J., 2007, Solar-heated Rankine cycles for water and electricity production : POWERSOL project, Desalination, Vol. 212, No. 1-3, pp. 311-318.
- Madhawa Hettiarachchi, H., Golubovic, M., Worek, W. and Ikegami, Y., 2007, Optimum design criteria for an organic Rankine cycle using low-temperature geothermal heat sources, Energy, Vol. 32, pp. 1698-1706.
- Dai, Y., Wang, J. and Gao, L., 2009, Parametric optimization and comparative study of organic Rankine cycle(ORC) for low grade waste heat recovery, Energy Conversion and Management, Vol. 50, pp. 576-582.
- Ondrechen, M., Anderson, B., Mozurkewich, M. and Berry, R., 1981, Maximum work from a finite reservoir by sequential Carnot cycles, Am. J. Phys., Vol. 49, pp. 681-685.
- Ibrahim, O. M., Klein, S. A. and Mitchell, J. W., 1991, Optimum heat power cycles for specified boundary conditions, J. Eng. Gas Turbines Power, Vol. 113, pp. 514-521.
- Ibrahim, O. M. and Klein, S. A., 1996, Absorption power cycle, Energy, Vol. 21, pp. 21-27.
- Lewis, R. M. and Torczon, V., 2002, A globally convergent augmented Lagrangian pattern search algorithm for optimization with general constraints and simple bounds, SIAM Journal on Optimization, Vol. 12, pp. 1075-1089.
- Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox 2 for MATLAB user's guide, 2007, The Math Works Inc.
- Aneke, M., Agnew, B. and Underwood, C., 2011, Performance analysis of the Chena binary geothermal power plant, Applied Thermal Engineering, Vol. 31, pp. 1825-1832.
- Mlcak, H., Mirolli, M., Hjartarson, H., and Ralph, M., 2002, Notes from the North : a Report on the Debut Year of the 2 MW Kalina Cycle Geothermal Power Plant in Husavik, Iceland, Geothermal Res. Council Trans. Vol. 26, pp. 715-718.
- MATLAB Version R2009a, 2009, The Math Works Inc.