

평면공간에서 다중 센서간 도달 시간차를 이용한 해석적인 최소제곱오차 음원 위치 추정 방법

Closed-form Nonlinear Least-Squares Source Localization from Time-Difference of Arrival Measurements in Planar Space

신 동 훈*

Donghoon Shin

Abstract

A closed-form technique is presented for estimating a single source location from a set of noisy time delay measurements between distributed sensors. The localization formula is derived from nonlinear least squares minimization over the unknowns of target range and bearing in polar coordinates. Computer simulation results are provided for the purpose of performance analysis. Constrained least squares minimization method with prior source location information is also discussed.

Keywords : TDOA(Time Difference of Arrival, 도달 시간차), Source Localization(음원 위치추정), Least Squares Estimation(최소제곱오차 추정)

1. 서론

수동 소나 혹은 레이더에서 음원의 위치를 추정하는 잘 알려진 방법은 다중 센서에 도달한 신호의 시간차(TDOA)를 이용하는 것이다^[1]. 음속이 균일한 2차원 평면에서, 2개의 센서에 도달한 신호의 시간차를 만족하는 음원의 위치는 쌍곡선으로 주어지며, 여기서 센서가 하나 추가되면 새로운 쌍곡선이 음원 위치의 제약식으로 추가되므로 두 쌍곡선의 교점에서 음원의 위치가 결정된다^[1].

센서의 개수가 더 늘어나면 제약식의 개수가 미지수의 개수보다 많아지며, 이는 최적 위치추정 방법에 관한 문제가 된다. 일반적인 다중 음원, 다중 센서의 문제에서 최우도(maximum likelihood) 방법은 음원위치의 함수로 주어진 조건부 확률밀도함수를 최대화하는 방법을 적용한다^[2,3]. 이 경우 비선형 최우도 함수를 최대화하기 위해 수치적·반복적 알고리즘이 적용된다. 음원이 원거리에 있을 경우, 선배열 다중 센서를 이용하여 CRLB(Cramer-Rao Lower Bound)를 달성하는 최적 위치추정 수식이 알려져 있다^[4]. 다중 센서간 시간차의 다른 기하학적 해석 방법은, 음원 위치가 3개의 센서를 지나는 원뿔 곡선의 축에 위치한다는 점을 이용한다^[5].

한편, 앞서 제시된 최우도 방법은, 특정한 조건에서,

† 2011년 3월 18일 접수~2011년 6월 10일 게재승인

* 국방과학연구소(ADD)

책임저자 : 신동훈(dshin@add.re.kr)

추정된 음원 위치에 의한 시간차와 측정된 시간차의 거리를 최소화한다^[6]. 이 방법의 계산상 복잡성을 줄일 수 있도록, 시간차의 오차를 최소화하는 대신 시간차 함수의 오차를 최소화하는 방법이 제시되었다^[6~8]. 그러나 기존의 방법들은 음원 거리와 음원의 위치 좌표가 독립적이라고 가정하고 최소제곱오차(least squares) 방법을 적용 뒤, 음원 거리와 위치 좌표의 불일치를 사후 해소하여 근사적으로 문제를 해결하고 있다^[6~8]. 이는 음원 거리와 위치 좌표가 비선형 관계에 있기 때문이다.

본 논문에서는 2차원 극 좌표계에서 음원의 x, y 좌표 대신, 거리와 방위의 함수를 해석적으로 최소화함으로써, 최소제곱오차의 근사해가 아닌 정확한 해를 얻을 수 있었다. 특히 음원의 위치에 대한 사전정보를 알 수 있는 경우, 본 논문의 알고리즘을 적용하여 좌우-모호성(left right ambiguity)에 의한 위치오차를 상당 부분 제거할 수 있음을 보였다.

2. 알고리즘의 유도

센서의 개수 N 개, 센서 좌표 $\bar{x}_i = (x_i, y_i)^T$ ($i = 1, \dots, N$)로 둔다. 편의상 1번 센서를 원점에 두는 좌표계를 선택한다(Fig. 1).

$$\bar{x}_1 = \bar{0} \tag{1}$$

음원 좌표가 $\bar{x}_s = (x_s, y_s)^T$ 일 때, 음원과 센서 i 사이의 거리를 $D_i = \|\bar{x}_i - \bar{x}_s\|$ 로 두면, 음원과 센서 i 의 거리와 음원의 원점으로부터의 거리의 차이 d_{i1} 을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$d_{i1} = D_i - D_1 \tag{2}$$

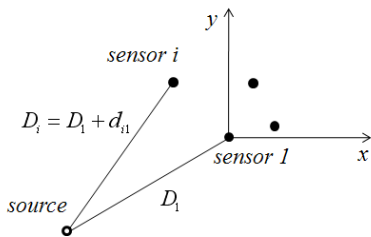


Fig. 1. 센서와 음원의 위치

그러면 다음의 관계가 성립한다.

$$(D_1 + d_{i1})^2 = \|\bar{x}_i - \bar{x}_s\|^2 \tag{3}$$

$$= \|\bar{x}_i\|^2 - 2\bar{x}_i^T \bar{x}_s + D_1^2$$

단, $i = 2, \dots, N$

실제 측정한 거리의 차이를 \hat{d}_{i1} 이라고 하면, \hat{d}_{i1} 은 센서간 시간차(TDOA)를 측정하여 음속을 곱하여 얻으므로, 측정오차가 발생하여 식 (3)의 등식이 성립하지 않는다. 이를 다음과 같이 오차 ϵ_i 로 모델링한다^[6].

$$\epsilon_i = \|\bar{x}_i\|^2 - \hat{d}_{i1}^2 - 2\hat{d}_{i1}D_1 - 2\bar{x}_i^T \bar{x}_s \tag{4}$$

단, $i = 2, \dots, N$

그러므로 오차는 음원의 거리 D_1 과 좌표 \bar{x}_s 의 선형(linear) 함수이다. 기존에 제시된 방법들은 D_1 과 \bar{x}_s 가 독립이라고 가정하고 선형 최소제곱오차 방법을 적용한다^[6~8]. 이는 $D_1 = \|\bar{x}_s\|$ 의 제한조건을 만족하면서 제곱오차를 최소화하는 음원 좌표 \bar{x}_s 를 찾는 것이 어려운 최적화 문제이기 때문이다^[6].

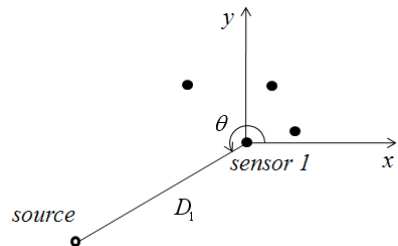


Fig. 2. 극 좌표계의 음원 위치

본 논문에서는 Fig. 2와 같이 음원 좌표 \bar{x}_s 를 극 좌표계에서 음원의 거리 D_1 과 방위 θ 의 함수로 표현하여, 식 (4)의 비선형 최소제곱오차 해를 구하였다. 식 (4)를 음원의 거리와 방위의 함수로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\epsilon_i = \delta_i - 2s_i D_1 \tag{5}$$

$$\text{단, } \delta_i = \|\bar{x}_i\|^2 - \hat{d}_{i1}^2$$

$$s_i = \hat{d}_{i1} + x_i \cos \theta + y_i \sin \theta$$

$$i = 2, \dots, N$$

주어진 음원 방위 θ 에 대해 식 (4)의 오차는 음원 거리 D_1 의 선형 함수로 주어지므로, 음원 거리 D_1 의 선형 최소제곱오차 해는 다음과 같다.

$$\hat{D}_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{-T^-}{s} \right)^{-1} \frac{T^-}{s} \bar{\delta} \quad (6)$$

$$\text{단, } \bar{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \vdots \\ \delta_N \end{bmatrix}, \bar{s} = \begin{bmatrix} s_2 \\ s_3 \\ \vdots \\ s_N \end{bmatrix}$$

식 (6)에서 얻은 음원 거리 해를 식 (5)에 대입하면, 제곱오차의 합은 음원 방위 θ 만의 함수가 된다.

$$\bar{\epsilon}^T \bar{\epsilon} = \bar{\delta}^T \bar{\delta} - \left(\frac{-T^-}{s} \right)^{-1} \left(\frac{-T^-}{s} \right)^2 \quad (7)$$

$$\text{단, } \bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \vdots \\ \epsilon_N \end{bmatrix}$$

상수항을 무시하면 θ 의 최소제곱오차 해는 다음과 같다.

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} \left(\frac{-T^-}{s} \right)^{-1} \left(\frac{-T^-}{s} \right)^2 \quad (8)$$

위 식에서 최대화 대상함수는, \bar{s} 가 $\bar{0}$ 이 아닌 한, 그 값이 항상 0보다 같거나 큰 해석함수이다. 참고로 \bar{s} 가 $\bar{0}$ 이 되는 조건은, 측정된 \hat{d}_{i1} ($i = 2, \dots, N$)의 값에 오차가 없다고 가정하면, 음원이 무한히 멀리 있어 평면파가 입사하거나, 선배열을 연결하는 선 위에 음원이 존재하는 경우이다.

식 (8)의 대상함수가 해석함수이므로, 이를 미분하여 그 값이 0이 되는 극점(extremum) 중에 함수의 최대점이 존재함을 알 수 있다. 따라서 1계 도함수를 0으로 두면 다음의 식을 얻는다.

$$a_0 + a_1 \sin \theta + a_2 \cos \theta + a_3 \sin \theta \cos \theta + a_4 \cos^2 \theta = 0 \quad (9)$$

$$a_0 = \sum_{j=2k=2}^N \sum_{j=2k=2}^N \delta_j x_k (d_{j1} y_k + d_{k1} y_j) - 2 \delta_j x_j d_{k1} y_k$$

$$a_1 = \sum_{j=2k=2}^N \sum_{j=2k=2}^N \delta_j x_k (d_{j1} d_{k1} + y_j y_k) - \delta_j x_j (d_{k1}^2 + y_k^2)$$

$$a_2 = \sum_{j=2k=2}^N \sum_{j=2k=2}^N \delta_j y_j (d_{k1}^2 + x_k^2) - \delta_j y_k (d_{j1} d_{k1} + x_j x_k)$$

$$a_3 = \sum_{j=2k=2}^N \sum_{j=2k=2}^N \delta_j d_{k1} (y_j y_k - x_j x_k) + \delta_j d_{j1} (x_k^2 - y_k^2)$$

$$a_4 = \sum_{j=2k=2}^N \sum_{j=2k=2}^N \delta_j d_{k1} (x_j y_k + y_j x_k) - 2 \delta_j d_{j1} x_k y_k$$

위 식에서 $z = \cos \theta$ 로 치환하고 $\sin \theta$ 관련 항을 좌변에 모아 제곱하면, z 에 관한 다음과 같은 4차 다항식을 얻는다.

$$b_0 + b_1 z + b_2 z^2 + b_3 z^3 + b_4 z^4 = 0 \quad (10)$$

$$b_0 = a_0^2 - a_1^2$$

$$b_1 = 2a_0 a_2 - 2a_1 a_3$$

$$b_2 = a_1^2 + a_2^2 - a_3^2 + 2a_0 a_4$$

$$b_3 = 2a_1 a_3 + 2a_2 a_4$$

$$b_4 = a_3^2 + a_4^2$$

위 식은 최대 4개의 해가 존재하며, 이 중 $|z| \leq 1$ 을 만족하는 실수 해를 z_i ($i = 1, \dots, M$, $M \leq 4$ 인 자연수)라 하면, $z_i = \cos \theta_i$ 가 된다. 한편 $0 \leq \theta_i < 2\pi$ 영역에서 $z_i = \cos \theta_i$ 를 만족하는 θ_i 는 두 개가 존재하며, 둘 중 원래 식 (9)를 만족하는 θ_i 에서 식 (8)의 대상함수의 극점을 얻는다. 결국 음원 방위 θ 의 최소제곱오차 해는 다음과 같다.

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta = \{\theta_1, \dots, \theta_M\}} \left(\frac{-T^-}{s} \right)^{-1} \left(\frac{-T^-}{s} \right)^2 \quad (11)$$

음원 거리의 최소제곱오차 해 \hat{D}_1 은 식 (11)을 식 (6)의 음원 방위 θ 에 대입하여 얻는다.

이 때, 배열의 형상이 선배열인 경우 좌우 모호성에 의해 대상함수의 최대값과 두 번째로 큰 값이 동일하다. 선배열에 가까운 배열 형상을 사용한 경우에도 대상함수의 최대값과 두 번째로 큰 값의 차이가 크지 않다. 따라서 단순히 최소제곱오차 해를 음원 방위로 결정하는 것은 좌우 모호성에 의해 큰 오차가 발생한다. 이러한 경우에는 음원위치에 대한 사전 정보를 이용하여, 음원이 존재하는 영역의 최소제곱오차 해를 선택하는 것이 바람직하다.

한편, 식 (7)을 최소화하는 것은 음원 거리 D_1 를 실재보다 작게 추정하는 편이(bias)가 발생한다^[6]. 이는 오차 ϵ_i 가 근사적으로 음원거리의 추정값 \hat{D}_i 에 비례하기 때문이다^[6]. 이러한 문제를 해결하기 위해, 식 (7)의 단순 최소제곱오차 해를 구하는 대신, 반복적으로 가중 최소제곱오차 해를 구하는 방법이 제시되었다^[6]. 이 때 사용하는 가중 행렬은 다음과 같다^[6].

$$W = (\text{diag}[\hat{D}_i] \text{cov}[\hat{d}_{i1}, \hat{d}_{j1}] \text{diag}[\hat{D}_i])^{-1} \quad (12)$$

단, $\text{diag}[x_i]$: i -1행, i -1열의 값이 x_i 인 대각행렬

$\text{cov}[x_i, x_j]$: i -1행, j -1열의 값이 x_i, x_j 의 공분산

가중행렬을 적용한 가중 제곱오차의 합은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{\epsilon}^T W \bar{\epsilon} = \bar{\delta}^T W \bar{\delta} - (\bar{s}^T W \bar{s})^{-1} (\bar{\delta}^T W \bar{s})^2 \quad (13)$$

가중행렬 W 는 positive-definite이므로, 아래삼각행렬(lower triangular matrix) L 에 대해 $W = LL^T$ 로 표현할 수 있으며, 식 (13)은 다음과 같이 바뀐다.

$$\bar{\epsilon}^T W \bar{\epsilon} = \bar{\delta}_l^T \bar{\delta}_l - (\bar{s}_l^T \bar{s}_l)^{-1} (\bar{\delta}_l^T \bar{s}_l)^2 \quad (14)$$

단, $\bar{\delta}_l = L \bar{\delta}$, $\bar{s}_l = L \bar{s}$

이는 식 (7)과 동일한 형태이므로, 앞의 식 (7)~(11)로 이어지는 알고리즘을 가중 최소제곱오차 해를 구하는데 사용할 수 있다.

3. 시뮬레이션

제안한 알고리즘의 성능을 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 통계적으로 검증하였다. 이 때, 거리의 차이의 측정 오차 $\hat{d}_{i1} - d_{i1}$ ($i = 2, \dots, N$)를 동일분포이며 다음의 상관 계수를 가지는 가우시안 확률변수로 가정하였다.

$$\frac{E[(\hat{d}_{i1} - d_{i1})(\hat{d}_{j1} - d_{j1})]}{\sqrt{E(\hat{d}_{i1} - d_{i1})^2 E(\hat{d}_{j1} - d_{j1})^2}} = \begin{cases} 1 & \text{for } i = j \\ 0.5 & \text{for } i \neq j \end{cases} \quad (15)$$

이는 각 센서의 잡음 스펙트럼이 동일하고 상호 독립이며(iid), 신호대 잡음비가 높을 때에, 상관함수를 통해 측정된 거리의 차이 \hat{d}_{i1} ($i = 2, \dots, N$)는 근사적으로 식 (15)의 상관계수를 갖는 가우시안 확률변수가 되기 때문이다^[9]. 시뮬레이션에 적용한 음속은 1500m/s으로 동질의 매질을 가정하였다.

제안한 위치 추정 방법의 성능을 평가하기 위해, 식 (4)와 같은 오차 모델링을 적용한 구면보간(spherical interpolation) 방법^[6]과 성능을 비교하였다.

알고리즘의 위치추정 성능 지표는 평균제곱오차의 제곱근(rms)을 적용하였다. 평균 제곱오차 σ^2 는 다음과 같이 편이항의 제곱과 평균 0인 오차의 표준편차의 제곱의 합으로 표현된다^[6]. 따라서 음원의 위치와 방위를 추정하여 편이와 표준편차를 각각 10000회 샘플을 이용하여 통계적으로 추정하였다.

$$\sigma = \sqrt{\text{bias}^2 + \text{std}^2} \quad (16)$$

가. 정사각형 배열 시뮬레이션

첫 번째 배열은 형태는 정사각형 배열로써, 센서는 (0, 0), (0, 10), (10, 0), (10, 10)(m)에 배치된다. 음원은 원점을 기준으로 거리 1000m, 방위 45°에 배치된다.

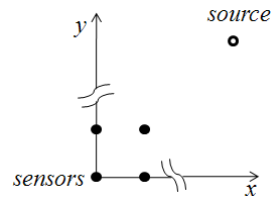


Fig. 3. 정사각형 배열과 음원의 배치

시뮬레이션에 적용한 거리 차이의 측정 오차를(즉, \hat{d}_{i1} 의 표준편차)를 10^{-3} m로 두었을 때의 시뮬레이션 결과는 다음 표와 같다.

Table 1. 음원거리의 편이, 표준편차, 평균제곱오차(m) 측정오차(\hat{d}_{i1} 의 표준편차) = 10^{-3} (m)

	편이 (bias)	표준편차 (std)	평균제곱 오차(o)
구면보간	0.35	28	28
제안방법	-0.23	34	34

Table 2. 음원방위의 편이, 표준편차, 평균제곱오차(deg)
 측정오차(\hat{d}_{i1} 의 표준편차) = 10^{-3} (m)

	편이 (bias)	표준편차 (std)	평균제곱 오차(σ)
구면보간	0.000058	0.0040	0.0040
제안방법	0.000058	0.0040	0.0040

한편 측정 오차가 10^2 m로 늘어난 경우 시뮬레이션 결과는 다음 표와 같다.

Table 3. 음원거리의 편이, 표준편차, 평균제곱오차(m)
 측정오차(\hat{d}_{i1} 의 표준편차) = 10^2 (m)

	편이 (bias)	표준편차 (std)	평균제곱 오차(σ)
구면보간	130	920	930
제안방법	-12	440	440

Table 4. 음원방위의 편이, 표준편차, 평균제곱오차(deg)
 측정오차(\hat{d}_{i1} 의 표준편차) = 10^2 (m)

	편이 (bias)	표준편차 (std)	평균제곱 오차(σ)
구면보간	-0.027	1.6	1.6
제안방법	0.017	1.8	1.8

시뮬레이션 결과 작은 측정 오차가 작으면 제안 방법은 구면보간 방법에 비해 작은 음원거리 오차를 나타내었다. 측정 오차가 커지면 제안 방법에서 음원거리 오차가 줄어들어, 제안 방법이 측정 오차가 커질 때 안정적임을 알 수 있다.

나. 선 형상에 가까운 배열 시뮬레이션

두 번째 배열은 좌우 모호성을 가지는 선 배열에 가까운 배열로써, 센서는 (0, 0), (1, 10), (1, 20), (0, 30) (m)에 배치된다. 음원은 마찬가지로 원점을 기준으로 거리 1000m, 방위 45°에 배치된다.

시뮬레이션에 적용한 거리 차이의 측정 오차를(즉, \hat{d}_{i1} 의 표준편차)를 10^3 m로 두었을 때의 시뮬레이션 결과는 다음 표와 같다.

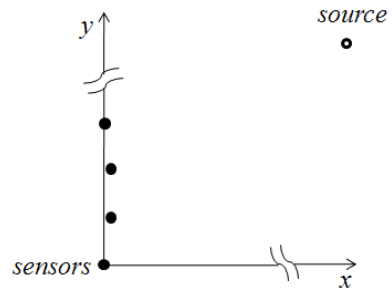


Fig. 4. 선 형상에 가까운 배열과 음원의 위치

Table 5. 음원거리의 편이, 표준편차, 평균제곱오차(m)
 측정오차(\hat{d}_{i1} 의 표준편차) = 10^{-3} (m)

	편이 (bias)	표준편차 (std)	평균제곱 오차(σ)
구면보간	44	240	250
제안방법	0.0053	14	14

Table 6. 음원방위의 편이, 표준편차, 평균제곱오차(deg)
 측정오차(\hat{d}_{i1} 의 표준편차) = 10^{-3} (m)

	편이 (bias)	표준편차 (std)	평균제곱 오차(σ)
구면보간	0.00094	0.52	0.52
제안방법	0.00011	0.0090	0.0090

한편 측정 오차가 10^2 m로 늘어난 경우 시뮬레이션 결과는 다음 표와 같다. 오차가 커지면 좌우 모호성 문제가 발생하므로, 이 경우 음원이 배열의 오른쪽에 위치한다는 사전 정보를 알고 있을 때, 제안 방법의 성능 역시 살펴보았다.

Table 7. 음원거리의 편이, 표준편차, 평균제곱오차(m)
 측정오차(\hat{d}_{i1} 의 표준편차) = 10^2 (m)

	편이 (bias)	표준편차 (std)	평균제곱 오차(σ)
구면보간	2000	23000	23000
제안방법	-590	470	750
제안방법 (사전정보)	4.4	140	140

Table 8. 음원방위의 편이, 표준편차, 평균제곱오차(deg) 추정오차(\hat{d}_{i1} 의 표준편차) = 10^{-2} (m)

	편이 (bias)	표준편차 (std)	평균제곱 오차(σ)
구면보간	-24	40	47
제안방법	46	36	60
제안방법 (사전정보)	0.0076	0.089	0.089

시뮬레이션 결과 선 배열에서는 제안 방법이 구면보간 방법에 비해 거리·방위의 추정성능이 향상되었다. 이는 배열 형태가 선 배열에 가까워지면, 구면보간 방법의 선형 최소제곱오차 역행렬 계산 문제(singular matrix에 근접)에 따른 오차가 증가하기 때문이다. 따라서 배열 형태가 선 배열에 근접하는 경우, 기존의 방법에 비해 제안방법을 사용함으로써 성능이 개선된다.

그리고 시뮬레이션 결과로부터 측정 오차가 크면 음원 위치의 좌우 모호성에 의해 오차가 급증함을 알 수 있다. 이 때 구면보간 방법은 음원이 배열의 오른쪽에 있다는 사전정보를 활용할 수 없지만, 제안 방법은 사전 정보를 활용하여 오차를 크게 줄이게 된다. 특히 제안 방법의 경우 좌우 모호성에 의한 방위 오차가 커서, 음원 위치의 사전 정보를 적용한 경우 방위 오차가 크게 줄어든다.

4. 결론

본 논문에서는 음원의 거리와 방위 영역에서 제곱 오차를 해석적으로 최소화하는 방법을 제시하였다. 본 방법은 배열의 형태가 선배열에 근접할 때에 기존의 방법에서 오차가 급증하는 문제를 해결하였다. 또한 전 파라미터(거리, 방위) 영역에서 최대 4개의 극점, 즉 음원 위치의 후보가 존재함을 밝혔으며, 이를 이용하여 관심 영역내의 극점을 선택함으로써 최적화가 가능하므로, 좌우 모호성이 발생할 때에 사전 정보를 이용하여 오차를 크게 줄일 수 있다.

그렇지만 제안 방법의 오차 모델은 실제 오차 모델

과 다를 수 있으며, 위치 추정 오차를 직접적으로 최소화 하는 최적화 기준이 적용되지 않은 점은 본 방법의 한계이다.

References

- [1] G. C. Carter, "Time Delay Estimation for Passive Sonar Signal Processing", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-19, pp. 608~614, Sept. 1973.
- [2] M. Wax and T. Kailath, "Optimum Localization of Multiple Sources in Passive Array", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-31, pp. 1210~1217, Oct. 1983.
- [3] D. J. Torrieri, "Statistical Theory of Passive Location Systems", IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., Vol. AES-20, pp. 183~198, Mar. 1984.
- [4] W. R. Hahn, "Optimum Signal Processing for Passive Sonar Range and Bearing Estimation", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 58, pp. 201~207, July 1975.
- [5] R. O. Schmidt, "A New Approach to Geometry Range Difference Location", IEEE Trans. Aerosp. Electron., Vol. AES-8, pp. 821~835, Nov. 1972.
- [6] J. S. Abel and J. O. Smith, "Closed-Form Least-Squares Source Location Estimation from Range-Difference Measurements", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-35, pp. 1661~1669, Dec. 1987.
- [7] H. C. Schau and A. Z. Robinson, "Passive Source Localization Employing Intersecting Spherical Surfaces from Time-of-Arrival Differences", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-35, pp. 1223~1225, Aug. 1987.
- [8] Y. T. Chan and K. C. Ho, "A Simple and Efficient Estimator for Hyperbolic Location", IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 42, pp. 1905~1915, Aug. 1994.
- [9] W. A. Hahn and S. A. Tretter, "Optimum Processing for Delay Vector Estimation in Passive Signal Processing", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-19, pp. 608~614, Sept. 1973.