
다중 입력 T-S 퍼지 궤환 선형화 기법을 이용한 이동로봇의 궤도 추적 제어

황근우* · 김현우* · 박승규** · 곽균평*** · 안호균** · 윤태성****

Trajectory Tracking Control of Mobile Robot using Multi-input T-S Fuzzy Feedback Linearization

Keun-Woo Hwang* · Hyeon-Woo Kim* · Seung-Kyu Park** · Gun-Pyong Kwak*** · Ho-Kyun Ahn** ·
Tae-Sung Yoon****

본 연구는 2010 년도 창원대학교 연구비와 지방기술혁신사업(RT104-01-03) 지원으로 수행되었습니다.

요 약

본 논문에서는 다중 입력을 가지는 비선형 시스템의 제어기 설계를 위한 다중 입력 T-S 퍼지 궤환 선형화 기법이 제안되었으며 그 기법을 바퀴형 이동로봇의 궤도 추적 제어를 위한 제어기를 설계하는 데에 사용하였다. 이를 위하여, 먼저 바퀴형 이동로봇의 에러 동특성 방정식을 T-S 퍼지 모델로 나타내었고, 이 퍼지 모델을 비선형 퍼지 좌표 변환과 비선형 상태 궤환 입력에 의해 하나의 선형 제어 시스템으로 변환시켰다. 시뮬레이션 결과는 본 논문에서 제안된 다중 입력 궤환 선형화 기법에 의해 설계된 궤도 추적 제어기가 T-S 퍼지 시스템을 제어하기 위해 널리 사용되는 기존의 PDC 기법에 의해 설계된 궤도 추적 제어기보다 더 나은 성능을 제공함을 보여주었다.

ABSTRACT

In this paper, we propose a T-S fuzzy feedback linearization method for controlling a non-linear system with multi-input, and the method is applied for trajectory tracking control of wheeled mobile robot. First, an error dynamic equation of wheeled mobile robot is represented by a T-S fuzzy model, and then the T-S fuzzy model is transformed to a linear control system through the nonlinear fuzzy coordinate change and the nonlinear state feedback input. Simulation results showed that the trajectory tracking controller by using the proposed multi-input feedback linearization method gives better performance than the trajectory tracking controller by using the PDC(Parallel Distributed Compensation) method for controlling the T-S Fuzzy system.

키워드

이동로봇, 궤도 추적 제어, T-S 퍼지 모델, 다중 입력 T-S 퍼지 궤환 선형화;

Key word

Mobile robot, Trajectory tracking control, T-S fuzzy model, Multi-input T-S fuzzy feedback linearization

* 준회원 : 창원대학교 전기공학과

접수일자 : 2011. 02. 28

** 정회원 : 창원대학교 전기공학과

심사완료일자 : 2011. 05. 09

*** 중신회원 : 창원대학교 전기공학과

**** 정회원 : 창원대학교 전기공학과 (교신저자, tsyoon@changwon.ac.kr)

I. 서 론

일반적으로 이동로봇은 전형적인 비선형 시스템이다. 선형 제어 이론을 통해 비선형 시스템을 제어하기 위해서는 궤환 선형화(feedback linearization) 기법과 T-S 퍼지 제어 기법이 가장 보편적으로 사용된다. 궤환 선형화 기법은 선형화를 위하여 일반적으로 비선형 좌표 변환과 비선형 궤환을 사용하는 방법으로 비선형 제어분야에서 활발하게 연구되어 왔다. 그러나 이 방법은 수학적으로 매우 어렵기 때문에 직관적인 개념으로 이해하기에 어려움이 많다[1-2]. T-S 퍼지 모델은 비선형 모델의 근사화에 매우 유용하며, 여러 동작점을 기초로 하는 여러 개의 선형 모델들의 결합으로 구성된다. 그리고, T-S 퍼지 제어기는 각각의 선형모델에 대하여 설계된 여러 개의 선형 제어기들의 퍼지 결합으로 구성된다[3-5]. 그러나 이 방법은 여러 개의 선형모델에 대한 각각의 제어기를 설계함에 있어 전체시스템에 대한 안정도를 고려해야만 하기 때문에 궤환 선형화 기법처럼 선형 제어 이론을 직접적으로 T-S 퍼지 제어기의 설계에 이용할 수 없다는 어려움이 있다.

또한, 제어기의 설계에 있어 선형 제어 이론을 직접적으로 이용할 수 있는 기존의 궤환 선형화 기법은 소속 함수를 포함하는 T-S 퍼지 모델들을 사용할 수 없다. 이는 T-S 퍼지 형태로 모델링된 시스템을 제어할 때에는 치명적인 단점이 된다[6-7]. 이에 대한 해결 방법의 하나로, 비선형 시스템을 T-S 퍼지 모델로 표현한 후 T-S 퍼지 모델을 선형화함으로써 기존의 궤환 선형화에 있어서의 편미분방정식의 해에 관한 수학적 어려움을 제거하고 직접적인 선형제어기의 사용을 가능케 하는 T-S 퍼지 상태 궤환 선형화 기법이 단일 입력(single-input)을 갖는 비선형 시스템에 대하여 본 논문의 저자들에 의해 제안되었다[8].

한편, 이동로봇의 궤도 추적 제어(trjectory tracking control)를 위하여 Lyapunov 함수를 사용한 궤환 선형화 제어기가 제안되었다[9-10]. 최근에는 기준 궤적 주위에서 선형화된 에러 동특성을 가지는 모델을 이용하여 선형 예측 제어 기법을 이용하여 제어기를 설계하는 방법이 제안되었다. 이 방법에서는 전체 이동로봇 시스템이 선형화될 수 있도록 제어 입력이 피드포워드 입력과 피드백 입력으로 구성되어졌다[11].

본 논문에서는 다중 입력(multi-input)을 갖는 T-S 퍼지 모델의 선형화 방법을 제안하고, 이를 이용하여 2개의 입력을 가지는 바퀴형 이동로봇의 궤도 추적을 위한 제어기를 설계하고자 한다. 이를 위하여, 먼저 이동로봇의 에러 동특성 방정식을 T-S 퍼지 모델로 표현한다. 그런 후, 이 T-S 퍼지모델을 제안되는 비선형 퍼지 좌표 변환과 비선형 상태 궤환 입력을 통하여 선형 제어 시스템으로 변환시킨다. 따라서, 선형 제어 에러 동특성 방정식을 안정하게 만드는 제어기를 선형 제어 이론을 사용해서 설계할 수 있게 된다.

그리고 제안되는 방법의 성능을 살펴보기 위해, 본 논문에서 제안하는 기법과 T-S 퍼지 모델을 직접 이용하여 제어기를 구하는 기존의 PDC(Parallel Distributed Compensation) 기법[4-5]에 의하여 이동로봇의 궤도 추적을 위한 제어기를 각각 설계하고 시뮬레이션을 통하여 그 결과를 비교해 보기로 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II절에서는 이동로봇의 궤도 추적 제어를 위한 바퀴형 이동로봇의 운동 방정식과 상태 추적 에러 방정식을 소개한다. III절에서는 다중 입력 T-S 퍼지 선형화와 제어입력을 얻기 위한 방법을 제안한다. IV절에서는 시뮬레이션 결과를 보여주고, 마지막으로 V절에 결론을 기술한다.

II. 바퀴형 이동로봇의 운동 방정식

그림 1의 바퀴형 이동로봇에 대한 기구학 식은 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서, x, y, θ 는 이동로봇의 자세(pose)이며, v, ω 는 각각 이동로봇의 선속도와 각속도를 나타낸다. 이동로봇의 궤도와 기준 궤도 사이의 에러

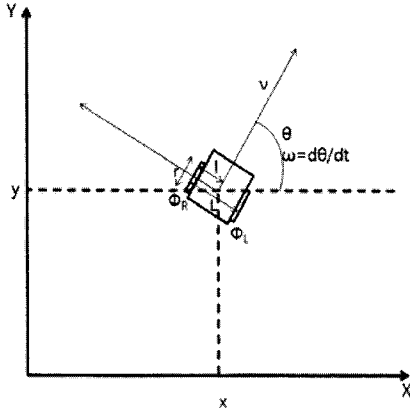


그림 1. 모바일 로봇의 운동학 모델.
Fig. 1. Kinematic model of wheeled mobile robot.

(error)는 다음과 같이 정의된다[9].

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

1

여기서, x_r, y_r, θ_r 은 기준 궤도의 좌표이다.

상태 추적 에러 방정식 (2)를 시간에 대해 미분하고 식(1)을 이용하면 다음 식 (3)과 같은 에러 동특성 방정식이 얻어지는데, 이 식은 이동로봇의 제어기 설계를 위해 사용된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos e_\theta & 0 \\ \sin e_\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_y \\ 0 & -e_x \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (3)$$

여기서 $\mathbf{u} = [v \ \omega]^T$ 는 속도 입력 벡터이며, v_r, ω_r 은 기준궤도를 만들어내는 선속도와 각속도로서 기준 입력(reference inputs)이다.

본 논문에서 사용된 제어 시스템의 구조는 그림 2와 같으며, 이동로봇의 입력 벡터 즉 제어 입력 벡터 \mathbf{u} 는 다음 식 (4)와 같이 피드포워드(feedforward) 입력 \mathbf{u}_F 와 피드백(feedback) 입력 \mathbf{u}_B 로 구성된다[11].

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_F + \mathbf{u}_B = [v_r \cos e_\theta \ \omega_r]^T + [v_c \ \omega_c]^T \quad (4)$$

위의 식 (4)에서 \mathbf{u}_F 는 기준 입력을 비선형 변환하여 얻어진 것이며, \mathbf{u}_B 는 다음 절에서 설계되어질 제어기의 출력이다. 그리고 그림 2에서 $q = [x, y, \theta]^T$ 이며, $q_r = [x_r, y_r, \theta_r]^T$ 를 나타낸다.

위의 식 (4)를 식 (3)에 대입하면 다음의 식 (5)를 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_r & 0 \\ -\omega_r & 0 & v_r \sin e_\theta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_y \\ 0 & -e_x \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

PDC 방법[4-5]과 같은 T-S 퍼지 제어 방법을 적용하기 위해서, 에러 범위가 0에 가까운 선형화된 모델 즉 기준 궤도 주위에서의 에러 동특성 방정식을 얻을 필요가 있다[12]. 따라서, 식 (5)에서 로봇과 기준궤적과의 오차가 $e_x = e_y = e_\theta = 0$ 으로 가정해 놓으면 다음 식 (6)과 같은 궤도 추적 제어기 설계를 위한 에러 동특성 방정식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_r & 0 \\ -\omega_r & 0 & v_r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

본 논문에서는 위의 식 (6)에 다음 절에 제안되는 다중 입력 T-S 퍼지 궤환 선형화 방법을 적용하여 이동로봇의 궤도 추적 제어를 위한 제어기를 설계하기로 한다.

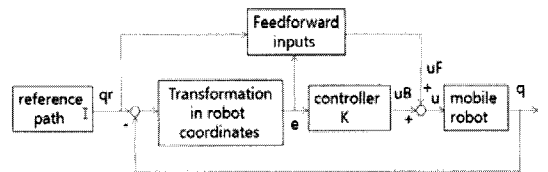


그림 2. 모바일 로봇 제어 시스템의 구조.
Fig. 2. Structure of mobile robot control system.

III. 이동로봇의 궤도 추적 제어를 위한 다중 입력 T-S 퍼지 궤환 선형화

이 절에서는 먼저 T-S 퍼지 모델을 소개하고, 이어서 다중 입력 T-S 퍼지 선형화와 이를 이용한 제어기 설계 방법을 제안하기로 한다.

3.1. T-S 퍼지 모델

Takagi와 Sugeno에 의해서 제안된 T-S 퍼지 모델링 방법[3]은 비선형 시스템을 여러 개의 국부(local) 선형 모델들의 결합으로 표현한다.

시스템 (6)에 대한 T-S 퍼지 모델의 i 번째 규칙(rule)은 다음과 같은 형태를 갖는다.

Plant rule i :

$$\begin{aligned} & \text{IF } w_1(t) \text{ is } F_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } w_g(t) \text{ is } F_{ig} \\ & \text{Then } \dot{\mathbf{e}}(t) = A_i \mathbf{e}(t) + B_i \mathbf{u}(t) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, $i = 1, 2, \dots, L$ 이고 F_{ig} 는 전건부의 퍼지 집합을 나타낸다. 그리고 $A_i \in R^{n \times n}, B_i \in R^{n \times m}$ 이고, L 은 If-Then 규칙의 개수 이다. $w_1(t), w_2(t), \dots, w_g(t)$ 는 전건부 변수들 이다.

전체 퍼지 시스템은 다음과 같이 추론된다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^L \mu_i(\mathbf{w}(t)) \{A_i \mathbf{e}(t) + B_i \mathbf{u}(t)\}}{\sum_{i=1}^L \mu_i(\mathbf{w}(t))} \\ &= \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) \{A_i \mathbf{e}(t) + B_i \mathbf{u}(t)\} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, $\mathbf{w}(t) = [w_1(t), w_2(t), \dots, w_g(t)]$ 이며,

$\mu_i(\mathbf{w}(t)) = \prod_{j=1}^g F_{ij}(w_j(t))$ 이다. 그리고 $F_{ij}(w_j(t))$ 는 F_{ij} 에 대한 $w_j(t)$ 의 소속 정도이다.

소속 함수들(membership functions)의 성질에 의해 $i = 1, 2, \dots, L$ 에 대해서 $\mu_i(\mathbf{w}(t)) \geq 0$ 이며, 따라서 다음의 관계식들이 성립된다.

$$\sum_{i=1}^L \mu_i(\mathbf{w}(t)) > 0, \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) = 1 \quad (9)$$

T-S 퍼지 모델에서 국부 모델에 대한 퍼지 제어기는 다음과 같이 표현할 수 있으며,

Controller i :

$$\begin{aligned} & \text{If } w_1(t) \text{ is } F_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } w_g(t) \text{ is } F_{ig} \\ & \text{Then } \mathbf{u}(t) = -F_i \mathbf{e}(t), \quad i = 1, 2, \dots, L \end{aligned}$$

전체 퍼지 제어기는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\mathbf{u}(t) = - \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) F_i \mathbf{e}(t) \quad (10)$$

3.2. 다중 입력 T-S 퍼지 궤환 선형화

T-S 퍼지 시스템에 대한 제어 입력은 국부 제어기들의 제어 입력의 결합으로 구성되는데, 각 국소 모델에 대한 제어기를 설계함에 있어 전체계통에 대한 안정도가 보장되어야 하므로 T-S 퍼지 제어기를 구하기가 쉽지 않다. 또한, 궤환 선형화 기법처럼 선형 제어 이론을 직접적으로 T-S 퍼지 제어기의 설계에 이용할 수 없는 어려움이 있다. 따라서, T-S 퍼지 시스템의 선형화가 필요하다.

본 논문에서는 식 (8)에 대한 좌표 변환을 다루기 위해, 이동로봇의 에러 동특성 방정식 (6)의 퍼지 모델에 대한 i 번째 규칙을 다음과 같이 정한다.

Plant rule i :

$$\begin{aligned} & \text{If } w_r \text{ is } F_{i1} \text{ and } v_r \text{ is } F_{i2} \\ & \text{Then } \dot{\mathbf{e}}(t) = A_i \mathbf{e}(t) + B_i \mathbf{u}(t) \\ & \quad \mathbf{z}(t) = T_i \mathbf{e}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \text{and } \dot{\mathbf{z}}(t) = A_{ci} \mathbf{z}(t) + B_{ci} \mathbf{u}(t) \\ & \text{where } i = 1, 2, \dots, L \end{aligned} \quad (12)$$

위의 식에서 $A_{ci} = T_i A_i T_i^{-1}, B_{ci} = T_i B_i$ 이다.

전체 퍼지 시스템은 식 (12)로부터 다음과 같이 추론된다.

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) \{A_{ci}\mathbf{z}(t) + B_{ci}\mathbf{u}(t)\} \quad (13)$$

$$A_{ci} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{i11} & a_{i12} & a_{i13} \\ a_{i21} & a_{i22} & a_{i23} \end{bmatrix}, B_{ci} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_{i11} & b_{i12} \\ b_{i21} & b_{i22} \end{bmatrix}$$

또한, 전체적인 퍼지 좌표 변환은 다음과 같이 추론된다.

$$\mathbf{z}(t) = \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) T_i \mathbf{e}(t) \quad (14)$$

이것은 $\mathbf{e}(t)$ 가 T_i 에 의한 변환을 통하여 h_i 의 비율로 더해진 것으로 생각할 수 있다.

식 (14)를 통하여 식 (8)로부터 구한 식 (13)은 여전히 비선형이다. 식 (8)에 대한 선형화는 식 (13)을 하나의 선형 모델로 만들기 위한 것이다. 따라서, T-S 퍼지 모델 식 (13)이 선형이 되도록 T_i 와 $\mathbf{u}(t)$ 를 얻는 것이 필요하다.

본 논문에서의 T-S 퍼지 케환 선형화를 위해서는 다음의 가정이 필요하다.

가정 1. 모든 국부 선형 모델은 제어가능 하다. 즉, 다음의 조건이 만족되어 진다.

$$\text{rank}[B_i \ A_i B_i \ \dots \ A_i^{n-1} B_i] = n \quad (15)$$

그리고 다중 입력 시스템(여기서는 2-입력 시스템)은 다음 식과 같은 형태를 갖는다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) &= A_i \mathbf{e}(t) + B_i \mathbf{u}(t) \\ &= A_i \mathbf{e}(t) + \begin{bmatrix} b_{i1} & b_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \\ &= A_i \mathbf{e}(t) + \begin{bmatrix} b_{i11} & b_{i12} \\ b_{i21} & b_{i22} \\ b_{i31} & b_{i32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

가정 1. 아래에서 i 번째 국부 선형 시스템을 아래 식 (17)과 같은 제어 가능한 표준 형태로 바꾸어 주는 상태 변환 T_i 가 존재하게 된다.

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = A_{ci}\mathbf{z}(t) + B_{ci}\mathbf{u}(t) \quad (17)$$

위의 식에서

이다.

편의를 위해, A_{ci} , B_{ci} 의 파라미터를 이용하여 다음의 벡터들을 설정한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i &= \begin{bmatrix} a_{i11} & a_{i12} & a_{i13} \\ a_{i21} & a_{i22} & a_{i23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{i1} \\ \mathbf{a}_{i2} \end{bmatrix} \\ \mathbf{b}_i &= \begin{bmatrix} b_{i11} & b_{i12} \\ b_{i21} & b_{i22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{i1} \\ \mathbf{b}_{i2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

그러면, 좌표 변환된 전체 T-S 퍼지 시스템은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}(t) &= \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) A_{ci}\mathbf{z}(t) + B_{ci}\mathbf{u}(t) \\ &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^L h_i z_2(t) \\ \sum_{i=1}^L h_i \mathbf{a}_{i1}\mathbf{z}(t) \\ \sum_{i=1}^L h_i \mathbf{a}_{i2}\mathbf{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sum_{i=1}^L h_i \mathbf{b}_{i1} u_1(t) \\ \sum_{i=1}^L h_i \mathbf{b}_{i2} u_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

다음의 제어기는 위의 시스템 (18)을 선형 시스템으로 만든다.

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \text{inv}\left(\sum_{i=1}^L h_i \mathbf{b}_{i1}\right) \left(z_3(t) - \sum_{i=1}^L h_i \mathbf{a}_{i1}\mathbf{z}(t)\right) \\ u_2(t) &= \text{inv}\left(\sum_{i=1}^L h_i \mathbf{b}_{i2}\right) \left(v(t) - \sum_{i=1}^L h_i \mathbf{a}_{i2}\mathbf{z}(t)\right) \end{aligned} \quad (19)$$

위의 식 (19)에서 $v(t)$ 는 선형 제어기이다. 즉, 식 (19)를 식 (18)에 대입함으로써 다음의 Brunovsky 표준형 (canonical form)의 선형 시스템을 얻을 수 있게 된다.

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v(t) \quad (20)$$

본 논문의 주요 결과는 다음 정리와 같이 주어진다.

정리 1. 비선형 제한 입력인 식 (19)는 식 (18)의 T-S 퍼지 시스템을 식 (20)의 Brunovsky 표준 형태로 선형화시킨다.

위의 정리 1은 식 (18)과 (19)로부터 명백하게 증명되어진다.

그림 3은 제안된 T-S 퍼지 제한 선형화 방법의 전체적인 구조를 나타낸다.

그리고 계수 행렬은 다음 식 (23)과 같다.

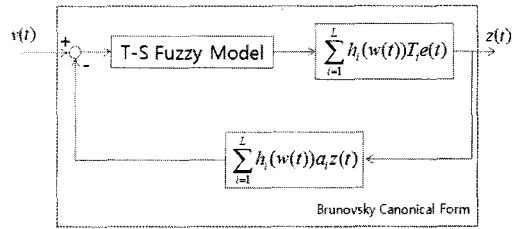


그림 3. T-S 퍼지 제한 선형화의 전체 구조.
Fig. 3. Overall structure of T-S fuzzy feedback linearization scheme.

IV. 시뮬레이션 결과

이 절에서는 제안된 기법과 기존의 PDC 기법을 사용해서 얻어진 이동로봇의 궤도 추적 제어에 대한 시뮬레이션 결과를 보여준다. 이동로봇의 궤도 추적 제어기 설계를 위하여 식 (6)으로서 주어지 이동로봇의 에러 동특성 방정식에 식 (7)과 (8)의 T-S 퍼지 모델링을 적용하였으며, 이 때 기준 선속도와 각속도를 퍼지 모델 전진부의 입력 변수로 사용하였다.

시뮬레이션을 위한 기준 궤도 생성을 위해 기준 선속도와 기준 각속도는 다음과 같이 정하였다[12].

$$\begin{aligned} v_r(t) &= 1 + 5\exp(-2t)[m/s], \\ \omega_r(t) &= 10\sin(0.01t)[rad/s] \end{aligned} \quad (21)$$

그리고 기준 선속도의 범위는 $1 \leq v_r \leq 6$, 기준 각속도의 범위는 $-10 \leq \omega_r \leq 10$ 로 하였고, 입력 변수들에 대한 소속 함수는 그림 4와 같이 하였다.

이 경우 T-S 퍼지 모델의 규칙은 다음과 같이 4개의 규칙이 생성된다.

- Rule 1: If v_r is small and ω_r is -ative large
Then $\dot{e}(t) = A_1 e(t) + B_1 u(t)$
- Rule 2: If v_r is small and ω_r is positive large
Then $\dot{e}(t) = A_2 e(t) + B_2 u(t)$
- Rule 3: If v_r is large and ω_r is -ative large
Then $\dot{e}(t) = A_3 e(t) + B_3 u(t)$
- Rule 4: If v_r is large and ω_r is positive large
Then $\dot{e}(t) = A_4 e(t) + B_4 u(t)$ (22)

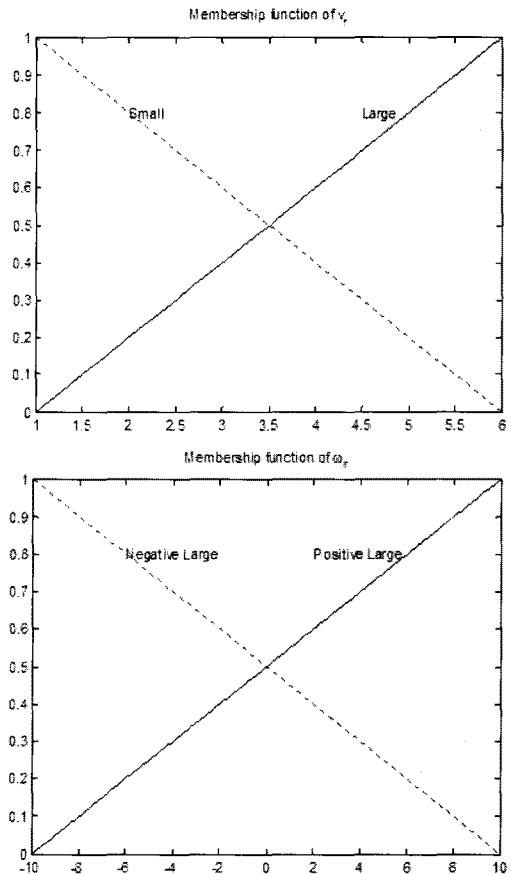


그림 4. 입력 변수들에 대한 소속 함수
Fig. 4. Membership functions for the input variables

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \\ 10 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 0 \\ -10 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \\ 10 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 0 \\ -10 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

또한, 좌표 변환 행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & -0.1 & 0 \\ -1 & 0 & -0.1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0 \\ -1 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} 0 & -0.1 & 0 \\ -1 & 0 & -0.6 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, T_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0 \\ -1 & 0 & -0.6 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

그리고 상태 변환 후, 전체 시스템은 다음과 같이 추론된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ -100 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \quad (25)$$

여기서, $b = 0.1h_1 - 0.1h_2 + 0.6h_3 - 0.6h_4$ 이다. 위의 시스템을 선형화 하기위해 아래와 같은 입력이 사용되어 진다.

$$u_1(t) = v_c(t) = 100z_1(t) + z_3(t) - bu_2(t)$$

$$u_2(t) = w_c(t) = -kz(t) = -(k_1z_1(t) + k_2z_2(t) + k_3z_3(t)) \quad (26)$$

결과적으로 다음 식과 같은 Brunovsky 표준 형태의 선형 시스템이 얻어진다.

$$\dot{z}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v(t)$$

$$v(t) = -kz(t) = -[k_1 \ k_2 \ k_3] \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} \quad (27)$$

이동로봇의 초기 상태와 기준 궤적의 초기 상태를 다음과 같이 동일하게 하였다.

$$q(0) = q_r(0) = [0(m), 0(m), 45(\text{deg})]^T \quad (28)$$

그림 4와 같은 동일한 소속 함수를 사용했을 경우, 제안된 제어기와 PDC 퍼지 제어기의 궤도 추적 결과는 그림 6과 같이 기준궤적과 동일하게 나타나는 것을 볼 수 있다. 그리고 퍼지 모델 전전부의 입력 변수 중 기준 각 속도 변수에 그림 5와 같이 소속 함수를 하나 더 추가하여(6개의 규칙 사용) 설계한 PDC 제어기의 궤도 추적 결과는 그림 7과 같다. 그림 7의 결과는 그림 6과 같다. 이는 이동로봇의 초기 상태를 기준 궤적의 초기 상태와 동일하게 설정하면 두 방법 모두 기준궤적을 동일하게 추적함을 알 수 있다.

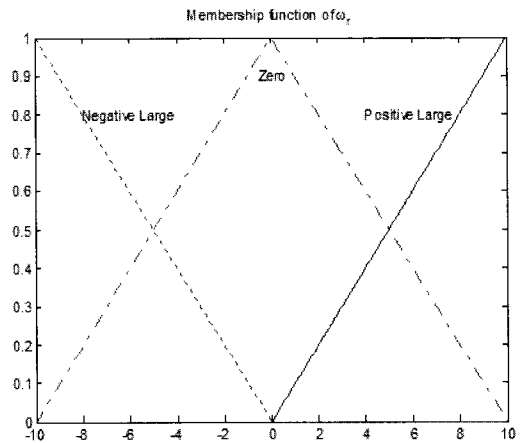


그림 5. 입력 변수 ω_r 에 대한 소속 함수 (6개 규칙의 경우)

Fig. 5. Membership functions for the input variable ω_r (6 rules case)

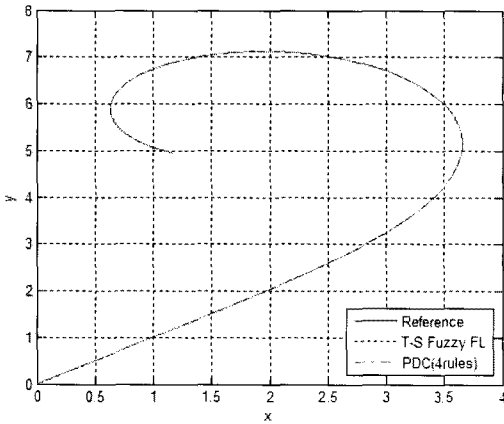


그림 6. 이동로봇의 초기 상태와 기준 궤적의 초기상태가 같은 경우의 궤도 추적 결과 (제안된 제어기, PDC 제어기)

Fig. 6. Trajectory tracking performances of the proposed controller(4 rules) and the PDC controller(4 rules) in case of $q(0) = q_r(0) = [0, 0, 45]^T$.

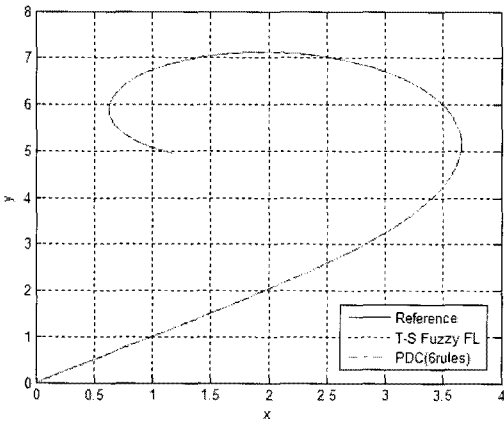


그림 7. 이동로봇의 초기 상태와 기준 궤적의 초기상태가 같은 경우의 궤도 추적 결과 (제안된 제어기, PDC 제어기)

Fig. 7. Trajectory tracking performances of the proposed controller(4 rules) and the PDC controller(6 rules) in case of $q(0) = q_r(0) = [0, 0, 45]^T$.

다음으로 이동로봇의 초기 상태와 기준 궤적의 초기 상태를 다음과 같이 달리하였다.

$$q(0) = [-1(m), -1(m), 0(deg)]^T, \quad q_r(0) = [0(m), 0(m), 45(deg)]^T \quad (29)$$

그림 4와 같은 동일한 소속 함수를 사용했을 경우, 제안된 제어기와 PDC 퍼지 제어기의 궤도 추적 결과는 그림 8과 같으며, 그림 5와 같은 동일한 소속 함수를 사용하여 설계한 PDC 제어기와 제안된 제어기의 궤도 추적 결과는 그림 9와 같다.

이 때 PDC의 경우 6 개의 규칙을 사용한 경우가 4개의 규칙을 사용한 경우보다 더 좋은 결과를 나타냄을 볼 수 있다. 하지만 PDC 제어기는 두 경우 모두 4개의 규칙만을 사용한 제안된 방법보다는 결과가 나쁘다는 것을 알 수 있다.

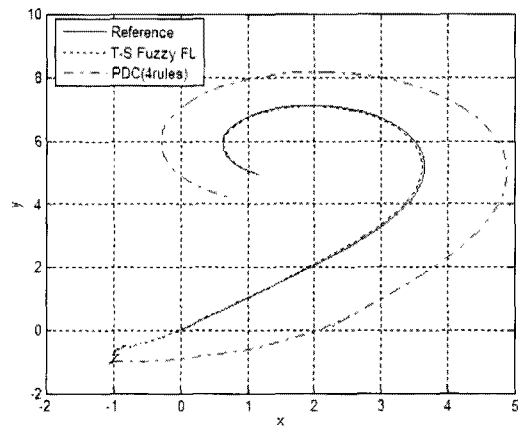


그림 8. 이동로봇의 초기 상태와 기준 궤적의 초기상태가 다른 경우의 궤도 추적 결과 (제안된 제어기, PDC 제어기)

Fig. 8. Trajectory tracking performances of the proposed controller(4 rules) and the PDC controller(4 rules) in case of

$$q(0) = [-1, -1, 0]^T, \quad q_r(0) = [0, 0, 45]^T.$$

그림 8과 그림 9로부터 제안된 기법에 의한 궤도 추적 제어기가 PDC 기법에 의한 제어기보다 더 나은 제어 성능을 제공함을 볼 수 있다.

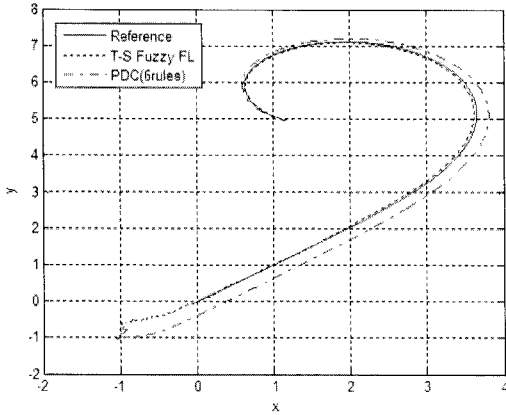


그림 9. 이동로봇의 초기 상태와 기준 궤적의 초기상태가 다른 경우의 궤도 추적 결과 (제한된 제어기, PDC 제어기)

Fig. 9. Trajectory tracking performances of the proposed controller(4 rules) and the PDC controller(6 rules) in case of

$$q(0) = [-1, -1, 0]^T, q_d(0) = [0, 0, 45]^T.$$

V. 결 론

제한된 다중 입력 T-S 퍼지 선형화 기법은 이동 로봇의 여러 동특성 방정식을 가제어 선형 표준 형태로 바꾸며, 결과적으로 비선형 시스템인 이동로봇의 궤도 추적을 위한 하나의 선형 제어기를 설계할 수 있게 해준다. 시뮬레이션을 통하여 제안된 방법에 의해 설계된 궤도 추적 제어기는 PDC 기법에 의해 설계된 궤도 추적 제어기와 비교했을 때 궤도 추적 성능이 더 향상됨을 보여주었다. 그리고 기존의 제환 선형화 기법 및 T-S 퍼지 제어 방법인 PDC 기법보다 제안한 방법에 의한 비선형 시스템에 대한 제어기 설계가 더 간단함을 알 수 있다.

감사의 글

본 연구는 2010년도 창원대학교 연구비와 지방 기술혁신사업(RT104-01-03) 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- [1] J. E. Slotine and W. Li, Applied Nonlinear Control, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.
- [2] H. K. Khalil, Nonlinear Systems, Prentice Hall, 2002.
- [3] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control", IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., Vol. 15, pp. 116-132, Jan./Feb. 1985.
- [4] K. Tanaka and H. O. Wang, Fuzzy control systems design and analysis: A Linear Matrix Inequality Approach, John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [5] C. H. Tseng, B. S. Chen and H. J. Uang, "Fuzzy tracking control design for nonlinear dynamic systems via T-S Fuzzy model", IEEE Trans. Fuzzy Systems, Vol. 9, No. 3, pp. 381-392, June 2001.
- [6] Hong-Gi Lee, Ari Arapostathis and Steven I. Marcus, "Linearization of discrete-time systems via restricted dynamic feedback", IEEE Trans., Vol. 48, No. 9, pp.1646-1650, 2003.
- [7] A. Trabelsi, F. Lafont, M. Kamoun and G. Enea, "Identification of nonlinear multivariable systems by adaptive fuzzy Takagi-Sugeno model", International Journal of Computational Cognition, Vol. 2, No. 3, pp. 137 - 153, Sept.2004.
- [8] 김태규, 왕법광, 박승규, 윤태성, 안호균, 박군평, "T-S 퍼지모델을 이용한 이산시간 비선형 계통의 상태 제환 선형화", 한국지능시스템학회 논문지, Vol.19, No.6, pp. 865-871, 2009.
- [9] Y.Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki and T. Noguchi, "A stable tracking control method for an autonomous mobile robot", 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Cincinnati, Vol. 1, pp. 384-389, OH, 1990.
- [10] D. H. Kim and J. H. Oh, "Globally asymptotically stable tracking control of mobile robots", 1998 IEEE International Conference on Control Applications, pp. 1297-1300, Trieste, Italy, 1998.
- [11] G. Klancar and I. Skrjanc, "Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time", Robotics and Autonomous Systems, Vol. 55, pp.

460-469, 2007.

[12] C.J. Kim, J. W. Kwon and D. Chwa, "Polynomial fuzzy modeling and tracking control of wheeled mobile robots via sum of squares approach", ICIT 2009, IEEE, 973-977, Gippsland, Feb. 2009.

저자소개



황근우 (Keun Woo Hwang)

2010년 창원대학교 전기공학과 (공학사)

2010년~현재 창원대학교 전기공학과 석사과정

※관심분야: 이동로봇, 퍼지제어



김현우 (Hyeon Woo Kim)

2009년 창원대학교 전기공학과 (공학사)

2011년 창원대학교 전기공학과 (공학석사)

2011년~현재 (주)아이엠에스나노텍

※관심분야: 이동로봇, 리눅스



박승규 (Seung Kyu Park)

1984년 고려대학교 전기공학과 (공학사)

1986년 고려대학교 전기공학과 (공학석사)

1990년 고려대학교 전기공학과 (공학박사)

1995년~1996년 영국 Starthclyde대 visiting scholar

2003년~2004년 미국 Wisconsin대 visiting professor

1990년~현재 창원대학교 전기공학과 교수

※관심분야: 퍼지제어, 강인제어, 비선형제어



곽군평 (Gun Pyoung Kwak)

1982년 고려대학교 전기공학과 (공학사)

1985년 고려대학교 전기공학과 (공학석사)

1990년 고려대학교 전기공학과 (공학박사)

1990년~1997년 LG산전 연구소 CNC팀 팀장

1998년~현재 창원대학교 전기공학과 교수

※관심분야: 강인제어, 슬라이딩모드제어, 모션제어



안호균 (Ho Kyun Ahn)

1981년 고려대학교 전기공학과 (공학사)

1989년 고려대학교 전기공학과 (공학석사)

1992년 고려대학교 전기공학과 (공학박사)

1992년~현재 창원대학교 전기공학과 교수

※관심분야: 전력전자, 모션제어, 대체에너지



윤태성 (Tae Sung Yoon)

1978년 연세대학교 전기공학과 (공학사)

1980년 연세대학교 전기공학과 (공학석사)

1988년 연세대학교 전기공학과 (공학박사)

1994년~1995년 미국 Vanderbilt대 visiting professor

1989년~현재 창원대학교 전기공학과 교수

※관심분야: 이동로봇, 퍼지제어, 신호처리