

인체 관절운동 기술에 적합한 회전축 추정방법의 비교

김진욱¹

¹인디애나 웨스트라파엣

Comparisons Among Functional Methods of Axis of Rotation Suitable for Describing Human Joint Motion

Jin-Uk Kim¹

¹West Lafayette, Indiana USA

Received 28 October 2011; Received in revised form 8 December 2011; Accepted 14 December 2011

ABSTRACT

There are many functional methods for estimating the mean axis of rotation of a joint. However, it is still a controversial issue which method is superior. The purpose of this study was to compare functional methods for estimated axes of rotation from synthetic data. The comparison was made in terms of suitabilities on describing humans in sports. For a more practical situation, the axis error as well as measurement and marker movement error were applied to generated data. Simulations having 1000 times of 80 rotational displacements were performed. The functional methods used in the study were two transformation methods, two fitting methods, and one more transformation method called M. The M method is a combination of Söderk & Wedin(1993) and Mardia & Jupp(2000). Another factor of the study was angular velocity with levels of .01, .025, .05, .5 and 1 rad/s. The method M resulted in unbiased, stable, and consistent axis of rotation vectors in all levels of angular velocity except .01 rad/s. Therefore, the method M had the highest validity and reliability of all the methods. The fitting methods were very sensitive in small angular velocities and stable only in the velocities of more than .5 rad/s. The most suitable method for analyzing human motion by using marker photogrammetry is M.

Keywords : Axis of Rotation, Functional Method, Joint

I. 서론

회전축(axis of rotation, screw axis)은 인체관절의 운동을 기술하기 위해 가장 일반적으로 사용되는 역학적 측정변수 중의 하나이며(Metzger, Faruk Senan, O'Reilly, & Lotz, 2010), 임상학적으로 관절의 운동학적 이상(kinematic abnormalities)의 평가, 병의 진단, 환자의 상태점검, 그리고 근골격계 모형에 이용된다

(Ehrig, Taylor, Duda, & Heller, 2007). 특히, 슬관절(knee joint)과 주관절(elbow joint)의 경우 관절의 기능을 살펴보기 위해 굴곡/신전축이 사용되어 왔다(Brownhill, Furukawa, Faber, Johnson, & King, 2006; Most, Axe, Rubash, & Li, 2004; Sheehan, 2007; Tay et al., 2010; van den Bogert, Reinschmidt, & Lundberg, 2008). 또한 회전축은 좌표계의 축으로서 역할을 한다(Besier, Stumieks, Alderson, & Lloyd, 2003; Schache, Baker, & Lamoreux, 2006; Stokdijk, Meskers, Veeger, de Boer, & Rozing, 1999). 이는 뼈의 랜드마크간 연결된 선을 축으로 사용하는 좌표계(Asano, Akagi, & Nakamura, 2005; Cappozzo, Catani, Croce, & Leardini, 1995; Grood & Suntay, 1993; Wu et al., 2004)와는 다르다. 분절에 정의된 좌표계축은 실제 관절의 주요회전축과 일치하지 않기 때

Corresponding Author : Jin-Uk Kim
3130 Courthouse Dr. E. 1C, West Lafayette IN 47906 USA
Tel : 1-765-269-7931
E-mail: windoft@hanmail.net

문에 영상분석 등의 운동학적 자료로 최소제곱법(least squares method)을 통해 얻어진 대표축을 좌표계축으로 사용하는 것을 말한다. 슬관절의 경우 굴곡과 신전의 운동에서 얻어진 대표축을 굴곡/신전에 해당하는 좌표계축으로 대체한다(Mannel, Marin, Claes, & Dürselen, 2004; Marin, Mannel, Claes, & Dürselen, 2003). 이러한 대표축을 구하는 방법들은 피부위에 부착하는 마커의 움직임에 의해 발생하는 오차를 줄여 비침습적으로(non-invasional method) 간단히 골격계의 움직임을 측정할 수 있는 방법이다(Ehrig et al., 2011).

대표축을 구하는 방법은 크게 두 가지로 분류를 한다. 강체의 지역좌표계와 전역좌표계의 위치관계에 근거한 모형으로 이식에 포함되어 있는 변환행렬에 관심을 가지는 경우, 다른 하나는 기하학적으로 위치한 회전축을 중심으로 운동하는 강체의 회전운동 궤적에 적합시키는(fitting) 것에 관심을 가지는 경우로 전자는 변환행렬접근법(transformation approach), 후자는 궤적적합접근법(fitting approach)이라 부른다(Ehrig et al., 2007; MacWilliams, 2008). 이 두 가지를 통틀어 기능적방법(functional method)이라 한다. 변환행렬접근법(이후 변환법)으로는 Woltring(1990)의 평균회전축(mean helical axis), Schwartz 와 Rozumalski(2005)의 방법이 있으며, 궤적적합접근법(이후 적합법)으로는 Halvorsen, Lesser, 와 Lundberg(1999), Gamage 와 Lasenby(2002)의 방법이 있다. 기능적방법은 고관절과 견관절의 경우에는 주로 회전중심(center of rotation)에 초점이 맞추어지지만, 슬관절에 적용된 기능적방법은 대부분 회전축의 적절한 위치와 방향을 찾는 것에 초점이 맞추어져 있다. 여기서 얻어진 대표축은 기능축(functional axes; Chèze, Fregly, & Dimnet, 1998; Ehrig et al., 2007; Schache et al., 2006)이라 부르기도 한다.

Ehrig et al.(2007)의 비교연구에서는 Woltring(1990)의 평균회전축과 Schwartz 와 Rozumalski(2005)의 최빈수(mode)에 의한 대표축이 적합법에 비해 우수한 결과를 보였다. MacWilliams(2008)의 연구는 Gamage 와 Lasenby(2002)의 방법이 우수했으며, Schwartz 와 Rozumalski(2005), Spoor 와 Veldpaus(1980)는 오차가 커 안 좋은 것으로 나타나 앞의 연구와 상반된 결과를 보여 주고 있다. 기능적방법의 해를 구하기 위한 알고리즘(algorithm)은 모두 SVD(singular value decomposition)를 이용하는 것이 우수하다는데 일치하고 있으나 어느 방법이 더 적합한가에 대해서는 다양한 상황에서의 연구가 필요하다.

기존의 시뮬레이션 실험에서 노이즈(noise) 생성방법은 측정 오차와 피부운동오차(skin movement artefacts)만을 고려한 자료의 분석이었다. 그러나 슬관절의 굴곡/신전운동시 회전축에 대한 연구(Most et al., 2004; van den Bogert et al., 2008)를 보면 굴곡시에 회전축이 후방으로 이동을 하며, 피험자마다 회전축의 방향이 다른 것을 볼 수 있다. 따라서 회전축 자체의 변이(variation)도 고려해야 한다. 인체의 운동은 연속적인(continuous)

형태이다. 그리고 스포츠동작의 분석을 위해서는 일련의 순간적인 정보가 필요하다. 영상정보에서 얻어지는 이산형(discrete) 자료는 이를 만족시켜주며 좀 더 연속적 형태로 근접하기 위해서는 고속카메라에 의해서 얻어진 미분화된(differential) 자료가 필요하다. 이로부터 얻어지는 회전축은 연속된 프레임에서 얻어진 것이라야 인체동작분석용으로서 의미가 있다. 또한 방향전환 때와 같은 움직임이 거의 일어나지 않는 순간에서도 좀 더 안정적이며 타당한 회전축을 구할 수 있어야 한다. 기능적방법들은 모두 각변위(angular displacement)에 민감하여 회전운동이 거의 일어나지 않으면 결과의 안정성(stability)이 떨어진다. 따라서 어떤 방법이 좀 더 극단적인 상황에서 안정성과 타당성이 좋은 회전축이 추정되는지 연구할 필요가 있다. 본 연구의 목적은 인공적인 슬관절의 굴곡/신전에서 실제 회전축 자체의 오차를 고려하여 생성한 자료를 여러 기능적방법으로 연속적인 두 위치간의 작은 각속도에서 회전축을 추정하여 비교하고 어떤 방법이 인체의 스포츠동작의 분석에 있어 더 적절한지 살펴보는 것이다.

II. 연구 방법

1. 자료생성과 분석절차

본 연구에서는 가상의 슬관절 굴곡/신전에 대한 시뮬레이션 실험을 수행하였으며 절차는 다음과 같다. 3차원 공간에 위치하는 회전축의 모평균방향(direction) $\pm \eta$ 는 직교좌표계성분, (1, .1, .99), 구면좌표계성분(84.26°, 5.77°)이다. 회전축의 임의의 위치(position)는 $\rho = (.0040, -.3960, .0396)$ 로 회전축 η 과 직교하는 벡터로 설정하였다(Figure 1). 인공마커는 여섯 개로 초기 위치는 회전축 위치벡터 ρ 로부터 $m_1 = (0, 0, .05)$, $m_2 = (0, 0, -.05)$, $m_3 = (0, -.05, .05)$, $m_4 = (.05, -.05, 0)$, $m_5 = (0, -.4, .05)$, $m_6 = (0, -.4, -.05)$ 이다(단위 : mm). ρ 는 고관절 중심으로부터 슬관절 회전축까지이며 각각의 마커는 경비골에 위치한 lateral condyle, medial condyle, head of fibula, tibial tuberosity, lateral malleolus, medial malleolus라 가정하였다. 마커는 회전축 η 를 중심으로 두 번의 회전운동을 한다. 1차회전은 $\pi / 2$ 만큼 발생하며 이 상태에서 2차회전이 이루어진다. 1차회전 결과(운동이전)와 2차회전 결과(운동이후)가 각각 연속적인 프레임의 위치에 해당되며 1, 2차 회전의 차이가 회전변위(rotational displacement)가 된다. 회전운동이 크게 일어났을 때와 비교적 일어나지 않았을 때 기능적 방법 추정값의 타당성 및 안정성 비교를 위해 각변위와 시간을 동시에 고려한 각속도를 요인(factor)으로 설정하였다. 수준으로 .01, .025, .05, .5, 1(단위 : rad/s)로 하였다.

시뮬레이션 실험은 두 번 수행되었다. 첫 번째 실험은 선행 연구(Ehrig et al., 2007; Gamage & Lasenby, 2002)에서 사용된

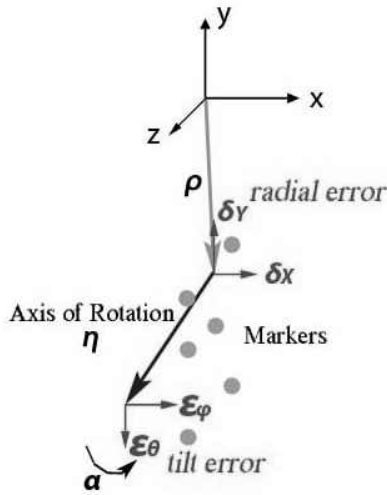


Figure 1. The position(ρ) and the direction(η) of the axis of rotation parameter. Markers are distributed around the axis of rotation. δ_X, δ_Y are radial errors, and $\epsilon_\theta, \epsilon_\phi$ are tilt errors.

오차생성방법을 이용한 자료의 분석이다. 1, 2차 회전후 마커의 측정오차와 피부운동오차(Cappello, Stagni, Fantozzi, & Leardini, 2005; Cappozzo, Cantani, Leardini, Benedetti, & Della Croce, 1996)를 고려한 노이즈는 모든 마커에 각각의 랜덤오차와 모든 마커에 동일한 오차를 주어 합한 것으로 표준정규분포의 표준편차는 각각 .1 cm, .1 cm 이다. 두 번째 실험은 좀 더 실제적인 상황에 가깝게 회전축의 오차까지 고려한 것이다. 회전축의 오차는 반경(radial), 축(axial), 기울기(tilt), 회전(rotation)으로 구분할 수 있다(Devitt, 2009). Most et al.(2004)과 van den Bogert et al.(2008)의 연구에 의하면 회전축이 약 3 cm 이동하며 피험자들마다 경사각(inclination) 5° , 편차각(deviation) 10° 정도의 편차를 나타냈다. 회전축의 이동오차는 반경오차에 해당되며, 다른 방향을 나타내는 오차는 기울기오차에 해당된다(Figure 1). 회전축의 이동을 고려하여 반경오차(δ_X, δ_Y)는 회전축위치벡터 ρ 에 표준편차 3 cm의 정규분포오차를 더하였다. 회전축 방향의 변이를 고려하여 기울기오차($\epsilon_\theta, \epsilon_\phi$)는 왓슨분포(Watson distribution)의 퍼짐의 정도를 나타내는 모수 $\kappa = 20$ 으로 하여 자료를 생성하였다. 왓슨분포는 모평균방향 $\eta = (.1, .1, .99)$ 주위에 회전축들이 회전대칭(rotationally symmetry)이루면서 퍼져 있는 분포로 집중(concentration)모수(κ)에 의해서 퍼짐의 정도가 달라지는 형태이다(Mardia & Jupp, 2000). 본 연구에서는 회전축이 자유도 2라 가정하기 때문에 축오차와 회전오차는 고려하지 않았다. 시뮬레이션 실험은 MATLAB ver 7.3(The MathWorks)으로 80개의 회전변위자료를 생성하여 각각의 대표축을 구하였으며 길이가 '1'이 되도록 표준화하였다. 이러한 과정은 1000번의 서로 독립적인 실험을 수행하였고 결과는 평균방향(mean direction, principal direction)의 직교좌표계 성분과 구

면좌표계 성분 여위도(colatitude)와 경도(longitude), 그리고 평균방향과 95% 신뢰영역(confidence cone)간의 각도(semi-vertical angle of 95% confidence cone; Fisher, Lewis, & Embleton, 1993; Kim, 2010a)로 요약하고 비교분석하였다.

2. 추정방법

기능적방법의 세부적인 구분은 <Table 1>에 나타나 있다. 본 연구에서는 변환법으로서 Söderkvist 와 Wedin(1993), Mardia 와 Jupp(2000)의 조합에 의한 방법을 추가하였다. 좌표계 X, Y, Z에서 관측된 r_{ijk} 는 i 번째 마커($i = 1, \dots, m$)와 j 번째 프레임($j = 1, \dots, l$), k 번째 자료($k = 1, \dots, n$)의 위치벡터, Δr_{ik} 는 i 번째 마커의 k 번째 자료의 두 프레임 간 변위벡터, n_k 는 프레임 간의 순간회전축추정벡터이다($m = 6, l = 2, n = 80$).

Table 1. Functional Methods for Axis of Rotation

	Authors	Formulae for representative axis
	Söderkvist & Wedin(1993), Mardia & Jupp(2000)	$M = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{n}_k \mathbf{n}_k^T$
T	Woltring(1990), Woltring, Long, Osterbauer, & Fuhr(1994)	$W = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (I - \mathbf{n}_k \mathbf{n}_k^T)$
	Schwartz & Rozumalski (2005)	$S : \text{mode}(\mathbf{n}_k)$
F	Halvorsen, Lesser, & Lundberg (1999)	$H = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n \Delta r_{ik} \Delta r_{ik}^T$
	Gamage & Lasenby(2002)	$G = \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{1}{ln} \sum_{j=1}^l \sum_{k=1}^n r_{ijk} r_{ijk}^T \right) - \bar{r}_{i..} \bar{r}_{i..}^T \right]$

Note. T = Transformation approach; F = Fitting approach;

$$\bar{r}_{i..} = \ln^{-1} \sum_{j=1}^l \sum_{k=1}^n r_{ijk}$$

변환법은 크게 두 가지로 분류할 수 있다. 첫 째는 서로 다른 좌표계에서 측정된 임의의 마커의 위치(position)관계에 의해서 추정된(Challis, 1995; Woltring, 1990) 변환행렬 R을 이용하는 방법이다.

$$\mathbf{r}_{i1} = \mathbf{R}_- \mathbf{q}_{i1} + \mathbf{o}_1 \quad (1)$$

$$\mathbf{r}_{i2} = \mathbf{R}_+ \mathbf{q}_{i2} + \mathbf{o}_2 \quad (2)$$

식(1)의 \mathbf{r}_{i1} 는 고정좌표계 성분으로 나타난 i 번째 마커의 위치벡터, \mathbf{q}_{i1} 는 마커에 의해서 정의된 움직이는 좌표계 성분으로 나타난 i 번째 마커의 위치벡터, \mathbf{o}_1 는 움직이는 좌표계 원점,

그리고 R_- 은 변환행렬로 모두 운동이전에 해당된다. 식(2)는 운동이후에 해당되는 식이다. 최소제곱법에 의해서 연속적인 두 프레임의 R_+ (운동이후) R_- (운동이전)가 추정되면 다음과 같이 각속도 행렬이 얻어진다.

$$W = (R_+ R_-^T - R_- R_+^T) / 4 * t \quad (3)$$

여기서 t 는 시간이며 skew-symmetry matrix의 특성에 따라 각속도를 계산하여 순간회전축으로 이용한다(Woltring, Long, Osterbauer, & Fuhr, 1994). 각속도와 회전축은 방향이 같기 때문이다. 이로부터 얻어진 일련의 회전축 n_k 으로 행렬 W 의(Table 1) 가장 작은 고유값(eigenvalue)에 해당되는 고유벡터(eigenvector)인 최적축(optimal axis; Woltring, 1990)을 구한다. 여기서 사용되는 움직이는 좌표계는 마커 m_1, m_2, m_5, m_6 를 이용하여(Wu et al., 2002) 정의하였다. 이 방법을 W 라 하였다.

두 번째는 한 좌표계에서 관측된 임의의 마커 또는 좌표계의 변위(displacement)관계에 의해서 추정된(Schwartz & Rozumalski, 2005; Söderkvist & Wedin, 1993; Spoor & Veldpaus, 1980) 회전행렬 R 을 이용하는 방법이다.

$$r_{i2} = R r_{i1} + d \quad (4)$$

여기서 r_{i1}, r_{i2} 는 각각 동일한 좌표계에서 관측된 i 번째 마커의 운동이전, 운동이후의 위치벡터이다. 그리고 d 는 병진운동, R 은 회전행렬이다. 최소제곱법에 의해서 추정된 회전행렬 R 의 고유값분해(eigenvalue decomposition), SVD, 또는 로드리게스식(Rodrigues' formula)에 의해서 순간회전축을 구할 수 있다. 여기에서 구해진 일련의 회전축 n_k 는 Mardia & Jupp(2000)의 평균방향을 이용하여(Kim, 2010b) 대표축을 구한다. 본 연구에서 제안한 이 방법을 M 이라 하였다. <Table 1>의 행렬 M 의 경우 가장 큰 고유값에 해당되는 고유벡터가 대표축이 된다. Schwartz 와 Rozumalski(2005)는 식 (4)와는 다른 방법으로 회전행렬을 구하며 모든 마커를 이용하는 것이 아니라 좌표계를 직접 이용한다. 좌표계 단위벡터가 열(column)인 행렬의 R_- , R_+ 를 이용하여 회전행렬을 구한다.

$$R = R_-^T R_+ \quad (5)$$

Woltring et al.(1994)의 수치미분 식 (3)과 유사하게

$$S = R - R_{Global} \quad (6)$$

여기서 R_{Global} 은 고정된좌표계의 좌표계변환행렬이며 본 연구에서는 고정되어 있기 때문에 '0' 이 된다. 그리고 행렬 S

의 SVD에 의해 일련의 회전축을 구하고 최빈수를 이용하여 대표축을 구하며 이 방법을 S 라 하였다.

적합법은 두 단계를 이용하는 변환법과는 달리 모든 위치벡터(Gamage & Lasenby, 2002) 또는 모든 변위벡터(Halvorsen et al., 1999)의 공분산행렬구조를 바로 이용한다. 각각의 공분산행렬 G 와 H 는<Table 1> 회전축과 직교하는 벡터들의 분포이기 때문에 공분산행렬의 가장 작은 고유값에 해당되는 고유벡터가 회전축에 해당된다. 이는 SVD를 이용하여 효율적으로 계산될 수 있다. 각각의 방법을 G 와 H 라 하였다.

III. 결 과

본 연구는 회전축의 평균에 대한 기능적방법 간의 비교를 수행한 것이다. 측정오차와 마커오차를 고려한 첫 번째 실험결과는 <Table 2>와 같다. 또한 첫 번째 실험에서의 오차와 더불어 회전축의 오차까지 고려한 두 번째 실험결과는 <Table 3>과 <Figure 2>이다. 두 방법 모두 모수벡터 $\pm \eta$ 는 직교좌표계성분 (.1, .1, .99), 구면좌표계성분 (84.26°, 5.77°)이다. <Figure 3>은 추정결과를 구면좌표계의 여위도와 경도로 표현한 것이며, 오차막대는 <Table 3>의 평균추정벡터 $\pm \hat{\eta}$ 과 95 % 신뢰영역이 이루는 각도이다.

<Table 2>를 보면 M 과 W 는 .025의 각속도에서부터 모수벡터와 유사한 값을 추정하였으며, .05 이후부터 여위도, 경도 모두 모수에 아주 가깝게 근접하고 신뢰영역도 작아지므로 타당하고 신뢰로운 결과를 보이고 있다. 그러나 W 는 M 에 비해 신뢰구간의 각도가 크기 때문에 안정성에 있어서는 떨어진다고 할 수 있다. S 는 타당성에 있어 안 좋게 나타났다. 여위도, 경도 모두 지속적으로 많이 편의된 결과를 보이며 비교적 각도가 큰 1에서도 편의를 보이고 있다. H 와 G 는 .5 이후에서만 안정된 추세를 나타냈지만 여위도는 과소추정, 경도는 과대추정되었다. 그러나 .5 이후에는 추정벡터의 변이가 안정되어 신뢰도는 높게 나타났다.

<Table 3>을 보면 M 의 경우 .025 이후부터 모수벡터에 가깝게 근접하고 있으며 변이도 줄어들고 있다. W 의 경우는 .025의 경도에서 약간 과대추정되고 .05에서는 M 과 유사하나 신뢰영역이 넓어 안정성에 있어서는 떨어지게 나타났다. .5 이후에는 M, W 가 거의 비슷한 결과를 보여주고 있다. 그러나 H 와 G 의 경우는 .5 이후에 모수벡터에 접근하고 있으며 안정성도 좋아지고 있다.<Figure 2>. 특히 각속도가 큰 1에서는 H 와 G 가 거의 모수벡터와 동일한 추정결과를 보여주었으며 둘이 결과도 거의 비슷하게 나타났다. S 는 다른 방법에 비해 편이가 크고 안정성이 떨어져 타당성과 신뢰성 모두 안 좋게 나타났다.

Table 2. Descriptive statistics of the estimate vectors with different functional methods and angular velocities from data containing measurement, and skin movement errors only

Method	ω	.01	.025	.05	.5	1
M	$\pm \hat{\eta}$	(-.6555 .0752 .7514) (85.69° -41.10°)	(.0994 .0956 .9904) (84.51° 5.73°)	(.1002 .1013 .9898) (84.19° 5.78°)	(.1004 .0995 .9900) (84.29° 5.79°)	(.0999 .1000 .9900) (84.26° 5.76°)
	γ	9.12°	1.42°	.72°	.08°	.04°
W	$\pm \hat{\eta}$	(-.7260 -.6679 .1637) (131.91° -77.29°)	(.1093 .0955 .9894) (84.52° 6.31°)	(.0853 .0783 .9933) (85.51° 4.91°)	(.1008 .0976 .9901) (84.40° 5.81°)	(.0999 .1001 .9900) (84.26° 5.76°)
	γ	N/A	4.43°	1.62°	.18°	.09°
S	$\pm \hat{\eta}$	(.6409 .6401 .4238) (50.20° 56.52°)	(.6044 .5965 .5281) (53.38° 48.85°)	(.5556 .5295 .6410) (58.03° 40.924°)	(.0591 .0517 .9969) (87.04° 3.39°)	(.0816 .0798 .9935) (85.42° 4.69°)
	γ	.31°	.26°	.37°	.36°	.18°
H	$\pm \hat{\eta}$	(-.8477 .0577 .5273) (86.69° -58.12°)	(.0090 .0697 .9975) (86.00° .52°)	(.1394 .0781 .9871) (85.52° 8.04°)	(.1147 .1005 .9883) (84.23° 6.62°)	(.1093 .1030 .9887) (84.09° 6.31°)
	γ	23.86°	45.60°	5.29°	.21°	.11°
G	$\pm \hat{\eta}$	(-.8579 .0594 .5104) (86.60° -59.25°)	(.1029 .0663 .9925) (86.20° 5.92°)	(.1245 .0777 .9892) (85.54° 7.18°)	(.1146 .1005 .9883) (84.23° 6.61°)	(.1093 .1030 .9887) (84.09° 6.31°)
	γ	22.85°	48.05°	5.27°	.21°	.11°

Note. $\pm \hat{\eta}$ = mean direction; γ = semi-vertical angle of 95% confidence cone; M = Söderkvist & Wedin(1993) and Mardia & Jupp(2000); W = Woltring(1990) and Woltring, Long, Osterbauer, & Fuhr(1994); S = Schwartz & Rozumalski(2005); H = Halvorsen, Lesser, & Lundberg(1999); G = Gamage & Lasenby(2002).

Table 3. Descriptive statistics of the estimate vectors from data containing measurement, skin movement, and axis errors

Method	ω	.01	.025	.05	.5	1
M	$\pm \hat{\eta}$	(.0394 .9205 .3887) (22.10° 5.78°)	(.0986 .0764 .9922) (85.62° 5.68°)	(.0925 .0925 .9914) (84.70° 5.33°)	(.1033 .1030 .9893) (84.09° 5.96°)	(.0960 .1044 .9899) (84.01° 5.54°)
	γ	9.99°	1.63°	1.09°	.73°	.74°
W	$\pm \hat{\eta}$	(.0407 .9984 .0387) (176.78° -133.59°)	(.1443 .0851 .9859) (85.12° 8.33°)	(.0934 .0810 .9923) (85.36° 5.37°)	(.1017 .1031 .9895) (84.08° 5.87°)	(.0962 .1051 .9898) (83.96° 5.55°)
	γ	30.66°	4.76°	1.87°	.75°	.74°
S	$\pm \hat{\eta}$	(.6493 .6469 .3999) (49.69° 58.38°)	(.6093 .5991 .5195) (53.20° 49.55°)	(.5640 .5353 .6287) (57.63° 41.90°)	(.1265 .1223 .9844) (82.97° 7.32°)	(.1316 .1326 .9824) (82.38° 7.63°)
	γ	0.31°	.28°	.40°	.81°	.69°
H	$\pm \hat{\eta}$	(.0338 -.5136 .8574) (120.90° 2.26°)	(.0706 -.3548 .9323) (110.78° 4.33°)	(.0762 -.0852 .9934) (94.89° 4.39°)	(.1045 .0855 .9908) (85.09° 6.02°)	(.0987 .0959 .9905) (84.50° 5.69°)
	γ	40.70°	11.42°	3.60°	.76°	.74°
G	$\pm \hat{\eta}$	(.0340 -.5226 .8519) (121.51° 2.28°)	(.0701 -.3495 .9343) (110.46° 4.29°)	(.0761 -.0973 .9923) (95.58° 4.38°)	(.1045 .0855 .9908) (85.09° 6.02°)	(.0987 .0959 .9905) (84.50° 5.69°)
	γ	59.01°	11.32°	3.71°	.76°	.74°

Note. $\pm \hat{\eta}$ = mean direction; γ = semi-vertical angle of 95% confidence cone; M = Söderkvist & Wedin(1993) and Mardia & Jupp(2000); W = Woltring(1990) and Woltring, Long, Osterbauer, & Fuhr(1994); S = Schwartz & Rozumalski(2005); H = Halvorsen, Lesser, & Lundberg(1999); G = Gamage & Lasenby(2002).

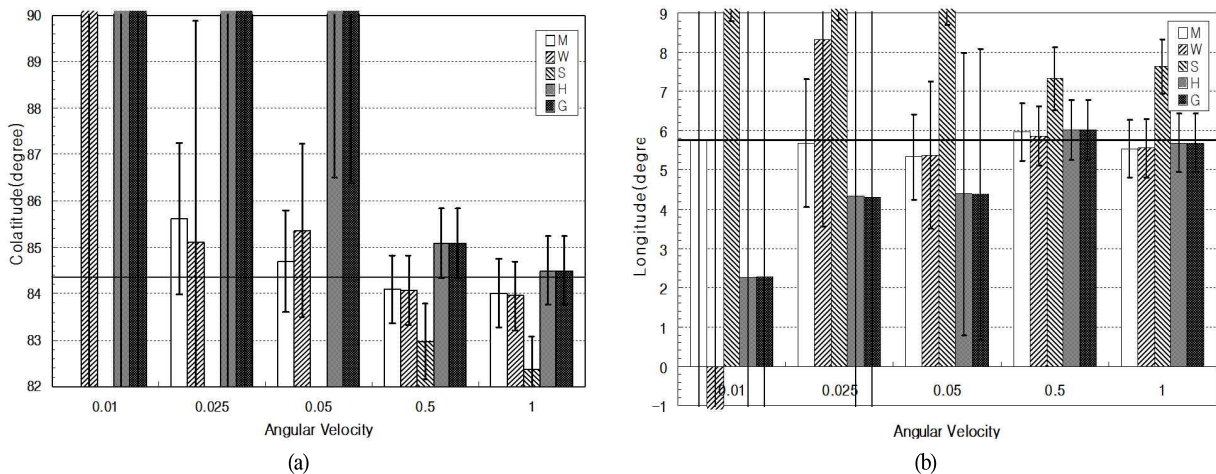


Figure 2. The estimated vectors of (a) colatitude angle, (b) longitude angle in spherical coordinate system. The error bars denote semi-vertical angles of 95% confidence with the estimated vector. The solid parallel lines in both graphs are parameter(84.26° 5.77°)

IV. 논 의

선행연구는 비교적 안정적인 상황에서 노이즈의 크기에 따른 변화를 보았다면 본 연구는 좀 더 작은 변위에서 반응을 본 것이다. 기능적방법을 이용한 회전축 추정에 있어 마커의 측정 오차와 피부운동오차 이외에 회전축 자체의 오차도 고려한 자료를 생성하여 분석한 것으로 좀 더 실제적인 상황에 가까운 연구라 할 수 있다. 이를 바탕으로 연속적인 두 프레임에서 시간 1에 해당되는 표준화된 각변위인 각속도의 변화에 따른 회전축 추정벡터의 반응을 적합한 통계적 방법을 이용하여 본 것이다.

샤슬레의 정리(Charles' theorem)에 의하면 변환행렬 R 은 회전축과 회전각 정보를 포함한 회전행렬이므로 추정된 행렬 R 에 의해서 회전축을 계산할 수 있다. 이는 분절이 운동을 일으켰을 때만 가능하다. M 과 S 의 방법이 이를 이용하여 순간회전축을 구하는 방법이다. W 의 행렬은 변위보다는 좌표계간 변환행렬이며 식 (3)에 의해서 비로소 운동을 기술한다. 두 실험 모두 M 과 W 가 .025 이후 유사한 반응을 보였지만 M 이 타당도와 신뢰도에 있어 우위를 나타냈다. W 가 M 에 비해서 타당성과 신뢰성이 떨어지는 이유는 미분과 좌표계정의에 의한 오차 때문이다. 각속도는 각변위에 시간으로 나누는 미분의 과정을 거치기 때문에 오차가 증가된다. 또한 W 는 분절에 먼저 좌표계가 정의되어야 한다. 좌표계는 최소 세 개 또는 네 개의 마커를 이용해서 정의되기 때문에(Wu et al., 2002) 동일분절의 다른 마커의 정보를 모두 이용하지 못한다는 단점이 있다. Aissaoui, Mecheri, 와 de Guise(2004)의 연구를 보면 W 의 방법을 포함한 각속도 추정의 네 가지 방법을 비교분석하였는데 네 가지 모두 동일한 결과를 보여주었으며 마커의 수가 증가할수록 타당도가

증가하였다. 따라서 어떠한 방법이든 각속도에 의한 회전축 추정방법은 타당성이 떨어진다. 그 이후 M 과 W 의 대표축을 구하는 방법은 수리적으로 동일하다<Table 1>. 그러나 여러 가지 통계적 방법 적용이 가능한 평균방향(Mardia & Jupp, 2000)을 사용하는 것이 훨씬 유용할 것이다.

S 가 M 에 비해 결과가 좋지 않은 이유는 모든 마커운동에 최적화방법을 적용시키지 못했기 때문이다. M 의 경우는 분절 내 모든 마커의 최적화에 의해서 회전행렬을 추정한다. 하지만 S 는 좌표계의 변위로 회전행렬을 추정하는데 좌표계는 세 개 또는 네 개의 마커만이 사용되기 때문이다. 역시 마커의 정보를 100 % 활용하지 못한다. 또한 S 는 구해진 회전축들의 최빈값에 의해서 대표축을 구하는데 문제점이 있다. Schwartz 와 Rozumalski(2005)는 회전축이 비대칭인 경우 최소제곱법에 의한 방법은 적절하지 못하다고 하였으며 회전축의 x, y, z 성분의 왜도(skewness)가 크다는 점을 보였다. 그러나 본 연구에서 살펴본 결과 왓슨분포에 의해 생성된 대칭적인 회전축들도 직교좌표계 성분으로 보았을 때 왜도가 크게 나타났고 구면좌표계의 성분으로 살펴보았을 때 대칭을 이루는 분포를 보였다. 회전축은 자유도가 2이기 때문에 x, y, z 세 개의 좌표계로 나타내면 서로 독립적이지 않아 왜도가 크게 나타난다. 따라서 최빈수에 의한 대표축은 방향이 편의되어 추정된다. 더불어 회전축을 직교좌표계 평면에 투사하여 분석하는 것도 왜곡된 결과를 분석하는 것이다. 회전축은 서로 독립된 좌표계로 표현해야 올바른 분석을 할 수 있다. 그리고 최소제곱법을 사용해도 전혀 문제가 없을 것이라 생각된다.

적합법인 H 와 G 는 마커의 궤적을 원통에 적합시켜 원통의 가운데 축인 회전축을 구하는 방식이다. H 와 G 는 변환법에 비해 아주 작은 각속도에 민감하게 반응을 하며, 특히 두 번째 실

협의 아주 큰 각속도 1에서는 M에 비해 약간 타당성의 우위를 보였다. 그러나 95 % 신뢰영역을 고려했을 때<Figure 2>, <Table 3> M과의 차이는 없다고 할 수 있다. H, G 두 방법은 모두 작은 변위에도 유사한 결과를 보이고 있다. Ehrig et al.(2007)과 MacWilliams(2008)의 연구에 의하면 H와 G는 유사한 결과를 보이고 있으며, 본 연구결과와 동일하다. G는 벡터의 평균을 빼주는 센터링(centering)을 사용했다는 점에서<Table 1> 행렬의 안정성에는 우위에 있으며, Gamage et al.(2002)에 의하면 자신들의 방법인 G가 H에 비해 우수한 결과를 나타낸 것은 H가 미분과 유사한 효과를 가지는 변위(frame differencing)를 사용하였기 때문이라고 하였으나 본 연구를 포함한 여러 연구에 의해서 회전축 추정 결과의 결과는 거의 유사하게 나타났다. H와 G가 기하적적합(geometric fit)이 아닌 모두 대수적적합(algebraic fit)으로 분류를 한다(Ehrig et al., 2007). 모두 대수적적합법인 H와 G는 오차에 의해서 약간의 차이는 있을 뿐 반응은 동일하다고 할 수 있겠다. 특히, 대수적적합법은 본 연구와 같이 변위가 작으면 편이된 결과를 나타내기 때문에 보정을 해주어야 한다(Chang & Pollard, 2007; Ehrig, Taylor, Duda, & Heller, 2006). 그러나 기하적적합법도 이상치(outlier)에 민감하거나, 계산의 비효율성, 그리고 해를 구하지 못할 가능성(Chan, Lee, & Thomas, 2005; Coope, 1993)이 있기 때문에 어느 것이 좋은가에 대해서는 연구가 필요하다.

본 연구에서는 관절을 이루는 양 분절 중 하나의 분절에서 인접분절을 관측하였기 때문에 하나의 분절은 고정되어 있는 것으로 가정하였다. 그러나 변환법은 양 분절이 모두 운동하는 경우까지 적용이 가능하다. 실제로 Ehrig et al.(2007)은 양분절의 움직임을 고려한 변환방법(SARA)이 더 결과가 좋음을 보였다. 양 분절의 마커의 운동을 전역좌표계에서 관측하는 경우 모두 최소제곱법이 적용되기 때문에 양쪽 마커의 오차를 최소화한다는 점에서 장점이 있어 보인다. 그렇다면 모든 마커를 이용하는 M이 가장 좋은 결과를 보일 것이라 생각한다. 그러나 인체운동의 분석에 있어 회전축을 포함한 대부분의 역학적 변수들은 분절의 지역좌표계에서 관측해야 관절의 움직임을 정확히 볼 수 있다. 따라서 두 분절을 이용한 추정벡터라 하더라도 오차가 포함된 지역좌표계로 변환해야 하기 때문에 손실은 감수해야만 한다. 결국 양 분절 중 하나의 분절에서 인접분절을 관측하는 것과 동일할 것이라 생각된다.

Metzger et al.(2010)는 회전축 구성요인인 방향, 각도, 위치를 구하기 위한 변환행렬 R을 구하기 위해 가장 많이 사용되는 direct, SVD, Triad 세 가지 방법을 비교하였는데 변환행렬을 구성하는 회전축의 방향과 각도에 있어 SVD가 가장 우수한 결과를 보였다. 또한 Eggert, Lorusso, 와 Fisher(1997)의 연구도 강체 변환행렬을 구하는 네 가지 알고리즘을 비교하였으며 SVD가 가장 안정적이고(특히 2-D, 3-D) 계산속도 또한 우수한 결과를

보여주었다. 적합법의 경우에도 회전축 선형식의 해를 얻기 위해서 SVD를 사용하고 있으며 또한 권장하고 있다(Halvorsen et al., 1999; Gamage & Lasenby, 2002). 따라서 어떠한 방법이든 선형식의 해를 얻거나 nullspace(Strang, 2003)에 존재하는 회전축을 구하는 최선의 방법으로는 SVD를 사용하는 것이 좋다.

회전축의 오차는 회전의 크기에 반비례한다(Woltring, Huiskes, & de Lange, 1985). 본 연구결과 역시 회전의 크기가 크면 오차는 줄어드는 것으로 나타났다. 각속도의 크기와 관련된 회전축 추정치의 안정성에 관한 선행연구를 보면 Aissaoui et al.(2004) $.2 \omega_{max}$ rad/s, Sommer 와 Buczek(1990) 1 rad/s, Stokdijk et al.(1999) $.25 \omega_{max}$ rad/s, Woltring et al.(1994) $.1 \omega_{max}$ rad/s를 추정의 안정성 역치(stability threshold)로 제안하고 있으나 본 연구 결과를 보면 M을 기준으로 $.025 \omega_{max}$ rad/s도 가능하다. 이는 좌표계의 변환과 각속도를 회전축으로 사용하는 Woltring et al.(1994)의 기준으로 설정된 것으로 생각된다.

본 연구에서는 순간회전축의 대표축에 초점을 두어 비교를 수행하였다. 그러나 만일 본 연구와 다르게 80개의 변위가 서로 독립이 아니라 연속적으로 발생한다면 전체변위는 더 커질 것이며 H와 G의 방법의 결과가 좋아질 수도 있다. 연속적인 인체의 운동은 비록 자유도 1이라 가정하는 슬관절에서도 굴곡때와 신전때의 각도는 같아하더라도 순간적인 회전축은 상황에 따라 다르다(Kim, 2009; van den Bogert, 2008). 따라서 전체구간에서의 모든 적절한 순간회전축들과 이를 토대로 한 대표축이 있어야 의미가 있으며 H와 G와 같이 대표축 하나만 가지는 것은 인체분석에 있어 가치가 떨어진다고 생각한다. Halvorsen, Lesser, 와 Lundberg(1999)도 자신들의 방법이 Söderkvist 와 Wedin(1993)의 대안이기 보다는 여러 개의 축들의 단일축을 구하기 위한 Woltring(1990)의 방법에 대한 대안에 더 가깝다고 하였다. 변위를 크게 해서 안정적인 추정값을 얻으려 했던 H나, 동일하게 모든 위치를 이용하여 분포를 크게 해서 안정적인 추정값을 얻으려 했던 G의 인체에 적용시키기에는 한계가 있다. 변위가 작은 관절운동에 적용시키기에는 안 좋기 때문이다. 그러나 캘리브레이션과 같은 대표축만을 구하는 것이 목적이란 H와 G가 간단하기 때문에 유용할 수가 있다.

스포츠 동작분석은 특수한 경우를 제외하고는 대부분 외부 마커를 이용한 방법이 적절한 분석임을 감안할 때 모든 마커의 변위로부터 최소제곱법을 이용한 회전행렬법과 회전축을 통계적으로 요약하고 추론할 수 있는 방향통계학의 방법을 서로 조합하여 최적의 결과를 얻은 M이 적합하다고 할 수 있다. M의 방법은 Woltring(1990)의 철학과 같다. 그러나 두 단계 모두 더 최적화 되었다는 점이 우위를 보일 수 있다. Woltring(1990)도 두 번의 최적화 과정을 거치지만 실제로 영상분석에 의한 방법은 그리 효율적이지 못하며 FoB(Flock of Bird)와 같이 하드

웨어 좌표계가 설정되어 있는 분절에 부착하는 경우는 유용할 수 있다.

M을 이용하면 더욱 타당한 분석이 가능하며, 특히 거의 회전 자유도 1에 해당하는 운동에 유용하게 사용될 수 있다. 달리기 관절 분석(van den Bogert et al., 2008)이나 골프의 몸통회전 분석(Vena, Budney, Forest, & Carey, 2011a, 2011b)과 같은 경우가 이에 해당된다. 그러나 회전축은 자유도 2의 각도에 해당되는 변수이며 이를 감안하여 운동수행과의 관련성을 보아야 한다.

V. 결론

본 연구는 회전축 자체의 오차까지 고려한 작은 변위의 회전운동자료에서 기능적방법 간의 대표회전축 추정벡터를 비교한 것으로 다음과 같은 결론을 얻었다.

우수한 결과를 나타낸 것은 변환법으로 본 연구에서 제안한 Söderkvist & Wedin(1993)과 Mardia & Jupp(2000)의 방법을 조합한 M의 결과가 편의성, 안정성, 일치성에 있어서 가장 좋은 추정벡터라 할 수 있다. 적합법은 변환법에 비해 작은 각도에 더 민감한 것으로 나타났으며 아주 큰 각도에서만 안정적으로 나타났다.

참고문헌

- Aissaoui, R., Mecheri, H., & de Guise, J. A.(2004). Validation of four major algorithms for estimating the instantaneous helical axis with miniature triaxial gyroscope. *Proceedings of the 26th Annual International Conference of the IEEE EMBS, September*, 1(5), 2442-2445.
- Asano, T., Akagi, M., & Nakamura, T.(2005). The functional flexion-extension axis of the knee corresponds to the surgical epicondylar axis. *Journal of Arthroplasty*, 20, 1060-1067.
- Besier, T. F., Stumieks, D. L., Alderson, J. A., & Lloyd, D. G.(2003). Repeatability of gait data using a functional hip joint centre and a mean helical axis. *Journal of Biomechanics*, 36, 1159-1168.
- Brownhill, J. R., Furukawa, K., Faber, K. J., Johnson, J. A., & King, G. J. W.(2006). Surgeon accuracy in the selection of the flexionextension axis of the elbow: An in vitro study. *Journal of Shoulder and Elbow Surgery*, 15, 451-456.
- Cappello, A., Stagni, R., Fantozzi, S., & Leardini, A.(2005). Soft tissue artefacts compensation in knee kinematics by double anatomical landmark calibration : Performance of a novel method during selected motor tasks. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 52, 992-998.
- Cappozzo, A., Cantani, F., Leardini, A., Benedetti, M. G., & Della Croce, U.(1996). Position and orientation in space of bones during movement : Experimental artefacts. *Clinical Biomechanics*, 11, 90-100. [http://dx.doi.org/10.1016/0268-0033\(95\)00046-1](http://dx.doi.org/10.1016/0268-0033(95)00046-1)
- Cappozzo, A., Catani, F., Croce, U. D., & Leardini, A.(1995). Position and orientation in space of bones during movement : Anatomical frame definition and determination. *Clinical Biomechanics*, 10, 171-178.
- Challis, J. H.(1995). A procedure for determining rigid body transformation parameters. *Journal of Biomechanics*, 28, 733-737.
- Chan, Y. T., Lee, B. H., & Thomas, S. M.(2005). Approximate maximum likelihood estimation of circle parameters. *Journal of Optimization and Applications*, 125, 723-734.
- Chang, L. Y., & Pollard, N. S.(2007). Constrained leastsquares optimization for robust estimation of center of rotation. *Journal of Biomechanics*, 40, 1392-1400.
- Chèze, L., Fregly, B. J., & Dimmet, J.(1998). Determination of joint functional axes from noisy marker data using the finite helical axis. *Human Movement Science*, 17, 1-15.
- Coope, I. D.(1993). Circle fitting by linear and nonlinear least squares. *Journal of Optimization and Applications*, 76, 381-388.
- Devitt, D.(2009). Axis of rotation metrology. Retrieved from <http://www.bsahome.org/tools/pdfs/AxisRotationMetrology.pdf>
- Eckhoff, D. G., Dwyer, T. F., Bach, J. M., Spitzer, V. M. & Reinig, K. D.(2001). Three-dimensional morphology of the distal part of the femur viewed in virtual reality. *Journal of Bone and Joint Surgery Incorporated*, 83-As(part 1), 43-50.
- Eggert, D. W., Lorusso, A., & Fisher, R. B.(1997). Estimating 3-D rigid body transformations : A comparison of four major algorithms. *Machine Vision and Applications*, 9, 272-290.
- Ehrig, R. M., Heller, M. O., Kratzstein, S., Duda, G. N., Trepczynski, A., & Taylor, W. R.(2011). The SCoRE residual: A quality index to assess the accuracy of joint estimations. *Journal of Biomechanics*, 44, 1400-1404.
- Ehrig, R. M., Taylor, W. R., Duda, G. N., & Heller, M. O.(2007). A survey of formal methods for determining functional joint axes. *Journal of Biomechanics*, 40, 2150-2157.

- Ehrig, R. M., Taylor, W. R., Duda, G. N., & Heller, M. O.(2006). A survey of formal methods for determining the centre of rotation of ball joint. *Journal of Biomechanics*, 39, 2798-2809.
- Fisher, N. I., Lewis, T., & Embleton, B. J. J.(1993). *Statistical Analysis of Spherical Data*. New York, NY : Cambridge University Press.
- Gamage, S. S. H. U., & Lasenby, J.(2002). New least squares solutions for estimating the average center of rotation and the axis of rotation. *Journal of Biomechanics*, 35, 87-93.
- Grood, E. S., & Suntay, W. J.(1983). A joint coordinate system for the clinical description of three-dimensional motions : Application to the knee. *Journal of Biomechanical Engineering*, 105, 136-144.
- Halvorsen, K., Lesser, M., & Lundberg, A.(1999). A new method for estimating the axis of rotation and the center of rotation. *Journal of Biomechanics*, 32, 1221-1227.
- Kim, J. U.(2009). The analysis of axis of rotation of knee joint using directional statistics. *The Korean Journal of Physical Education*, 48, 615-623.
- Kim, J. U.(2010a). The statistical test on the mean axes of rotation of knee joint consistent with the coordinate axis. *The Korean Journal of Physical Education*, 49(4), 419-427.
- Kim, J. U.(2010b). The validity test of upper-forearm coordinate system and the exploratory analysis of the interactive effect between flexion/extension and pronation/supination during elbow joint motion. *Korean Journal of Sport Biomechanics*, 20(2), 117-127.
- MacWilliams, B. A.(2008). A comparison of four functional methods to determine centers and axes of rotations. *Gait & Posture*, 28, 673-679.
- Mannel, H., Marin, F., Claes, L., & Dürselen, L.(2004). Establishment of knee joint coordinate system from helical axes analysis : A kinematic approach without anatomical referencing. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 51, 1341-1347.
- Mardia, K. V., & Jupp, P.(2000). *Directional Statistics*(2nd edition). West Sussex, England : John Wiley and Sons Ltd.
- Marin, F., Mannel, H., Claes, L., & Dürselen, L.(2003). Correction of axis misalignment in the analysis of knee rotations. *Human Movement Science*, 22, 285-296.
- Metzger, M. F., Faruk Senan, N. A., O'Reilly, O. M., & Lotz, J. C.(2010). Minimizing errors associated with calculating the location of the helical axis for spinal motions. *Journal of Biomechanics*, 43, 2822-2829.
- Most, E., Axe, J., Rubash, H., & Li, G.(2004). Sensitivity of the knee joint kinematics calculation to selection of flexion axes. *Journal of Biomechanics*, 37, 1743-1748.
- Schache, A. G., Baker, R., & Lamoreux, L. W.(2006). Defining the knee joint flexion-extension axis for purposes of quantitative gait analysis : An evaluation of methods. *Gait & Posture*, 24, 100-109.
- Schwartz, M. H., & Rozumalski, A.(2005). A new method for estimating joint parameter from motion data. *Journal of Biomechanics*, 38, 107-116.
- Sheehan, F. R.(2007). The finite helical axis of the knee joint : A non-invasive in vivo study using Fast-PC MRI. *Journal of Biomechanics*, 40, 1038-1047.
- Söderkvist, I., & Wedin, P.(1993). Determining the movements of the skeleton using wellconfigured markers. *Journal of Biomechanics*, 26, 1473-1477.
- Sommer, H. J., & Buczeck, F. L.(1990). Experimental determination of the instant screw axis and angular acceleration axis. *Bioengineering Conference, Proceedings of the 1990 Sixteens Annual Northeast, USA*, 141-142.
- Spoor, C. W., & Veldpaus, F. E.(1980). Rigid body motion calculated from spatial coordinate of markers. *Journal of Biomechanics*, 13, 391-393.
- Stokdijk, M., Meskers, C. G. M., Veeger, H. E. J., de Boer, Y. A., & Rozing, P. M.(1999). Determination of the optimal elbow axis for evaluation of placement of prostheses. *Clinical Biomechanics*, 14, 177-184.
- Strang, G.(2003). *Introduction to Linear Algebra*(3rd ed.). Wellesley, MA : Wellesley Cambridge Press.
- Tay, S. C., VanRiet, R., Kazunari, T., Amrami, K. K., An, K. -N., & Berger, R. A.(2010). In-vivo kinematics analysis of forearm rotation using helical axis analysis. *Clinical Biomechanics*, 25, 655-659.
- Van den Bogert, A. J., Reinschmidt, C., & Lundberg, A.(2008). Helical axes of skeletal knee joint motion during running. *Journal of Biomechanics*, 41, 1632-1638.
- Vena, A., Budney, D., Forest, T., & Carey, J. P.(2011). Three-dimensional kinematic analysis of the golf swing using instantaneous screw axis theory, part 1 : Methodology and verification. *Sports Engineering*, 13, 105-123.
- Vena, A., Budney, D., Forest, T., & Carey, J. P.(2011). Three-dimensional kinematic analysis of the golf swing

using instantaneous screw axis theory, part 2 : Golf swing kinematic sequence. *Sports Engineering*, 13, 125-133.

Woltring, H. J.(1990). Data processing and error analysis. In N. Berme, & A. Cappozzo(Eds.), *Biomechanics of Human Movement : Applications in Rehabilitation, Sport and Ergonomics*, 203-237. Washington, OH : Bertec Corporation.

Woltring, H. J., Long, K., Osterbauer, P. J., & Fuhr, A. W.(1994). Instantaneous helical axis estimation from 3-D video data in neck kinematics for whiplash diagnostics. *Journal of Biomechanics*, 27, 1415-1432.

Wu, G., Siegler, S., Allard, P., Kirtley, C., Leardini, A., Rosenbaum, D., Whittle, M., D'Lima, D., Cristofolini, L., Witte, H., Schmid, O., & Stokes, I.(2002). ISB recommendation on definitions of joint coordinate system of various joints for the reporting of human joint motion-part I: ankle, hip, and spine. *Journal of Biomechanics*, 35, 543-548.