

## 다국적 기업에서 환율과 세금을 고려한 공정-저장조 망구조의 최적설계

# Optimal Design of Process-Inventory Network Considering Exchange Rates and Taxes in Multinational Corporations

이 경 범, 서 근 학\*  
(Gyeongbeom Yi<sup>1</sup> and Kuen-Hack Suh<sup>1</sup>)  
<sup>1</sup>Pukyong National University

**Abstract:** This paper presents an integrated analysis of supply chain and financing decisions of multi-national corporation. We construct a model in which multiple currency storage units are installed to manage the currency flows associated with multi-national supply chain activities such as raw material procurement, process operation, inventory control, transportation and finished product sales. Core contribution of this study is to quantitatively investigate the influence of macroscopic economic factors such as exchange rates and taxes on operational decisions. The supply chain is modeled by the Process-Storage Network with recycle streams. The objective function of the optimization is minimizing the opportunity costs of annualized capital investments and currency/material inventories minus the benefit to stockholders interpreted by home currency. The major constraints of the optimization are that the material and currency storage units must not be depleted. A production and inventory analysis formulation, the periodic square wave (PSW) model, provides useful expressions for the upper/lower bounds and average levels of the currency and material inventory holdups. The expressions for the Kuhn-Tucker conditions of the optimization problem are reduced to a subproblem and analytical lot sizing equations. The procurement, production, transportation and financial transaction lot sizes can be determined by analytical expressions after the average flow rates are already known. We show that, when corporate income tax is taken into consideration, the optimal production lot and storage sizes are smaller than is the case when such factors are not considered typically by 20 %.

**Keywords:** optimal lot size, process-inventory network, exchange rate

### I. 서론

다국적 기업은 이제 화학산업에서 매우 보편화되어 있다. 다국적 기업은 원료를 여러 나라로부터 구매하며 생산시설도 여러 나라에 퍼져 있다. 그리고 완제품도 세계 곳곳으로 판매한다. 다국적 기업은 여러 나라에서 사람을 고용하고 있으며, 그들의 봉급을 그들의 통화로 지급한다. 따라서 다국적 기업은 여러 나라에 걸쳐 있는 사업을 관리하기 위하여 여러 개의 통화를 사용하여야 한다. 사업경영을 위해 다수의 통화를 사용하여야 할 경우 기업은 환율변동이라는 새로운 위험에 노출된다. 각종 화폐의 가치는 그 나라와 국제적인 경제 환경의 변화에 따라 끊임없이 서로 다른 비율로 변하고 있다. 만약 기업이 가치가 곧 하락할 화폐를 다량 보유하고 있으면 그 기업은 그만큼 자산가치가 줄어든다. 두 화폐의 가치의 비인 환율은 오늘날 그 불확실성의 증대로 인해 매우 급격으로 변하고 있다. 예를 들어 엔화의 달러에 대한 환율은 2002년초부터 2004년 말까지 매년 그의 10% 감소하였다. 이런 처지에서 일본에 있는 제조회사는 미국에 제품을 수출하고 달러로 대금을 추후에 회수하게 되면 급격한 달러가치 감소로 인해 손해보고 판매한 결과를 초래한다. 이러한 환위험을 회피하기 위한 외화과 환율에 대한 선물, 옵션과 스왑 등의 다양한 재무기법이 존재한다. 기업들은 환율의 변동을 예측

하는데 특별한 관심을 가지고 적절한 환위험 대책을 마련해야 한다. 그러나 본 연구는 이러한 재무적인 환위험 회피가 목적이 아니다. 환율의 변동은 기업의 재무활동뿐만 아니라 공급 사슬망 관리에도 영향을 미친다. 기업이 화폐의 가치가 높은 나라와 낮은 나라에 동일한 생산공장을 보유하고 있다면, 그 기업은 화폐의 가치가 높은 나라의 생산을 줄이고 화폐가치가 낮은 나라의 생산을 늘이는 것이 총비용을 절감하는 길이다. 또한 기업은 가능한 가치가 낮은 화폐를 다루는 원료공급자와 거래하는 것이 유리하다. 본 연구의 동기는 다수의 통화를 고려할 경우 생산계획의 최적화 모형은 달라져야 하고 따라서 최적해도 달라야 한다는 점이다. 여러 나라에 있는 생산공장들은 각기 다른 통화로 표현된 흐름, 재고, 시간, 예측, 비용, 수익과 가격에 대한 다양한 입력자료를 보유하고 있다. 다국적 기업의 총체적인 최적화는 여러 나라로부터 수집된 입력자료 중에서 여러가지 통화를 어떻게 다루냐에 따라 달라질 것이다.

다국적 기업에 있어서 중요한 또하나의 거시경제 요인은 각 나라마다 다른 세율이다. 여러가지 세금 가운데 부가가치세, 법인세와 관세가 특히 다국적 기업에 중요하다. 부가가치세의 효과는 이미 이전 연구에서 밝힌바 있다[1]. 부가가치세는 생산에 관련된 의사결정이나 비용요소에 영향을 미치지 않지만 현금흐름의 시간적 요인에 영향을 미친다. 신사업 타당성 조사를 할 때 법인세의 중요성은 대부분의 공장설계 교과서에 잘 나타나 있다[2]. 그러나 대부분의 생산계획 연구자들은 여전히 세전이익을 최적화 모형의 최대화 목적함수

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2011. 1. 28., 수정: 2011. 6. 23., 채택확정: 2011. 7. 6.

이경범, 서근학: 부경대학교(gbyi@pknu.ac.kr/khsuh@pknu.ac.kr)

※ 이 논문은 2010 학년도 부경대학교의 지원을 받아 수행된 연구임 (PK-2010-098).

로 선정하고 있다. 법인세율은 12.5% (아일랜드) 에서 40.8% (미국) 까지 다양하다. OECD 회원국 평균 법인세율은 30.8% 이다. 다른나라에서 사업을 하게되면 그 나라의 세금정책에 관해 철저히 알고 있어야 한다. 현실에서의 중요함에도 불구하고 학계에서는 법인세의 사업에 대한 영향은 별로 연구가 되어 있지 않다. 이것은 아마 대부분의 연구자가 목적함수가 세전이익이나 세후이익이나 최적해가 동일한 선형모형을 이용하기 때문인것 같다. 비선형 요인을 고려할 경우 세전이익과 세후이익을 고려한 최적해는 다르다[3]. 관세는 국제무역질서에 영향을 미치는 중요한 비용요소이다. 관세를 줄이기 위해 제 3국을 경유하여 상품을 수출하는 경우가 허다하다.

본연구는 다국적 제조기업의 설계와 운전에 관한 환율과 세금의 영향을 정량적으로 밝히는데 주력하고 있다. 다국적 생산 공장을 표현하기 위해 공정-저장조 망구조를 선정하였으며 사각과 모형을 이용하여 최적화 모형을 구성할 것이다. 법인세, 관세를 고려하지 않고 단일 통화를 이용한 단일국 모형에 대해서는 이미 연구결과가 발표 되었다[1]. 본 연구는 다수의 통화와 세금들을 다루게 된다. 물질흐름에 대해서는 속도가 느린 변동을 표현하기 위한 다분기 모형과 단기 무작위 변동을 고려한 해석적인 최적해가 이미 개발되었다[4]. 따라서 환율의 모든 중요한 특성을 고려한 모형개발이 가능하겠지만 문제의 난이도를 고려하여 환율의 불확실성에 대한 연구는 본 연구의 범위에서 제외되었다. 각 나라의 세금정책은 서로 다르다. 본 연구에서는 선형 세율만 다를 것이다. 즉, 부가가치세는 판매량에 비례하고, 법인세는 세전이익에 비례하고, 관세는 통과물량에 비례한다. 선형세율에는 많은 예외가 있다. 예를 들어 법인세는 세전이익의 범위에 따라 다른 세율이 적용되며[2], 관세는 수입된 물품이 수출품의 원료로 사용될 경우 환급되기도 한다[5].

II. 변수와 매개변수의 정의

본연구에 필요한 변수와 매개변수의 정의를 간략히 소개하고자 한다. 여러가지 물리화학적인 공정과 수송단계를 거쳐 원료물질을 최종제품으로 전환하여 수용자에게 제공하는 공급 사슬체계는 그림 1에 나타난 것처럼 통화 저장조 집합 (R), 물질 저장조 집합 (J)와 공정 집합 (I)으로 구성되어 있다. 그림에서 실선은 물질흐름을 나타내고 점선은 통화의 흐름을 나타낸다. 본연구에서 공정은 회분식 공정을 의미하지

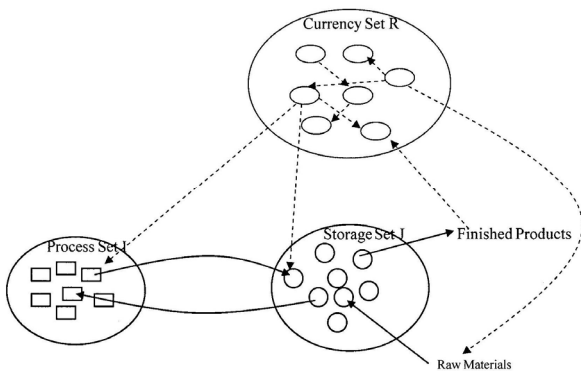
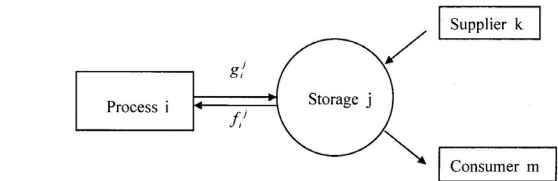
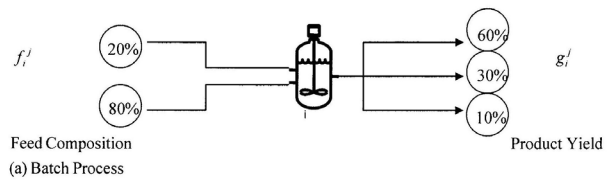
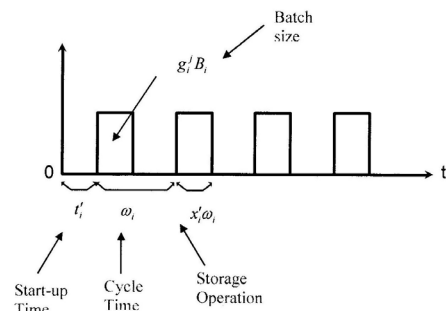


그림 1. 다국적 기업의 기본구조. Fig. 1. Basic structure of multi-national corporation.



(b) Input Output Streams of a Storage Unit



(c) Periodic Square Wave Flow

그림 2. 공정-저장조 망구조. Fig. 2. Structure of process-storage network.

만 추가적인 수학적 처리를 통해 반연속 공정도 취급이 가능하다[9]. 통화 저장조 R의 정의는 매우 조심해야 한다. 서로 다른 나라에서 사용되는 똑같은 화폐는 서로 다른 통화로 고려되어야 한다. 예를 들어 미국에 있는 달러는 한국에 있는 달러와 다른 집합의 원소로 취급된다. 즉, 집합 R의 정확한 의미는 ‘국가에서 사용되는 화폐’이다. 따라서 집합 R의 총 원소의 갯수는 국가의 수 곱하기 화폐의 수가 된다. 이러한 정의는 한 국가에서 여러개의 통화가 사용되는 상황을 고려한 것이다. 논의의 편의를 위하여 한 국가가 한개의 통화만 가지고 있다고 가정하고 상점자  $r \in R$  이 국가 뿐만 아니라 통화를 나타낸다고 생각하면 이해가 쉬워지고 최종 결과도 차이가 없다.

각 공정은 그림 2(a)에 나타난 것처럼 일정한 조성 ( $f_j^i$ )의 다수의 원료물질을 소비하고 일정한 수율 ( $g_j^i$ )의 제품을 생산한다. 만약 원료조성이나 제품수율이 0이면 해당되는 저장조와 공정은 물질흐름이 없다. 각 저장조는 한개의 물질만을 저장하지만 같은 물질은 서로 다른 위치에 있는 다른 저장조에 저장될 수 있다. 각 저장조는 네가지 유형의 물질흐름과 연관되어 있다. 즉 원료공급자 ( $k \in K(j)$ )로부터의 구매, 소비자 ( $m \in M(j)$ )에게 판매, 공정원료로서의 주입과 공정제품으로서의 생산이다. 여기서 원료공급자 집합  $K(j)$ 와 소비자 집합  $M(j)$ 은 저장조에 의존한다. 공정에서 저장조로 또는 저장조에서 공정으로의 물질흐름은 그림 2(c)에 나타난 것처럼 사각과 모형으로 표현될 수 있다. 사각과 모형에서 물질흐름은 네개의 변수 공정주기  $B_j$ , 운전주기  $\omega_j$ , 저장조

운전시간 분율  $x_i$  (or  $x'_i$ ) 과 가동 시작시간  $\gamma_i$  (or  $t'_i$ ) 으로 표현된다. 저장조 운전시간 분율  $x'_i$  (or  $x''_i$ ) 은 공정과 저장조 사이에 물질이동에 걸리는 시간을 운전주기로 나누어 값이다. 가동 시작시간  $\gamma_i$  (or  $t'_i$ ) 은 공정이나 저장조로부터 처음으로 물질흐름이 시작되는 시간이다. 공정에서 저장조로 또는 저장조에서 공정으로 물질흐름은 동시에 일어난다고 가정한다. 이 가정으로 인해  $x_i$  (or  $x'_i$ ) 이나  $\gamma_i$  (or  $t'_i$ ) 에서 상첨자  $j$  는 필요가 없다. 원료구매의 물질흐름은 주문크기  $B_k^j$ , 주문주기  $\omega_k^j$ , 저장조 운전시간 분율  $x_k^j$  과 주문 시작시간  $t_k^j$  으로 표현된다. 모든 저장조 운전시간 분율은 매개변수로 간주된다. 최종제품의 판매흐름은 마찬가지로  $B_m^j, \omega_m^j, x_m^j$  와  $t_m^j$  로 표현된다. 임의의 함수의 최종제품 수요예측은  $B_m^j, \omega_m^j, x_m^j$  와  $t_m^j$  를 매개변수로 하는 사각과 함수로 표현이 가능하다. 사각과 함수의 일반형은 다음과 같다.

$$PSW(t; D, \omega, t', x) = D\omega \left[ \text{int} \left[ \frac{t-t'}{\omega} \right] + \min \left\{ 1, \frac{1}{x} \text{res} \left[ \frac{t-t'}{\omega} \right] \right\} \right] \quad (1)$$

여기서  $D$ 는 평균유속이고,  $B$ 는 일회 생산량이며,  $\omega$  는 생산 주기이고,  $t'$  는 가동시작시간이고,  $x$ 는 저장조 운전시간 분율이고,  $t$ 는 시간이고,  $\text{int}[z]$ 는  $z$  보다 같거나 작은 가장 큰 정수이고  $\text{res}[z]=z-\text{int}[z]$  이다. 그리고  $D = \frac{B}{\omega}$  이다. 사각과 함수는 다음과 같은 평균값, 상한값과 하한값을 가진다.

$$\overline{PSW}(t; D, \omega, t', x) = D(t-t') + 0.5(1-x)D\omega \quad (2)$$

$$\overline{\overline{PSW}}(t; D, \omega, t', x) = D(t-t') + (1-x)D\omega \quad (3)$$

$$\underline{\underline{PSW}}(t; D, \omega, t', x) = D(t-t') \quad (4)$$

여기서  $\underline{\underline{PSW}} \leq PSW \leq \overline{\overline{PSW}}$  이고  $\overline{PSW} = 0.5(\overline{\overline{PSW}} + \underline{\underline{PSW}})$  이다.

$D_i$  는  $B_i$  나누기  $\omega_i$  로서, 공정  $i$  를 통과하는 물질 평균유속이다. 원료구매와 제품판매의 물질 평균유속은 각각  $D_k^j$  와  $D_m^j$  로서,  $D_k^j = \frac{B_k^j}{\omega_k^j}$  와  $D_m^j = \frac{B_m^j}{\omega_m^j}$  이다. 물질 저장조  $j$  의 초기재고량은  $V^j(0)$  이고, 시간  $t$  에서의 재고량은  $V^j(t)$  이다.

통화  $r$  에 의해 지급되는 원료물질  $j$  를 구매하는 준비비는  $A_k^j$  (화폐/주문)이고, 통화  $r$  에 의해 지급되는 공정  $i$  의 준비비는  $A_i^j$  (화폐/회) 이다. 통화  $r$  에 의해 지급되는 물질 저장조  $j$  의 연간 재고 유지비는  $H^j$  (화폐/L/년) 이다. 재고유지비는 재고운전비 ( $h^j$ ) 와 재고유지의 기회비용 ( $\gamma^j$ ) 으로 구분되며,  $H^j = h^j + \gamma^j$  의 관계이다. 해석적인 해를 얻기 위하여 자본비용은 공정의 용량에 비례한다고 가정한다.  $a_k^j$  (화폐/L/년) 는 통화  $r$  에 의해 지급되는 원료물질  $j$  에 대한 구매장치의 용량당 연간 자본비용이고,  $a_i^j$  (화폐/L/년) 는

통화  $r$  에 의해 지급되는 공정  $i$  의 용량당 연간 자본비용이며,  $b^j$  (화폐/L/년) 는 통화  $r$  에 의해 지급되는 저장조  $j$  의 용량당 연간 자본비용이다. 원료 구매비용은 구매량에 비례한다고 가정할 때, 공급자  $k$  로부터 통화  $r$  에 의해 지급되는 원료 물질  $j$  의 가격은  $P_k^j$  (화폐/L) 이다. 소비자  $m$  으로부터 통화  $r$  의 회수되는 최종제품  $j$  의 판매가격은  $P_m^j$  (화폐/L) 이다. 본 연구에서 모든 물량은 편의상 리터로 나타내어진다.

공정에서 한 생산주기가 원료주입시간 ( $x_i\omega_i$ ), 작업시간 ( $(1-x_i-x'_i)\omega_i$ ) 과 제품배출시간 ( $x'_i\omega_i$ ) 으로 구성되어 있다는 사실로부터 원료주입 흐름과 제품배출 흐름의 시작시간 사이에는 다음 관계식이 성립한다.

$$t'_i = \gamma_i + \Delta t_i \quad (5)$$

물질 저장조에 대한 물질수지식으로부터 다음 관계식이 유도된다.

$$\sum_{i=1}^{|J|} g_i^j D_i + \sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^j = \sum_{i=1}^{|J|} f_i^j D_i + \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^j \quad (6)$$

물질 저장조는 원료공급자와 공정들로부터 유입되는 흐름들과 소비자와 공정들로 유출되는 흐름들이 연결되어 있다. 물질 저장조의 재고량은 다음 식에 의해 계산된다.

$$\begin{aligned} V^j(t) &= V^j(0) + \sum_{k=1}^{|K(j)|} PSW(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j) \\ &+ \sum_{i=1}^{|J|} PSW(t; g_i^j D_i, \omega_i, t'_i, x'_i) \\ &- \sum_{i=1}^{|J|} PSW(t; f_i^j D_i, \omega_i, \gamma_i, x_i) \\ &- \sum_{m=1}^{|M(j)|} PSW(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j, x_m^j) \end{aligned} \quad (7)$$

재고량 함수의 상한값과 하한값 그리고 평균값은 (2), (3) 과 (4)로부터 계산되어 진다.

$$\begin{aligned} \overline{\overline{V^j}} &= V^j(0) + \sum_{k=1}^{|K(j)|} \overline{\overline{PSW}}(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j) \\ &+ \sum_{i=1}^{|J|} \overline{\overline{PSW}}(t; g_i^j D_i, \omega_i, t'_i, x'_i) \\ &- \sum_{i=1}^{|J|} \overline{\overline{PSW}}(t; f_i^j D_i, \omega_i, \gamma_i, x_i) \\ &- \sum_{m=1}^{|M(j)|} \overline{\overline{PSW}}(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j, x_m^j) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{V^j}} &= V^j(0) + \sum_{k=1}^{|K(j)|} \underline{\underline{PSW}}(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j) \\ &+ \sum_{i=1}^{|J|} \underline{\underline{PSW}}(t; g_i^j D_i, \omega_i, t'_i, x'_i) \\ &- \sum_{i=1}^{|J|} \underline{\underline{PSW}}(t; f_i^j D_i, \omega_i, \gamma_i, x_i) \\ &- \sum_{m=1}^{|M(j)|} \underline{\underline{PSW}}(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j, x_m^j) \end{aligned} \quad (9)$$

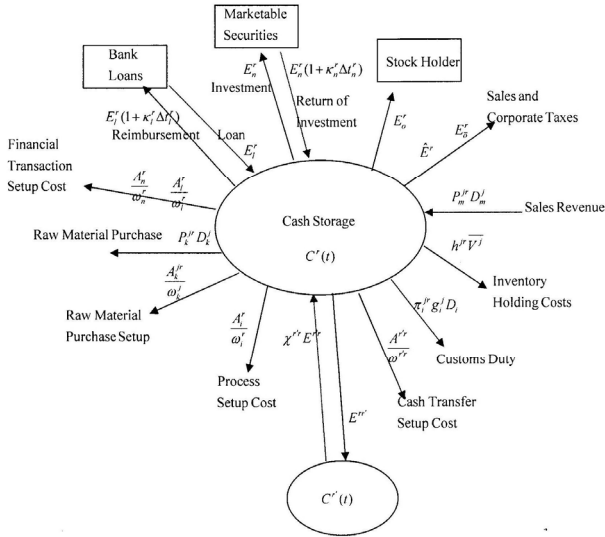


그림 3. 통화 저장조와 재무처리.  
Fig. 3. Currency storage and financial transactions.

$$\begin{aligned} \overline{V}^j = & V^j(0) + \sum_{k=1}^{|K(j)|} \overline{PSW}(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j) \\ & + \sum_{i=1}^{|I|} \overline{PSW}(t; g_i^j D_i, \omega_i, t_i^j, x_i^j) \\ & - \sum_{i=1}^{|I|} \overline{PSW}(t; f_i^j D_i, \omega_i, \gamma_i, \chi_i) \\ & - \sum_{m=1}^{|M(j)|} \overline{PSW}(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j, x_m^j) \end{aligned} \quad (10)$$

그림 1에 나타난 공정과 물질 저장조로 구성된 공급망을 효과적으로 운영하기 위해 그림 3에 보여진 것과 같은 화폐유통을 담당하는 통화 저장조가 필요하다. 하첨자  $n$ 을 원소로 하는 집합  $N$ 은 유가증권에 대한 단기 채무투자를 나타내고, 하첨자  $l$ 을 원소로 하는 집합  $L$ 은 은행대부를 나타내며, 하첨자  $o$ 를 원소로 하는 집합  $O$ 는 주주들을 나타낸다. 법인세는 가상의 주주인  $\bar{o} \in O$ 에게 지불한다고 보아도 무방하다. 부가가치세는 제품을 소비자에게 판매할 때 소비자로부터 회수되어서 년에 한번씩 세무서에 대납하게 된다. 대형 화학회사에서는 임금은 보통 매출액에 비례한다고 보고 있다. 따라서 임금 지출은 부가가치세와 같은 방법으로 취급될 수 있기 때문에 논의 대상에서 제외한다. 공정의 준비비는 보통 노동비용을 포함하기도 한다. 통화 저장조로 유입되는 현금흐름은 다음과 같다.

- CF1) 고객  $m$ 으로부터 완제품 판매대금 회수 유예기간  $\Delta t_m^j$  (년) 이후 외상매출금의 회수(부가가치세 포함).
- CF2) 수익율  $\kappa_n^r$  (화폐/화폐/년)인 단기 채무투자의 투자기간  $\Delta t_n^r$  (년) 이후 회수.
- CF3) 이자율  $\kappa_l^r$  (화폐/화폐/년)이고 대부기간  $\Delta t_l^r$  (년)인 은행대부.
- CF4) 환율이  $\chi^{r'}$  (화폐/화폐)인 통화 저장조  $r'$ 로부터  $r$ 로 통화이동.

- 통화 저장조에서 유출되는 통화흐름은 다음과 같다.
- CF5) 공급자  $k$ 로부터 원료구매 대금에 대한 지급유예 기간  $\Delta t_k^j$  (년) 후 외상매출금의 지급.
- CF6) 수익율  $\kappa_n^r$  이고 투자기간  $\Delta t_n^r$  인 단기 채무투자.
- CF7) 이자율  $\kappa_l^r$  이고 대부기간  $\Delta t_l^r$  인 은행대부 현금.
- CF8) 환율  $\chi^{r'}$  인 통화 저장조  $r$ 에서  $r'$ 로 통화이동.
- CF9) 원료구매 준비비  $A_k^j$  지급.
- CF10) 공정 준비비  $A_l^r$  지급.
- CF11) 단기 채무투자 준비비  $A_n^r$  지급.
- CF12) 은행대부 준비비  $A_l^r$  지급.
- CF13) 통화이동 준비비  $A^{r'}$  지급.
- CF14) 재고 운전비용  $h^{j'}$  지급.
- CF15) 주주배당금 지급. 통화  $r$ 로 세무서에 지급되는 세율  $\zeta^r$  (화폐/화폐)인 법인세 포함.
- CF16) 통화  $r$ 로 세무서에 지불되는 세율  $\zeta^r$  (화폐/화폐)인 부가가치세 납부(임금도 같은 방법으로 취급됨).
- CF17) 세율  $\pi_i^{j'}$  (화폐/L)인 관세 지급(변동 운전비도 같은 방법으로 취급됨).

본 연구에서는 기업이 초기 현금부족을 메우기 위해 은행대부를 이용하는 것은 고려하지 않는다. 왜냐하면 이러한 은행대부는 일시적이기 때문이다. 현금흐름 CF3와 CF7에 나타난 은행대부는 기업이 어떤 나라의 특별히 낮은 은행금리를 이용하기 위한 전략적인 대부로서 주기적으로 실행하는 경우이다. 은행대부는 통화  $r$ 로 지불되는 준비비가  $A_l^r$  (화폐/건) 이다. 이 처리비용은 현금 흐름 CF12에 나타난 것처럼 은행대부가 성사될 때 현금저장조에서 유출된다. 단기 채무투자를 표현하는 현금흐름 CF2, CF6와 CF11도 처리비용  $A_n^r$  (화폐/건)과 함께 같은 방법으로 다루어 진다. 통화 저장조간의 통화이동을 나타내는 현금흐름 CF4, CF8와 CF13는 국제적으로 금리와 환율의 이득을 보기 위해 발생한다. 환율이  $\chi^{r'}$  인 통화 저장조  $r'$ 에서  $r$ 로의 평균 통화이동 속도를  $E^{r'}$  (화폐/년)로 둔다. 통화이동 준비비  $A^{r'}$  (화폐/건)는 화폐를 받는 저장조  $r$ 에서 지불된다. CF9-CF13에서 표현된 준비비와 CF14에서 표현된 재고운전비의 처리는 물질 또는 화폐의 처리와 비례한다고 가정한다. 즉, 준비비의 흐름과 해당되는 작업의 물질이나 화폐의 흐름은 작업용량만 다를 뿐 같은 작업주기, 가동 시작시간과 저장조 운전 시간분율을 가진다. 재고운전비의 흐름은 재고수준에 비례한다. 각 통화의 흐름은 물질흐름과 마찬가지로 사각과 함수로 표현된다.

부가가치세의 평균 통화유속은 총 판매이익에 비례한다. 즉,  $\hat{E}^r = \zeta^r \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} P_m^j D_m^j$ , 여기서  $\zeta^r$  (화폐/화폐)는 통화  $r$ 을 보유하는 국가의 부가가치세율이다. 부가가치세의 납부주기, 납부 시작시간과 저장조 운전 시간분율은 매개변수이다. 부가가치세 납부 시작시간  $\hat{t}_m^j$  는  $j \in J_s \subset J$  와  $r \in R_s \subset R$  에 대하여  $t_m^j + \Delta t_m^j$  이후 첫 세금납부일이 된다. 여기서 집합  $J_s$  와  $R_s$  는 S가 다국적 기업의 자회사의 집합이라고 할 때,

표 1. 현금흐름의 수학적 표현.

Table 1. Mathematical representation of cash flows.

	PSW flows
CF1	$\sum_{j=1}^{ J } \sum_{m=1}^{ M(j) } (1 + \zeta^r) P_m^{jr} PSW(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j + \Delta t_m^j, x_m^j)$
CF2	$\sum_{n=1}^{ N } PSW(t; E_n^r (1 + \kappa_n^r \Delta t_n^r), \omega_n^r, t_n^r + \Delta t_n^r, 0)$
CF3	$\sum_{l=1}^{ L } PSW(t; E_l^r, \omega_l^r, t_l^r, 0)$
CF4	$\sum_{r' \neq r}^{ R } \chi^{r'r} PSW(t; E^{r'r}, \omega^{r'r}, t^{r'r}, 0)$
CF5	$\sum_{j=1}^{ J } \sum_{k=1}^{ K(j) } P_k^{jr} PSW(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j + \Delta t_k^j, x_k^j)$
CF6	$\sum_{n=1}^{ N } PSW(t; E_n^r, \omega_n^r, t_n^r, 0)$
CF7	$\sum_{n=1}^{ N } PSW(t; E_n^r (1 + \kappa_n^r \Delta t_n^r), \omega_n^r, t_n^r + \Delta t_n^r, 0)$
CF8	$\sum_{r' \neq r}^{ R } PSW(t; E^{r'r}, \omega^{r'r}, t^{r'r}, 0)$
CF9	$\sum_{j=1}^{ J } \sum_{k \in \{D_k^j\}^+} P_k^{jr} PSW(t; A_k^j, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j)$
CF10	$\sum_{i \in \{D_i\}^+} PSW(t; A_i^r, \omega_i^r, t_i^r, x_i^r)$
CF11	$\sum_{n \in \{E_n^r\}^+} PSW(t; A_n^r, \omega_n^r, t_n^r, 0)$
CF12	$\sum_{l \in \{E_l^r\}^+} PSW(t; A_l^r, \omega_l^r, t_l^r, 0)$
CF13	$\sum_{r' \neq r}^{ R } PSW(t; A^{r'r}, \omega^{r'r}, t^{r'r}, 0)$
CF14	$\sum_{j=1}^{ J } h^{jr} \int_0^t V^j(t) dt$
CF15	$\sum_{o=1}^{ O } PSW'(t; E_o^r, \omega_o^r, t_o^r, 1)$
CF16	$PSW(t; \zeta^r \sum_{j=1}^{ J } \sum_{m=1}^{ M(j) } P_m^{jr} D_m^j, \hat{\omega}^r, \hat{t}_m^r, 0)$
CF17	$\sum_{j=1}^{ J } \sum_{i=1}^{ I } PSW(t; \pi_i^{jr} g_i^j D_i, \omega_i, t_i, x_i)$

$s \in S$  가 소유하거나 사용하는 저장조와 통화의 집합이다. 통화  $r$  을 사용하는 국가로 공정  $i$  에 의해 수입되는 저장조  $j$  에 있는 물질의 관세의 평균 통화유속은  $\pi_i^{jr} g_i^j D_i$  이다. 여기서  $\pi_i^{jr}$  (화폐/L)는 관세율이며, 공정  $i$  의 수출  $g_i^j$  가 관세 통화흐름에 관련되어 있는데 그 이유는 관세는 공정  $i$  가 수출공정일 때 목적지 국가에서 부과되기 때문이다. 변동 공정 운전비는 공정의 처리물량에 비례하여 발생하는 운전비를 뜻하는데 관세와 같은 방법으로 모형개발이 가능하다.

III. 비선형 최적화 모형

해석적인 해를 얻기 위하여, 주주배당과 법인세는 동시에 지출된다고 가정한다.

$$t_o^r = t_o^{r'} (\equiv t_o^r) \quad \forall o \neq o' \in O, r \in R \quad (11)$$

이러한 가정은 Kuhn-Tucker 조건의 해에서 Lagrange 승수를 단순화해 준다. 표 1은 정의된 변수와 매개변수와 함께 식 (1)을 이용하여 CF1~CF17의 함수적 형태를 나타낸 것이다.  $C^r(0)$ 는 초기 통화 재고량을 나타내고,  $C^r(t)$ 는  $t$ 에서의 통화 재고량을 나타낸다. 그러면, 시간  $t$ 에서의 통화 재고량은 초기 재고량에 유입되는 통화흐름 CF1~CF4를 더하고, 유출되는 통화흐름 CF5~CF17를 빼면 된다.

$$\begin{aligned}
 C^r(t) = C^r(0) &+ \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} (1 + \zeta^r) S_m^{jr} PSW(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j + \Delta t_m^j, x_m^j) \\
 &- \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^{jr} PSW(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j + \Delta t_k^j, x_k^j) \\
 &- \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k \in \{D_k^j\}^+} P_k^{jr} PSW(t; A_k^j, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j) \\
 &- \sum_{i \in \{D_i\}^+} PSW(t; A_i^r, \omega_i^r, t_i^r, x_i^r) \\
 &- \sum_{j=1}^{|J|} h^{jr} \int_0^t V^j(t) dt - \sum_{o=1}^{|O|} PSW'(t; E_o^r, \omega_o^r, t_o^r, 1) \\
 &+ \sum_{n=1}^{|N|} PSW(t; E_n^r (1 + \kappa_n^r \Delta t_n^r), \omega_n^r, t_n^r + \Delta t_n^r, 0) \\
 &- \sum_{n=1}^{|N|} PSW(t; E_n^r, \omega_n^r, t_n^r, 0) \\
 &- \sum_{n=1}^{|N|} PSW(t; E_n^r (1 + \kappa_n^r \Delta t_n^r), \omega_n^r, t_n^r + \Delta t_n^r, 0) \\
 &+ \sum_{l=1}^{|L|} PSW(t; E_l^r, \omega_l^r, t_l^r, 0) \\
 &- \sum_{n \in \{E_n^r\}^+} PSW(t; A_n^r, \omega_n^r, t_n^r, 0) \\
 &- \sum_{l \in \{E_l^r\}^+} PSW(t; A_l^r, \omega_l^r, t_l^r, 0) \\
 &- PSW(t; \zeta^r \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} P_m^{jr} D_m^j, \hat{\omega}^r, \hat{t}_m^r, 0) \\
 &+ \sum_{r' \neq r}^{|R|} \chi^{r'r} PSW(t; E^{r'r}, \omega^{r'r}, t^{r'r}, 0) \\
 &- \sum_{r' \neq r}^{|R|} PSW(t; E^{r'r}, \omega^{r'r}, t^{r'r}, 0) \\
 &- \sum_{r, r' \in \{E^{r'r}\}^+} PSW(t; A^{r'r}, \omega^{r'r}, t^{r'r}, 0) \\
 &- \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{i=1}^{|I|} PSW(t; \pi_i^{jr} g_i^j D_i, \omega_i, t_i, x_i)
 \end{aligned} \quad (12)$$

여기서  $\{D_k^j\}^+ \equiv \{k | D_k^j > 0\}$ ,  $\{D_i\}^+ \equiv \{i | D_i > 0\}$ ,  $\{E_n^r\}^+ \equiv \{E_n^r\}^+ \equiv \{I | E_l^r > 0\}$  와  $\{E^{r'r}\}^+ \equiv \{r \neq r' | E^{r'r} > 0\}$ , 즉, 평균유속이 양의 값인 원소의 집합을 나타낸다. 순수한 재무처리 과정의 저장조 운전 시간분율  $x_n^r, x_n^{r'}, x^{r'r}, x^{r'r'}$  와  $\hat{x}^r$  는 0으로 둔다. 주주배당의 저장조 운전 시간분율  $x_o^r$  는 주주배당이 연속적 통화흐름이 되어야 한다는 가정을 만족하기 위해 1로 둔다. 통화 저장조의 평균수준 ( $\bar{C}^r$ ) 과 하한값 ( $\underline{C}^r$ ) 은 (2), (3)과 (4) 식들을 이용하여 계산된다.

$$\begin{aligned}
 \bar{C}^r = C^r(0) &+ \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} (1 + \zeta^r) P_m^{jr} \overline{PSW}(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j + \Delta t_m^j, x_m^j)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^{jr} \overline{PSW}(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j + \Delta t_k^j, x_k^j) \\
 & - \sum_{i \in \{D\}^+} \overline{PSW}'(t; A_i^r, \omega_i, \zeta_i, \zeta_i) \\
 & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k \in \{D_k^j\}^+} \overline{PSW}'(t; A_k^{jr}, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j) - \sum_{j=1}^{|J|} h^{jr} \overline{V}^j t \\
 & - \sum_{n=1}^{|N|} \overline{PSW}(t; E_n^r, \omega_n^r, t_n^r, 0) \\
 & + \sum_{n=1}^{|N|} \overline{PSW}(t; E_n^r (1 + \kappa_n^r \Delta t_n^r), \omega_n^r, t_n^r + \Delta t_n^r, 0) \\
 & + \sum_{l=1}^{|L|} \overline{PSW}(t; E_l^r, \omega_l^r, t_l^r, 0) \\
 & - \sum_{l=1}^{|L|} \overline{PSW}(t; E_l^r (1 + \kappa_l^r \Delta t_l^r), \omega_l^r, t_l^r + \Delta t_l^r, 0) \\
 & - \sum_{n \in \{E_n^r\}^+} \overline{PSW}'(t; A_n^r, \omega_n^r, t_n^r, 0) \\
 & - \sum_{l \in \{E_l^r\}^+} \overline{PSW}'(t; A_l^r, \omega_l^r, t_l^r, 0) \\
 & - \overline{PSW}(t; \zeta^r \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} P_m^{jr} D_m^j, \hat{\omega}^r, \hat{t}_m^{jr}, 0) \\
 & - \sum_{o=1}^{|O|} \overline{PSW}'(t; E_o^r, \omega_o^r, t_o^r, 1) \\
 & + \sum_{r' \neq r} \chi^{r'r} \overline{PSW}(t; E^{r'r}, \omega^{r'r}, t^{r'r}, 0) \\
 & - \sum_{r' \neq r} \overline{PSW}(t; E^{r'r}, \omega^{r'r}, t^{r'r}, 0) \\
 & - \sum_{r, r' \in \{E^{r'r}\}^+} \overline{PSW}(t; A^{r'r}, \omega^{r'r}, t^{r'r}, 0) \\
 & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{i=1}^{|I|} \overline{PSW}(t; \pi_i^{jr} g_i^j D_i, \omega_i, t_i^j, x_i^j)
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\underline{C}^r = C^r(0)$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} (1 + \zeta^r) P_m^{jr} \overline{PSW}(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j + \Delta t_m^j, x_m^j) \\
 & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^{jr} \overline{PSW}(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j + \Delta t_k^j, x_k^j) \\
 & - \sum_{i \in \{D\}^+} \overline{PSW}'(t; A_i^r, \omega_i, \zeta_i, \zeta_i) \\
 & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k \in \{D_k^j\}^+} \overline{PSW}'(t; A_k^{jr}, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j) - \sum_{j=1}^{|J|} h^{jr} \overline{V}^j t \\
 & - \sum_{n=1}^{|N|} \overline{PSW}(t; E_n^r, \omega_n^r, t_n^r, 0) \\
 & + \sum_{n=1}^{|N|} \overline{PSW}(t; E_n^r (1 + \kappa_n^r \Delta t_n^r), \omega_n^r, t_n^r + \Delta t_n^r, 0) \\
 & + \sum_{l=1}^{|L|} \overline{PSW}(t; E_l^r, \omega_l^r, t_l^r, 0)
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{l=1}^{|L|} \overline{PSW}(t; E_l^r (1 + \kappa_l^r \Delta t_l^r), \omega_l^r, t_l^r + \Delta t_l^r, 0) \\
 & - \sum_{n \in \{E_n^r\}^+} \overline{PSW}'(t; A_n^r, \omega_n^r, t_n^r, 0) \\
 & - \sum_{l \in \{E_l^r\}^+} \overline{PSW}'(t; A_l^r, \omega_l^r, t_l^r, 0) \\
 & - \overline{PSW}(t; \zeta^r \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} P_m^{jr} D_m^j, \hat{\omega}^r, \hat{t}_m^{jr}, 0) \\
 & - \sum_{o=1}^{|O|} \overline{PSW}'(t; E_o^r, \omega_o^r, t_o^r, 1) \\
 & + \sum_{r' \neq r} \chi^{r'r} \overline{PSW}(t; E^{r'r}, \omega^{r'r}, t^{r'r}, 0) \\
 & - \sum_{r' \neq r} \overline{PSW}(t; E^{r'r}, \omega^{r'r}, t^{r'r}, 0) \\
 & - \sum_{r, r' \in \{E^{r'r}\}^+} \overline{PSW}(t; A^{r'r}, \omega^{r'r}, t^{r'r}, 0) \\
 & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{i=1}^{|I|} \overline{PSW}(t; \pi_i^{jr} g_i^j D_i, \omega_i, t_i^j, x_i^j)
 \end{aligned}$$

통화 저장조에 유입되거나 유출되는 통화흐름은 장기적으로 균형을 취한다고 가정한다. 즉, 통화 저장조에 유입되거나 유출되는 통화흐름의 평균유속은 다음식을 만족한다.

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} P_m^{jr} D_m^j + \sum_{n=1}^{|N|} \kappa_n^r \Delta t_n^r E_n^r + \sum_{r' \neq r} \chi^{r'r} E^{r'r} \\
 & = \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^{jr} D_k^j + \sum_{i \in \{D\}^+} \frac{A_i^r}{\omega_i} + \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k \in \{D_k^j\}^+} \frac{A_k^{jr}}{\omega_k^j} + \sum_{o=1}^{|O|} E_o^r \\
 & + \sum_{l=1}^{|L|} \kappa_l^r \Delta t_l^r E_l^r + \sum_{l \in \{E\}^+} \frac{A_l^r}{\omega_l^r} + \sum_{n \in \{E_n^r\}^+} \frac{A_n^r}{\omega_n^r} + \sum_{j=1}^{|J|} h^{jr} \overline{V}^j \\
 & + \sum_{r' \neq r} E^{r'r} + \sum_{r, r' \in \{E^{r'r}\}^+} \frac{A^{r'r}}{\omega^{r'r}} + \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{i=1}^{|I|} \pi_i^{jr} g_i^j D_i
 \end{aligned} \tag{15}$$

법인세는 감가상각과 함께 세전이익에 비례한다.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\zeta^r} (E_o^r) & = \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} P_m^{jr} D_m^j - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^{jr} D_k^j \\
 & + \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{i=1}^{|I|} P_i^{jr} (f_i^j - g_i^j) D_i \\
 & - \sum_{r' \neq r} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{i \in I} \chi^{r'r} P_i^{jr'} (f_i^j - g_i^j) D_i \\
 & + \sum_{n=1}^{|N|} \kappa_n^r \Delta t_n^r E_n^r - \sum_{l=1}^{|L|} \kappa_l^r \Delta t_l^r E_l^r \\
 & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{i=1}^{|I|} \pi_i^{jr} g_i^j D_i - \sum_{j=1}^{|J|} h^{jr} \overline{V}^j \\
 & - \sum_{i \in \{D\}^+} \frac{A_i^r}{\omega_i} - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k \in \{D_k^j\}^+} \frac{A_k^{jr}}{\omega_k^j} - \sum_{l \in \{E\}^+} \frac{A_l^r}{\omega_l^r} \\
 & - \sum_{n \in \{E_n^r\}^+} \frac{A_n^r}{\omega_n^r} - \sum_{r, r' \in \{E^{r'r}\}^+} \frac{A^{r'r}}{\omega^{r'r}}
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$-\sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} a_k^{jr} D_k^j \omega_k^j - \sum_{i=1}^{|I|} a_i^r D_i \omega_i - \sum_{j=1}^{|J|} b^{jr} \overline{V^j}$$

여기서  $E_o^r$ 는 통화 r로 지불되는 세율  $\xi^r$ 인 법인세의 평균 유속이다. 수익이 없는 자회사는 법인세를 내지 않는다. 즉,

$$\sum_{r \in R_i} \sum_{o=1}^{|O|} E_o^r \leq 0 \text{ 이면 } r \in R_i \text{ 에 대해서 } \xi^r = 0. \text{ (16)의 우변항은}$$

$$\text{두개의 가상적인 항 } \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{i=1}^{|I|} P_i^{jr} (c_i^j - g_i^j) D_i - \sum_{r \neq r'} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{i \in I_r} \chi^{rr'} P_i^{jr}$$

$(f_i^j - g_i^j) D_i$ 을 포함한다. 여기서  $P_i^{jr}$ (화폐/L)는 통화 r에 의해 지불되는 공정 i에 의해 처리되는 저장조 j에 있는 물질의 이전가격이고,  $I_r \subset I$ 는 통화 r를 사용하는 국가에 소속된 공정의 집합이다.  $P_i^{jr}, P_k^{jr}, P_m^{jr}, A_k^{jr}, \pi_i^{jr}$ 와  $\gamma^{jr}$ 에서  $j \in J_r$ 인데 집합  $J_r \subset J$ 는 통화 r을 사용하는 국가에 소속된 저장조 집합이다. 이전가격이란 같은 다국적 기업에 소속된 자회사간에 거래가 발생할 때 거래물질의 가격을 의미하며, 해당국의 조세법을 위반하지 않는 범위에서 전체 세금액이 최소화되도록 결정되는 것이 상례이다[10]. 공정 i와 연결된 저장조들이 서로 다른 나라에 소속되어 있지 않으면 이전가격  $P_i^{jr}$ 는 0이다.  $\sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} a_k^{jr} D_k^j \omega_k^j$ ,  $\sum_{i=1}^{|I|} a_i^r D_i \omega_i$ 와  $\sum_{j=1}^{|J|} b^{jr} \overline{V^j}$ 는 공정과 저장조에 대한 연간 감가상각액이다. 본연구에서는 연간 자본투자액과 연간 감가상각액이 일치한다고 가정한다. 통화재고가 고갈되면 심각한 부대비용이 발생하거나 파산하게 된다. 따라서  $\underline{V^j} \geq 0$ 와  $\underline{C^r} \geq 0$ 는 최적설계의 제약식이 된다.

$\eta^r$ (화폐/화폐/년)는 통화재고의 기회비용 비율이다. 최적화의 목적함수는 기준통화  $r=1$ 로 환산된 공정과 저장조 설비에 대한 자본투자비와 현금/물질 재고에 대한 기회비용을 최소화하고 주주이익을 최대화하는 것이다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } TC &= \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \chi^{r1} a_k^{jr} D_k^j \omega_k^j \\ &+ \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{i=1}^{|I|} \chi^{r1} a_i^r D_i \omega_i + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{j=1}^{|J|} \chi^{r1} b^{jr} \overline{V^j} \\ &+ \sum_{r=1}^{|R|} \chi^{r1} \eta^r \overline{C^r} + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{j=1}^{|J|} \chi^{r1} \gamma^{jr} \overline{V^j} - \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{o \neq o} \chi^{r1} E_o^r \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} \sum_{o \neq o} E_o^r &= (1 - \xi^r) \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} P_m^{jr} D_m^j + (1 - \xi^r) \sum_{n=1}^{|N|} \kappa_n^r \Delta t_n^r E_n^r \\ &+ \sum_{r \neq r'} \chi^{r'r} E^{r'r} - (1 - \xi^r) \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^{jr} D_k^j \\ &- (1 - \xi^r) \sum_{i \in \{D_i\}^+} \frac{A_i^r}{\omega_i} - (1 - \xi^r) \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k \in \{D_k\}^+} \frac{A_k^{jr}}{\omega_k^j} \quad (17) \\ &- (1 - \xi^r) \sum_{l \in \{E_l\}^+} \kappa_l^r \Delta t_l^r E_l^r - (1 - \xi^r) \sum_{l \in \{E_l\}^+} \frac{A_l^r}{\omega_l^r} \\ &- (1 - \xi^r) \sum_{n \in \{E_n\}^+} \frac{A_n^r}{\omega_n^r} - (1 - \xi^r) \sum_{j=1}^{|J|} h^{jr} \overline{V^j} - \sum_{r \neq r'} E^{r'r} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- (1 - \xi^r) \sum_{r \neq r'} \frac{A^{r'r}}{\omega^{r'r}} - (1 - \xi^r) \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{i=1}^{|I|} \pi_i^{jr} g_i^j D_i \\ &+ \xi^r \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} a_k^{jr} D_k^j \omega_k^j + \xi^r \sum_{i=1}^{|I|} a_i^r D_i \omega_i \\ &+ \xi^r \sum_{j=1}^{|J|} b^{jr} \overline{V^j} - \xi^r \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{i=1}^{|I|} P_i^{jr} (f_i^j - g_i^j) D_i \\ &+ \xi^r \sum_{r \neq r'} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{i \in I_r} \chi^{r'r} P_i^{jr} (f_i^j - g_i^j) D_i \end{aligned}$$

물질 저장조의 크기는 재고 상한값  $\overline{V^j}$ 에 의해 계산되므로 식 (6)은 저장조 용량에 대한 식이 된다. 독립변수는 운전 주기 ( $\omega_k^j, \omega_i, \omega_n^r, \omega_i^r$ 와  $\omega^{r'r}$ ), 가동 시작시간 ( $t_o^r, t_k^j, \gamma_i, t_n^r, t_i^r$ 와  $t^{r'r}$ )이 된다. 가동 시작시간  $t_i^r$ 는 식 (3)에 의해  $\gamma_i$ 로 바뀐다.

#### IV. Kuhn-Tucker 조건의 해

$D_k^j, D_i, E_n^r, E_i^r$ 와  $E^{r'r}$ 가 상수라는 조건하에서  $\underline{V^j} \geq 0$ 와  $\underline{C^r} \geq 0$ 의 제약하에 식 (17)를 최소화하는 최적화 문제의 Kuhn-Tucker 조건의 해는 [1]에 요약된 수학적 처리에 의해 유도된다. 최적 운전주기는:

$$\omega_k^j = \sqrt{\frac{\left( \sum_{r=1}^{|R|} \chi^{r1} (1 - \xi^r) A_k^{jr} \right)}{D_k^j \left( \sum_{r=1}^{|R|} \chi^{r1} \Psi_k^{jr} \right)}} \quad (18)$$

$$\omega_i = \sqrt{\frac{\left( \sum_{r=1}^{|R|} \chi^{r1} (1 - \xi^r) A_i^r \right)}{D_i \left( \sum_{r=1}^{|R|} \chi^{r1} \Psi_i^r \right)}} \quad (19)$$

$$\omega_n^r = \sqrt{\frac{(1 - \xi^r) A_n^r}{E_n^r \Psi_n^r}} \quad (20)$$

$$\omega_i^r = \sqrt{\frac{(1 - \xi^r) A_i^r}{E_i^r \Psi_i^r}} \quad (21)$$

$$\omega^{r'r} = \sqrt{\frac{(1 - \xi^{r'}) A^{r'r}}{E^{r'r} \Psi^{r'r}}} \quad (22)$$

여기서

$$\begin{aligned} \Psi_k^{jr} &= \left[ \left( \frac{(1 - \xi^r + \eta^r) h^{jr} + \gamma^{jr} + \eta^r P_k^{jr}}{2} + (1 - \xi^r) b^{jr} \right) (1 - x_k^j) + (1 - \xi^r) a_k^{jr} \right] \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_i^r &= \left[ (1 - \xi^r) a_i^r + (1 - \gamma_i) \sum_{j=1}^{|J|} \left( \frac{(1 - \xi^r + \eta^r) h^{jr} + \gamma^{jr}}{2} + (1 - \xi^r) b^{jr} \right) f_i^j \right] \\ &+ \left[ (1 - x_i^r) \sum_{j=1}^{|J|} \left( \frac{(1 - \xi^r + \eta^r) h^{jr} + \gamma^{jr} + \eta^r \pi_i^{jr}}{2} + (1 - \xi^r) b^{jr} \right) g_i^j \right] \quad (24) \end{aligned}$$

$$\Psi_n^r = \eta^r (1 + 0.5\kappa_n^r \Delta t_n^r) \quad (25)$$

$$\Psi_i^r = \eta^r (1 + 0.5\kappa_i^r \Delta t_i^r) \quad (26)$$

$$\Psi^{rr'} = 0.5 \left( \eta^{r'} \chi^{rr'} + \eta^r \left( \frac{\chi^{r1}}{\chi^{r'1}} \right) \right) \quad (27)$$

최적 목적함수 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}^*TC(D_k^j, D_i, E_n^r, E_i^r, E^{rr'}) = & 2 \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \sqrt{\left( \sum_{r=1}^{|R|} \chi^{r1} (1 - \xi^r) A_k^{jr} \right) \left( \sum_{r=1}^{|R|} \chi^{r1} \Psi_k^{jr} \right)} D_k^j \\ & + 2 \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{i=1}^{|I|} \sqrt{\left( \sum_{r=1}^{|R|} \chi^{r1} (1 - \xi^r) A_i^r \right) \left( \sum_{r=1}^{|R|} \chi^{r1} \Psi_i^r \right)} D_i \\ & + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{i=1}^{|I|} \chi^{r1} (1 - \xi^r) \pi_i^{jr} g_i^j D_i \\ & + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{j=1}^{|J|} \chi^{r1} \xi^r \left[ \sum_{i=1}^{|I|} P_i^{jr} (f_i^j - g_i^j) D_i - \sum_{r' \neq r} \sum_{i \in I_i} \chi^{r'r} P_i^{jr'} (f_i^j - g_i^j) D_i \right] \\ & + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \chi^{r1} (1 - \xi^r) P_k^{jr} D_k^j \\ & + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{n=1}^{|N|} \chi^{r1} \left[ 2\sqrt{(1 - \xi^r) A_n^r \Psi_n^r E_n^r} - \kappa_n^r \Delta t_n^r (1 - \xi^r) E_n^r \right] \\ & + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{i=1}^{|I|} \chi^{r1} \left[ 2\sqrt{(1 - \xi^r) A_i^r \Psi_i^r E_i^r} + \kappa_i^r \Delta t_i^r (1 - \xi^r) E_i^r \right] \\ & + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} \chi^{r1} \left[ \left( \frac{(1 - \xi^r) h^{jr} + \gamma^{jr} + \eta^r h^{jr} + \eta^r (1 + \xi^r) P_m^{jr}}{2} \right. \right. \\ & \left. \left. + (1 - \xi^r) b^{jr} \right) (1 - x_m^j) \omega_m^j \right] D_m^j \\ & + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} \chi^{r1} P_m^{jr} D_m^j (0.5\eta^r \xi^r \hat{\omega}^r - (1 - \xi^r)) \\ & + \sum_{r=1}^{|R|} \chi^{r1} \eta^r \sum_{i \in \{E_i^r\}^+} 0.5 A_i^r + \sum_{r=1}^{|R|} \chi^{r1} \eta^r \sum_{r' \neq r} \sum_{i \in \{E^{r'}\}^+} 0.5 A_i^{r'} \\ & + \sum_{r=1}^{|R|} \chi^{r1} \eta^r \sum_{i \in \{D_i\}^+} 0.5 (1 - x_i) A_i^r \\ & + \sum_{r=1}^{|R|} \chi^{r1} \eta^r \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k \in \{D_k^j\}^+} 0.5 (1 - x_k^j) A_k^{jr} + \sum_{r=1}^{|R|} \chi^{r1} \eta^r \sum_{n \in \{E_n^r\}^+} 0.5 A_n^r \end{aligned} \quad (28)$$

식 (18)과 (19)는 환율, 법인세와 관세가 명백히 구매량와 생산량 결정에 영향을 미친다는 것을 보여주고 있다. 식들을 살펴보면 환율의 영향은 분모와 분자에 같은 함수형태로 존재하므로 비교적 미미하다고 볼 수 있다. 용량식에서 각종 비용항들이 모두 동일한 화폐단위를 사용하면 계산결과는 환율과 무관하다. 목적함수 식 (28)에서 각종 비용항들은 환율에 비례한다.

법인세의 공정용량에 대한 영향을 고려하기 위하여 두가지 상황을 고려하자. 상황 1은 감가상각이 진행중인 경우이고, 상황 2는 감가상각이 끝난 경우이다. 식 (18)와 (19)에서 감가상각 항들  $a_k^{jr}$ ,  $a_i^r$  a와  $b^{jr}$  는 다른 비용항에 비해 매우 크다. 논의를 간단히 하기 위하여 하나의 통화  $|R|=1$  인 경

우 상황 1에서  $\Psi_k^{jr} \approx (1 - \xi^r) [b^{jr} (1 - x_k^j) + a_k^{jr}]$  이고  $\omega_k^j \approx \sqrt{\frac{A_k^{jr}}{D_k^j [b^{jr} (1 - x_k^j) + a_k^{jr}]}}$  이다. 상황 2에서는  $a_k^{jr}$ ,  $a_i^r$  와  $b^{jr}=0$

이고 운전주기는  $\omega_k^j \approx \sqrt{(1 - \xi^r)} \sqrt{\frac{A_k^{jr}}{D_k^j \Psi_k^{jr}}}$  이다. 상황 1의 최적 공정용량은 법인세를 고려하지 않은 경우  $\xi^r = 0$  와 같다. 그러나 상황 2의 최적 공정용량은 법인세를 고려하지 않은 경우  $\sqrt{(1 - \xi^r)}$  를 곱한 값이다. 이러한 분석은 구매주문 뿐만 아니라 생산공정에도 성립한다. 보통 사업타당성 조사에서  $\xi^r \approx 0.35$  를 추천한다는 점을 고려할 때 [2] 감가상각이 끝난 오래된 공정의 경우 법인세를 고려한 최적 공정용량은 그렇지 않은 것에 비해 약 20% 작아진다. 식 (28)의 목적함수에서 공정 i와 관련된 비용항도 역시 법인세를 고려하지 않을 때보다  $\sqrt{(1 - \xi^r)}$  만큼 곱해진다. 실무적이든 학술적 연구이든 법인세를 고려하지 않고 생산계획의 최적화 모형을 구성하는 경우가 허다함을 고려할 때 이러한 분석은 법인세를 고려하지 않은 최적화 결과는 큰 오류를 유발할 수 있음을 나타낸다. 식 (19)으로부터 공정용량에 대한 관세의 영향은 미미함을 보여준다.

### V. 결론

본 논문은 다국적 기업의 물질과 통화흐름을 포괄하는 의사결정에 대한 최적화 모형을 제시하였다. 특히 환율이나 법인세 같은 거시경제 지표가 공급 사슬망의 용량과 시간에 미치는 영향을 밝히는데 주력하였다. 다수의 통화를 사용하는 재무적 제약식을 고려한 생산계획은 단일 통화 환경에서 생성된 계획과는 많은 차이를 보였다. 법인세를 감안할 경우 최적의 공정과 저장조의 용량은 20% 가량 줄어들었다. 본 연구에 사용된 모형은 자본투자자와 물질/현금 재고의 기회비용, 원료 및 최종제품의 가격, 공정과 재무처리의 준비비, 이자, 이전가격, 세금과 감가상각 등 많은 비용요소를 고려하였다. 최적 공정용량, 저장조 크기와 가동시작시간은 해석적인 해에 의해 계산되었다. 본 연구에서 사용된 확장된 공정-저장조 망구조는 원료구매, 생산, 재고관리, 수송분배와 재무관리까지 아우르는 다국적 기업의 대부분의 사업활동을 표현할 수 있다. 다국적 기업의 물류 및 자금흐름의 총체적 관리를 가능하게 함으로써 진정한 최적화를 이루는데 본 연구는 기여할 것이다.

### 참고문헌

- [1] G. Yi, E. S. Lee and I. B. Lee, "Optimal design of batch-storage network with financial transactions and cash flows," *Journal of Control, Automation, and Systems Engineering*, vol. 11, no. 11, pp. 956-962, 2005.
- [2] M. S. Peters, K. D. Timmerhaus, and R. E. West, *Plant Design and Economics for Chemical Engineers(5th edition)*, McGraw-Hill, Boston, 2003.
- [3] S. van den Heever, I. Grossmann, S. Vasantharajan, and K. Edwards, "A Lagrangian decomposition heuristic for the design and planning of offshore hydrocarbon field infrastructures with



- complex economic objectives,” *European Journal of Operational Research*, vol. 40, p. 2857, 2001.
- [4] G. Yi and G. V. Reklaitis, “Optimal design of batch-storage network with uncertainty and waste treatments,” *American Institute of Chemical Engineers Journal*, vol. 52, p. 3473, 2006.
- [5] H. Oh and I. A. Karimi, “Global multiproduct production-distribution planning with duty drawbacks,” *American Institute of Chemical Engineers Journal*, vol. 51, p. 737, 2006.
- [6] G. Yi, “Optimal design of parallel noncontinuous units with feedstock/product storages,” *Journal of Control, Automation, and Systems Engineering (in Korean)*, vol. 3, no. 5, pp. 532-541, 1997.
- [7] G. Yi and E. S. Lee “Optimal design of batch-storage network,” *Journal of Control, Automation, and Systems Engineering (in Korean)*, vol. 4, no. 6, pp. 802-810, 1998.
- [8] G. Yi and E. S. Lee, “Optimal design of nonsequential batch-storage network,” *Journal of Control, Automation, and Systems Engineering (in Korean)*, vol. 9, no. 5, pp. 407-412, 2003.
- [9] G. Yi and G. V. Reklaitis, “Optimal design of batch-storage network with multitasking semi-continuous processes,” *American Institute of Chemical Engineers Journal*, vol. 52, p. 269, 2006.
- [10] C. Vidal and M. Goetschalckx, “A global supply chain model with transfer pricing and transportation cost allocation,” *European Journal of Operational Research*, vol. 129, p. 134, 2001.



### 이경범

1983년 서울대학교 화학공학과 학사. 1985년 KAIST 화학공학과 석사학위. 1992년 PURDUE 대학 화학공학과 박사학위. 1985년~1988년 쌍용정유에서 공정기사. 1992년~1996년 호남정유 기술연구소 연구원. 1996년~현재 부경대학교 화학공학과 교수. 관심분야는 화학공장 생산계획 및 물류 최적화, 재고관리, 공정제어 및 최적화 등.



### 서근학

1974년 부산대학교 화학공학과 학사. 1978년 부산대학교 석사학위. 1986년 부산대학 화학공학과 박사학위. 1974년~1983년 한국비료 근무. 1983년 이후 부경대학교 근무. 현재 화학공학과 교수 재직중. 관심분야는 화학 장치 및 공정 분야.