

T-S 형 퍼지제어기의 후건부 멤버십함수 동조방법

The Tuning Method on Consequence Membership Function of T-S Type FLC

최 한 수, 이 경 웅*
(Hansoo Choi¹ and Kyoung-Woong Lee²)
¹Chosun University
²Daelim I&S

Abstract: This paper presents a Takagi-Sugeno (T-S) type Fuzzy Logic Controller (FLC) with only 3 rules. The choice of parameters of FLC is very difficult job on design FLC. Therefore, the choice of appropriate linguistic variable is an important part of the design of fuzzy controller. However, since fuzzy controller is nonlinear, it is difficult to analyze mathematically the affection of the linguistic variable. So this choice is depend on the expert's experience and trial and error method. In this paper, we propose the method to choose the consequence linear equation's parameter of T-S type FLC. The parameters of consequence linear equations of FLC are tuned according to the system error that is the input of FLC. The full equation of T-S type FLC is presented and using this equation, the relation between output and parameters can be represented. The parameters are tuned with gradient algorithm. The parameters are changed depending on output. The simulation results demonstrate the usefulness of this T-S type 3 rule fuzzy controller.

Keywords: FLC (Fuzzy Logic Controller), Tuning method, Linguistic variable

I. 서론

동조의 목적은 요구된 설계기준에 만족하는 퍼루프 응답을 얻기 위해 제어기의 모든 파라메타들을 적절히 선택하는 것이다. 퍼지시스템에 영향을 미치는 중요한 요소들은 언어 형태로 구성된 제어규칙, 이득요소, 소속함수, 퍼지추론 그리고 비퍼지화 방법 등을 들 수 있다. 퍼지규칙의 조정에는 규칙의 구조 자체를 조정하는 것 즉, 조건부에 변수의 추가 또는 삭제, 언어항의 대체, 퍼지규칙의 개수 등을 변경하는 것과, 소속함수를 조정함으로써 성능을 향상시키는 방법이 있다. Isaka와 Sebal[1]는 퍼지제어기의 소속함수를 설계하는 알고리즘을 제시했다. 소속함수의 폭은 퍼지한 정도를 결정하기 때문에 퍼지시스템의 성능에 중요한 영향을 미친다. Zhen-Yu Zhao 등[2]은 소속함수의 폭을 선택하는데 있어 오버샷과 정정시간을 성능지표로 하고 입출력에 3개의 이득요소를 모두 동조시키는 방법을 사용하였으나 최적의 성능을 보장할 수 없다는 문제점이 지적되었다. Mandani형 퍼지제어기의 경우 후건부 언어변수의 크기에 따라 다양한 응답특성을 보이지만 수식으로 표현이 용이하지 않다[6]. Mandani형에 비해 Takagi-Sugeno (T-S)형 퍼지제어기는 후건부가 선형식으로 이루어져 있어 퍼지제어기에 대한 수식의 표현이 용이하다는 장점이 있다[4,5].

본 논문에서 3변수 T-S형 퍼지제어기의 입력과 출력에 대한 식을 각각 멤버십 함수의 특성을 이용하여 단일 함수로

정의하고 신경망에서 학습에 사용되는 Gradient Algorithm을 이용하여 퍼지제어기의 입력인 에러에 따라 후건부 선형식의 계수를 조정함으로써 최적의 응답을 얻을 수 있는 방법을 제시하고자 한다[3,7,8,9,12]. 후건부 멤버십 함수의 선형식 계수는 전체적인 퍼지제어기의 응답특성을 변화 시킨다. 따라서 후건부 선형식 계수를 적절히 조정할 경우 효과적인 응답 특성을 얻을 수 있다[12]. 이러한 특성을 이용한 PID형 FLC를 통해 시스템의 과도응답 특성 및 정상상태 오차를 개선할 수 있다[10,11].

II. FLC의 구조

본 연구에서는 SISO Takagi-Sugeno형 FLC로 3개의 언어변수로 이루어진 전건부 멤버십 함수와 3개의 후건부 선형식을 사용하였다. 식 (1)과 같이 T-S형 FLC의 제어규칙을 정의하였다. 퍼지제어기의 응답특성이 0점을 중심으로 대칭이 되도록 하였다.

$$\begin{aligned} R1: & \text{if}(\hat{e} \text{ is } NB) \text{ then } (\hat{u} = m_1 \times \hat{e} - (1 - m_1)) \\ R2: & \text{if}(\hat{e} \text{ is } AZ) \text{ then } (\hat{u} = m_2 \times \hat{e}) \\ R3: & \text{if}(\hat{e} \text{ is } PB) \text{ then } (\hat{u} = m_3 \times \hat{e} + (1 - m_3)) \end{aligned} \quad (1)$$

그림 1에서 FLC의 입력 \hat{e} 은 일반화된 에러를 나타내며 \hat{u} 은 일반화된 비퍼지 값을 나타낸다. 식 (2)는 에러 입력에 대한 일반화를 정의하고 있다.

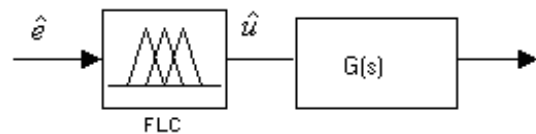


그림 1. Fuzzy control system의 구조.
Fig. 1. Structure of fuzzy control system.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2010. 11. 15., 수정: 2010. 11. 26., 채택확정: 2010. 12. 23.

최한수: 조선대 제어계측로봇공학과의(hschoi@chosun.ac.kr)

이경웅: 대림 I&S(yikw@yncc.co.kr)

※ 이 논문은 2008년도 조선대학교 연구비의 지원을 받아 연구되었음.

※ 상기 논문은 제어·로봇·시스템학회 전복제주지부와 광주전남지부의 합동 학술대회에서 초안이 발표되었음.

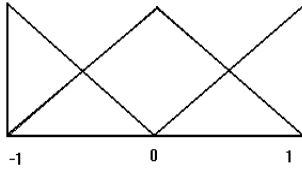


그림 2. 전건부 멤버십함수.

Fig. 2. Membership function for premise.

$$e(n) = \begin{cases} 1, & \hat{e}(n) > 1 \\ \hat{e}(n), & |\hat{e}(n)| \leq 1 \\ -1, & \hat{e}(n) < -1 \end{cases} \quad (2)$$

그림 2는 전건부의 멤버십 함수를 나타낸다. 본 논문에서는 후건부 선형식의 매개변수에 따른 응답특성을 이용하기 때문에 전건부 멤버십 함수는 그림 2와 같이 좌우가 완전히 대칭인 고정된 퍼지변수를 사용하였고 후건부 선형 식은 좌우가 대칭되도록 하였다. NB, PB는 m_1 을 이용하여 선형 식을 구성하였으며 AZ는 m_2 를 이용하여 선형 식을 구현하였다. 또한 입력범위 [-1 1]에 대해 출력범위도 [-1 1]이 될 수 있도록 후건부 멤버십 함수는 식 (3)과 같이 구성하였다. 후건부 멤버십함수의 선형식의 계수인 m_1 과 m_2 를 통해 입출력 응답은 그림 3과 같이 다양한 비선형 응답을 나타낸다.

$$\begin{aligned} \hat{u}_{NB} &= m_1 \times \hat{e} - (1 - m_1) \\ \hat{u}_{AZ} &= m_2 \times \hat{e} \\ \hat{u}_{PB} &= m_1 \times \hat{e} + (1 - m_1) \end{aligned} \quad (3)$$

SISO FLC의 경우 시불변이며 원점을 중심으로 대칭인 특성을 갖도록 하기 위해 후건부 선형식을 식 (1)과 같이 나타내었다. 따라서 m_1 과 m_2 의 변화에 따라 비선형이지만 시불변 0점을 기준으로 대칭인 응답을 보이게 된다. T-S형 퍼지제어기의 입력에 대한 출력을 계산하는 방법을 통해 식 (5)에서와 같이 입력 \hat{e} 과 출력 \hat{u} 에 대한 식을 구할 수 있다. 3변수 T-S형 퍼지제어기를 수식으로 표현하기 위해 그림 2의 전건부 멤버십 함수는 식 (4)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \mu_{NB} &= -\hat{e} \\ \mu_{AZ} &= |\hat{e}| + 1 \\ \mu_{PB} &= \hat{e} \end{aligned} \quad (4)$$

전건부 멤버십 함수에 대한 식 (3)과 후건부 멤버십 함수에 대한 식 (4)는 퍼지제어기의 입출력 응답함수를 정의하는데 사용된다.

$$\hat{u} = \frac{\sum_{i=1}^M \mu_i \times \hat{u}_i}{\sum_{i=1}^M \mu_i} \quad (5)$$

식 (5)는 T-S형 퍼지제어기의 비퍼지화를 나타내고 있으며 무게중심법을 이용하여 퍼지제어기의 제어입력 \hat{e} 에 대한 제어신호 \hat{u} 의 관계는 식 (6)과 같다. 식 (6)에서 볼 수 있듯이 후건부 선형식 계수 m_1 과 m_2 는 각각의 영향이 아닌 두 변수의 차에 의해 시스템 전체의 응답이 변화됨을 알 수 있다.

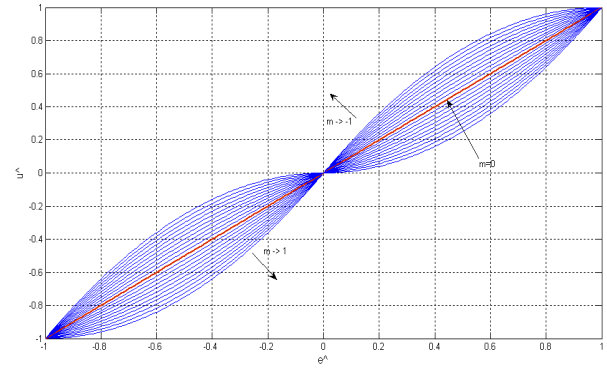


그림 3. FLC의 일반화된 출력.

Fig. 3. Normalized output of FLC.

$$\begin{aligned} \hat{u} &= (m_1 - m_2) \times \hat{e} \times |\hat{e}| + (1 - m_1 + m_2) \times \hat{e} \\ \hat{u} &= m \times \hat{e} \times |\hat{e}| + (1 - m) \times \hat{e}, \quad m = m_1 - m_2 \end{aligned} \quad (6)$$

그림 3은 퍼지제어기의 입력에 따른 출력을 보여주고 있다. m 이 0일 경우에는 거의 선형식에 가까운 입출력 관계를 보여 주고 m 이 -1에 가까울수록 전체적인 응답은 x 값이 0 근처에서 급격하게 변화하는 특성을 보이고 m 이 1에 가까울수록 x 값이 1 근처에서 급격하게 변화하는 응답 특성을 보인다.

III. Gradient Algorithm

Gradient Algorithm은 최적화 알고리즘의 하나로 가중치를 조정하여 최소화할 수 있는 에러 함수를 정의하는 것으로 오차는 식 (7)과 같이 Least Squares Error로 설정한다. 식 (7)을 오차에 대해 가중치로 편미분하면 오차에 대한 가중치의 Gradient값을 구할 수 있다. 오차를 가장 많이 없앨 수 있는 가중치의 변화 방향을 나타낸다. 따라서 오차식 E 는 가중치 W 을 변수로 포함한 식으로 표현이 가능해야 한다.

$$E = \frac{1}{2}(o - y)^2, \quad o: \text{Desired Value}, y: \text{Measured Value} \quad (7)$$

$$W_{new} = W_{old} - \eta \frac{\partial E}{\partial W}, \quad \eta > 0$$

식 (7)에서 계수 η 는 가중치를 얼마나 크게 조정할 것인가를 결정한다. 따라서 η 가 너무 작은 값으로 선택되면 조정이 매우 늦게 이루어지고 η 가 매우 크면 매우 빠른 응답이 이루어진다. 그러나 η 가 너무 클 경우 최저점을 넘어갈 수도 있기 때문에 적절한 값의 선택이 요구된다.

IV. 언어변수의 동조

본 연구에서는 언어변수의 동조를 위해 식 (8)과 같이 Gradient Algorithm을 이용하여 후건부 선형식의 계수를 결정하는 m 의 크기를 조정함으로써 시스템응답이 개선 되도록 하였다. η 는 자기동조 강도를 나타내며 η 에 따라 시스템 응답이 신속히 이루어지기도 하지만 오차를 유발할 수도 있다. 본 논문에서 제안한 T-S형 FLC는 입력과 출력을 단일함수로 표현할 수 있으므로 식 (8)로 입출력을 m 에 대한 함수로 표현할 수 있게 된다. 식 (8)에서 기대값 y_d 와 출력 y_o 의

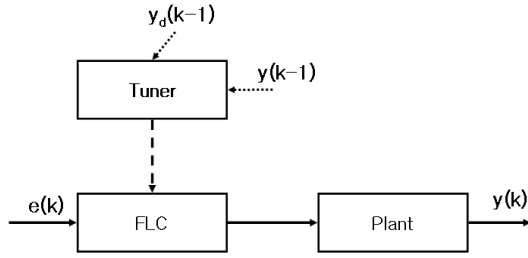


그림 4. 제안한 FLC 시스템 구조.
Fig. 4. Structure of proposed FLC system.

차에 의한 비용함수인 J 를 퍼지제어기의 후건부 선형식의 계수의 변화에 대한 함수로 표현하기 위해 m 을 이용한 편미분을 이용하여 m 의 변화를 측정하였다.

$$\begin{aligned}
 J &= \frac{1}{2}(y_d - y_o)^2 \\
 y_o(k) &= (m(k) \times \hat{e}(k) \times |\hat{e}(k)| + (1 - m(k)) \times \hat{e}(k))G(s) \\
 m(k+1) &= m(k) - \eta \frac{\partial J(k)}{\partial m(k)} \\
 m(k+1) &= m(k) - \eta((y_d(k) - (m(k)\hat{e}(k)|\hat{e}(k)| + \hat{e}(k)) \\
 &\quad - m(k)\hat{e}(k))G(s))(-\hat{e}(k)|\hat{e}(k)| + \hat{e}(k))G(s)
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

그림 4는 전체적인 시스템 구조를 나타내고 있다. 그림에서 볼 수 있듯이 이전 출력과 현재 에러의 차를 동조기의 입력으로 하여 식 (8)에 따라 퍼지제어기의 m 의 값을 결정하여 현 상태의 퍼지제어기에 적용하게 된다. 식에서 알 수 있듯이 후건부 계수에 의해 결정되어지는 m 뿐만 아니라 자기동조 강도 η 에 의해서도 전체적인 응답 특성이 결정되어 질 수 있음을 알 수 있다. η 가 작을 경우 학습속도는 떨어지나 세밀한 접근이 가능하고 η 가 클 경우 속도는 빠르나 최적점을 놓칠 수 있다. 따라서 적절한 η 값을 결정하는 것 또한 중요하다.

V. 시뮬레이션

후건부 퍼지 변수의 크기에 따른 시스템의 안정도에 대한 기여도를 알아보기 위해 시뮬레이션을 수행하였으며 모든 근이 s 평면의 좌 반면에 위치하는 임의의 안정한 플랜트를 식 (9)와 같이 정의하였다.

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \begin{bmatrix} -3.3333 & -3.0000 & -0.6667 \\ 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \\
 y &= [0 \ 0 \ 6.6667]x + [0]u
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

그림 5는 m 의 변화에 따른 시스템의 응답을 보여주고 있다. m 을 동조시켰을 때와 고정했을 때의 응답 특성을 보여주는데 m 이 0인 경우는 불안정하고 m 이 커질수록 안정적인 응답을 보여준다. m 이 1일 경우 가장 빠른 응답특성을 보이거나 일정시간 후에는 m 이 작을수록 정상상태 오차가 감소하고 있다. 본 논문에서 제안된 동조기를 통한 시스템의 응답은 그림 5에서 보듯이 현재의 응답을 최적화하는 방향으로 m 을 조정함을 알 수 있다. 시뮬레이션에서 m 의 초기값은 0으로 설정되어 있으나 응답을 빠르게 하기 위해 m 을 1로 유

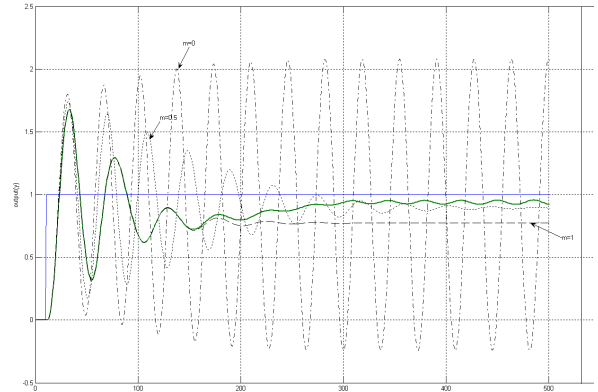


그림 5. m 에 따른 시스템 응답.
Fig. 5. System response on m .

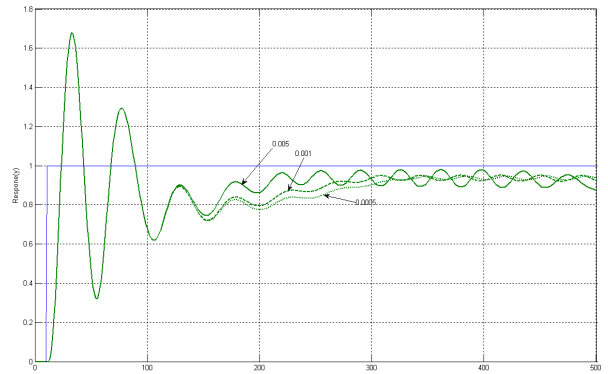


그림 6. η 에 따른 시스템 응답.
Fig. 6. System response on η .

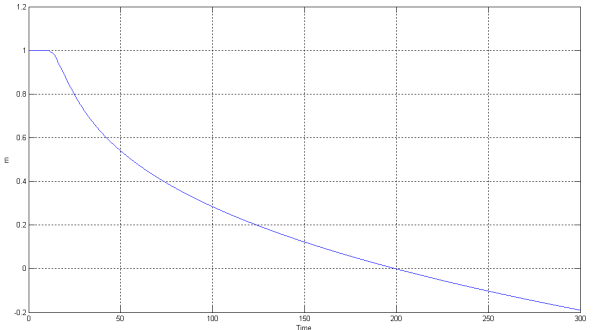


그림 7. 동조에 따른 m 의 변화.
Fig. 7. The variation of m according to tuning.

지하다가 시간이 지날수록 m 값을 낮추어 m 이 1일 경우보다 효과적인 응답을 보여주고 있다. 그림 6은 자기동조 강도 η 의 변화에 따른 시스템응답을 보여주고 있다. η 의 크기가 클수록 응답은 진동이 커지고 작을수록 전체적인 응답속도가 저하되는 것을 볼 수 있다. 그림 7은 $\eta=0.01$ 에서 시스템 응답에 따른 m 의 변화를 나타내고 있다. m 은 m_1 과 m_2 의 범위가 $[0 \ 1]$ 이기 때문에 $m=m_1-m_2$ 로 $[-1 \ 1]$ 의 범위에 존재한다. 응답 초기에는 급격한 변화로 인해 m 이 1를 유지하다가 오차가 적어 질수록 m 의 값이 작아지고 있다. 그림 5에서와 같이 P형 퍼지제어기만으로는 정상상태오차를 해결할 수 없기 때문에 플랜트를 제어하는데 한계가 있다. 따라서 그림 4의 P

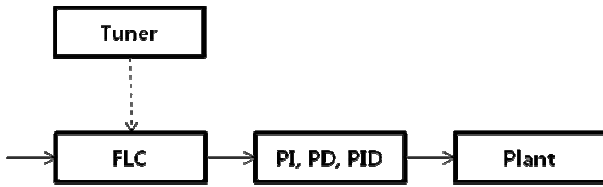
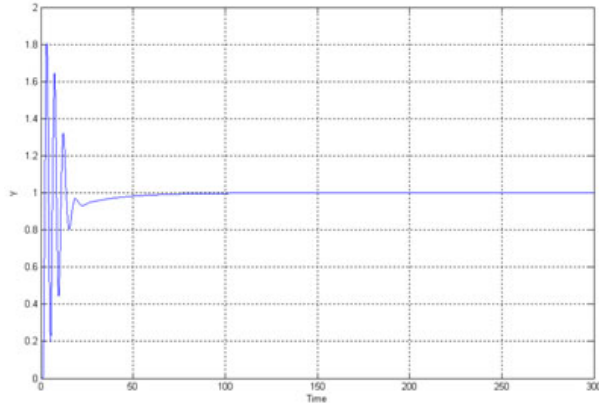
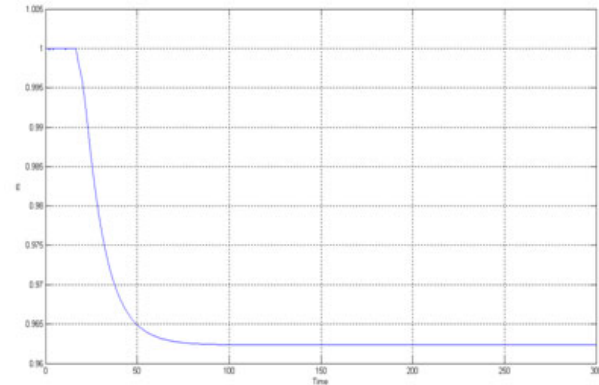


그림 8. PID(PI, PD)형 FLC의 구조.

Fig. 8. The structure of PID(PI, PD)-type FLC.



(a) System response

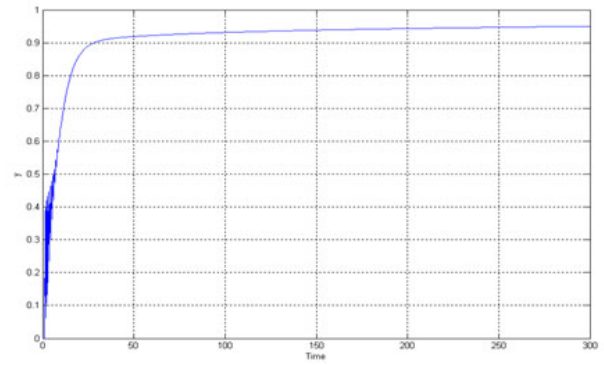


(b) The variation of m

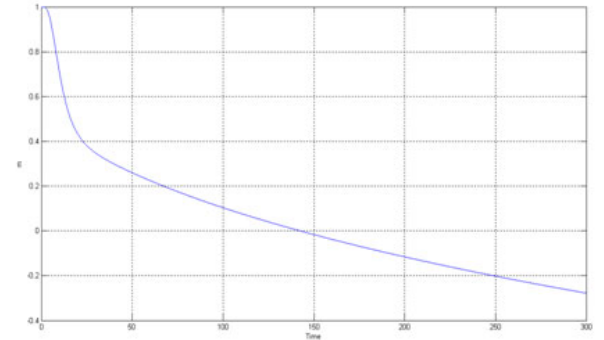
그림 9. PI형 FLC의 응답.

Fig. 9. The response of PI-type FLC.

형 FLC를 개선한 그림 8과 같이 단일 FLC를 이용한 PI, PD, PID형 제어가 요구 되어진다. 그림 9는 PI형 FLC의 응답을 보여주고 있다. PI형 제어기의 일반적인 특성과 같이 과도응답이 급격하게 변화하고 있으나 정상상태 오차는 해소됨을 볼 수 있으며 m 의 값은 0.9623에서 일정한 값을 유지하고 있다. 이는 입력 에러가 존재하지 않아 더 이상 튜닝이 이루어지지 않는다는 것을 의미한다. 그림 10은 PD형 FLC의 응답을 나타내는데 과도응답 특성은 개선되었으나 정상상태 오차가 존재하고 있다. m 값 또한 크기에 차이는 있지만 P형 제어기와 비슷한 형태를 보여주고 있다. 이는 정상상태 오차가 존재하여 오차를 해소하려는 방향으로 m 의 값이 변화함을 알 수 있다. 그림 11은 PID형 FLC의 응답으로 과도응답 특성이나 정상상태 오차가 PI형 및 PD형에 비해 개선됨을 볼 수 있다. m 값은 정상상태가 0이 되는 부분부터 0.5312로 일정한 값을 유지하여 더 이상 튜닝을 시도하지 않음을 볼 수 있다.



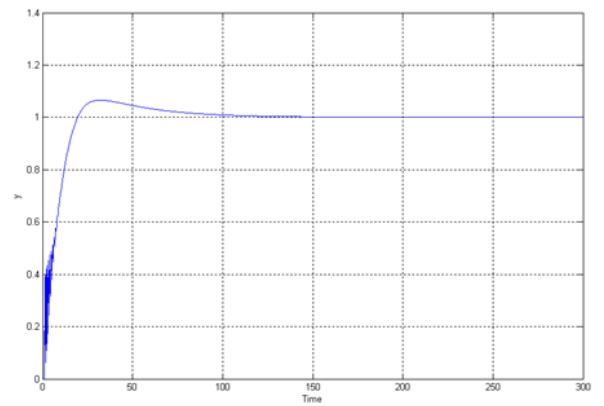
(a) System response



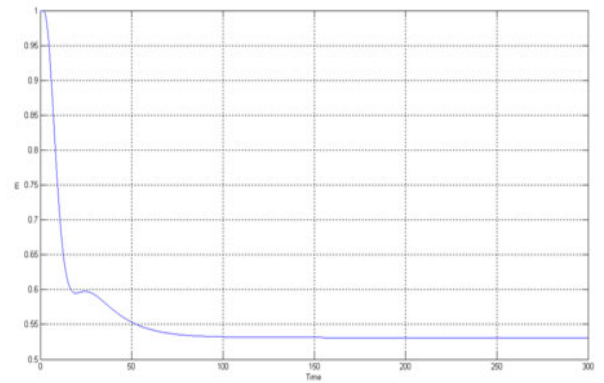
(b) The variation of m

그림 10. PD형 FLC 응답.

Fig. 10. The response of PD-type FLC.



(a) System response



(b) The variation of m

그림 11. PID형 FLC 응답.

Fig. 11. The response of PID-type FLC.

VI. 결론

본 연구에서는 SISO T-S형 퍼지제어기를 이용한 플랜트제어를 위한 자기동조 방법을 제안하였다. T-S형 퍼지제어기는 후건부 선형식의 계수에 따라 다양한 응답을 보인다. 따라서 선형식의 계수 조정을 통하여 시스템의 응답특성을 개선하였다. 후건부 선형식 계수를 나타내는 m 의 변화에 따라 시스템은 다양한 응답특성을 보인다. 제안된 방법은 응답에 따라 m 을 변화 시킴으로써 전체적인 응답을 개선하고 있다. 또한 자기동조 강도 η 에 따라 과도기의 응답특성은 동일하나 목표값 주위에서의 응답특성은 η 가 클수록 진동이 심해지고 η 가 작을수록 응답속도가 저하됨을 볼 수 있었다. P형 FLC의 성능개선을 위해 PI, PD, PID형 FLC를 이용해 과도응답 특성을 개선하였고 정상상태 오차를 제거할 수 있었다. PI형 FLC에서는 과도응답 특성의 개선 효과는 미비하였으나 정상상태 오차를 제거할 수 있었고 PD형 FLC는 과도응답 특성의 개선은 있었으나 정상상태 오차는 존재하였다. PID형 FLC는 과도응답 특성의 개선과 정상상태 오차 모두를 제거할 수 있었으며 시스템 응답 에러가 없을 경우 동조기는 더 이상 튜닝을 하지 않고 일정한 m 값을 유지함을 볼 수 있었다. 본 연구에서는 단순 T-S형 퍼지제어기의 후건부 선형식의 개수 m 의 변화에 따라 전체적인 시스템의 성능개선을 이룰 수 있음을 보였다. 추후 FLC의 안정성을 확보할 수 있는 m 의 범위와 같은 부분의 연구를 통해 효율성과 안정성이 확보된 시스템을 설계하는 연구가 필요할 것으로 본다.

참고문헌

- [1] S. Isaka and A. V. Sebald, "An optimization approach for fuzzy controller design," *Proc. of the American Control Conf., San Diego, Ca.*, pp. 1485-1490, May 23-25, 1990.
- [2] Z. Y. Zhao, M. Tomizuka, and S. Sagara, "A fuzzy tuner for fuzzy logic controllers," *ACC/TP3*, pp. 2268-2272, 1992.
- [3] C. T. Lin, *Neural Fuzzy Control Systems with Structure and Parameter Learning*, World Scientific Publishing, Singapore, 1994.
- [4] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. Systems, Man & Cybernetics*, vol. 15, no. 1, pp. 116-132, 1985.
- [5] T. Taniguchi, K. Tanaka, H. Ohtake, and H. O. Wang, "Model construction, rule reduction, and robust compensation for

generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 9, no. 4, pp. 525-538, 2001.

- [6] B. Hu, G. K. I. Mann, and R. G. Gosine, "A systematic study of fuzzy PID controllers-function-based evaluation approach," *IEEE Trans. on Fuzzy Syst.*, vol. 9, no. 5, pp. 699-712, 2001.
- [7] S. Omatu and T. Ide, "Stabilization of inverted pendulum by neuro-control," *IEEE International Conference on Neural Networks*, pp. 2367-2372, 1994.
- [8] C. W. Anderson, "Learning to control an inverted pendulum using neural networks," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 9, no. 3, pp. 31-37, 1989.
- [9] F. Bouslama and A. Ichikawa, "Application of neural network to fuzzy control," *Neural Networks*, vol. 6, pp. 791-799, 1993.
- [10] C.-T. Chao and C.-C. Teng, "A PD-like self-tuning fuzzy controller without steady-state error," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 87, pp. 141-154, 1997.
- [11] Baogang Hu, George K. I. Mann, and Raymond G. Gosine, "New methodology for analytical and optimal design of fuzzy PID controllers," *IEEE Trans. on Fuzzy Syst.*, vol. 7, no. 5, pp. 521-539, 1999.
- [12] 이경웅, 최한수, "T-S형 퍼지제어기의 후건부 매개변수 동조방법," 2010년 (사)한국로봇학회 (사)제어·로봇·시스템 학회 합동학술대회 논문집, vol. 11, 1, pp. 116-118, 2010.



최한수

1980년 조선대학교 전기공학과 졸업.
1982년 동 대학원 전기공학과 석사.
1994년 전북대학교 전기공학과 박사.
1984년~현재 조선대학교 교수. 관심분야는 퍼지이론, 뉴럴네트워크, 인공지능.



이경웅

1998년 조선대학교 제어계측공학과 졸업.
2003년 동 대학원 제어계측공학과 석사.
2010년 동 대학원 제어계측공학과 박사.
2000년~현재 대림 I&S 근무. 관심분야는 인공지능, 자동제어, 네트워크 시스템.