

Performance Improvement for PID Controllers by using Dual-Input Describing Function (DIDF) Method

최연욱*
(Yeon-Wook Choe)

Abstract : Though various techniques have been studied as a way of adjusting parameters of PID controllers, no perfect method of determining parameters is available to date. This paper proposes a new method for enhancing performance of PID controllers by using the characteristics of dual-input describing function (DIDF). In other words, if nonlinear elements with two inputs (DIDF) are connected in series to the plant, the critical point $(-1+j0)$ for Nyquist stability theory can be moved to a position arbitrarily selected on the complex plane by determining necessary coefficients of the DIDF appropriately. This makes the application of the existing conventional PID parameter tuning methods a lot easier, and stability and robustness of the system are improved simultaneously due to the DIDF inserted.

Key Words : PID controller tuning, Dual-Input Describing Functions.

1. 서 론

PID제어는 그 원형이 확립되고 반세기 이상이 경과된 고전적인 제어수법이지만, 산업계에 있어서 제어의 8할 가까이가 PID제어라고 알려져 있다.

PID제어기 파라미터 조정법으로서, Ziegler-Nichols법, Chien-Hrones-Reswick법, Kitamori법[1] 외에 Astrom 등에 의한 최적화법(constrained optimization) 등 많은 방법([2]~[6])이 연구되고 있지만, 아직까지 완벽한 파라미터 설정법이 확립되었다고는 할 수 없는 것이 현실이다. 가장 일반적인 Ziegler-Nichols법의 경우, 실제 시스템에 있어서 안전대책을 강구하지 않고 비례이득을 증가시켜 시스템을 안정한계의 근처로 가져간다는 것은, 시스템의 운전 상태에서는 허용될 수 없을 것이다. 또한 기본적인 PID조정법을 개선하기 위하여 제안된 대부분의 방법은 제어대상을 '1차 지연(first-order delay)+불감시간(dead time)'으로 근사하여[1], PID의 파라미터를 제어대상의 불감시간, 시정수 및 이득 등으로부터 결정하고자 하는 것으로 볼 수 있다. 이 결과 적용 가능한 제어대상이 제한된다든지 설계 시에 페루프의 안정성을 항상 보증할 수는 없다고 하는 문제점 등이 있었다²⁾. 최근 이러한 어려움을 극복하기 위한 PID 제어의 새로운 기법의 제안과 이를 정리한 문헌이 많이 발표되고 있다

([7]~[9]).

한편 어떤 특정한 비선형시스템의 설계 등을 위한 목적으로, 비선형요소의 비선형성의 정도가 낮을 경우(예를 들어, on-off, saturation, hysteresis 등)에 기술함수(describing function)가 사용되고 있다. 이 경우 기술함수는 일종의 비선형의 선형화기법으로서, 사인(sine)파가 입력으로 인가되었을 경우에 대한 비선형성의 수학적 선형화로서 주어진다[10].

전통적인 기술함수를 확장하는 형식으로 소위 쌍입력 기술함수(DIDF: Dual-Input Describing Function)로 불리는 수학적 표현법이 제안되었다[11]. 이것은 두 개의 사인과 입력을 이용하여 비선형성의 선형화를 시도하는 것으로, 특히 이 방법을 이용하면 비선형 요소의 존재로 인해 리미터 사이클의 상태에 있는 시스템의 입출력 응답의 이해에 도움이 된다. DIDF의 적용을 목표신호를 추종하는 비선형성을 가진 피드백시스템의 구조에 한정한다면, 비선형 요소에 존재하는 두 개의 입력은 정상상태 오차에 의한 입력과 페루프의 리미터 사이클 상태에 의한 사인과입력으로 구성될 것이다. 최근에 이러한 DIDF의 특성을 이용하여 시스템에 인가되는 주기성 외란을 효과적으로 제거할 수 있음을 보여주는 결과가 발표되었다[12],[13].

위에서 언급한 바와 같이, 지금까지 제안된 PID제어기의 계수설정법은 이것이 적용가능한 제어대상의 특성이 한정되어 있을 뿐 아니라, 그 적용과정 역시 여러 가지 번잡한 계산을 요구하는 경우가 많다. 간단한 PID 계수설정법으로 잘 알려진 Ziegler-Nichols 법 등은, 설계를 위한 예비단계, 혹은 현장에서의 간단한 조정법으로는 의미가 있지만 정도가 높은 제어의 결과를 얻기는 쉽지 않다.

본 논문에서는 DIDF가 가지는 특징을 이용하여 PID제어의 성능을 향상시키는 방법을 제안한다. 다시 말하면 제어 대상에 비선형 요소(즉 DIDF)를 직렬로 연결하고 필요한

* 정 회 원 : 부경대학교 제어체공학과 교수
E-mail : wook@pknu.ac.kr
접수일자 : 2011년 4월 28일
최종완료 : 2011년 8월 17일

1) 또는 '적분기+불감시간'의 형식을 사용하기도 한다.
2) PID제어의 성능, 안정성 및 설계법등을 포함한 전반적인 평가는 문헌 [4]를 참조.

계수들을 적절히 선정하여 루프를 구성한다면, 나이퀴스트 안정성정리의 적용을 위한 임계점 $(-1+j0)$ 을 복소평면상의 임의의 위치로 이동시킬 수 있다는 사실을 이용하는 것이다. 이 결과 기존 PID제어의 계수설정법의 적용이 한결 간단하게 되며, 동시에 삽입한 DIDF의 작용에 의해 전체 시스템의 안정성과 로버스터성의 향상이 가능하다. 본 논문에서는 이를 위한 DIDF의 구조와 그의 계수설정법을 제안하고, 이 결과를 시뮬레이션을 통하여 확인한다.

먼저, 제2장에서는 DIDF를 루프내부에 사용하였을 경우의 성능특성과 그 구조 등에 대하여 간단히 언급하고, 이를 기존의 PID제어기 설계법에 적용하는데 필요한 DIDF의 계수설정 방법 등을 제3장에서 제시한다. 제4장에서는 다양한 종류의 시스템에 DIDF를 적용한 시뮬레이션 결과를 이용하여 제안된 기법의 유효성을 확인하고, 마지막으로 이론전개에 있어서의 문제점과 향후 과제 등을 제5장에 정리한다.

2. DIDF(Dual-Input Describing Function)

여기서는 문헌 [12]를 중심으로 DIDF에 관하여 언급하고, 이에 의한 폐루프시스템의 안정성문제를 검토한다.

2.1 DIDF(Dual-Input Describing Function)

비사인파(non-sinusoidal)와 같이 높은 정도의 비선형성을 가지는 입력을 비선형요소로 인가하는 경우에는 기술함수만을 사용하여 해석하기에 어려움이 따른다. 이와 같이 높은 정도의 비선형성 입력은 대부분의 경우 두 개 사인파 함수의 합으로 구성되어 있는 것으로 볼 수 있다. 따라서 기술함수의 계산을 이용하기 위한 목적으로, 비선형 요소에 대한 입력을 다음과 같이 나타낼 수 있다(그림 1).

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = h \sin(\omega_1 t + \theta_1) + l \sin(\omega_2 t + \theta_2) \quad (1)$$

두 사인파의 크기 h, l 과 주파수 ω_1, ω_2 는 시스템의 상태와 외부입력에 의해 결정되기 때문에, 두 사인파의 주파수 사이에 어떤 조화(harmonic)의 관계가 성립되지 않는 것으로 보는 것이 타당할 것이다. 하나의 예로서, 시스템이 사인파의 입력에 상응하는 리미터 사이클의 상태에 있는 경우를 들 수 있을 것이다. 이 경우 비선형 요소에 인가되는 두 신호의 주파수는, 비선형 요소가 가지는 외부 사인파의 주파수 ω_2 와 시스템 내부의 리미터 사이클 상태에 의한 주파수 ω_1 으로 구성되어 있는 것으로 볼 수 있다. 또한 식 전개에 적당하지 않는 주기를 가지는 사인파에 대해서는 식(1)의 위상을 독립적으로 적절히 변동시켜 대응할 수 있을 것이다.

비선형 요소에 대한 두 사인파 입력의 주파수가 조화적으로 연결되어 있지 않다는 전제에서, 크기 l 을 가지는 사인파 신호에 대한 기술함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다 [14].

$$N_l = N_{pl} + jN_{ql} \quad (2a)$$

$$N_{pl} = \frac{2}{l} \overline{y(0)\sin(\theta_2)}, \quad N_{ql} = \frac{2}{l} \overline{y(0)\cos(\theta_2)} \quad (2b)$$

또한 크기 h 를 가지는 신호에 대한 기술함수는 식(2)에서 l 과 θ_2 은 h 와 θ_1 으로 교체하면 된다. 따라서 만약 비선형 요소가 정적(static)이며 단가(single-valued)를 가진다면, $y(0)$ 는 틀림없이 $x(0)$ 로 주어지며, 동시에 N_{ql} 은 영으로 되어 식(2.a)는 실수로 되어 DIDF는 입력의 크기에만 의존한다는 사실을 알 수 있다.

한편, 만약 식(1)에서 신호 x_1 이 x_2 의 크기 l 에 비하여 ‘천천히 변동하는(slowly varying)’ 경우, 즉

$$T \left| \frac{dx_1(t)}{dt} \right| \ll l \quad (3)$$

의 관계가 만족되는 경우를 생각하여 보자. 단 T 는 x_2 의 주기이다. 이는 예를 들어 계단입력을 추종하는 서보시스템이 크기 l 과 주기 ω_2 은 가지는 리미터 사이클의 상태에 있는 것으로 볼 수 있다. 이 경우 비선형요소로 존재하는 두 개의 입력은, 정상상태 오차에 의한 입력과 폐루프의 리미터 사이클 상태에 의한 사인파입력으로 구성된다. 여기서 만약 비선형요소의 입출력함수를

$$x(t) = B + A \sin(\omega t + \theta), \quad y(t) = B' + A' \sin(\omega t + \theta) \quad (4)$$

로 가정한다면, 비선형요소를 나타내는 기술함수는 다음과 같은 두 개의 DIDF로 표현할 수 있으며, 이 결과 그림 1의 비선형요소 N 은 ‘실수부+허수부’로 구성되어 있음을 확인할 수 있다. 즉 $N = N_o + jN_s$ 로 두면

$$N_o = \frac{A'}{A} e^{-j\theta} : \text{리미터 사이클 DIDF} \quad (5a)$$

$$N_s = \frac{B'}{B} : \text{신호 DIDF} \quad (5b)$$

로 주어진다.

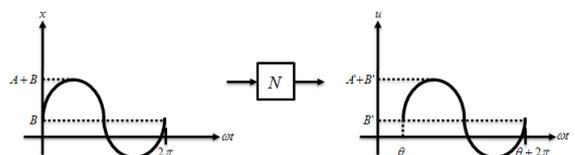


그림 2 정현파와 직류성분에서의 비선형성의 선형화
Fig. 2 Linearization of Nonlinearity in the presence of a sinusoid and DC term

2.2 문제의 설정

본 논문에서는 폐루프의 내부에 그림 3과 같이 점선으로

표시된 DIDF 보상기를 삽입한 결과로서, 예를 들어 Ziegler-Nichols법과 같은 가장 단순한 형태의 PID 파라미터 설정법에 의해서도 그 제어성능이 향상된다는 것을 확인하는 것이다. 다시 말하면 제어대상에 비선형 보상기를 적용하여 시스템의 동특성 변화를 유도하고, 이 결과로 제어성능, 예를 들어 과도특성, 외란억제 능력 및 시스템의 로버스 특성 등을 강화하고자 하는 것이 본 논문의 목적이다.

기술함수의 표현을 이용하면 비선형요소의 전달함수는 식(5)에서 표시한 바와 같이 $N(A, \omega)$ 로 나타낼 수 있다. 이때 A 와 ω 는 비선형 요소의 입력인 사인파 함수의 크기와 주파수를 의미한다. 이와 같은 비선형요소의 작용으로 인해 복소평면에서 나이퀴스트의 임계점(Nyquist's critical point)이 적절한 곳으로 이동하고, 이 결과로 기존 PID 파라미터 설정법을 쉽게 적용할 수 있게 되어 제어성능의 향상이 이루어진다는 것을 보인다. 그림 3에서 N_d 는 성능향상 등의 목적으로 사용되는 비선형요소를 나타내는 기술함수이다. 위에서 언급한 바와 같이, N_d 는 두 개의 입력, 즉 비선형요소에 의해 발생하는 리미터 사이클과 여분의 외부 신호를 입력으로 가진다.

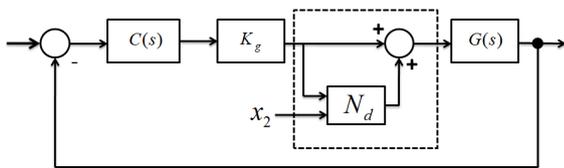


그림 3 DIDF를 가진 PID 제어시스템
Fig. 3 PID control with DIDF compensator

그림 3의 특성방정식

$$1 + K_g(1 + N_d)G(s)C(s) = 0 \quad (6)$$

로 되며, 이때 K_g 는 페루프 이득을 조정하기 위하여 사용되며, $C(s)$ 는 PID제어기의 전달함수로서 일반적으로 다음의 형식으로 주어진다.

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (7)$$

여기서 K_p , T_I , 및 T_D 는 PID제어기의 비례이득, 적분시간 및 미분시간이다.

이와 같은 보상기의 삽입으로 그림 3으로 주어진 시스템의 안정성 등을 포함한 제어성능은 페루프시스템의 극, 즉 식(6)의 근으로 결정된다. 즉 페루프시스템의 안정성은 $G(j\omega)C(j\omega)$ 의 나이퀴스트 궤적에서 $-1/K_g(1+N_d)$ 의 위치에 의존한다³⁾. 따라서 시스템의 성능향상을 위한 DIDF의 설계에는 두 개의 입력을 가지는 비선형요소 N_d 의 구조와 계수

3) 일반적으로 비선형요소 N_d 는 입력인 사인파의 크기와 주파수의 함수이다. 따라서 크기(또는 주파수)의 증감에 따라 $-1/(1+N_d)$ 의 궤적을 복소평면에 나타낼 수 있다.

의 설정이 중요한 역할을 하게 된다.

3. 페루프 특성변화를 위한 DIDF의 계수설정법

3.1 복소 DIDF와 그 구성법

여기서는 페루프시스템의 성능향상을 목적으로 하는 비선형 요소의 기술함수 N_d 의 구성법을 간단하게 요약한다. 식(4)를 참조하면 그림 3에서 N_d 가 가지는 두 입력을 각각

$$x_1(t) = h \sin(\omega_1 t), \quad x_2(t) = l \sin(\omega_2 t + \theta) \quad (8)$$

으로 나타낼 수 있다. 여기서 $x_1(t)$ 은 시스템의 정상상태에서의 신호, 즉 식(4)의 'B', $x_2(t)$ 는 식(4)의 ' $A \sin(\omega t + \theta)$ '로 간주할 수 있다. 이러한 점을 고려한다면 비선형요소를 포함하는 부분의 전달함수 N_d 를 표현하기 위한 가장 좋은 방법은 외부입력 x_2 의 크기 l 의 함수로 주어지는 복소DIDF를 사용하는 것이다[12]. 이 방법은 위상이동의 개념을 적용하여 허수부를 간단하게 실현할 수 있다는 특징을 가지고 있다.

기술함수의 조건을 만족하면서 외부입력 x_2 의 크기 l 의 함수로 주어지는 복소DIDF를 실현하기 위한 하나의 방법으로 다음을 사용한다[15]. 즉

$$N_d(l) = N_p(l) + j N_q(l), \quad (l > 0) \quad (9)$$

$$N_p(l) = k_p l^2, \quad N_q(l) = k_q l^2 \quad (10)$$

이다. 이때 N_d 가 가지는 두 입력신호의 주파수의 비

$$\gamma = \omega_2 / \omega_1 \quad (11)$$

가 무리수라는 가정을 둔다면, k_p 와 k_q 는 정수로 된다는 사실이 알려져 있다.

식(9)의 복소DIDF를 그림 3의 페루프시스템에 적용하는 경우(4)를 생각하여 보자. 이 경우 페루프시스템의 안정도는 나이퀴스트 정리에 의하여 제어대상 $G(j\omega)$ 의 나이퀴스트 궤적과 복소평면상의 점 $-1/K_g(1+N_d)$ 와의 위치관계에 의존하게 된다. 따라서 남은 문제는 페루프시스템이 PID제어기의 파라미터 설정을 위한 여러 종류의 전제조건을 쉽게 만족시킬 수 있도록 N_d 의 두 변수 k_p 와 k_q 를 어떻게 설정하는가 하는 것이다. 이에 대해서는 다음 절에서 자세히 언급한다. 단 k_p 와 k_q 가 정해지면 식(10)의 형식으로부터 알 수 있는 바와 같이, 복소DIDF의 위상 $\angle N_d$ 은 일정하지만, 크기 $|N_d|$ 는 N_d 가 가지는 외부입력 x_2 의 크기 l 의 함수로 된다는 점에 유의한다.

● N_d 의 실현

식(11)이 무리수이며 동시에 $\omega_2 \gg \omega_1$ 가 만족된다는 가정

4) 그림 3에서 PID제어기 $C(s)$ 을 제거한 상태를 의미한다.

아래 N_d 의 실수부를 구성법을 생각하여 본다[12]. 먼저 식 (10)의 관계와 조건 $\omega_2 \gg \omega_1$ 에 의해 x_1 은 x_2 에 비해 변화가 거의 없는 것으로 가정할 수 있으므로 실수부 N_p 는 1의 함수로 된다. 이러한 사실을 이용하여 두 개의 입력을 가지는 비선형성 $N_d(l)$ 의 (실수부의) 입출력 관계는 다음으로 주어진다.

$$y(x_1, x_2) = 2k_p x_1 x_2^2, \quad x_1 \in (-h, h), \quad x_2 \in (-l, l) \quad (12)$$

한편 N_d 의 허수부에 대해서도 식(12)과 동일한 형태의 식(즉 $2k_q x_1 x_2^2$)이 얻어지나, 허수 'j'의 실현을 위하여 '90° 위상이동'이 필요하다. 이상의 관계로부터 비선형 요소 N_d 로 주어지는 복소DIDF는 그림 4의 블록선도를 이용하여 실현가능하다[15].

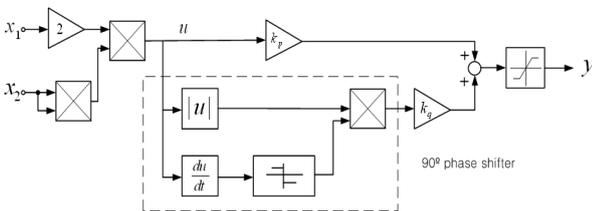


그림 4 복소DIDF의 구성도
Fig. 4 The Construction of complex DIDF

3.2 복소DIDF의 계수설정법

본 논문에서는 제어대상 $G(s)$ 에 DIDF를 삽입하여 시스템의 특성변환을 유도하고(그림 3 참조) 이 결과에 일반적인 PID제어기의 파라미터 설정법에 적용함으로써 비교적 간단하게 응답특성이 우수한 PID제어기의 파라미터를 결정하는 방법을 제안한다.

이때 문제는 PID제어기의 파라미터 설정을 용이하게 할 수 있도록 페루프의 특성변화를 유도하는 DIDF의 변수 k_p 와 k_q 를 어떻게 설정하느냐 하는 것이다. 본 논문에서는 그림 3에서 PID부분 $C(s)$ 을 제외한 제어대상 $G(s)$ 와 식(9)의 N_d 로 이루어진 페루프시스템의 안정성을 비선형보상기 N_d 로서 확보하는 방법을 제안한다. 페루프의 특성다항식

$$1 + K_y(1 + N_d)G(s) = 0 \quad (13)$$

의 근은 $G(s)$ 의 나이퀴스트 궤적과 복소평면상의 점 $-1/K_y(1 + N_d)$ 에 의해 결정된다는 점을 이용하는 것이다. 따라서 DIDF의 두 변수 k_p 와 k_q 를 적절히 설정하여 얻어진 시스템(즉, '제어대상+DIDF')의 특성을 활용한다면, PID의 파라미터는 기존의 일반적인 방법을 적용함으로써 쉽게 얻을 수 있게 된다. 이러한 과정은 복소DIDF를 이용하여 페루프 전달함수의 응답특성을 변형(shaping)하는 것으로 볼 수 있다.

여기서는 PID제어기의 파라미터 설정을 위한 두 가지 방법, 즉 (1) 페루프의 응답특성에 바탕을 둔 방법과, (2) 제어

대상의 계단응답에 바탕을 둔 방법을 상정하여, 각각의 경우에 대한 복소DIDF의 변수 k_p 와 k_q 의 결정방법을 제안한다.

(1) 페루프응답특성을 이용하는 방법

비례동작만으로 페루프를 구성하여 제어시스템의 안정도, 감쇠특성 등에 관한 정보를 바탕으로 하여 제어기의 파라미터를 결정하는 방법으로 일반적으로 Ziegler-Nichols법으로 불리고 있다. 다시 말하면 비레이득을 증가시키면, 계단신호로 주어진 목표신호에 대한 제어량(즉, 출력)의 응답은 점점 진동적으로 되어 결국에는 안정한계를 넘어 발진상태로 되는 것이 보통이다. 이때 안정한계, 즉 출력응답을 일정한 크기의 진폭을 가지는 지속적인 진동상태로 만드는 비레이득의 크기와 응답의 진동주기를 알아내고 이 값으로부터 PID 제어기의 각 파라미터를 결정하는 것이다.

그러나 이러한 방법은 일반적인 모든 제어대상에 적용할 수 있는 것은 아니다. 예를 들어 제어대상이 우반평면에 극을 가진다든지 혹은 반대로 비레이득의 증감만으로 출력이 진동상태로 될 수 없는 경우 등이 있다. 이와 같은 경우 DIDF의 삽입함으로써 페루프의 응답특성을 Ziegler-Nichols법의 적용이 가능한(혹은 편리한) 상태로 변형시키는 것을 생각한다. 즉 복소 DIDF를 루프의 내부에 삽입하면 페루프의 전달함수는 식(13)과 식(9)로부터

$$1 + K_y [1 + N_d(l)] G(j\omega) = 0 \rightarrow G(j\omega) = -\frac{1}{K_y [1 + N_d(l)]} \quad (14)$$

로 되어 페루프의 안정성은 복소평면상의 점 $K_y [1 + N_d(l)]$ 에 의존하게 된다. 식(9)로부터 알 수 있는 바와 같이 N_d 의 크기와 위상은 DIDF의 파라미터 k_p, k_q 및 외부입력인 $x_2(t)$ 의 크기 l 의 함수로 주어지므로 이를 이용하여 식(14)의 우변의 위치를 변경할 수 있게 된다. 이상의 관계를 이용하여 페루프시스템의 특성을 조정하고 이 결과에 Ziegler-Nichols법을 적용한다면 바람직한 응답특성을 가지는 PID제어기를 구성할 수 있다.

(2) 제어대상의 계단응답을 이용하는 방법

이 방법을 적용하기 위해서는 먼저 피드백제어를 수행하지 않은 개루프의 상태에서 제어대상에 크기 1을 가지는 계단신호를 인가하여 대상의 계단응답을 구하면 대부분의 경우 응답은 S 자형의 곡선으로 된다. 이 곡선에서 가장 기울기가 급한 지점에서의 접선의 기울기를 R (반응속도), 이 접선이 x축과 만나는 시각을 L (불감시간), 및 제어량(즉 출력)의 최종값을 K (정상이득)로 각각 둔다. 이 세 종류의 파라미터를 이용하여 PID제어기의 계수를 설정하는 여러 종류의 방법이 알려져 있다[1].

그러나 이 방법은 제어대상을 '1차 지연+불감시간'의 형태로 근사화하여 적용하는 것을 전제로 하고 있기 때문에 이것의 적용을 위해서는 세 종류의 파라미터 R, L 및 K 값의 정확한 관측이 필수적이지만, 일반적으로 개루프 상태에서 S자 모양의 반응곡선을 얻기란 쉽지 않다. 본 논문에서는 복소DIDF를 제어대상에 적용하여 개루프시스템의 특성변경

을 시도한다. 다시 말하면 ‘DIDF+제어대상’의 형태로서 먼저 제어대상의 이득과 위상특성을 적절하게 변형시킨 뒤, 단위계단 응답을 얻는다면 대부분의 경우 S자 모양의 반응곡선을 얻을 수 있으며⁵⁾, 이 결과에 기존의 방법을 적용하여 PID제어기의 파라미터를 결정하는 것이다.

이상 두 종류의 방법에 의한 DIDF의 파라미터 k_p 와 k_q 의 결정법은 다음과 같이 요약할 수 있다.

- (1) 주어진 제어대상 $G(s)$ 에 대한 나이퀴스트 선도를 작성하고, 이로부터 임계점의 이동위치 ($p+jq$)를 결정한다.
- (2) 식(14)와 (9)의 관계, 즉

$$-\frac{1}{K_y[1+N_d(l)]} = p+jq$$

를 이용하여 비선형 요소의 두 변수 k_p 와 k_q 를 얻는다.

본 논문에서 제안하는 방법은 비선형 요소의 근사적인 선형화 표현법의 일종인 기술함수를 이용하여 기존 시스템의 특성변화를 유도하는 것이다. 이는 그림 4의 복소DIDF를 제어대상에 적용하여 그의 (페루프 또는 개루프) 응답이 기존의 PID제어기의 파라미터 조정법을 쉽게 적용할 수 있는 최적의 환경을 만들어 내는 과정으로 볼 수 있다. 다시 말하면 비선형요소의 삽입으로 인해 페루프시스템의 안정성, 응답특성 및 외란제거 등의 성능이 향상될 수 있다는 점에 그 특징을 두고 있다.

● x_2 의 진폭 l 의 영향

위에서 제안한 두 가지 방법에는 비선형 요소 N_d 의 외부 입력 x_2 의 진폭 l 에 대한 조건은 언급되지 않았다. 여기서는 이 점을 확인한다.

이미 언급한 바와 같이 그림 3(단 $C(s)=1$ 이다)의 특성다항식은 $1+K_y(1+N_d(l))G(s)=0$ 로 되며, 이 경우 N_d 가 가지는 변수 k_p 와 k_q 는 l 의 값에 관계없이 복소평면에서의 임계점 ($-1+j0$)을 지정한 곳으로 이동시키도록 결정되었다. 식 (9)와 (10)의 관계로부터 복소DIDF의 위상은 k_p 와 k_q 에 의해 고정되지만, 크기는 x_2 의 진폭 l 에 따라 변동한다는 것을 알 수 있다. 일반적으로 그림 3의 특성다항식의 근은 변수 l 이 증가함에 따라 허수축으로 접근한다. 따라서 만약 위에서 제안한 두 방법을 이용하여, 나이퀴스트 선도의 임계점을 정해진 복소평면상의 지점에 가져갈 수 있는 두 변수 k_p 와 k_q 를 구하기 어려운 경우에는 l 을 변화시켜 이것을 달성할 수 있을 것이다. 다시 말하면 적절하게 정해진 두 변수 k_p 와 k_q 로 이루어진 페루프시스템의 응답특성의 향상을 위해 l 을 여분의 파라미터로서 사용하는 것이다. 이것은 l 값의 변화로 인해 식(14)의 오른쪽 항의 값을 변동시켜 바람직한 응답특성을 유도할 수 있다는 것을 의미한다.

5) DIDF의 파라미터 k_p 와 k_q 및 K_y 를 조절하면 어렵지 않게 반응곡선을 얻을 수 있다.

● 페루프 안정성

DIDF이론은 원래 시스템에 발생할 수 있는 불안정성, 리미터 사이클 및 응답속도의 저하 등을 개선하기 위하여 제안되었으며, 또한 리미터 사이클의 상태에 있는 통상적인 선형시스템은 일반적인 의미에서 불안정한 모드를 발생시키지 않는 것으로 알려져 있다[6]. 선형시스템에서는 여러 가지 이유로 시스템이 불안정으로 될 가능성이 항상 존재하지만, 리미터 사이클의 상태에는 (리미터 사이클의 상태이기는 하지만) 페루프의 동특성이 변동하거나, 불안정으로 될 가능성이 상당히 높다. 이는 비선형성 N_d 의 삽입으로 인하여 나이퀴스트 선도의 임계점 ($-1+j0$)가 복소평면상의 다른 곳(그림 3의 경우 $-1/K_y(1+N_d)$)으로 이동하였기 때문에 안정성의 확보가 가능하게 된 것으로 볼 수 있다.

대부분의 안정한 시스템에서 (비선형성의 삽입으로) 발생하는 리미터 사이클 상태에서는, 루프이득이 리미터 사이클을 지속할 수 없을 정도로 감소되어 페루프가 불안정으로 되었을 경우에 한하여 전체 시스템의 안정성을 상실한다는 것이 알려져 있다[10]. 본 논문의 경우 안정한 시스템에 비선형성을 삽입하여 전체 시스템을 리미터 사이클의 상태로 가져가는 상황을 고려하고 있기 때문에, 비선형성의 삽입과 관계없이 전체 시스템의 안정성은 항상 유지가 가능하다.

따라서 그림 3의 구조에서도 페루프의 안정성에는 변화가 없으므로 출력 $y(t)$ 가 목표신호 $r(t)$ 를 추종할 것이라는 사실도 변화가 없다. 그러나 복소DIDF의 삽입으로 시스템이 수렴평형점(convergent equilibrium point)을 중심으로 리미터 사이클의 상태로 되며, 이 결과로 미소한 진동성분이 출력에 나타나기는 하지만, 일반적으로 아주 작은 크기를 가지기 때문에 문제로 되지는 않는다.

● 페루프의 로버스터성

모델오차에 대한 감도, 즉 로버스터성은 감도함수의 최대 값, 즉

$$M_s = \max_{\omega} \left| \frac{1}{1+K_y C(j\omega)(1+N_d)G(j\omega)} \right| \quad (15)$$

로 주어진다. 여기서 M_s 의 크기는 복소평면에서 임계점 $-1/K_y(1+N_d)$ 과 $G(j\omega)C(j\omega)$ 의 나이퀴스트 궤적과의 최단거리의 역수로 주어진다. M_s 가 작은 값을 가질수록 그 주파수에서 로버스터(즉 모델오차에 대하여 강)한 것으로 알려져 있다.

이러한 사실은 DIDF의 삽입으로 인해 임계점이 이동하여, 이 결과 M_s 의 크기가 변동되어 특정한 주파수대역에서 페루프의 로버스터성을 향상시킬 수 있음을 보여주고 있다.

4. 예 제

여기서는 본 논문에서 제안한 방법을 다양한 종류의 시스템에 적용하여 얻은 결과를, 기존 방법과의 비교를 통하여 그 유효성을 확인한다.

(1) 문헌 [5]와의 비교

참고문헌 [5]에는 여섯 종류 이상의 PID제어기 파라미터 설정법을 제시하고, 이를 다양한 형태의 제어대상에 적용하여 그 결과를 비교분석하고 있다. 여기서는 시스템, 즉

a) $G_1(s) = \frac{e^{-s}}{s}$ (적분기+불감시간),
 b) $G_2(s) = \frac{1}{(s+1)(0.2s+1)(0.04s+1)(0.008s+1)}$

에 대하여 문헌 [5]의 방법과 DIDF를 적용한 결과를 비교하였다. 그림 5에 나타난 바와 같이 DIDF를 적용하여 얻은 결과를 바탕으로 PID의 파라미터를 설정한 경우에는 기존의 방법에 비하여 입력과 외란특성이 모두 상당히 개선되었음을 확인할 수 있다.

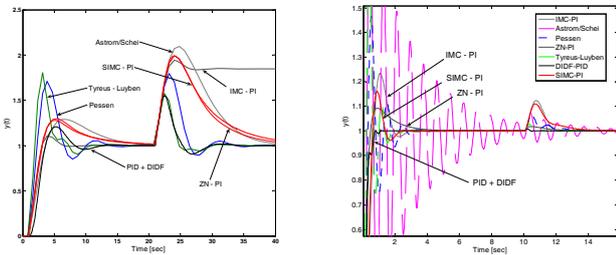


그림 5(a) 예제 (1)의 (a)
 Fig. 5(a) Example (1-a)

그림 5(b) 예제 (1)의 (b)
 Fig. 5(b) Example (1-b)

단 $G_1(s)$ 의 경우 $k_p=0.1, k_q=0.2, l=1.0$, $G_2(s)$ 의 경우에는 $k_p=0.7, k_q=0.9, l=0.9$ 를 각각 사용하였다. 두 경우 모두 여기서 사용한 DIDF의 계수가 최적이라고 할 수는 없으며, 응답과형 또는 주어진 설계사양에 따라 적절하게 변경가능하다.

(2) 불안정한 제어대상에 대한 예

문헌 [16]에는 불안정한 시스템을 위한 PID제어기의 설계법을 제안하고 있다. 여기서는 문헌의 두 예제를 사용하여 불안정한 시스템에 있어서의 DIDF의 효과를 제시한다.

(a) $G_1(s) = \frac{1}{s-1}e^{-0.2s}$, $C_1(s) = 4.2148 + \frac{4.1667}{s} + 0.0527s$
 (b) $G_2(s) = \frac{27}{(s-1)(s+2.8)}e^{-0.5s}$, $C_2(s) = 0.5668 + \frac{0.1048}{s} + 0.4071s$

그림 6에 상기의 두 예제에 대한 시뮬레이션 결과를 나타내었다, 이때 사용된 DIDF의 계수는 (a) $k_p=0.7, k_q=0.6, l=0.9$ (b) $k_p=0.2, k_q=0.3, l=0.6$ 으로 각각 설정하였다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 DIDF가 시스템의 기준입력 및 외란 응답특성에 상당한 기여를 하고 있음을 재확인할 수 있다.

(3) 비최소위상인 제어대상의 예

여기서는 다음 식으로 주어지는 제어대상

$$G(s) = \frac{(s-1)^2}{(s^2+1)(s+2)(s^2+s+1)}$$

을 생각한다[17]. 잘 알려진 바와 같이 비최소위상 시스템에 대한 제어기 설계에는 어려움이 수반된다. 제3장에서 언급한 방법으로 얻은 DIDF의 계수는 $k_p=0.53, k_q=0.08$, 및 $l=1.0$ 이다. 그림 7에 문헌 [17]에서 사용한 두 종류의 파라미터와 DIDF의 사용에 의한 결과를 나타내었다. 수렴속도나 오버슈터 등의 면에서 기존의 여러 방법에 비하여 우수한 성능을 나타내고 있음을 보여주고 있다.

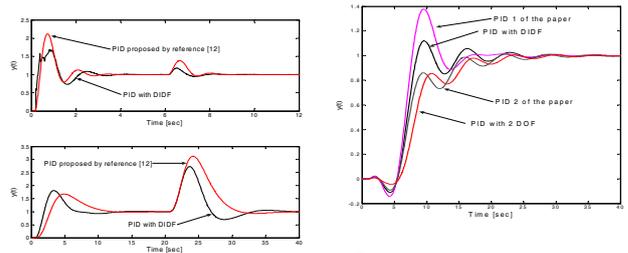


그림 6 시뮬레이션 결과
 Fig. 6 Results of simulation

그림 7 비최소위상의 결과
 Fig. 7 Non-minimum phase system

(4) 문헌 [3]의 결과와 비교

여기서는 문헌 [3]에서 제시한 여덟 개의 모델 중에서

(a) $G_2(s) = \frac{e^{-5s}}{(s+1)^3}$, (b) $G_n(s) = \frac{1}{(s+1)^n}, (n=4 \sim 7)$

에 대해 DIDF를 적용하여 그 결과를 나타낸 것이 그림 8이다. $G_2(s)$ 의 경우 긴 불감시간으로 인해 DIDF에 의한 응답특성의 변화는 크지 않지만, 문헌 [3]에서 제시한 일반적인 프로세서 시스템에서는 현저한 성능향상을 보여주고 있음을 확인할 수 있다. 그림에서 $M_s=1.4$, 및 $M_s=2.0$ 은 문헌 [3]에서 식(15)로 정의된 M_s 를 기준으로 설정한 PID제어기의 파라미터를 의미한다.

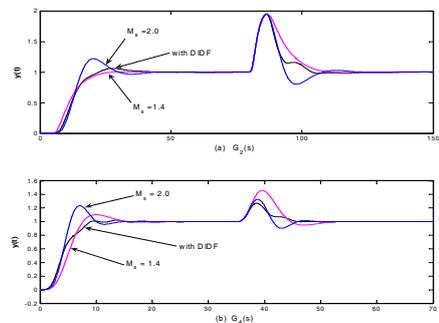


그림 8 문헌 [3]과의 비교
 Fig. 8 Comparison of Ref. [3]

5. 결 론

본 논문에서는 PID제어기의 성능향상을 위한 하나의 방법을 제안하였다. PID제어는 오랜 역사를 가지는 제어기법이지만 성능을 증시하는 현재의 산업현장에서도 여전히 주도적인 역할을 하고 있으며, 동시에 이것의 적극적인 활용을 위한 여러 종류의 PID 파라미터 조정법이 제안되었다.

이러한 조정법은 어떤 특정한 제어대상, 다시 말하면 조정법의 유도과정에 적용이 가능한 대상인 경우에는 좋은 성능을 나타내기는 하지만 모든 대상에 적용할 수 있는 일반적인 것으로는 보기 어려웠다. 여기서는 이러한 점에 중점을 두어, 먼저 복소DIDF를 적용하여 제어대상을 기존의 조정법이 적용하기 쉬운 형태, 다시 말하면 대상의 응답특성을 기존의 조정법이 제시하는 이상적인 형태로 변환시키는 것을 목적으로 하였다. 이것은 DIDF가 가지는 특징을 이용하여 페루프의 임계점을 적절한 곳으로 이동시키므로서 가능하다는 것을 보이고, 이를 위한 DIDF에 필요한 파라미터 $k_p, k_i,$ 및 l 의 선정을 위한 두 종류의 기법을 제안하였다. 시뮬레이션 등으로 확인한 본 논문의 방법에 대한 결과를 정리하면 다음과 같다.

- (1) 적절히 설계된 DIDF의 적용으로 PID제어기의 파라미터 설정을 간단한 계산으로 수행할 수 있으며, 이 결과 입력 및 외란응답 특성이 개선된다.
- (2) 특히 2자유도 시스템의 경우 기존 2 자유도 변수(α, β)의 변경 없이 기준값 응답특성의 향상이 가능하다.
- (3) DIDF의 적용으로 시스템의 로버스터성을 향상된다.

향후의 과제로서 첫째, 긴 불감시간을 가지는 불안정한 시스템의 경우에는 DIDF만의 적용으로 PID 파라미터 설정을 위한 세 개 변수 $R, L,$ 및 K 의 정확한 값을 얻기가 상당히 어렵기 때문에 이에 대한 대책이 필요하며, 둘째, DIDF가 가지는 외부입력 x_2 의 크기 l 과 응답특성의 변화에 대한 좀 더 엄밀한 수식전개의 필요성 등을 들 수 있을 것이다.

감사의 글

이 연구는 2010학년도 부경대학교의 지원을 받아 수행된 연구임(PK-2010-095).

참 고 문 헌

- [1] 須田信英, PID 制御, 朝倉書店 (1992)
- [2] K. Astrom and T. Haggglund, "The future of PID control," Control EEngineering Practice, no.9, pp.1163-1175 (2001)
- [3] H. Panagopoulos, K. Astrom and T. Haggglund, "Design of PID controllers based on constrained optimization," IEE Porceedings of Control Theory Application, vol. 149, no. 1, pp. 32-40 (2002)
- [4] G.J.Silva, A.Datta and S.P.Battacharyya, "New Results on the Synthesis of PID Controllers," IEEE Trans. on Auto. Contr., vol 47, no.2, pp. 241-252 (2002)
- [5] S.Skogestad, "Simple analytic rules for model

reduction and PID controller tuning," J. of Process Control, no. 13, pp. 291-209 (2003)

- [6] K. Astrom and T. Haggglund, " Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control," Journal of Process Control, no.14, pp. 635-650 (2004)
- [7] K.J. Astrom & T. Haggglund, Advanced PID Control, ISA-Instrumentation. Systems, and Automation Society, 2006
- [8] Antonio Visioli, Practical PID Control, Springer, 2006
- [9] Antonio Visioli & Qing-Chang Zhong, Control of Integral Processes with Dead Time, Springer, 2011
- [10] J. E. Gibson, Nonlinear Automatic Control, McGraw Hill Book Co., New York, NY, 1963
- [11] J. C. West, J. L. Douce, and R. K. Livesley, "The dual input describing function and its use in the analysis of nonlinear feedback systems," Proc. IEE vol. 103B, pp.463 474, 1955
- [12] Y.W.Choe and H.Y.LEE, 'Periodic Disturbance Cancellation by DIDF Method', ICCA 2009.
- [13] 최 연욱, 이 형기, "DIDF 방법을 이용한 주기성 외란의 제거", 대한전기학회 논문지 vol.59, no.1, pp.168-175 (2010)
- [14] A. Gelb and W.E. Vander Velde, "Multiple Input Describing Functions and Nonlinear System Design," McGraw Hill, 1965
- [15] E. C. Servetas, "A Non Linear Electronic Compensator for Automatic Control Systems," IEEE Trans. on Industrial, Electronics and Control Instrumentation, vol. IECI 22, no.2, pp.201 208 (1975)
- [16] G. M. Malwatkar, P. T. Bhosale, and S. D. Nikam, "PID Controllers Tuning for Improved Performance of Unstable Processes," 2009 Int'l Conf. on Advances in Computing, Control, and Telecommunication Technologies, pp. 624-628 (2009)
- [17] K. Shimiz, etc, "PID Controllers Adjustment via Quasi Pole Placement Method," SICE vol.38,no.8, pp. 686-693 (2002)

저 자 소 개



최 연 욱 (崔 然 旭)

1978년 한양대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1980년 한양대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1990년 일본 Kyoto Univ. 전기과 졸업(공학박사). 1990~현재 부경대학교 전기제어공학부 교수