

파라미터 투영 기법이 필요 없는 비선형 시스템의 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어

Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control for Nonlinear Systems without Parameter Projection Method

서삼준
Sam-Jun Seo

안양대학교 전기전자공학과

요 약

본 논문은 파라미터 투영 기법이 필요없는 비선형 계통에 대한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어를 제안한다. 제어기의 구조를 약간 수정하여 추정된 입력 이득함수가 영으로 되지 않도록 보장하고 온라인 동작중의 어떤 순간이라고 추정된 입력 이득함수가 영이 되더라도 구현에 문제를 야기하지 않는다. 입력 이득 함수의 하한 추정치만이 필요한것을 제외하면 제안한 제어 기법은 바운딩 파라미터에 대한 정확한 값이 사전에 필요하지 않다. 리아프노프 합성기법을 기초로 전체 제어 시스템이 추종오차가 점근적으로 안정하고 제어기 내의 모든 신호가 유계임을 보장한다. 역진자 시스템의 적용하여 제안한 제어기의 유용성을 입증한다.

키워드 : 퍼지 논리 시스템, 근사화 오차, 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어, 파라미터 투영 기법

Abstract

In this paper, we proposed an adaptive fuzzy sliding mode control for nonlinear systems without parameter projection method. By modifying the controller structure, the parameters of the estimated input gain function are guaranteed not being identically zero and it is shown that the control scheme will not cause any implementation problem even if the estimated value of input gain function is zero at any moment during on-line operations. Except for the input gain function which an approximate estimate for its lower bound is needed, the proposed control scheme does not assume a priori the exact values of the bounding parameters. Based on Lyapunov synthesis methods, the overall control system guarantees that the tracking error asymptotically converges to zero and that all signals involved in controller are uniformly bounded. This can be illustrated by the simulation results for an inverted pendulum system.

Key Words : fuzzy logic system, approximation error, adaptive fuzzy sliding mode control, parameter projection method

1. 서 론

실제 산업현장에서는 정확한 수학적 모델을 구하기 어렵거나 불가능한 비선형 항을 포함하는 복잡한 시스템들이 많이 존재하고 있다. 이러한 시스템에 적응 제어 기법을 적용하기 위해서는 먼저 비선형 항에 대한 근사 파라미터 모델을 동정하여야 하는데 일반적으로 미지의 비선형 함수의 파라미터 동정 모델로 신경 회로망과 퍼지 시스템이 주로 사용되고 있다.

신경 회로망이나 퍼지 시스템의 어떤 파라미터들의 값을 조정함으로써 신경 회로망과 퍼지 시스템의 출력이 주어진 오차 범위 내에 존재하도록 할 수 있다. 특히, 미지의 비선형 함수를 모델링 하는데 있어서 퍼지 시스템은 정성적인 전문가 지식과 정량적인 측정 데이터를 모두 활용할 수 있는 장점을 가지고 있어 다양한 응용분야에 유용하게 사용되고 있다.

Wang은 singleton 퍼지화기, Gaussian 멤버함수, 곱 추론 엔진과 무게 중심 비퍼지화기를 가지는 퍼지 시스템은 어떤 연속 함수를 임의의 주어진 정확도 내로 근사화할 수 있는 범용 근사화기(universal approximator)가 됨을 증명하였다[1]. 또한 Wang은 범용 근사화기 이론과 케환 선형화 기법을 이용하여 Lyapunov 합성법에 의한 비선형 시스템에 대한 간접 적응 퍼지 제어 기법을 제안하였다[2]. 이 기법의 장점은 시스템 동특성과 제어 전략에 관한 전문가의 지식을 적응 퍼지 제어기 설계에 활용할 수 있을 뿐만 아니라 Lyapunov 합성법에 의해 파라미터 적응 범칙이 유도되어 전체 폐 루프 시스템의 안정도를 보장한다는 것이다.

최근에 여러 가지 장점을 가지고 있는 고전적인 비선형 제어 기법을 퍼지 적응 제어기에 접목하는 다양한 시도가 이루어지고 있다. 그 대표적인 기법이 미지의 비선형 항을 근사화하기 위해 적응 퍼지 제어기를 이용한 퍼지 제어기 설계 방법으로 슬라이딩 모드 제어기를 활용하는 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기이다. Wang의 연구 이후에 다양한 분야에 비선형 계통에 대한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 적용 예가 발표되고 있다[3]-[9].

이러한 대부분의 연구들은 어떤 제어 가능 영역 내에서

비선형 시스템의 입력 이득 함수가 영이 아니라는 가정 하에 퍼지 동정 모델에 근거한 확정성 등가 폐환 제어 입력에 의해 설계된다. 그러나 실제 계통의 입력 이득 함수가 영이 아니더라도 추정된 입력 이득 함수는 영이 될 수 있기 때문에 제어 입력의 분포 향이 영이 되는 경우에는 확정성 등가 폐환 제어 입력을 사용할 수 없다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 대부분의 기존의 연구에서는 추정된 입력 이득 함수가 영이 되지 않도록 적응 법칙에 파라미터 투영 기법을 사용하였다[10],[11]. 그러나 이러한 투영 기법은 많은 계산이 필요하다는 단점을 가지고 있다[12].

본 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위하여 파라미터 투영 기법을 사용하지 않는 새로운 형태의 적응 퍼지 슬라이딩 모드 기법을 제안한다. 제어기 구조를 약간 변형하여 추정된 입력 이득 함수의 파라미터가 영이 되지 않도록 하였고 온라인으로 추정하는 특정 순간에 비록 추정된 입력 이득 함수가 영이 될지라도 제어기 구현에 전혀 문제가 없는 제어 기법을 사용하였다. 근사화 오차(reconstruction error) 유계를 추정하는 적응 알고리즘을 사용하여 입력 이득 함수의 하한치를 사전에 알아야 한다는 가정 이외에는 어떠한 가정도 사용하지 않았다. Lyapunov 합성법에 의해 파라미터 적응법칙을 유도하였고 전체 폐 루프 내의 모든 신호가 균등 유계(uniformly bounded)되고 추종 오차가 점근 안정함을 보임으로써 유용성을 입증하였다.

2. 슬라이딩 모드 제어

다음과 같은 단일 입력 단일 출력(SISO) 비선형 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, $f(\cdot)$ 와 $g(\cdot)$ 는 미지의 연속 함수이며 $u \in R$, $y \in R$ 은 각각 계통의 입력과 출력이고, $x = (x_1, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in R^n$ 는 측정 가능한 상태 벡터이고 $x^{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, n$ 은 x 의 i 번째 시간 도함수이다.

일반적으로 제어 목적은 출력 y 가 원하는 출력 y_d 를 추종하는 것이다. 추종 오차를 다음과 같이 정의하면

$$e = y_d - y \quad (2)$$

슬라이딩 모드 제어기는 다음과 같은 두 단계에 의해 설계된다.

- 1) 원하는 특성을 가지는 슬라이딩 평면 설계

$$S = \{e \in R \mid s(e) = 0\} \quad (3)$$

- 2) 시스템의 상태들을 슬라이딩 평면상에 머무르도록 하는 제어 입력 구성

$$u = \begin{cases} u^+ & \text{when } s > 0 \\ u^- & \text{when } s < 0 \end{cases} \quad (4)$$

가변 구조 제어 시스템에서 슬라이딩 모드 존재 조건은 다음과 같다.

$$V = \dot{s} < 0 \quad (5)$$

가변 구조 제어 시스템의 동특성은 도달 모드와 슬라이딩 모드로 이루어지는데 원하는 슬라이딩 모드 동특성은 적

절한 스위칭 함수를 설계함으로써 결정된다. 슬라이딩 모드 제어 설계 시 가장 중요한 부분이 도달 조건이 만족되는 제어 입력을 선정하는 것이다. 즉, 도달 모드 설계 시 원하는 시스템 동특성뿐만 아니라 슬라이딩 모드를 얻을 수 있는 제어 입력을 결정하여야 한다. 이러한 방법 중의 하나가 다음과 같은 도달 법칙을 사용하는 것이다[13].

$$\dot{s} = -K \text{sgn}(s), \quad K > 0 \quad (6)$$

(6)의 슬라이딩 모드 조건을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$s \dot{s} = -K |s| < 0 \quad (7)$$

본 논문에서는 입출력 관계에 존재하는 불확실성과 추정 과정의 오차를 보상하는 가변 구조 형태의 제어 입력을 구성하기 위하여 다음과 같은 스위칭 평면을 정의하고 스위칭 동특성을 안정하도록 한다.

$$s = e^{(n-1)} + c_{n-1}e^{(n-2)} + \dots + c_1e + c_0 \int e dt = 0 \quad (8)$$

여기서, 스위칭 평면의 마지막 항에 적분 항이 포함된 것은 그렇지 않은 경우 계통 파라미터의 불확실성에 대하여 강인성을 가진 것으로 알려져 있기 때문이다[14]. 이와 같이 오차에 의하여 구성된 스위칭 평면의 계수는 다음과 같이 Hurwitz 다항식이 되도록 선정한다.

$$h(\lambda) = \lambda^n + c_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + c_1\lambda + c_0 = 0 \quad (9)$$

이제 스위칭 평면의 도함수 \dot{s} 는 다음과 같이 된다.

$$\dot{s} = v - f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})u \quad (9) \quad (10)$$

여기서 $v = \sum_{i=0}^{n-1} c_i e^{(i)} + y_d^{(n)}$ 이다.

위와 같이 정의된 스위칭 함수를 이용하여 비선형 계통의 출력 오차가 점근적으로 0으로 수렴하도록 하고 슬라이딩 모드를 발생하도록 제어 입력을 구성하면 다음과 같다.

$$u = \frac{g(\mathbf{x})^{-1}\{v - f(\mathbf{x}) + K \text{sgn}(s)\}}{= u_{eq} + u_s} \quad (11)$$

$$u_{eq} = g(\mathbf{x})^{-1}\{v - f(\mathbf{x})\} \quad (12)$$

$$u_s = g(\mathbf{x})^{-1}K \text{sgn}(s) \quad (13)$$

여기서, u_{eq} 는 등가 제어 입력이고, u_s 는 스위칭 제어 입력이며 스위칭 제어 이득 $K > 0$ 이다.

식 (11)에서 비선형 함수 $f(\mathbf{x})$ 와 $g(\mathbf{x})$ 를 정확하게 알지 못할 경우에는 추정된 $\hat{f}(\mathbf{x})$ 와 $\hat{g}(\mathbf{x})$ 로 대체하여야 한다.

3. 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어

이 장에서는 계통의 수학적 모델에 대한 정보를 충분히 알 수 없는 비선형 계통에 대해서 퍼지 모델링 기법에 근거한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어에 대해 설명한다.

먼저 퍼지 모델의 형태는 *If ~ then ~*의 언어 규칙 형태로 가정하고 각 언어규칙의 후건부는 퍼지 기저 함수의 선형 결합으로 가정한다. 즉, $f(\mathbf{x})$, $g(\mathbf{x})$ 를 j 번째 규칙이 다음과 같이 표현되는 N 개의 퍼지 규칙들에 의해 표현된다고 가정한다.

$$R_f^j: \text{If } x_1 = F_1^j \text{ and } x_2 = F_1^j \text{ and } \dots \text{ and } x_n = F_n^j \\ \text{then } \hat{f}(\mathbf{x}\theta_f) = \theta_f^T \xi_f(\mathbf{x}) \quad (14)$$

$$R_g^j: \text{If } x_1 = G_1^j \text{ and } x_2 = G_1^j \text{ and } \dots \text{ and } x_n = G_n^j \\ \text{then } \hat{g}(\mathbf{x}\theta_g) = \theta_g^T \xi_g(\mathbf{x})$$

여기서, F_i^j 와 G_i^j 는 j 번째 퍼지 규칙에서 퍼지 변수 x_i 의 언어 값이고 $\theta_f = [\theta_f^1, \theta_f^2, \dots, \theta_f^N]^T$ 와 $\theta_g = [\theta_g^1, \theta_g^2, \dots, \theta_g^N]^T$ 는 각각 f, g 의 파라미터 벡터이고 ξ_f 와 ξ_g 는 퍼지 기저 함수 벡터로서 각 요소에 대한 정의는 다음과 같다.

$$\xi_f(\mathbf{x}) = [\xi_f^1(\mathbf{x}), \xi_f^2(\mathbf{x}), \dots, \xi_f^N(\mathbf{x})]^T \quad (15)$$

$$\xi_g(\mathbf{x}) = [\xi_g^1(\mathbf{x}), \xi_g^2(\mathbf{x}), \dots, \xi_g^N(\mathbf{x})]^T$$

$$\xi_f^j(\mathbf{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^N \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^j}(x_i)} \quad (16)$$

$$\xi_g^j(\mathbf{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{G_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^N \prod_{i=1}^n \mu_{G_i^j}(x_i)}$$

최종적으로 식 (14)의 퍼지 규칙들의 집합으로부터 비선형 함수의 추정치 $\hat{f}(\mathbf{x}\theta_f)$, $\hat{g}(\mathbf{x}\theta_g)$ 는 다음과 같이 가중 평균 비퍼지화 식으로부터 구해진다. ^{식 54}

$$\hat{f}(\mathbf{x}\theta_f) = \frac{\sum_{j=1}^N \theta_f^j \mu_{R_f^j}(\mathbf{x})}{\sum_{j=1}^N \mu_{R_f^j}(\mathbf{x})} = \theta_f^T \xi_f(\mathbf{x}) \quad (17)$$

$$\hat{g}(\mathbf{x}\theta_g) = \frac{\sum_{j=1}^N \theta_g^j \mu_{R_g^j}(\mathbf{x})}{\sum_{j=1}^N \mu_{R_g^j}(\mathbf{x})} = \theta_g^T \xi_g(\mathbf{x}) \quad (18)$$

비선형 함수 $f(\mathbf{x}), g(\mathbf{x})$ 를 정확히 알고 있을 경우 식 (11)의 슬라이딩 모드 제어 입력을 계통 (1)에 대입하면 슬라이딩 모드 존재 조건을 만족하여 계통의 출력 오차가 점근적으로 0으로 수렴하게 된다. 그러나 $f(\mathbf{x}), g(\mathbf{x})$ 를 정확하게 알지 못할 경우에는 추정된 $\hat{f}(\mathbf{x}), \hat{g}(\mathbf{x})$ 로 대치하여야 한다.

퍼지 시스템으로 추정된 $\hat{f}(\mathbf{x}), \hat{g}(\mathbf{x})$ 를 식 (11)에 대입하면 전체 제어 입력은 다음과 같이 바뀌게 된다.

$$u = \hat{u}_{eq} + \hat{u}_s \quad (19)$$

$$\hat{u}_{eq} = \hat{g}(\mathbf{x})^{-1} \{v - \hat{f}(\mathbf{x})\} \quad (20)$$

$$\hat{u}_s = \hat{g}(\mathbf{x})^{-1} K sgn(s) \quad (21)$$

이러한 형태의 간접 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어 기법은 비선형 시스템의 입력 이득 함수 $g(\mathbf{x})$ 가 영이 아니라는 가정 하에 퍼지 동정 모델에 근거한 확장 확정 등가 변환 제어 입력이 설계된다. 그러나 실제 계통의 입력 이득 함수가 영

이 아니더라도 추정된 입력 이득 함수 $\hat{g}(\mathbf{x})$ 는 영이 될 수 있기 때문에 제어 입력의 분모 항이 영이 되는 경우에는 제어 입력을 사용할 수 없게 된다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 대부분의 기존의 연구에서는 추정된 입력 이득 함수가 영이 되지 않도록 적응 법칙에 파라미터 투영 기법을 사용하였지만 이러한 투영 기법은 알고리즘이 복잡하여 많은 계산이 필요하다는 단점을 가지고 있다. 본 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위하여 파라미터 투영 기법을 사용하지 않는 새로운 형태의 적응 퍼지 슬라이딩 모드 기법을 제안한다.

4. 파라미터 투영 기법이 필요 없는 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어

계통 (1)이 제어 가능하기 위하여 $U_c = R^n$ 인 제어가능 공간 내의 모든 \mathbf{x} 에 대하여 $g(\mathbf{x}) \neq 0$ 이어야 한다. 일반적으로 $g(\mathbf{x})$ 가 연속 함수이기 때문에 $g(\mathbf{x})$ 의 하한치(lower bound) α 를 안다고 가정한다. 즉, $\mathbf{x} \in U_c$ 에 대해 $g(\mathbf{x}) \geq \alpha > 0$ 라고 가정한다.

파라미터 투영기법이 필요 없는 제어 기법을 얻기 위해 [12]에서는 $u = u_{ad} + u_r$ 로 구성하여 u_r 은 유전자알고리즘을 이용한 PID 타입의 reaching control을 사용하였고 퍼지 제어 입력 u_{ad} 는 singularity 문제를 해결하기 위한 $\frac{\eta \hat{g}}{1 + \eta \hat{g}^2}$

구조의 항과 이에 따른 오차를 보상하기 위한 항을 추가하고 파라미터 적응알고리즘으로 σ - modification을 사용하였습니다. 이러한 구조는 제어기 구조가 복잡하여 계산량이 많다는 단점을 가지고 있다.

또한, [13]에서는 식 (24)와 유사한 형태의 견실 제어항을 포함한 적응 퍼지 제어기법으로 singularity 문제를 해결하였다.

[12]와 [13]의 기본 구조를 응용하여 제안한 논문에서는 적응 퍼지 슬라이딩모드 형태의 제어 입력을 사용하기 위하여 다음과 같이 새로운 제어 입력을 정의하자.

$$u = u_c + u_r \quad (22)$$

$$u_c = \frac{\eta \hat{g}}{1 + \eta \hat{g}^2} \{v - \hat{f}(\mathbf{x}\theta_f) + \phi sgn(s)\} \quad (23)$$

$$u_r = \frac{s|s|u_o|}{\alpha s^2 + \delta} \quad (24)$$

여기서 u_c 는 새로운 확정성 등가 제어 입력 항이고 u_r 은 u_c 에 의해 발생하는 오차를 상쇄하기 위한 견실 제어 항이며 u_o 는 다음과 같이 정의된다.

$$u_o = (1 + \eta \hat{g}^2)^{-1} \{v - \hat{f}(\mathbf{x}\theta_f) + \phi sgn(s)\} \quad (25)$$

새로운 제어 입력 u_c 는 식 (20), (21)과 달리 $\hat{g} \neq 0$ 일 경우에도 값이 존재하게 되고 η 가 아주 클 (경우에는 $\frac{\eta \hat{g}}{1 + \eta \hat{g}^2} \cong \frac{1}{\hat{g}}$ 가 되어 식 (20), (21)과 비슷한 형태를 유지한다.

특히 $0 < k < 1$ 인 어떤 상수 k 에 대해 $\frac{1}{1 + \eta \hat{g}^2} \leq k < 1$

는 $|\hat{g}(\mathbf{x})| \geq \beta > 0$ 을 보장한다. 여기서, $\beta = \sqrt{\frac{1}{\eta}(\frac{1}{k}-1)}$ 이다. 임의의 k 에 대해 $\eta > 0$ 를 충분히 크게 설계함으로써 아주 작은 β 를 얻을 수 있다[12]. 이를 이용하여 본 논문에서는 다음의 식이 만족하도록 η 를 선정한다.

$$|\hat{g}(\mathbf{x})| \geq \alpha > \beta > 0 \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \subset U_c \subset R^n \quad (26)$$

퍼지 시스템 $\hat{f}(\mathbf{x})$, $\hat{g}(\mathbf{x})$ 의 파라미터 벡터 θ_f, θ_g 에 대한 적응 규칙을 구하기 위하여 다음과 같은 최소 근사 오차 w (minimum approximation error)를 정의하자.

$$w = \hat{f}(\mathbf{x}|\theta_f^*) - f(\mathbf{x}) + (\hat{g}(\mathbf{x}|\theta_g^*) - g(\mathbf{x}))u_c \quad (27)$$

여기서 θ_f^*, θ_g^* 는 각각 다음 식을 만족시키는 값으로 정의한다.

$$\theta_f^* = \min_{\theta_f \in \Omega_f} [\max_{x \in U_x} |f(\mathbf{x}) - \hat{f}(\mathbf{x}|\theta_f)|] \quad (22) \quad (28)$$

$$\theta_g^* = \min_{\theta_g \in \Omega_g} [\max_{x \in U_x} |g(\mathbf{x}) - \hat{g}(\mathbf{x}|\theta_g)|] \quad (29)$$

범용 근사화기 이론에 의하면 모든 $x \in U_x, u \in U_u$ 에 대해 다음을 만족하는 미지의 상수 ϕ^* 가 존재한다[3].

$$|w(\mathbf{x}, u)| \leq \phi^* \quad (30)$$

Ω_f, Ω_g 는 상수 M_f, M_g 에 대하여 설계자에 의하여 다음 식과 같이 정해지는 파라미터 집합이다.

$$\Omega_f = \{\theta_f | |\theta_f| \leq M_f\}, \Omega_g = \{\theta_g | |\theta_g| \leq M_g\} \quad (31)$$

비선형 함수 $f(\mathbf{x}), g(\mathbf{x})$ 가 퍼지 시스템에 의해 잘 추정된다고 가정할 경우 제어기와 적응 법칙은 다음과 같은 제어 목적을 달성하도록 구성한다.

- 1) 폐 루프 계통이 모든 변수를 $\mathbf{x}, \theta, u = u(\mathbf{x}|\theta)$ 가 균등 유계되도록 하는 의미에서 전역 안정(globally stable)해야 한다. 즉, $t \geq 0$ 인 모든 t 에 대해 $|\mathbf{x}(t)| \leq M_x < \infty, |\theta(t)| \leq M_\theta < \infty, |u(\mathbf{x}, \theta)| \leq M_u < \infty$ 이 만족되도록 한다. 여기서, M_x, M_θ, M_u 는 설계자에 의하여 결정되는 설계인자이다.
- 2) 위의 1)조건하에 추적오차 $e = y_d - y$ 가 최소가 되도록 한다.

식 (10)의 스위칭 평면의 도함수에 새로운 제어 입력 (22)를 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{s} = v - f(\mathbf{x}) - (g(\mathbf{x}) - \hat{g}(\mathbf{x}|\theta_g))u_c - \hat{g}(\mathbf{x}|\theta_g)u_c - g(\mathbf{x})u_r \quad (32)$$

식 (23)과 $\eta g^2(1 + \eta g^2)^{-1} = 1 - (1 + \eta g^2)^{-1}$ 의 관계식을 이용하면 식 (32)는 다음과 같이 정리된다.

$$\dot{s} = - (f(\mathbf{x}) - \hat{f}(\mathbf{x}|\theta_f)) - (g(\mathbf{x}) - \hat{g}(\mathbf{x}|\theta_g))u_c \quad (10)$$

$$- \phi \text{sgn}(s) + u_o - g(\mathbf{x})u_r \quad (33)$$

$\hat{f}(\mathbf{x}|\theta_f)$ 와 $\hat{g}(\mathbf{x}|\theta_g)$ 는 (17), (18)로 주어지는 퍼지 시스템 이므로 (33)은 다음 식으로 표현된다. (10)

$$\dot{s} = -\tilde{\theta}_f^T \xi_f(\mathbf{x}) - \tilde{\theta}_g^T \xi_g(\mathbf{x})u_c - \phi \text{sgn}(s) + u_o - g(\mathbf{x})u_r + w \quad (34)$$

여기서, $\tilde{\theta}_f = \theta_f^* - \theta_f, \tilde{\theta}_g = \theta_g^* - \theta_g$ 이고 $\xi_f(\mathbf{x}), \xi_g(\mathbf{x})$ 는 퍼지 기저 함수이다.

퍼지 시스템의 결론부 파라미터의 적응 알고리즘과 근사화 오차의 유계 및 건설 제어항의 δ 에 대한 적응 법칙을 얻기 위하여 다음과 같은 Lyapunov 함수를 정의하자.

$$V = \frac{1}{2} \left\{ s^2 + \frac{1}{\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{\gamma_g} \tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g + \frac{1}{\gamma_\phi} \tilde{\phi}^2 + \frac{1}{\gamma_\delta} \delta^2 \right\} \quad (35)$$

여기서, $\tilde{\phi} = \phi^* - \phi$ 로 나타나는 근사화 오차 추정오차이고 δ 는 건설 제어항에 필요한 변수이다.

접근적으로 안정한 조건을 구하기 위하여 Lyapunov 함수를 시간에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{V} = s\dot{s} - \frac{1}{\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\tilde{\theta}}_f - \frac{1}{\gamma_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\tilde{\theta}}_g - \frac{1}{\gamma_\phi} \tilde{\phi} \dot{\tilde{\phi}} + \frac{1}{\gamma_\delta} \delta \dot{\delta} \quad (36)$$

식 (34)에 s 를 곱하여 식 (36)에 대입하여 정리하면 다음과 같다. (28)

$$\dot{V} = -\tilde{\theta}_f^T (\xi_f s + \frac{1}{\gamma_f} \dot{\tilde{\theta}}_f) - \tilde{\theta}_g^T (\xi_g s u_c + \frac{1}{\gamma_g} \dot{\tilde{\theta}}_g) - |s| \dot{\phi} + s w - \frac{1}{\gamma_\phi} \tilde{\phi} \dot{\tilde{\phi}} + s u_o - s g(\mathbf{x}) u_r + \frac{1}{\gamma_\delta} \delta \dot{\delta} \quad (37)$$

퍼지 시스템의 결론부 파라미터 적응법칙은 다음과 같이 얻을 수 있다. (26)

$$\dot{\theta}_f = -\gamma_f s \xi_f \quad (38)$$

$$\dot{\theta}_g = -\gamma_g s \xi_g u_c \quad (39)$$

식 (38), (39)를 식 (37)에 대입하면 Lyapunov 함수의 시간에 대하여 미분은 다음과 같이 정리된다.

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (40)$$

$$\dot{V}_1 = s u_o - s g(\mathbf{x}) u_r + \frac{1}{\gamma_\delta} \delta \dot{\delta} \quad (41)$$

$$\dot{V}_2 = -|s| \dot{\phi} + s w - \frac{1}{\gamma_\phi} \tilde{\phi} \dot{\tilde{\phi}} \quad (42)$$

$g(\mathbf{x}) \geq \alpha$ 의 가정으로부터 $s^2 g(\mathbf{x}) \geq s^2 \alpha$ 을 이용하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$s g(\mathbf{x}) u_r = s^2 g(\mathbf{x}) \frac{|s| |u_o|}{\alpha s^2 + \delta} \geq s^2 \alpha \frac{|s| |u_o|}{\alpha s^2 + \delta} = |s| |u_o| - \frac{\delta |s| |u_o|}{\alpha s^2 + \delta} \quad (43)$$

식 (43)을 이용하여 \dot{V}_1 를 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{V}_1 \leq |s| |u_o| - s g(\mathbf{x}) u_r + \frac{1}{\gamma_\delta} \delta \dot{\delta} \leq \delta \left(-\frac{|s| |u_o|}{\alpha s^2 + \delta} + \frac{1}{\gamma_\delta} \dot{\delta} \right) \quad (44)$$

건설 제어항의 δ 에 대한 적응 법칙을 다음과 같이 선정하면

$$\dot{\delta} = -\gamma_\delta \frac{|s| |u_o|}{\alpha s^2 + \delta} \quad (45)$$

\dot{V}_1 는 다음과 같이 된다.

$$\dot{V}_1 \leq 0 \quad (46)$$

근사화 오차의 추정 알고리즘을 다음과 같이 선정하면

$$\dot{\phi} = \gamma_{\phi}|s| \quad (47)$$

\dot{V}_2 은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -|s|\phi + sw - (\phi^* - \phi)|s| \\ &= sw - \phi^*|s| \leq |s||w| - \phi^*|s| \\ &= -(\phi^* - |w|)|s| \leq 0 \end{aligned} \quad (48)$$

마지막으로 식 (46)과 (48)로부터 $\dot{V} \leq 0$ 가 된다.

$\dot{V} \leq 0$ 가 만족되면 $V(t) \leq V(0)$ 가 되어 제어기 내의 모든 신호 $s, \theta_f, \theta_g, \phi, \delta$ 가 유계임을 알 수 있다.

식 (48)로부터 $W = (\phi^* - |w|)|s| \leq -\dot{V}(s, \tilde{\phi})$ 를 정의하고 시간에 대해서 미분하면 다음과 같다.

$$\int_0^t W(\tau) d\tau \leq V(s(0), \tilde{\phi}(0)) - V(s(t), \tilde{\phi}(t)) \quad (49)$$

$V(s(0), \tilde{\phi}(0))$ 가 유계이고 $V(s(t), \tilde{\phi}(t))$ 가 단조감소 함수이고 유계이므로 다음의 결과를 얻을 수 있다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t W(\tau) d\tau \leq \infty \quad (50)$$

또한, \dot{W} 가 유계이므로 Barbalat의 정리[15]에 의해 $\lim_{t \rightarrow \infty} W = 0$ 이다. 따라서, $t \rightarrow \infty$ 일 때 $s \rightarrow 0$ 가 되어 제한한 제어기는 점근 안정하다.

5. 컴퓨터 모의 실험

제안한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 유용성을 입증하기 위하여 다음과 같은 도립진자 계통을 고려해 보자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \ddot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 - \frac{mlx_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_c + m}}{l\left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m}\right)} + \frac{\cos x_1}{l\left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m}\right)} u \end{aligned} \quad (52)$$

여기서, 상태 x_1 과 x_2 는 그림 1과 같이 $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}$ 를 나타낸다. 또한 도립진자의 각 파라미터는 표 1과 같다. 컴퓨터 모의실험에 사용한 퍼지 기저 함수는 식 (53)과 같은 Gaussian 소속 함수를 사용하였고 그림 2에 나타내었다.

$$\begin{aligned} \mu_{F_i^1} &= \exp\left[-\left(\frac{x_i + \pi/6}{\pi/24}\right)^2\right] \\ \mu_{F_i^2} &= \exp\left[-\left(\frac{x_i + \pi/12}{\pi/24}\right)^2\right] \\ \mu_{F_i^3} &= \exp\left[-\left(\frac{x_i}{\pi/24}\right)^2\right] \\ \mu_{F_i^4} &= \exp\left[-\left(\frac{x_i - \pi/12}{\pi/24}\right)^2\right] \\ \mu_{F_i^5} &= \exp\left[-\left(\frac{x_i - \pi/6}{\pi/24}\right)^2\right] \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (53)$$

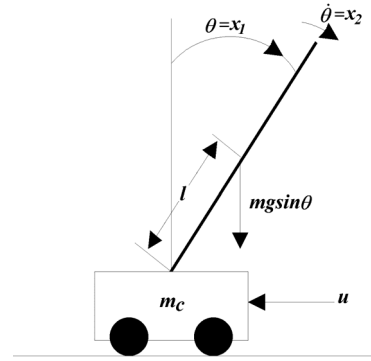


그림 1. 도립진자 계통
Fig. 1. The inverted pendulum system

표 1. 도립진자 계통의 매개변수들

Table 1. Parameters of inverted pendulum system

	Symbol	Value
Acceleration of gravity	g	$9.8m/s^2$
Mass of cart	m_c	$1Kg$
Mass of pole	m	$0.1Kg$
Length of pole	l	$0.5m$

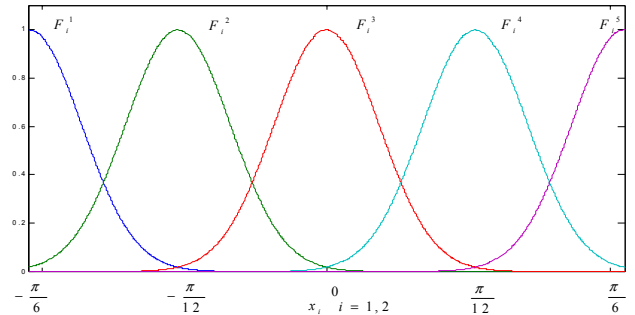


그림 2. 퍼지 기저 함수
Fig. 2. Fuzzy basis function

제어 목적은 참고문헌 [12]와 같이 기준 신호 $y_d = 0.25 \sin(t) + 0.075 \sin(3t)$ 를 추종하는 것으로 하고 초기치는 $\mathbf{x}(0) = [0.2, 0]^T$, 샘플링 시간은 1msec로 $\gamma_f = 1, \gamma_g = 20, \gamma_{\phi} = 1, \gamma_{\delta} = 0.5, \eta = 200$, 스위칭 평면은 $s = \dot{e} + 2e + \int e d\tau$ 로 선정하여 컴퓨터 모의실험을 수행하였다.

$g(\mathbf{x})$ 의 하한치 α 는 [12]의 방법으로 다음과 같이 결정하였다.

$$|g(\mathbf{x})| = \left| \frac{\cos x_1}{\frac{2}{3} - \frac{0.5}{11} \cos^2 x_1} \right| \geq \left| \frac{\cos(\frac{\pi}{3})}{\frac{2}{3} - \frac{0.5}{11} \cos^2(\frac{\pi}{3})} \right| \doteq 0.7 = \alpha \quad (54)$$

그림 4에 제안한 제어기의 응답을 나타내었고 그림 5에는 제어 입력력을 표시하였다.

그림 6에는 건실 제어항의 δ 의 응답을 나타내었고 그림 7에는 근사화 오차 유계 추정치 ϕ 를 나타내었다.

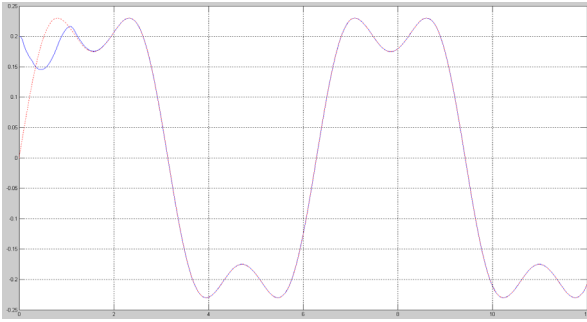


그림 4. 제안한 제어기의 응답
Fig. 4. Response of the proposed controller

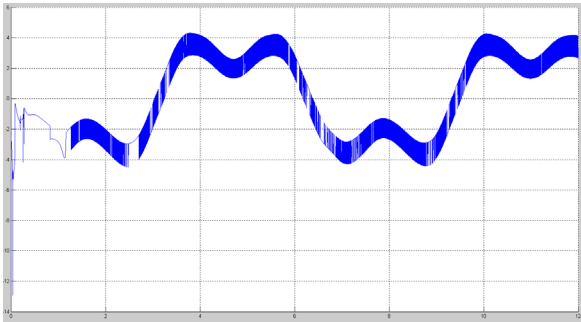


그림 5. 제어 입력
Fig. 5. Control input

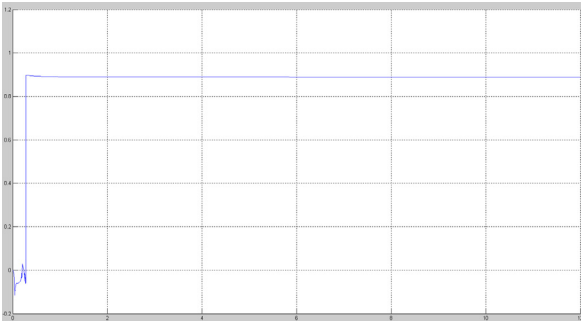


그림 6. δ 의 궤적
Fig. 6. trajectory of δ

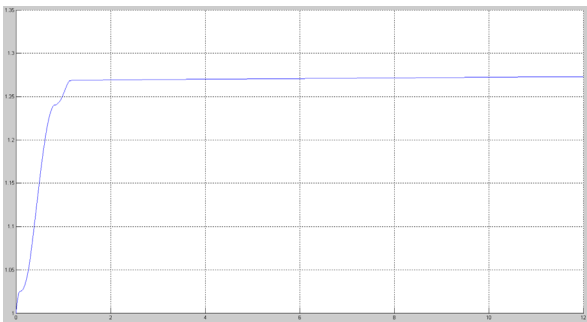


그림 7. 근사화 오차 유계 추정치 ϕ
Fig. 7. Estimation bounds of approximation error ϕ
컴퓨터 모의실험 결과 제안한 적응 퍼지 제어기는 제어기 내의 모든 신호가 유계되고 출력 오차가 점근 안정함을

알 수 있었다.

6. 결 론

본 논문에서는 파라미터 투영 기법이 필요 없는 새로운 형태의 적응 퍼지 슬라이딩 모드 기법을 제안하였다. 제안한 제어기는 퍼지 모델링 기법에 의하여 파라미터를 추정할 수 있어 정확한 수학적 모델이 필요하지 않고 슬라이딩 모드에서 파라미터 변화, 모델의 불확정성 및 외란에 대해 강인하다는 가변 구조 제어계의 특성을 가지고 있다. 제어기 구조를 약간 변형하여 추정된 입력 이득 함수의 파라미터가 영이 되지 않도록 하였고 온라인으로 추정하는 특정 순간에 비록 추정된 입력 이득 함수가 영이 될지라도 제어기 구현에 전혀 문제가 없는 제어기 구조를 사용하였다. 또한, 근사화 오차 유계를 추정하는 적응 알고리즘을 사용하여 입력 이득 함수의 하한치를 사전에 알아야 한다는 가정 이외에는 어떠한 가정도 사용하지 않았다. Lyapunov 함성법에 의해 파라미터 적응법칙을 유도하여 전체 폐 루프 내의 모든 신호가 균등 유계되고 추종 오차가 점근 안정함을 보였고 독립진자 시스템에 적용한 컴퓨터 모의실험으로 제안한 제어기의 유용성을 입증하였다.

참 고 문 헌

- [1] L. X. Wang and J. M. Mendel, "Fuzzy basis functions universal approximation and orthogonal least-squares learning," *IEEE Trans. Neural Network*, vol. 3, no. 5, pp. 807-814, 1992.
- [2] L. X. Wang, "Stable adaptive fuzzy controller with application to inverted tracking," *IEEE Trans. Systems, man and cybernetics-Part B*, vol. 26, no. 5, pp. 677-691, 1996.
- [3] A. Poursamad and A. H. Davaie-Markazi, "Robust adaptive fuzzy control of unknown chaotic systems," *Applied Soft Computing*, vol. 9, pp. 970-976, 2009.
- [4] Y. G. Leu, W. Y. Wang and I. H. Li, "RGA-based on-line tuning of BMF fuzzy-neural networks for adaptive control of Uncertain nonlinear systems," *Neurocomputing*, vol. 72, pp. 2636-2642, 2009.
- [5] A. Boulkrounea, M. Tadjineb, M. M'Saad and M. Farzac, "How to design a fuzzy adaptive controller based on observers for uncertain affine nonlinear systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 159, no. 1, pp. 926-948, 2008.
- [6] T. Z. Wu and Y. T. Jung, "Adaptive fuzzy sliding-mode controller of uncertain nonlinear systems," *ISA Transactions*, vol. 47, pp. 279-285, 2008.
- [7] M. I. El-Hawwary, A. L. Elshafei, H. M. Emara and H. A. A. Fattah, "Adaptive fuzzy control of the inverted pendulum problem," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 14, no. 6, pp. 1135-1144, 2006.

- [8] 서삼준, "근사화 오차 유계 추정을 이용한 비선형 시스템의 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어", *퍼지 및 지능시스템학회 논문지*, 제15권, 5호, pp. 527-532, 2005.
- [9] J. Wang, A. B. Rad and P. T. Chan, "Indirect adaptive fuzzy sliding mode control : Part I : fuzzy switching," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 122, no. 1, pp. 21-30, 2001.
- [10] J. Wang, A. B. Rad and P. T. Chan, "Indirect adaptive fuzzy sliding mode control : Part II : parameter projection and supervisory control," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 122, no. 1, pp. 31-40, 2001.
- [11] Jang-Hyun Park, Sam-Jun Seo and Gwi-Tae Park, "Robust adaptive fuzzy controller for non-linear system using estimation of bounds for approximation errors," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 133, no. 1, pp. 19-36, 2003.
- [12] J. P. Su, T. M. Chen and C. C. Wang, "Adaptive fuzzy sliding mode control with GA-based reaching laws," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 120, no. 1, pp. 145-158, 2001.
- [13] S. Labiod, M. S. Boucherit and T. M. Guerra, "Adaptive fuzzy control of a class of MIMO non-linear systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 151, no. 1, pp. 59-77, 2005.
- [14] X. Yu and O. Kaynak, "Sliding mode control with soft computing: a survey," *IEEE Trans. on Ind. Electron.*, vol. 56, no. 9, pp. 3275-3285, 2009.
- [15] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, 1991.
- [16] P. A. Ioannou and J. Sun, *Robust Adaptive Control*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1996.

저 자 소 개



서삼준(Sam-Jun Seo)

1997년~현재 : 안양대학교 전기전자공학과 교수

관심분야 : 퍼지이론, 신경망 이론,, 유전자 알고리즘, 퍼지 슬라이딩 모드 제어, 지능 로봇, 원격 조종 시스템, 자동화 시스템

Phone : 031-467-0874

Fax : 031-467-0800

E-mail : ssj@anyang.ac.kr