

## 고분자 전해질 연료전지 시스템을 위한 비선형 상호결합 시스템의 관측기 기반 분산 퍼지 제어기 설계

### Observer-based decentralized fuzzy controller design of nonlinear interconnected system for PEMFC

구근범\* · 박진배\* · 주영훈\*\*

Geun Bum Koo, Jin Bae Park and Young Hoon Joo

\* 연세대학교 전기전자공학과

\*\* 군산대학교 제어로봇공학과

#### 요약

본 논문은 고분자 전해질 연료전지 시스템(PEMFC)을 위한 비선형 상호결합 시스템의 분산 퍼지 제어기 설계 기법을 제안한다. 이를 위해 연료전지 시스템의 비선형성을 확인하고, Takagi-Sugeno (T-S) 퍼지 모델링을 통하여 비선형 시스템을 퍼지 모델로 변환한다. 변환된 퍼지 모델을 기반으로 퍼지 관측기를 설계하고 퍼지 시스템을 안정화 시킬 수 있는 분산 퍼지 제어기를 설계한다. 페루프 시스템의 안정도 조건을 선형 행렬 부등식으로 나타내고, 부등식을 이용하여 제어기의 이득값을 구한다. 마지막으로, 모의실험을 통하여 제어기의 효용성을 평가한다.

**키워드** : 고분자 전해질 연료전지, 상호결합 시스템, T-S 퍼지 모델, 관측기 기반, 분산 퍼지 제어기.

#### Abstract

This paper deals with the observer-based decentralized fuzzy controller design for nonlinear interconnected system for PEMFC. The nonlinear interconnected system is represented by a Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model. Based on T-S fuzzy interconnected system, the fuzzy observer and the decentralized fuzzy controller are designed. The stability condition of the closed-loop system with the proposed controller is represented to the linear matrix inequality (LMI) form, and the observer and control gain  $s$  are obtained by LMI. An example is given to show the verification discussed throughout the paper.

**Key Words** : PEMFC, interconnected system, T-S fuzzy model, observer-based, decentralized fuzzy controller

## 1. 서 론

최근 고도의 산업성장 및 인구증가에 따른 에너지 소비가 급증하고 있다. 이에, 화석연료를 대체할 수 있는 신재생 에너지가 각광받고 있으며 이 중에서도 연료전지는 친환경적이며, 높은 에너지 변환 효율을 발현함으로서 자동차용, 가정용 에너지 변환기로 크게 주목을 받고 있다[1-3]. 또한 연료전지는 전지를 충전하는데 소모되는 연료 가격이 리튬 이온 등 다른 2차 전지를 충전하는 비용보다 저렴하며, 건설과 증설이 용이하고 용량이 다양하다는 장점을 가지고 있다. 현재 국내에서는 2008년까지 연료전지 연구개발비로 4610억원을 투자하였으며, 자동차용, 발전용, 가정용, 휴대용의 4가지 산업 중심으로 발전을 꾀하고 있다.

이러한 흐름에 맞추어 국제적으로 연료전지의 제어 기법에 대한 연구가 활발히 이뤄지고 있다[4-9]. 하지만 국내에서

는 연료전지의 관심도와 연구의 중요성에 비해 제어 분야에서의 연료전지 연구는 많이 소홀한 편이었다. 특히 고분자 전해질 연료전지 (PEMFC)의 경우에는 각 셀의 양극 및 음극을 통과하는 수소 및 산소 가스의 유속이 동일하지 않기 때문에 셀에 전위차가 발생하게 되고 개별 셀의 이상 유무를 측정하기 위해서는 이를 전압을 감시하고 최적의 에너지 발생을 위한 가스 유속을 제어할 필요가 있다. 또한 고출력, 고효율의 연료전지 개발을 위해서는 고도의 제어 기술도 요구된다.

PEMFC의 전압 안정화를 위해서는 캐소드와 애노드의 산소 및 수소 압력을 조절할 필요가 있다. 특히 PEMFC의 경우, 상호결합 시스템의 형태를 띠고 있으며, 복잡한 비선형성도 포함하고 있다. 따라서 PEMFC의 제어를 위해서는 지능형 분산 제어가 필수적이라 하겠다.

현재까지 비선형 상호결합 시스템에 대한 분산 제어 기법은 많은 연구가들에 의해 연구되고 있다[10-15]. Tseng[13]은 비선형 상호결합 시스템에 대한 분산 퍼지 제어기를 설계하였다. 그리고 Hsiao[14]은 시간 지연을 갖는 비선형 상호결합 시스템에 대한 Takagi-Sugeno (T-S) 퍼지 제어기를 개발하였다. Wang[15]은 불확실한 시간 지연을 갖는 퍼지 상호결합 시스템에 대한 분산 제어기를 설계하였다. 하지만 현재까지 진행된 연구들 중에서는 PEMFC

접수일자 : 2011년 4월 18일

완료일자 : 2011년 8월 5일

“이 논문은 2010년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업 연구임”(NRF-2010-0024352)

과 같이 공통 입력을 갖는 비선형 상호결합 시스템에 대한 분산 퍼지 제어기 설계에 대한 연구는 진행된 바가 없다.

이에 본 논문에서는 PEMFC의 전압 안정화를 위한 공통 입력을 갖는 비선형 상호결합 시스템의 분산 퍼지 제어기를 제안한다. 이를 위해 먼저, PEMFC의 비선형성을 확인하고 이에 대한 T-S 퍼지 모델을 제시한다. 그리고 PEMFC의 제어를 위해 퍼지 상호결합 시스템의 관측기와 분산 제어기를 설계한다. 설계된 제어기를 포함한 폐루프 시스템의 안정도 조건을 선형 행렬 부등식 (LMI)으로 나타내고, 이를 통해 제어기의 이득값을 구한다. 최종적으로 모의실험을 통해 설계된 제어기의 성능을 판단하고 PEMFC의 안정화를 확인한다.

## 2. PEMFC의 T-S 퍼지 모델링

PEMFC는 그림 1과 같이 크게 스택 전압 모델, 캐소드 모델, 애노드 모델, 막 수화 모델의 네 가지 구성으로 이루어져 있다. 이 중, PEMFC의 출력 전압과 관련된 구성요소인 스택 전압 모델에서 나오는 최종 전압 방정식은 다음과 같다[16].

$$v_{fc} = E - v_{act} - v_{ohm} - v_{conc} \quad (1)$$

여기서,  $E$ 는 개회로 전압을 의미하며,  $v_{act}$ ,  $v_{ohm}$ 와  $v_{conc}$ 는 각각 활성화, 저항, 농도 전압을 의미하며 이들은 시스템의 물리적, 화학적 특성 때문에 생기는 순수 전압이다. 결국, PEM 연료전지 시스템의 전압 크기를 구하는 데에 있어서  $E$ 가 가장 중요한 요소이고, 이 개회로 전압을 구하는 식은 다음과 같다.

$$E = 1.229 - 8.5 \times 10^{-4} (T_{fc} - 298.15) + 4.3085 \times 10^{-5} T_{fc} \left( \ln(p_{H_2,an}) + \frac{1}{2} \ln(p_{O_2,ca}) \right) \quad (2)$$

여기서,  $T_{fc}$ 는 연료전지의 Kelvin 온도를 나타내며,  $p_{H_2,an}$ 과  $p_{O_2,ca}$ 는 각각 atm으로 표시되는 압력 크기를 나타낸다. 압력 크기를 나타낸다. 즉, 연료전지 전압을 결정하는 요소에는 수소와 산소의 압력이 가장 중요하다고 볼 수 있다. 이러한 수소와 산소의 압력 크기는 각각 애노드 모델과 캐소드 모델 구성요소에서 얻을 수 있고, 이에 관한 식은 다음의 동적 방정식 형태로 나타낼 수 있다[17,18].

cathode flow model :

$$\begin{aligned} \frac{dp_{O_2}}{dt} &= -\frac{R_{O_2} T_{ca}}{V_{ca}} M_{O_2} \frac{n}{4F} I_{st} \\ &- \frac{R_{O_2} T_{ca}}{V_{ca}} \left( \frac{x_{O_2,in} k_{ca,in}}{1 + \omega_{ca,in}} + \frac{x_{O_2,out} k_{ca,out}}{1 + \omega_{ca,out}} \right) (p_{O_2} + p_{N_2} + p_{v,ca}) \\ &+ \frac{R_{O_2} T_{ca}}{V_{ca}} \frac{x_{O_2,in} k_{ca,in}}{1 + \omega_{ca,in}} p_{sm} + \frac{R_{O_2} T_{ca}}{V_{ca}} \frac{x_{O_2,out} k_{ca,out}}{1 + \omega_{ca,out}} p_{rm} \\ \frac{dp_{N_2}}{dt} &= \frac{R_{N_2} T_{ca}}{V_{ca}} (1 - x_{O_2,in}) k_{ca,in} \\ &+ \frac{R_{N_2} T_{ca}}{V_{ca}} \frac{(1 - x_{O_2,out}) k_{ca,out}}{1 + \omega_{ca,out}} p_{rm} \\ &- \frac{R_{N_2} T_{ca}}{V_{ca}} \left\{ \frac{(1 - x_{O_2,in}) k_{ca,in}}{1 + \omega_{ca,in}} + \frac{(1 - x_{O_2,out}) k_{ca,out}}{1 + \omega_{ca,out}} \right\} \\ &\times (p_{N_2} + p_{O_2} + p_{v,ca}) \end{aligned}$$

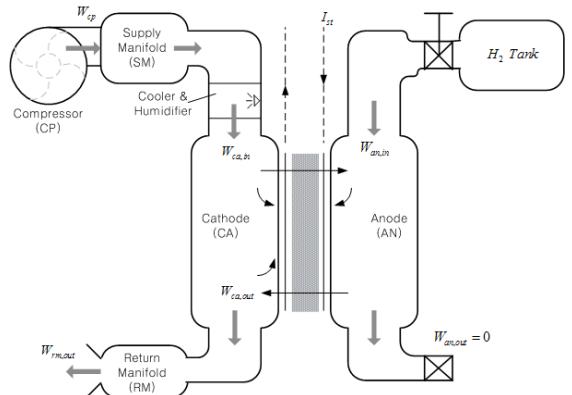


그림 1. 연료전지 시스템의 구조  
Fig. 1. structure of PEMFC

$$\begin{aligned} \frac{dp_{v,ca}}{dt} &= \frac{R_{v,ca} T_{ca}}{V_{ca}} \frac{M_v n (1 + 2A_f n_d)}{2F} I_{st} \\ &- \frac{R_{v,ca} T_{ca}}{V_{ca}} \frac{M_v A_f n D_\omega}{t_m} (f(p_{v,ca}) p_{v,ca} - f(p_{v,an}) p_{v,an}) \\ &- \frac{R_{v,ca} T_{ca}}{V_{ca}} \left( \frac{\omega_{ca,in} k_{ca,in}}{1 + \omega_{ca,in}} + \frac{\omega_{ca,out} k_{ca,out}}{1 + \omega_{ca,out}} \right) (p_{O_2} + p_{N_2} + p_{v,ca}) \\ &+ \frac{R_{v,ca} T_{ca}}{V_{ca}} \frac{\omega_{ca,in} k_{ca,in}}{1 + \omega_{ca,in}} p_{sm} + \frac{R_{v,ca} T_{ca}}{V_{ca}} \frac{\omega_{ca,out} k_{ca,out}}{1 + \omega_{ca,out}} p_{rm} \end{aligned} \quad (3)$$

anode flow model :

$$\begin{aligned} \frac{dp_{H_2}}{dt} &= -\left( \frac{k_1}{1 + \omega_{an,in}} + k_{H_2,out} \right) \frac{R_H T_{an}}{V_{an}} p_{H_2} \\ &- \left( \frac{k_1}{1 + \omega_{an,in}} + k_{H_2,out} \right) \frac{R_H T_{an}}{V_{an}} p_{v,an} \\ &+ k_{H_2,out} \frac{R_H T_{an}}{V_{an}} (p_{O_2} + p_{N_2} + p_{v,ca}) \\ &- \frac{R_H T_{an}}{V_{an}} M_{H_2} \frac{n}{2F} I_{st} + \frac{k_1}{1 + \omega_{an,in}} \frac{R_H T_{an}}{V_{an}} p_{sm,an} \\ \frac{dp_{v,an}}{dt} &= -\left( \frac{\omega_{an,in} k_1}{1 + \omega_{an,in}} + k_{v,an,out} \right) \frac{R_{v,an} T_{an}}{V_{an}} p_{v,an} \\ &- \left( \frac{\omega_{an,in} k_1}{1 + \omega_{an,in}} + k_{v,an,out} \right) \frac{R_{v,an} T_{an}}{V_{an}} p_{H_2} \\ &+ k_{v,an,out} \frac{R_{v,an} T_{an}}{V_{an}} (p_{O_2} + p_{N_2} + p_{v,ca}) \\ &+ \frac{\omega_{an,in} k_1}{1 + \omega_{an,in}} \frac{R_{v,an} T_{an}}{V_{an}} p_{sm,an} \\ &+ \frac{R_{v,an} T_{an}}{V_{an}} \frac{M_v A_f n D_\omega}{t_m} (f(p_{v,ca}) p_{v,ca} - f(p_{v,an}) p_{v,an}) \\ &- \frac{R_{v,an} T_{an}}{V_{an}} \frac{M_v A_f n n_d}{F} I_{st} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $p_{O_2}$ 는 산소의 압력,  $p_{N_2}$ 는 질소의 압력,  $p_{v,ca}$ 는 캐소드의 증기 압력을 의미한다. supply manifold의 압력인  $p_{sm}$ 과 return manifold의 압력인  $p_{rm}$ 은 모두 0이라고 가정하고 stack current인  $I_{st}$ 를 입력으로 설정한다. 그리고 비선형 함수인  $f(p_{v,an})$ 와  $f(p_{v,ca})$ 는 다음의 식으로 간략히

표현할 수 있다.

$$f(p_{v,i}) = \frac{\rho_{m,dry}}{M_{m,dry}} \frac{1}{p_{sat,i}} \left( 17.81 - 39.85 \frac{p_{v,i}}{p_{sat,i}} + 36 \left( \frac{p_{v,i}}{p_{sat,i}} \right)^2 \right) \quad (5)$$

여기서  $p_{v,i}/p_{sat,i}$ 는 0에서 1사이의 값을 가진다. 위의 비선형 함수를 T-S 퍼지 시스템으로 모델링하기 위해서 다음 두 개의 방정식을 고려한다.

$$f(p_{v,i}) = I_i^1(p_{v,i}) \alpha_i p_{v,i} + I_i^2(p_{v,i}) \beta_i p_{v,i} \quad (6)$$

$$1 = I_i^1(p_{v,i}) + I_i^2(p_{v,i}) \quad (7)$$

여기서,  $\alpha_I$ 는  $(39.85^2 - 4 \cdot 17.81 \cdot 36)/(4 \cdot 36)$ 이고  $\beta_I$ 는  $\max(f(0), f(1))$ 이다. 위의 두 방정식을 이용하여 다음의 T-S 퍼지 규칙을 정할 수 있다.

Rule  $(i,j)$  of subsystem  $k$

$$R_{ij}^k : \text{If } p_{v,ca} \text{ is } I_{v,ca}^j \text{ and } p_{v,an} \text{ is } I_{v,an}^j \text{ THEN } \dot{x}_k(t) = A_{ij}^k x_k(t) + B_{ij}^k u(t) + \sum_{l=1, l \neq k}^q A_{ij}^{kl} x_l(t) \quad (8)$$

여기서,

$$A_{1j}^1 = \begin{bmatrix} -a_1 a_2 & -a_1 a_2 & -a_1 a_2 \\ -a_1 a_4 & -a_1 a_4 & -a_1 a_4 \\ -a_1 a_7 & -a_1 a_7 & -a_1 a_7 - a_1 a_6 a_{12} \alpha_{ca} \end{bmatrix},$$

$$A_{2j}^1 = \begin{bmatrix} -a_1 a_2 & -a_1 a_2 & -a_1 a_2 \\ -a_1 a_4 & -a_1 a_4 & -a_1 a_4 \\ -a_1 a_7 & -a_1 a_7 & -a_1 a_7 - a_1 a_6 a_{12} \beta_{ca} \end{bmatrix},$$

$$A_{i1}^{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & r a_1 a_6 a_{12} \alpha_{an} \end{bmatrix}, \quad A_{i2}^{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & r a_1 a_6 a_{12} \beta_{an} \end{bmatrix},$$

$$A_{1j}^2 = \begin{bmatrix} -a_9 a_8 & -a_9 a_8 \\ -a_{11} a_8 & -a_{11} a_8 - r a_8 a_6 a_{12} \alpha_{an} \end{bmatrix},$$

$$A_{2j}^2 = \begin{bmatrix} -a_9 a_8 & -a_9 a_8 \\ -a_{11} a_8 & -a_{11} a_8 - r a_8 a_6 a_{12} \beta_{an} \end{bmatrix},$$

$$A_{i1}^{21} = \begin{bmatrix} k_{H_2,out} a_8 & k_{H_2,out} a_8 & k_{H_2,out} a_8 \\ k_{H_2,out} a_8 & k_{H_2,out} a_8 & k_{H_2,out} a_8 + r a_8 a_6 a_{12} \alpha_{ca} \end{bmatrix},$$

$$A_{i2}^{21} = \begin{bmatrix} k_{H_2,out} a_8 & k_{H_2,out} a_8 & k_{H_2,out} a_8 \\ k_{H_2,out} a_8 & k_{H_2,out} a_8 & k_{H_2,out} a_8 + r a_8 a_6 a_{12} \beta_{ca} \end{bmatrix},$$

$$B_{ij}^1 = \begin{bmatrix} -a_1 a_3 \\ 0 \\ a_1 a_5 \end{bmatrix}, \quad B_{ij}^2 = \begin{bmatrix} -a_8 a_{10} \\ -a_8 a_{13} \end{bmatrix},$$

이고,  $r = 0.01$ ,  $h_{H_2,out} = 0.2 \times 10^{-7}$ 이다.  $(i,j) \in I_2$ 는 퍼지 규칙수를 나타내고,  $k \in I_q$ 는 하위 시스템의 수를 나타낸다. 고분자 연료전지 시스템의 경우는 cathode와 anode로 두 개의 하위 시스템으로 구성되어 있다. 각 파라미터의 의미와 값은 표 1에 나타나 있다.

### 3. 관측기 기반 분산 퍼지 제어기 설계

PEMFC는 기본적으로 캐소드 모델과 애노드 모델의 상호결합 형태를 띠고 있다. 하지만 일반적인 상호결합 시스템

과는 달리 입력 부분은 stack current의 공통 입력을 갖고 있다. 따라서 기존의 상호결합 시스템에 대한 분산 제어 기법이 아닌 새로운 제어 기법이 필요하다. 이를 위해 다음과 같은 공통 입력을 갖는 퍼지 상호결합 시스템을 고려한다.

표 1. PEMFC의 파라미터들의 값

Table 1. Parameters of PEMFC

	Meaning	Value
$a_1$	$\frac{R_{O_2} T_{ca}}{V_{ca}} = \frac{R_{N_2} T_{ca}}{V_{ca}} = \frac{R_{v,ca} T_{ca}}{V_{ca}}$	293498.32
$a_2$	$\frac{x_{O_2,in} k_{ca,in}}{1 + \omega_{ca,in}} + \frac{x_{O_2,out} k_{ca,out}}{1 + \omega_{ca,out}}$	0.00000045385
$a_3$	$M_{O_2} \frac{n}{4F}$	0.00003159
$a_4$	$\frac{(1 - x_{O_2,in}) k_{ca,in}}{1 + \omega_{ca,in}} + \frac{(1 - x_{O_2,out}) k_{ca,out}}{1 + \omega_{ca,out}}$	0.2
$a_5$	$\frac{M_v n (1 + 2 A_{fc} n_d)}{2F}$	0.00000213465
$a_6$	$\frac{M_v A_{fc} n D_\omega}{t_m}$	0.46688
$a_7$	$\frac{\omega_{ca,in} k_{ca,in}}{1 + \omega_{ca,in}} + \frac{\omega_{ca,out} k_{ca,out}}{1 + \omega_{ca,out}}$	0.0000025885
$a_8$	$\frac{R_H T_{an}}{V_{an}} = \frac{R_{v,an} T_{an}}{V_{an}}$	586996.64
$a_9$	$\frac{k_1}{1 + \omega_{an,in}} + k_{H_2,out}$	0.00000202
$a_{10}$	$M_{H_2} \frac{n}{2F}$	0.000039488
$a_{11}$	$\frac{\omega_{an,in} k_1}{1 + \omega_{an,in}} + k_{v,an,out}$	0.00000202
$a_{12}$	$\frac{\rho_{m,dry}}{M_{m,dry}} \frac{1}{p_{sat,i}}$	0.00036364
$a_{13}$	$\frac{M_v A_{fc} n n_d}{F}$	0.025244

$$\dot{x}_k(t) = \sum_{i=1}^r h_i^k(z_k(t)) \left( A_i^k x_k(t) + B_i^k u(t) + \sum_{l=1, l \neq k}^q A_i^{kl} x_l(t) \right) \quad (9)$$

여기서,

$$h_i^k(z_k(t)) = \left( \prod_{m=1}^p \Gamma_m^i(z_{km}(t)) \right) / \sum_{i=1}^r \left( \prod_{m=1}^p \Gamma_m^i(z_{km}(t)) \right)$$

이고,  $\Gamma_m^i(z_{km}(k))$ 는 소속함수의 소속정도를 나타낸다. 또한,  $r$ 은 퍼지 규칙수를 나타내고  $A_i^k$ ,  $B_i^k$ ,  $C^k$ 와  $A_i^{kl}$ 는 적절한 크기를 가지는 선형 행렬이다.

위의 퍼지 상호결합 시스템을 바탕으로 관측기 기반 퍼지 분산 퍼지 제어기를 설계한다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_k(t) &= \sum_{i=1}^r h_i^k(z_k(t))(A_i^k \hat{x}_k(t) + B_i^k u(t) - L_i^k(y_k(t) - \hat{y}_k(t))) \\ y_k(t) &= C^k \hat{x}_k(t) \\ u(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{l=1}^q h_i^k(z_k(k)) K_i^k \hat{x}_k(t)\end{aligned}\quad (10)$$

위 시스템의 안정도를 구하기 위해 상태변수와 상태변수 추정치 간의 오차를 고려한다.

$$e_k(t) = x_k(t) - \hat{x}_k(t) \quad (11)$$

설계된 제어기 (10)을 (9)와 (11)에 대입하면 다음과 같은 페루프 시스템을 얻을 수 있다.

$$\dot{\chi}_k = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^k(z_k(t)) h_j^k(z_k(t)) \left( \Phi_{ij}^k \chi_k + \sum_{l=1, l \neq k}^q h_j^l(z_k(t)) \Phi_{ij}^{kl} \chi_l \right) \quad (12)$$

여기서,

$$\begin{aligned}\chi_k &= \begin{bmatrix} x_k(t) \\ e_k(t) \end{bmatrix}, \\ \Phi_{ij}^k &= \begin{bmatrix} A_i^k + B_i^k K_j^k & -B_i^k K_j^k \\ 0 & A_i^k + L_i^k C^k \end{bmatrix}, \\ \Phi_{ij}^{kl} &= \begin{bmatrix} A_i^{kl} + B_i^k K_j^l & -B_i^k K_j^l \\ 0 & A_i^{kl} \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

본 논문의 목적은 페루프 시스템 (12)이 안정화되는 충분조건을 구하고 이를 통해, 이득 행렬  $L_i^k$ 와  $K_i^k$ 를 구하는 것이다. 이를 위해서는 다음의 보조 정리가 필요하다.

**보조 정리 1** 적합한 차원의 어떤 양한정 행렬  $P^k$ 와 양수  $\alpha$ 가 주어졌을 때 다음의 방정식은 항상 성립한다.

$$\sum_{k=1}^q \sum_{l=1, l \neq k}^r \alpha \chi_l(t)^T P^l \chi_l(t) = \sum_{k=1}^q \sum_{l=1, l \neq k}^r \alpha \chi_k(t)^T P^k \chi_k(t)$$

위의 보조 정리를 이용하여 페루프 상호결합 시스템의 안정도 조건을 구하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

**정리 1** 만약 다음의 선형 행렬 부등식들을 만족하는 양한정 행렬  $Q_1^k$ ,  $P_2^k$ 와 어떤 행렬  $M_i^k$ ,  $N_i^k$ 가 존재하게 된다면, 관측기 기반 분산 퍼지 제어기를 가지는 비선형 상호결합 시스템은 점근적으로 안정하게 된다.

$$\begin{bmatrix} \Psi_{ij}^k & * & * & * \\ -\frac{1}{q-1}(B_i^k M_j^k)^T & Q_{ij}^k & * & * \\ (\Psi_{ij}^{kl})^T & 0 & -\frac{\alpha}{q-1} Q_1^l & * \\ -(B_i^k M_j^l)^T & (A_i^{kl})^T P^k & 0 & -\frac{\alpha}{q-1} P_2^l \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{ij}^k + \Psi_{ji}^k & * & * & * \\ -\frac{1}{q-1}(B_i^k M_j^k)^T & Q_i^k + Q_j^k & * & * \\ (\Psi_{ij}^{kl} + \Psi_{ji}^{kl})^T & 0 & -\frac{2\alpha}{q-1} Q_1^l & * \\ -(B_i^k M_j^l + B_j^k M_i^l)^T & (A_i^{kl} + A_j^{kl})^T P_2^k & 0 & -\frac{2\alpha}{q-1} P_2^l \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

여기서

$$\begin{aligned}\Psi_{ij}^k &= \frac{1}{q-1} (A_i^k Q_1^k + Q_1^k (A_i^k)^T + B_i^k M_j^k + (B_i^k M_j^k)^T + \alpha Q_1^k), \\ Q_{ij}^k &= \frac{1}{q-1} (P_2^k A_i^k + (A_i^k)^T P_2^k + N_i^k C^k + (N_i^k C^k)^T + \alpha P_2^k), \\ \Psi_{ij}^{kl} &= A_i^{kl} Q_1^l + B_i^k M_j^l\end{aligned}$$

이고,  $1 \leq i < j \leq r$ , \*는 행렬에서의 전청요소를 의미한다.

**증명)** 다음과 같은 Lyapunov 함수 후보를 정의한다.

$$V = \sum_{k=1}^q (x_k(t)^T P_1^k x_k(t) + e_k(t)^T P_2^k e_k(t))$$

여기서  $P_1^k$ 와  $P_2^k$ 는 양한정 행렬이다. 위의 Lyapunov 함수 후보의 변화율을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \sum_{k=1}^q (\dot{\chi}_k^T P^k \chi_k + \chi_k^T P^k \dot{\chi}_k) \\ &= \sum_{k=1}^q \sum_{l=1, l \neq k}^r \sum_{i=1, i \neq j=1}^q h_i^k(z_k(t)) h_j^k(z_k(t)) h_j^l(z_l(t)) \\ &\quad \times \begin{bmatrix} \chi_k \\ \chi_l \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{q-1} ((\Phi_{ij}^k)^T P^k + P^k \Phi_{ij}^k) & P^k \Phi_{ij}^{kl} \\ (\Phi_{ij}^{kl})^T P^k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi_k \\ \chi_l \end{bmatrix} \quad (15)\end{aligned}$$

식 (15)에 보조 정리 1의 대입하고 풀어주면, 다음의 두 부등식이 성립하면 상호결합 시스템이 안정화됨을 알 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{q-1} ((\Phi_{ii}^k)^T P^k + P^k \Phi_{ii}^k + \alpha P^k) & P^k \Phi_{ii}^{kl} \\ (\Phi_{ii}^{kl})^T P^k & -\frac{\alpha}{q-1} P^l \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{q-1} ((\Phi_{ij}^k)^T P^k + P^k \Phi_{ij}^k) & P^k \Phi_{ij}^{kl} + P^k \Phi_{ji}^{kl} \\ + (\Phi_{ji}^k)^T P^k + P^k \Phi_{ji}^k + 2\alpha P^k & -\frac{2\alpha}{q-1} P^l \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

위의 두 부등식의 양변에  $diag\{(P_1^k)^{-1}, I, (P_1^l)^{-1}, I\}$ 를 곱해주고  $(P_1^k)^{-1} = Q_1^k$ ,  $K_i^k (P_1^k)^{-1} = M_i^k$ 와  $N_i^k = P_2^k L_i^k$ 를 치환해주면 정리 1의 선형 행렬 부등식 (13)와 (14)를 얻을 수 있다.

**참조 1** 기존의 상호결합 시스템에 대한 분산 제어 기법 연구는 각각의 시스템이 서로 다른 입력을 가지고 있는 경우에 대해서만 진행되었다. 하지만 PEMFC의 경우와 같이 공동 입력을 갖는 상호결합 시스템에 대한 제어 기법이 연구

된 바는 없다.

#### 4. 모의실험

정리 1에서 구한 선형 행렬 부등식을 이용하여 고분자 전해질 연료전지 시스템의 관측기 기반 분산 퍼지 제어기를 설계한다. 이때,  $\alpha = 1$ 로 정하면 관측기와 제어기의 이득값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K_1^1 = [0.061902 \ -0.013162 \ 0.00021868],$$

$$K_2^1 = [0.059157 \ -0.012579 \ 0.00054425],$$

$$K_3^1 = [0.09284 \ -0.019747 \ 0.00020013],$$

$$K_4^1 = [0.091384 \ -0.019437 \ 0.00057374],$$

$$K_1^2 = [-9.6905 \times 10^{-6} \ 1.541 \times 10^{-5}],$$

$$K_2^2 = [-8.7456 \times 10^{-6} \ 9.7873 \times 10^{-6}],$$

$$K_3^2 = [8.511 \times 10^{-6} \ -0.00011937],$$

$$K_4^2 = [9.4927 \times 10^{-6} \ -0.00019153],$$

$$L_1^1 = \begin{bmatrix} -0.98895 \\ 1.2755 \\ 201.47 \end{bmatrix}, \quad L_2^1 = \begin{bmatrix} -0.98894 \\ 1.2755 \\ 201.88 \end{bmatrix},$$

$$L_3^1 = \begin{bmatrix} -0.98807 \\ 1.2725 \\ 198.42 \end{bmatrix}, \quad L_4^1 = \begin{bmatrix} -0.98805 \\ 1.2725 \\ 198.95 \end{bmatrix},$$

$$L_1^2 = \begin{bmatrix} 0.65798 \\ 586.67 \end{bmatrix}, \quad L_2^2 = \begin{bmatrix} 0.72224 \\ 660.95 \end{bmatrix},$$

$$L_3^2 = \begin{bmatrix} -0.038529 \\ -278.12 \end{bmatrix}, \quad L_4^2 = \begin{bmatrix} 0.0094748 \\ -231.28 \end{bmatrix}.$$

그림 1, 2, 3, 4는 모의실험의 결과로 시스템의 상태변수  $x_k(t)$ 와 상태변수와 추정치 간의 오차  $e_k(t)$ 를 나타내는 것으로 시스템이 안정화되었다는 것을 알 수 있다. 이를 통해, 우리는 공통 입력을 갖는 비선형 상호결합 시스템의 분산 퍼지 제어기를 설계하였으며, 제어기를 통하여 PEMFC가 안정화되었다는 것을 알 수 있다.

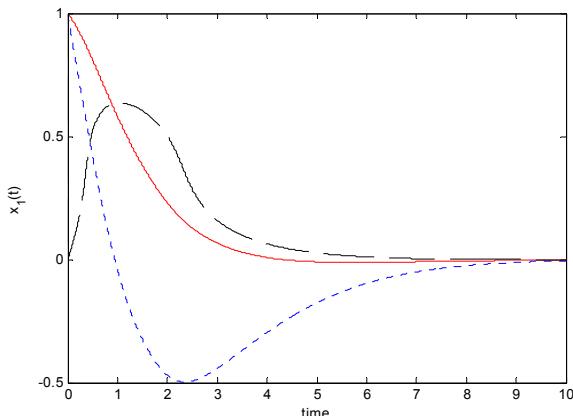


그림 2. 캐소드 모델의 상태변수들  
Fig. 2. states of cathode flow model

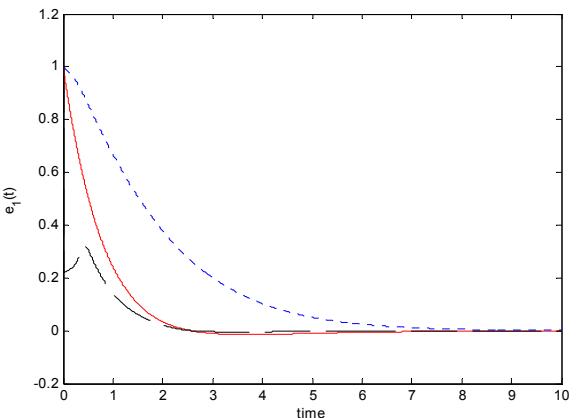


그림 3. 캐소드 모델의 상태변수와 추정치 간의 오차  
Fig. 3. errors between states and estimates  
of cathode flow model

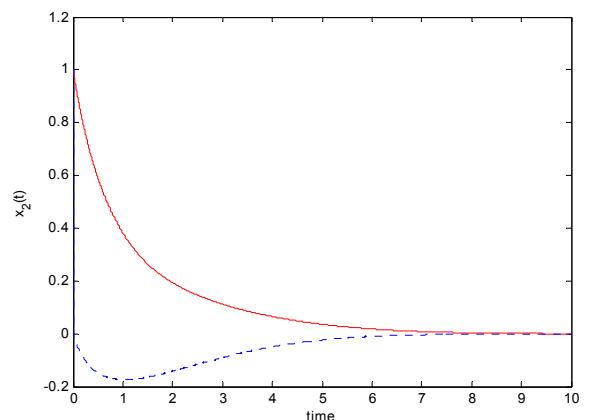


그림 4. 애노드 모델의 상태변수들  
Fig. 4. states of anode flow model

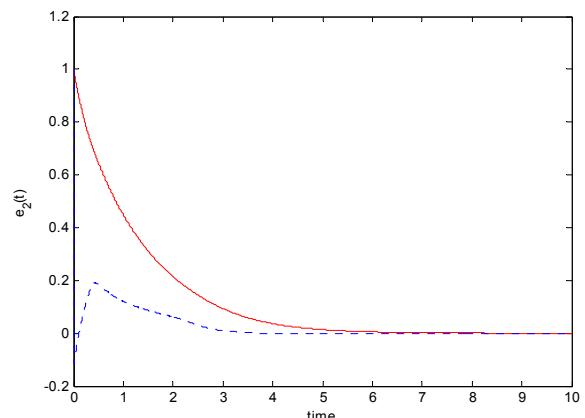


그림 5. 애노드 모델의 상태변수와 추정치 간의 오차  
Fig. 5. errors between states and estimates  
of anode flow model

## 5. 결 론

본 논문에서는 PEMFC의 전압 안정화를 위해 공통 입력을 갖는 비선형 상호결합 시스템의 관측기 기반 분산 퍼지 제어기를 설계하였다. PEMFC가 비선형 상호결합 시스템 형태임을 보였고, 관측기 기반 제어 기법을 통하여 제어가 가능함을 보였다. 제어기의 설계 문제는 선형 행렬 부등식을 통하여 해결하였으며 또한, 선형 행렬 부등식의 해가 존재할 경우, 비선형 상호결합 시스템이 안정화됨을 증명하였다. 결국, 관측기 기반 분산 퍼지 제어기를 이용하여, 모의 실험을 통하여 그 우수성을 증명하였다.

## 참 고 문 현

- [1] J. V. Mierlo, and G. Maggetto, "Fuel cell or battery: electric cars are the future," *Fuel Cells*, vol. 7, pp. 165–173, 2007.
- [2] 이원용, 문현주, "연료전지 현황 및 전망," *설비저널*, 제39권, 1호, pp. 45–54, 2010.
- [3] 지식경제부, 그린에너지 전략 로드맵 – 연료전지, 2009.
- [4] J. T. Pukrushpan, A. G. Stefanopoulou, and H. Peng, *Control of fuel cell power systems*, Springer, 2004.
- [5] T. Kurz, A. Hakenjos, J. Krmer, M. Zedda, and C. Ager, "An impedance-based predictive control strategy for the state-of-health if PEM fuel cell stacks," *Journal of Power Sources*, vol. 180, pp. 742–747, 2008.
- [6] M. A. Danzer, J. Wilhelm, H. Aschemann, and E. P. Hofer, "Model-based control of cathode pressure and oxygen excess ratio of a PEM fuel cell system," *Journal of Power Sources*, vol. 176, pp. 515–522, 2008.
- [7] D. Chen, W. Li, and H. Peng, "An experimental study and model validation of a membrane humidifier for PEM fuel cell humidification control," *Journal of Power Sources*, vol. 180, pp. 461–467, 2008.
- [8] F. Grasser, and A. Rufer, "A fully analytical PEM fuel cell system model for control applications," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 43, no. 6, pp. 1499–1506, 2007.
- [9] M. Arcak, H. Gorgun, L. M. Pedersen, and S. Varigonda, "An adaptive observer design for fuel cell hydrogen estimation," Proc. American Contr. Conf., pp. 2037–2042, 2003.
- [10] X. G. Yan, J. J. Wang, X. Y. Lu, and S. Y. Zhang, "Decentralized output feedback robust stabilization for a class of nonlinear interconnected systems with similarity," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, no. 2, pp. 294–299, 1998.
- [11] X. G. Yan, C. Edwards, and S. K. Spurgeon, "Decentralised robust sliding mode control for a class of nonlinear interconnected systems by static output feedback," *Automatica*, vol. 40, pp. 613–620, 2004.
- [12] B. Y. Zhu, Q. L. Zhang, and X. F. Zhang, "Decentralized robust guaranteed cost control for uncertain T-S fuzzy interconnected systems with time delays," *International Journal of Information and Systems Sciences*, vol. 1, no. 1, pp. 73–88, 2005.
- [13] C. S. Tseng and B. S. Chen, " $H_\infty$  decentralized fuzzy model reference tracking control design for nonlinear interconnected systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 9, no. 6, pp. 795–809, 2001.
- [14] F. H. Hsiao, C. W. Chen, Y. W. Liang, S. D. Xu, and W. L. Chiang, "T-S fuzzy controllers for nonlinear interconnected systems with multiple time delays," *IEEE Transactions on Circuit and Systems*, vol. 52, no. 9, pp. 1883–1893, 2005.
- [15] R. J. Wang, "Nonlinear decentralized state feedback controller for uncertain fuzzy time-delay interconnected systems," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 151, pp. 194–204, 2005.
- [16] J. Larminie and A. Dicks, *Fuel cell systems explained*, John Wiley & Sons Inc., 2000.
- [17] J. T. Pukrushpan, H. Peng, and A. G. Stefanopoulou, "Control-oriented modeling and analysis for automotive fuel cell systems," *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 126, pp. 14–25, 2004.
- [18] 김용석, 김철진, "고분자 연료전지 발전시스템에 대한 비선형 관측기 설계," *전기학회논문지*, 제58권, 2호, pp. 314–321, 2009.

## 저 자 소 개



### 구근범(Geun Bum Koo)

2007년 : 연세대학교 전기전자공학과 졸업.  
2007년~현재 : 동 대학원 전기전자공학과  
석박사통합과정

관심분야 : 퍼지 시스템, 비선형 제어, 디지털 제어  
Phone : 02-2123-2773  
E-mail : milbam@yonsei.ac.kr



### 박진배(Jin Bae Park)

1977년 : 연세대학교 전기공학과 졸업.  
1985~1990년 : Kansas State University  
전기 및 컴퓨터 공학과 졸업 (박사)  
1990~1991년 : Kansas State University  
전기 및 컴퓨터 공학과  
조교수.

현재 : 연세대학교 전기전자공학과 교수.

Phone : 02-2123-2773  
E-mail : jbpark@yonsei.ac.kr



**주영훈(Young Hoon Joo)**  
1982년, 1984년, 1995년 : 연세대학교 전기  
    공학과 졸업 (공학사, 공학석사,  
    공학박사).  
1986~1995년 : 삼성전자 (주) 생산기술센  
    터 팀장.  
1995년~현재 : 군산대학교 제어로봇공학과  
    정교수.  
1998~1999년 : 미국 휴스턴대학 박사후박사.  
2009년 : 한국지능시스템학회 회장.

Phone : 063-469-4706  
E-mail : yhjoo@kunsan.ac.kr