

Al6061-T6 판재의 마찰교반용접 3D 유한요소 해석

구병춘^{*,†} · 정현승^{*}

^{*}한국철도기술연구원

3D Finite Element Analysis of Friction Stir Welding of Al6061 Plates

Byeong-Choon Goo^{*,†} and Hyun-Seung Jung^{*}

^{*}Korea Railroad Research Institute, Uiwang 437-757, Korea

[†]Corresponding author : bcgoo@krii.re.kr

(Received May 19, 2011, Revised June 28, 2011, Accepted August 16, 2011)

Abstract

Friction stir welding (FSW) is a solid state joining method patented in 1991 by The Welding Institute (TWI). It is widely used for joining light metals such as Al and Mg alloys. Foreign railway vehicle manufacturing companies have been applying FSW to car body welding, but domestic companies are in the beginning of feasibility study. Therefore, lots of experimental and analytical study is needed. In this study, three-dimensional finite element modeling of the friction stir welding of two Al6061-T6 plates was carried out. And temperature field and residual stresses were obtained and compared to experimental results in the literature. It is found the analytic thermal field is in a good agreement with the experimental results, but there are some differences between numerical and experimental residual stresses.

Key Words : Al6061-T6, Finite element, Friction stir welding, Temperature, Residual stress

1. 서 론

마찰교반용접(Friction Stir Welding, FSW)은 영국의 TWI(The Welding Institute)의 연구진이 개발하여 1991년 특허를 출원한 이후 많은 연구가 진행되었고¹⁾ 현재에는 자동차, 조선, 항공, 철도 등의 분야에서 알루미늄 합금, 마그네슘 합금 등 경량금속의 접합에 많이 적용되고 있다. 마찰교반용접은 고속으로 회전하면서 이동하는 공구와 결합 대상 금속의 표면에서 발생하는 마찰열을 이용하므로(Fig. 1) 용접변형이 적고, 보호가스나 용매가 필요 없어 친환경적이며, 금속의 용융온도 이하에서 결합되므로 수축이 적고, 기공의 발생이 적어 용접부의 품질이 우수하며, 용접부의 기계적 강도도 기존의 용접에 비해 우수하다. 철도분야에서는 철도차량의 경량화를 위해 Al 합금, Mg 합금, 스테인레스 등의 적용이 확대되는 추세에 있으며, 일본, 유럽

의 선진 철도차량 제작사들은 기존의 용접법을 대체하여 마찰교반용접을 도입하여 고 품질의 차체를 제작하고 있다. 그러나 국내 철도 분야에서는 아직 타당성 연구를 시작하는 단계라 할 수 있어 이 분야에 대한 실험적, 이론적인 많은 연구가 요구되고 있다²⁾. 박영빈 등³⁾은 Al 6005 합금을 다양한 조건에서 마찰교반용접을 수행하고, 인장시험을 하여 인장강도, 경도 등 특성을 분석하였고, 김원경 등^{4,5)}은 Al 6005 판재에 대해 반응표면분석법을 적용하여 마찰교반용접에 관련된 여러 파라메타의 효과를 인장강도, 경도, 피로강도 등의 측면에서 실험적으로 분석하고 파라메타의 최적값을 도출하였다. 마찰교반용접에 대한 수치해석 연구로는 Chen과 Kovacevic¹⁾, Khandkar 등⁶⁾은 마찰열을 열원으로 입력하여 온도와 잔류응력을 구하였고, Song과 Kovacevic⁷⁾는 이동좌표계를 사용하여 공구의 회전을 모델링 하고 유한차분법으로 온도분포를 해석하였다. Soundararajan 등⁸⁾은 공구와 Al 판 사이의 접촉해석을 하였고 Al 판

과 지지판 사이의 접촉조건에 따라 다른 열전달계수값을 사용하여야 한다고 주장하였다. Deng과 Xu⁹⁾ 는 이차원 유한요소 모델로 핀 주위의 물질 입자의 회전을 모사하였고, Zhang과 Zhang¹⁰⁾ 은 3차원 유한요소 모델로 물질입자의 유동과 잔류응력을 해석하였다.

Feng 등¹¹⁾ 은 3차원 유한요소 해석으로 마찰교반용접에 의한 조직변화, 경도변화 등을 예측하였다. Hamilton 등¹²⁾ 은 온도에 따라 공구와 Al 판 사이의 마찰거동이 달라짐을 고려하여 해석하였다. Assidi 등¹³⁾ 은 Coulomb 및 Norton의 마찰모델을 적용하여 온도와 수직력을 해석하고 두 모델의 장단점을 비교하였다. Kim 등¹⁴⁾ 은 Al 판과 지지판 사이의 열전달 경계조건이 온도분포에 큰 영향을 끼침을 보여 주었다.

6000계열 알루미늄 합금 중 구조용으로 Al6005와 Al6061이 T6 열처리 후 많이 사용되고 있다. Al6005는 Al에 Mg과 Si를 첨가한 합금이고, 6061은 Mg, Si 외에 Cu, Cr 등을 추가로 첨가한 합금이다. 본 연구에서는 Al6061-T6 합금을 마찰교반용접으로 결합하는 경우 톨과 판의 마찰에서 발생하는 열을 계산하고 이 열을 이동열원으로 사용하여 마찰교반용접을 유한요소법으로 해석하는 유용한 방법을 제시하고자 하였다. 공구와 Al 판 사이의 마찰열을 계산하고 Al 판으로 유입되는 열의 분담률을 고려하여 유입 열량을 구하고 이를 3차원 유한요소 모델의 입력으로 하여 마찰교반용접 시 발생하는 온도분포와 잔류응력을 구하고 문헌의 실험결과와 비교 검토하였다.

2. 마찰교반용접 유한요소 모델링

2.1 열전달 모델링

마찰교반용접에서 발생하는 열은 회전하는 공구와 Al 판 사이의 마찰에 의한 마찰열과 재료의 소성변형에 의한 열이다. 공구의 속도가 빠를수록 마찰열이 지배적이다. 본 연구의 모델에서는 재료의 소성변형에 의한 열은 무시하고 공구와 판의 마찰열만을 고려한다. 공구와 판의 마찰은 솔드와 판, 공구의 핀 끝 면과 판, 그리고 핀의 표면과 판 사이에서 일어난다. 따라서 공구의 회전에 필요한 토크 T 는 다음과 같이 나타낼 수 있다¹²⁾.

$$T = T_{should} + T_{bottom} + T_{surface} \tag{1}$$

마찰면에서 균일한 크기의 전단력 τ 가 작용한다고 가정하면 토크 T 는 다음과 같이 표현된다.

$$T = \int_{r_i}^{r_0} \tau r 2\pi r dr + \int_0^{r_i} \tau r 2\pi r dr + 2\pi \tau r_i^2 h \tag{2}$$

여기서 r_0 는 공구 솔드의 반경, r_i 는 핀의 반경, h 는 핀의 길이이다. 공구에 작용하는 수직력을 F , 공구와 판의 마찰계수를 μ 라고 하면 식 (2)는 아래와 같이 표현된다.

$$T = 2\mu F \left(\frac{r_0}{3} + \frac{r_i^2}{r_0^2} h \right) \tag{3}$$

따라서 단위 시간당 발생하는 열에너지 P 는

$$P = T\bar{\omega} \tag{4}$$

여기서 $\bar{\omega}$ 는 각속도이다.

용접 단위길이당의 에너지 E_l 은 P 를 용접속도 v_w 을 나누어 구한다.

$$E_l = P / v_w \tag{5}$$

그러나 발생한 열에너지의 일부는 공구를 통하여 전달되어 소모되므로 전체 마찰열 중 Al 판으로 전달되는 열의 분담률을 η 라 하면 실제 마찰교반용접에 사용되는 용접 단위길이당의 유용한 열에너지 E_e 는 다음과 같다.

$$E_e = \eta E_l \tag{6}$$

여기서 분담률 η 는 공구와 Al 판의 밀도(ρ), 비열(c) 그리고 열전달계수(k)의 값에 따라 아래와 같이 주어진다¹⁶⁾.

$$\frac{1}{\eta} = 1 + \left(\frac{\rho_t c_t k_t}{\rho_a c_a k_a} \right)^{1/2} \tag{7}$$

여기서 첨자 t 와 a 는 각각 공구와 알루미늄합금을 나타낸다. 식 (7)은 마찰에 의한 열이 마찰면에 수직방향으로 일차원 유동을 한다는 가정과 대류열전달계수가 매우 작고, 마찰면에서 공구와 알루미늄판의 온도가 같다는 가정 하에 이론적으로 얻어진 값이다¹⁶⁾. ρ , c , k 가 온도에 따라 변하므로 분담률은 용접과정에서 달라질 수 있지만 용접부에서 공구와 알루미늄판의 온도가 모두 증가하므로 그 변화가 작다고 보고 상온에서의 값을 사용하였다.

온도해석을 위한 Al 판에 대한 Fourier의 열전달방

정식은 다음과 같다¹⁾.

$$\frac{\partial}{\partial x}(k_x \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(k_y \frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(k_z \frac{\partial T}{\partial z}) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (8)$$

여기서 T 는 온도, k_x , k_y , k_z 는 각각 x , y , z 방향의 열전도도, ρ 는 밀도이다. Al 판이 등방성이라 가정하고 열전달계수는 방향에 관계없이 일정한 값을 취하였다. 열전달계수, 밀도, 비열은 온도에 따라 변화하는 값을 사용하였다. 경계조건으로는 용접라인을 따라 (Fig. 1에서 $X=0$ 인 평면) 대칭조건을 적용하였고, 열대류계수의 값으로 Al 판이 지지판과 접촉하는 아랫면에는 접촉조건에 따라 $h = 30 \sim 300 (W/m^2K)$ 정도의 크기로 알려져 있으므로^{8,12)} 본 연구에서는 $h = 150 (W/m^2K)$ 을 취하였고, 대기와 접촉하는 나머지 면에는 자연 대류 상태와 유사한 값으로 $h = 15 (W/m^2K)$ ¹²⁾를 적용하였다. 한편, 공구와 Al 판의 상온에서의 물성값¹³⁾을 사용하여 열 분담률을 계산하면 $\eta = 68\%$ 가 얻어진다.

2.2 유한요소 모델링

해석 대상은 $50 \times 240 \times 6.0$ mm 크기의 Al 6061-T6 판 두 개이다. 마찰교반용접은 Y 축을 따라 이루어지므로 Y축을 따라 대칭이므로 반만 모델링 하였다. 유한요소는 8개의 절점을 갖는 육면체 요소를 사용하였다. 요소는 마찰열이 작용하는 부위에서는 조밀하게 나누고 가장자리로 갈수록 커지도록 분할하였다. 요소의 전체 수는 5,304개, 절점의 수는 7,560개이다(Fig. 2). 두께 방향으로로는 3개의 요소로 분할하여 두께방향으로 온도와 응력의 분포를 관찰할 수 있도록 하였다. 용접 시 경계조건으로 왼쪽 면($X=0$)은 대칭경계조건을 부여하였고, 오른쪽 면($X=50$)은 지그가 판을 고정하는 부위에서 변위를 구속하였다. 지지판과 접촉하는 알루미늄 판의 아랫면은 Z방향의 변위를 구속하였다. 용접이 끝

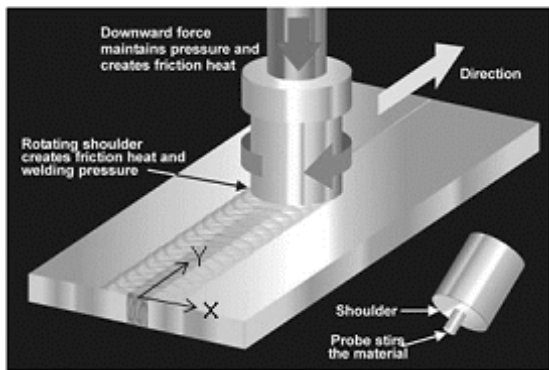


Fig. 1 Schematic diagram of friction stir welding¹⁵⁾

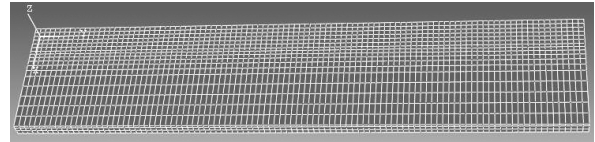


Fig. 2 Three dimensional finite element model and coordinate system

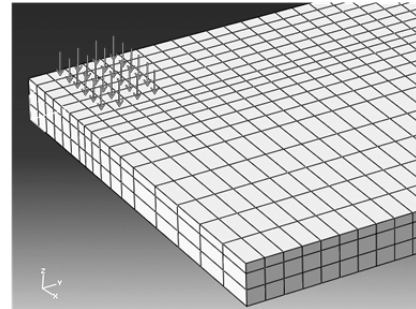


Fig. 3 Heat input at a step

나고 판의 온도가 대기온도로 냉각되었을 때 용접시 구속한 경계조건을 제거하여 구속이 없는 상태의 잔류응력을 구했다. 마찰열의 분포는 공구의 솔드와 Al 판의 마찰계수, 표면조건, 온도에 따른 재료의 변형특성 등 다양한 인자에 의해 달라지므로 정확한 분포를 알기가 매우 어려우므로 균일하다고 가정하였다. 공구와 판 사이의 마찰면적을 A 라 하면 단위시간, 단위면적당 판으로 들어가는 마찰열은 $\eta P / A (J/sm^2)$ 이다. 마찰열이 작용하는 부분의 유한요소의 크기는 $2 \times 2.3 \times 1.6$ mm이다. 마찰열은 임의의 시간 스텝에서 공구 솔드의 반경 12mm와 대칭을 고려하여 x방향으로 6개 요소, y 방향으로 4개 요소를 통하여 입력되도록 하였고(Fig. 3) 용접속도가 2.3mm/s 이므로 한 스텝에서 1초간(한 개의 요소를 지나는 데 소요되는 시간) 열을 가하고 용접 방향으로 한 요소 이동 후 다시 1초간 열을 가하는 작업을 반복하여 용접공정을 해석하였다. 각 스텝에서 마찰열이 작용하는 y 방향의 요소 수가 온도분포에 영향을 미치는데 4개 요소인 경우 실험온도와 잘 일치하였다.

3. 해석 결과 및 검토

해석에 사용한 열팽창계수 α , 비열 등의 상온에서의 값은 Table 1과 같고 온도에 대한 변화는 문헌^{9,12-14)}의 값에서 인용하였으며 Figs. 4, 5와 같다.

유한요소해석은 ABAQUS 코드를 이용하여 하였다. 아크 용접 해석과 유사한 방법을 적용하여 해석을 수행한다. 온도해석과 열응력 해석은 순차적으로 수행되었다. 온도해석은 마찰에 의해 발생하는 열을 공구와 접

Table 1 Parameter values used for the simulation at room temperature^{9,12-14)}

ρ (Kg/m ³)	c (J/kgK)	k (W/mK)	α (/°C)	ν (-)	E (GPa)	σ_y (GPa)
2710	896	167	2.36×10^{-5}	0.33	66.94	241

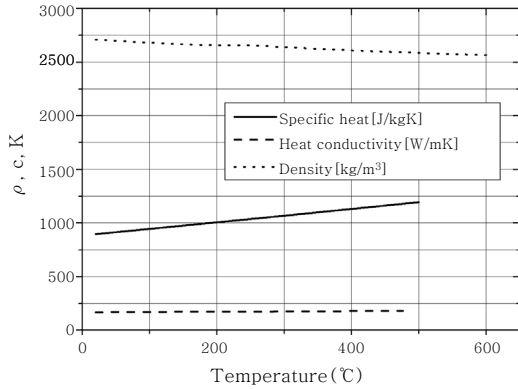


Fig. 4 ρ, c, K vs. temperature^{9,12-14)}

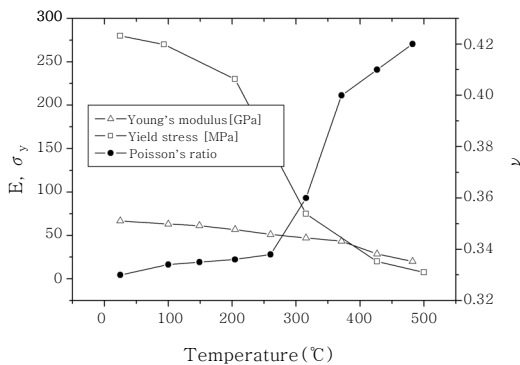


Fig. 5 E, σ_y, ν vs. temperature^{9,12-14)}

축하는 플레이트의 접촉면에 놓여있는 요소의 표면에 공구가 접촉하는 요소를 통과하는 시간만큼 입력 열원으로 준다. 다음 단계에서 열원은 다음 접촉 요소로 이동하고 이러한 방식으로 용접이 완료될 때까지 해석을 수행한다. 각 시간 스텝에서 온도에 의존하는 변수들의 값을 이용하여 Fourier의 열방정식을 풀어 온도분포를 구하고, 각 스텝에서의 온도분포를 저장해 둔다. 이렇게 하여 온도해석을 완료한 후 판이 대기온도로 냉각되었을 때 실제 용접시의 지그 상태와 같이 경계조건을 부여하고 앞에서 구한 온도분포를 이용하여 각 스텝에서 탄소성 응력해석을 한다. 각 스텝에서 Newton의 알고리즘을 적용하여 응력과 변형률을 구한다¹⁷⁾. 탄소성 해석 후 지그의 구속이 없는 상태에서의 잔류응력을 구하기 위해 지그의 구속해당하는 경계조건을 풀어

구속이 없는 상태에서의 잔류응력을 구하였다. 재료의 소성변형에 의한 열은 고려하지 않았고 공구와 Al 판의 마찰열만을 열원으로 취했다. 등방성 경화법칙을 적용하였다. 용접속도와 회전속도는 문헌의 실험 시 사용한 값과 동일하게 $v_w = 2.3$ mm/s, 공구의 회전수는 500 rpm을 적용하였다¹⁾. 그리고 공구에 작용하는 수직력은 19,000 N, 공구와 Al 판의 마찰계수는 0.5를 적용하였다^{8,13)}. Figs. 6-11은 용접이 진행됨에 따라 나타나는 온도분포를 보여준다. 용접의 시작과 끝나는 부위를 제외하면 판의 온도분포는 거의 일정함을 알 수 있다. Fig. 12는 공구가 중앙부를 통과할 때 중앙부 단면의 온도 분포이다. 등은 영역이 V자 형태로 형성됨을 볼 수 있다. 밑면에서는 대류열전달계수가 $h = 150$ (W/m²K)

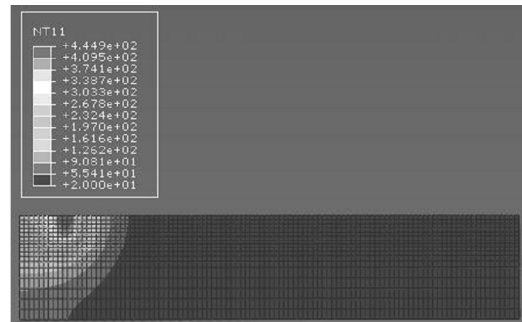


Fig. 6 Temperature field distribution at 8.3 sec

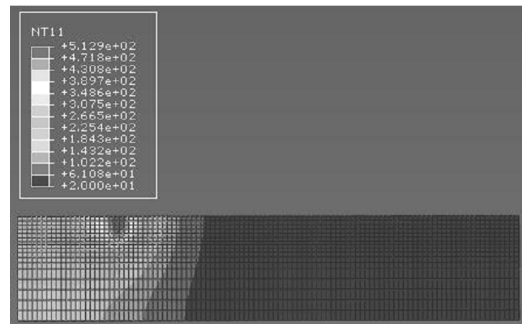


Fig. 7 Temperature field distribution at 20.02s

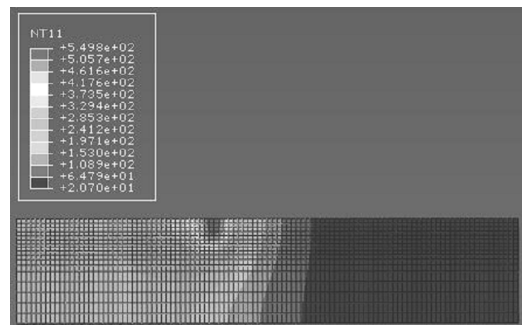


Fig. 8 Temperature field distribution at 40.03s

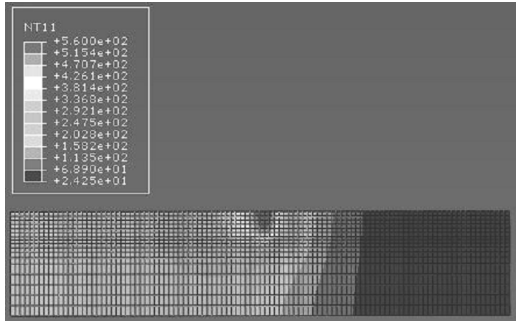


Fig. 9 Temperature field distribution at 52.51s

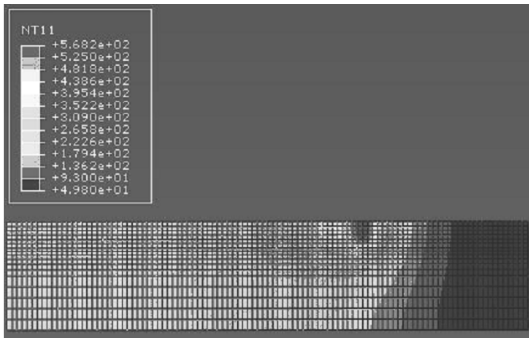


Fig. 10 Temperature field distribution at 70.02s

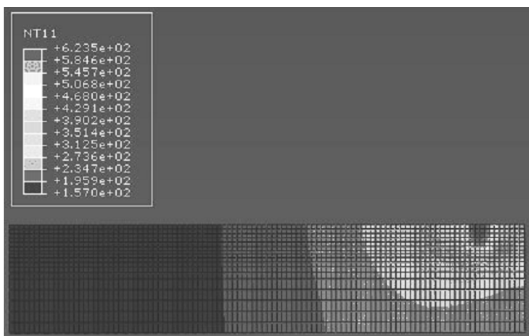


Fig. 11 Temperature field distribution at 94s

으로 상대적으로 커 윗쪽 표면으로 들어간 열이 아래 표면을 따라 잘 전달되어 윗면에 비해 온도가 낮음을 알 수 있다. Fig. 13은 윗쪽 표면으로부터 1.6 mm, X 축 방향으로 10 mm 떨어진 곳에서 온도 이력을 열 전대를 사용하여 측정한 실험값¹⁾ 과 비교하여 나타낸 것이다. 공구가 왼쪽에서 중앙부로 다가갈 때 두 온도의 크기가 잘 일치하고 있다. 공구가 중앙부를 지나 측정지점은 냉각이 될 때 약간의 차이가 있지만 전반적으로 해석결과와 시험결과가 잘 일치한다. Fig. 14는 공구가 중앙부를 통과할 때 1.6 mm 깊이에서 용접선에 수직방향으로 거리에 따른 온도분포를 비교하여 보여준다. 전반적으로 유한요소 해석 온도가 측정온도보다 약

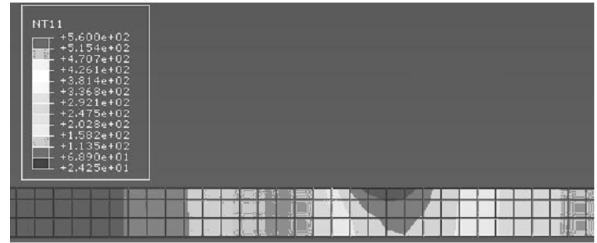


Fig. 12 Temperature field distribution at 52.51s in the section perpendicular to the weld direction when the tool is at the middle point of the plate

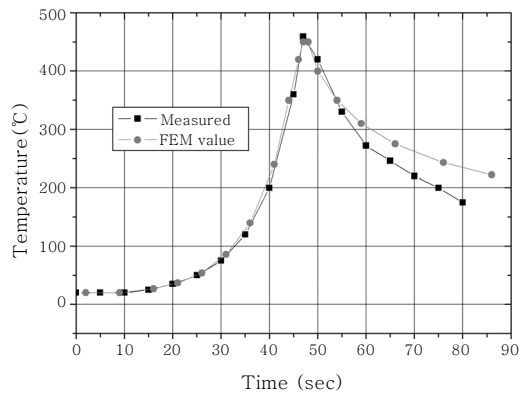


Fig. 13 Measured¹⁾ and calculated temperature history for the location 10 mm to the weld centerline and 1.6 mm below the top surface when the tool is at the middle point of the plate

간 낮다. 온도분포는 공구와 판의 마찰계수, 마찰면의 압력분포, 공구에 작용하는 수직하중, 열대류계수 등 여러 요인에 영향을 받으므로 정확한 비교를 위해서는 각 파라메타의 값을 정확히 측정해야 하나 일부는 문헌에서 제시하는 측정값을 일부는 문헌의 데이터로부터 추정된 값을 사용하여 해석값과 측정값 사이에 약간의 차이를 유발하였다고 판단된다. Fig. 15는 마찰용접이 끝나고 완전히 상온으로 냉각되었을 때의 잔류응력 σ_{yy} 의 분포이고, Fig. 16-17은 판의 중앙부에서 용접선에 수직방향으로 멀어지면서 판의 표면에서 X-ray 회절법을 이용하여 측정된 잔류응력¹⁾ σ_{yy} , σ_{xx} 의 분포와 유한요소 해석으로 얻은 잔류응력의 비교 결과이다. 해석결과와 실험결과 모두 마찰열이 작용하는 부위의 σ_{yy} 는 인장응력이고 중심선에서 x=10까지 오른쪽으로 멀어질수록 약간 증가하다가 여기서부터 감소하기 시작하여 해석에서는 X=24에서 최소값이 되었다가 다시 증가하고, 측정값은 X=40에서 최소가 됨을 알 수 있다. σ_{xx} 의 분포는 위치에 따라 다소 차이가 있어 Y=99.3과

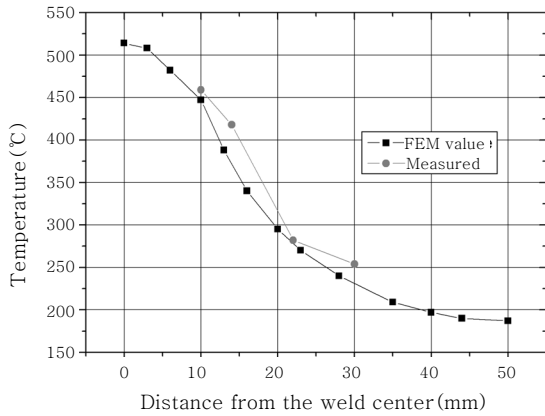


Fig. 14 Measured¹⁾ and calculated temperature profile along the cross section perpendicular to the weld line for the location 1.6 mm below the top surface when the tool is at the middle point of the plate

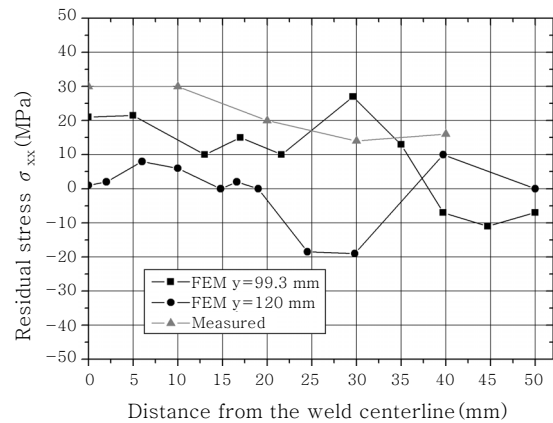


Fig. 17 Measured¹⁾ and calculated residual stress σ_{xx} along the distance perpendicular to the weld line in the top surface of the plate when the tool is at the middle point of the plate

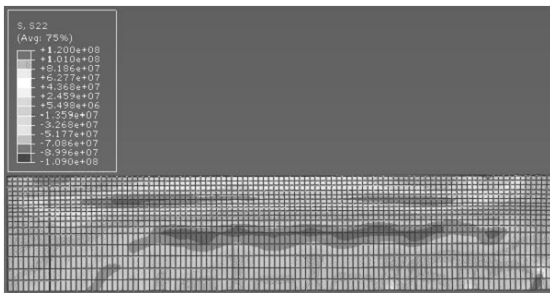


Fig. 15 Residual stress σ_{yy} after cooling to the ambient temperature

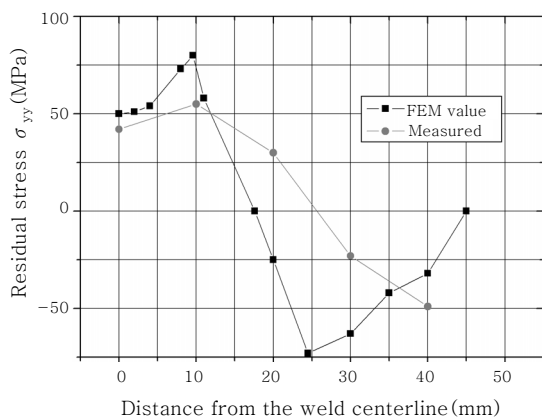


Fig. 16 Measured¹⁾ and calculated residual stress σ_{yy} along the distance perpendicular to the weld line in the top surface of the plate when the tool is at the middle point of the plate

수 있다. 이러한 차이는 실험과 해석 사이에 경계조건의 미세한 차이와 이동열원의 모델링이 실제 용접 과정과 정확하게 일치하지 않기 때문이라고 판단된다. 판의 두께방향의 응력 σ_{zz} 는 참고문헌¹⁾에서와 마찬가지로 5MP 이하로 무시할만한 크기이다.

4. 결 론

본 연구에서는 Al 6061-T6 합금 평판의 마찰교반용접 과정에 대해 상용 유한요소 코드를 사용하여 해석하는 절차를 정리하고, 온도해석과 열응력해석을 수행하여 유한요소 해석결과와 문헌의 시험결과를 비교 검토하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 유한요소 해석으로 얻은 용접시의 Al 판의 최고 온도는 514°C로 용융온도 582°C보다 낮았다. 용접 판의 중심부에서 비교한 해석온도와 측정온도는 비교적 잘 일치하여 본 연구의 해석방법은 마찰교반용접의 해석방법으로 사용할 수 있음을 확인하였다.
- 2) 마찰교반용접 시 마찰열에 의해 발생하는 잔류응력의 해석결과에서는 전체적인 경향은 유사하나 온도에 비해 문헌의 측정결과와 어느 정도 차이가 있었다.
- 3) Al 합금을 이용한 철도차량의 차체 제작에 마찰교반용접을 이용하는 것이 세계적 추세에 있으므로 국내의 경우도 많은 연구를 통하여 기본 자료를 확보하고 마찰교반용접을 실용화하여 차체의 품질을 제고할 필요가 있다고 판단된다.

참 고 문 헌

1. C.M. Chen and R. Kovacevic : Finite element modeling

Y=120 위치에서 용접선에 수직방향의 분포를 비교하였다. Y=99.3에서의 분포가 더 측정값에 근접함을 알

- of friction stir welding-thermal and thermomechanical analysis, *Int. J. Machine Tools & Manufacture*, **43** (2003) 1319-1326
2. K.C. Chun, W.S. Chang, C. Y. Kang, Y. J. Kwon and D.H Park : Friction stir welding technology for aluminum rolling stocks, *Journal of KWJS*, **27-5** (2009) 486-490, (in Korean)
 3. Y.B. Park, J.S. Koo and B.C. Goo : A study on the friction stir welding properties of A6005 extruded aluminium panels, *Journal of the Korea Society for Railway*, **12-4** (2009) 512-517 (in Korean)
 4. W.K. Kim, S.T. Won and B.C. Goo : Mechanical properties of joints according to welding methods and sensitivity analysis of FSWs welding variables for A6005 extruded alloy of rolling stock, *Journal of the Korea Society for Railway*, **13-2** (2010), 131-138 (in Korean)
 5. W.K. Kim, B.C. Goo and S.T. Won : Optimal design of friction stir welding process to improve tensile force of the joint of A6005 extrusion, *Materials and Manufacturing Processes*, **25-7** (2010) 637-643
 6. M.Z.H. Khandkar, J.A. Khan, A.P. Reynolds and M.A. Sutton : Predicting residual thermal stresses in friction stir welded metals, *J. of Materials Processing Technology*, **174** (2006) 195-203
 7. M. Song and R. Kovacevic : Thermal modeling of friction stir welding in a moving coordinate system and its validation, *Int. J. of Machine Tools & Manufacture*, **43** (2003) 605-615
 8. V. Soundararajan, S. Zekovic, and R. Kovacevic : Thermo-mechanical model with adaptive boundary conditions for friction stir welding of Al 6061, *Int. J. of Machine Tools & Manufacture*, **45** (2005) 1577-1587
 9. X. Deng and S. Xu : Two-dimensional finite element simulation of material flow in the friction stir welding process, *J. of Manufacturing Processes*, **6-2** (2004) 125-133
 10. Z. Zhang and H.W. Zhang : Numerical studies on controlling of process parameters in friction stir welding, *J. of Materials Processing Technology*, **209** (2009), 241-270
 11. Z. Feng, X.L. Wang, S.A. David and P.S. Sklad : Modeling of residual stresses and property distributions in friction stir welds of aluminium alloy 6060-T6, *Science and Technology of Welding and Joining*, **12-4** (2007) 348-356
 12. C. Hamilton, S. Dymmek, S. and A. Sommers : A thermal model of friction stir welding in aluminium alloys, *Int. J. of Machine Tools & Manufacture*, **48** (2008) 1120-1130
 13. M. Assidi, L. Fourment, S. Guerdoux and N. Tracey : Friction model for friction stir welding process simulation : calibrations from welding experiments, *Int. J. of Machine Tools & Manufacture*, **50** (2010) 143-155
 14. D. Kim, H. Badarinarayan, J.H. Kim, C. Kim : Numerical simulation of friction stir butt welding process for AA5083-H18 sheets, *European Journal of Mechanics A/Solids*, **29** (2010), 204-215
 15. www.esabna.com/us/en/education/k...inum.cfm
 16. T.P. Newcomb : Temperature reached in disc brakes, *Journal of Mechanical Energy Science*, **2-3** (1960), 167-177
 17. Abaqus Analysis User's Manual 6.5