기 술 강 좌

유한요소법을 이용한 용접 해석(3) - 용접부 잔류응력 및 변형 해석 -

양 영 수·김 재 웅

Analysis of Weldment by Using Finite Element Method(3)
- Residual Stress and Distortion in Weldment -

Young-Soo Yang and Jae-Woong Kim

1. 유한요소 수식화

응력해석에서 유한요소 수식화를 위하여 필요한 지배 방정식으로 평형방정식을 이용한다. 지배방정식을 이용하여 범함수(functional) 방법이나 Galerkin의 방법에 의해 유한요소 수식화를 유도할 수 있다. 평형방정식 ($\sigma_{ij,j}=0$)의 범함수를 I 라 하면, 범함수 I 의 변분 (variation) 값은 0 이 된다. 즉, $\delta I=0$ 식을 사용하여 수식화 한다. 그런데 일반적으로 알려져 있는 가상일의 원리(virtual work principle)도 범함수 중의 하나이다.

일반적인 응력해석은 외부에서 작용하는 힘이나 중력에 의해 구조물에 응력이 발생하지만, 용접부는 용접열에 의해 온도의 불균일한 분포에 의한 열응력이 주요한 하중이다. 용접부재에 시간의 변화에 따라 열전달 해석이 완료되면 각각의 위치에서 온도분포를 알 수 있고, 이에 상응하는 열변형률($\epsilon_{th}=\alpha\,\Delta T$)이 발생한다. 발생한 열변형에 의해 생성된 열응력 및 열변형은 비선형 과도 열탄소성 문제이며 다음과 같이 유한요소 수식화 과정을 행렬형태로 표시하여 나타낼 수 있다.

$$[\epsilon]=[\epsilon]_e+[\epsilon]_p+[\epsilon]_{th} \tag{1}$$

$[\epsilon]$: total strain
$[\epsilon]_e$: elastic strain
$[\epsilon]_p$: plastic strain
$[\epsilon]_{th}$: thermal strain ($=\alpha\,\Delta T$)

$$[\epsilon]=[B][U] \tag{2}$$

$[U]$: displacement
$[B]$: strain-displacement relation matrix

$$[\sigma]=[C][\epsilon]_e=[C]\,([B][U]-[\epsilon]_p-[\epsilon]_{th}) \tag{3}$$

$[C]$: stress-strain relation matrix

가상일의 원리를 이용하여 유도된 유한수식화 방정식은 다음과 같다.

$$\int_V \sigma_{ij}\,\delta\epsilon_{ij}\,dV=\int_V f^b\,\delta U\,dV+\int_S f^s\,\delta U\,dS + \sum F_i\,\delta U_i \tag{4}$$

f^b : body force
f^s : surface tractions
F_i : concentration force

외부에서 작용하는 하중이 없고, 중력 등 body force를 무시하면 다음과 같이 된다.

$$\int_V \sigma_{ij}\,\delta\epsilon_{ij}\,dV=0 \tag{5}$$

행렬 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$\int_V [\delta\epsilon]^T\,[\sigma]\,dV= \int_V [\delta U]^T\,[B]^T\,[C]\,([B][U]-[\epsilon]_p-[\epsilon]_{th})\,dV=0 \tag{6}$$

$$\int_V [B]^T\,[C]\,[B]\,dV\ \ [U]= \int_V [B]^T\,[C]\,([\epsilon]_p+[\epsilon]_{th})\,dV \tag{7}$$

$$[K][U]=[F] \tag{8}$$

$$[K]=\int_V [B]^T\,[C]\,[B]\,dV$$

Journal of KWJS Vol.29 No.4(2011) pp363-364
http://dx.doi.org/10.5781/KWJS.2011.29.4.363

$$[F] = \int_V [B]^T [C] ([\epsilon]_p + [\epsilon]_{th}) \, dV$$

컴퓨터를 이용한 유한요소법 응력해석이란 행렬형태의 수식(8)을 계산하는 것이다. 수식(8)에서 변위 $[U]$가 계산되면 임의의 위치에서 수식(2)을 이용하여 변형률 $[\epsilon]$를 계산할 수 있고, 수식(3)에서 변형률 값을 이용하여 응력$[\sigma]$ 값을 얻을 수 있다. 수식(8)을 가열, 냉각하는 전체과정을 미소시간 구간으로 나누어 각 순간의 시간마다 계산을 수행해야하기 때문에 정상 상태가 아닌 과도상태 문제가 된다. 최후 완전냉각 상태에서 계산한 값이 잔류응력 및 잔류변형이 된다.

계산과정에서 수식(8) 우측항 $[F]$는 하중행렬이며, 내부의 $[\epsilon]_{th}$은 온도분포 해석이 이미 완료되었으므로 매 순간 알 수 있는 값이다. 그러나 $[\epsilon]_p$은 소성변형률 값으로 구하고자는 변위 $[U]$의 종속변수이다. 그러므로 수식(8)의 계산 시 한 번의 계산으로 값을 얻을 수가 없기 때문에 선형 문제가 아닌 비선형 문제가 되어 Newton- Rapson 방법이나 시행착오법을 이용하여 계산해야한다.

$$^{i+1}[\epsilon]_p = {}^{i}[\epsilon]_p + [d\epsilon]_p \tag{9}$$

수식(9)을 이용하여 $[\epsilon]_p$를 결정한 후 변위 $[U]$을 구해야 한다. 즉, 주어진 시간에 $^{i}[\epsilon]_p$를 가정하여 변위$[U]$를 계산하고, 계산된 $[U]$를 이용하여 새로운 $^{i+1}[\epsilon]_p$를 계산한다. 위의 과정을 계속 반복하여 $^{i}[\epsilon]_p$ 값과 $^{i+1}[\epsilon]_p$의 차이가 정해진 오차범위 보다 작게 될 때에 계산을 끝낸다.

계산에 필요한 물성치를 생각하면 $[C]$행렬에 포함된 탄성계수 E와 포아송비 ν값이 필요하며 $[\epsilon]_p$행렬 계산을 위해서는 항복응력 σ_y와 인장강도 σ_{uts}값 및 인장강도에서 변형률 값이 필요하다. 기계적 물성치는 온도에 따라 변화하기 때문에 온도변화에 따른 물성치 값을 입력하고 주어진 시간 및 위치에서 해당온도에 적절한 물성 값을 사용한다.

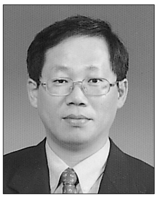
2. 요소분할 및 경계조건

요소분할은 온도분포 해석에 사용되었던 요소와 동일하게 한다. 용접부 주변은 미세하게 분할하고 용접부에서 멀어짐에 따라 점차 요소의 크기가 증가하도록 분할한다.

응력해석을 위한 경계조건은 변위경계조건으로 구조물의 구속부분의 절점변위 값을 0으로 입력한다. 최종 경계조건 설정 후에는 해석영역이 어느 방향으로나 이동과 회전이 불가능하도록 구속해야한다. 즉 강체운동(rigid body motion)이 일어나지 않도록 경계조건을 설정해야 한다. 평판의 시편을 특별히 구속하지 않고 평면지그 위에 올려놓고 bead-on-plate 용접을 시행한다면, 특별한 외부 구속점이 없을지라도 강체운동이 발생하지 않도록 2개 절점 이상을 구속해야한다. 일반적으로 용접부에 멀어진 부분 양쪽 끝단에서 2개 이상의 절점을 3방향으로 구속하는 경계조건을 사용한다.

다음 호에서는 용접부 잔류응력 및 변형 해석용 상용 유한요소 프로그램인 ABAQUS S/W를 활용한 실제 해석의 예를 보여 주고자 한다.

• 양영수
• 1963년생
• 전남대학교 기계시스템공학부
• 용접변형 및 잔류응력 해석
• e-mail : ysyang@chonnam.ac.kr



• 김재웅
• 1959년생
• 영남대학교 기계공학부
• 용접공정 및 구조물 해석
• e-mail : jaekim@ynu.ac.kr