

논문 2011-3-16

# 16-QAM 신호에 대한 CR-CMA와 CM-CMA의 적응 등화 성능 비교

## The Performance Comparison of CR-CMA and CM-CMA Adaptive Equalization in 16-QAM Signal

임승각\*

Seung-Gag Lim

**요 약** 본 논문은 기존 CMA (Constant Modulus Algorithm) 적응 등화기의 성능인 수렴 특성과 잔류 부호 간 간섭을 개선하기 위한 CR-CMA 와 CM-CMA의 성능 비교에 관한 것이다. 무선과 유선의 대역 제한 채널에서 발생하는 부호 간 간섭을 줄이기 위하여 사용되는 등화기에서 디지털 부호의 전송 시 학습열 없이 여분의 대역폭을 소비하지 않는 블라인드 방식에 대한 연구가 이루어졌으며, 최근에는 간단한 연산의 장점을 갖는 CMA 방식의 비용 함수를 개량하여 성능을 개선하고 있다. 논문에서는 이와 같이 새롭게 등장하는 방식 중에서 CR(Constellation Reduction)-CMA 방식과 CM (Constellation Matching)-CMA 방식에 대한 성능 분석을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 비교하였다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 복원 정상도, 수렴 속도 및 잔류 부호 간 간섭양에서 CR-CMA가 CM-CMA보다 우월한 등화 특성을 가짐을 확인할 수 있었다.

**Abstract** This paper is concerned with the performance comparison of CR-CMA (Coordinate Reduction-CMA) and CM-CMA (Constellation Matching-Constant Modulus Algorithm) that is used for improving the convergence characteristic and residual intersymbol interference which are used as the performance index for an adaptive equalizer. The equalizer is used to reduce the distortion caused by the intersymbol interference on the wireless and the wired band-limited channel, and the blind method which does not need for extra bandwidth by the training sequence of digital code are researched. Recently, by using the merit of simple operation in the CMA, the performance improvement is obtained by the modifying the cost function of it. In this paper, the new algorithm, CR-CMA and CM-CMA, the performance analysis are performed and compared by computer simulation. The CR-CMA has a superior equalization characteristics in the recovered constellation, convergence speed and residual intersymbol interference than the CM-CMA by computer simulation.

**Key Words :** Adaptive Equalizer, CR-CMA, CM-CMA, 잔류ISI

### 1. 서 론

최근의 디지털 통신 시스템에서 수신기에서는 송신되

어진 디지털 부호를 예측하며 여기에서는 스펙트럼을 천이시키는 복조부(demodulator), 전송 채널에 의한 찌그러짐을 보상하는 등화기(equalizer)와 결정 장치 (decision device)로 구성되어진다<sup>[1][10]</sup>. 전송 과정에서 발생하는 잡음과 찌그러짐을 최소화할 수 있도록 보상하므로써 시스템의 throughput과 서비스 품질을 보장할 수 있게되어 관

\*정회원, 공주대학교 정보통신공학부  
접수일자 2011.4.4, 수정일자 2011.5.23  
게재확정일자 2011.6.10

런 기술 중에서 매우 중요하다. 유선 채널의 경우 저항, 콘덴서, 코일 등의 분포 정수 증가 회로가 형성되어 전송되는 신호와 공진을 일으키며, 무선 채널의 경우 공간 상태의 시변(time vary) 특성과 다중 경로 (multipath)에 의한 페이딩, 건축물과 인공 구조물 등 장애물과 이동 환경에서 발생하는 Doppler shift 등의 특성이 공존하여 찌그러짐에 의한 부호 간 간섭을 일으키게 된다<sup>[2][3]</sup>. 초기에는 유선 채널에서 최소 찌그러짐을 위하여 1차 정수인 RC=LG 조건이 되도록 코일을 삽입하였었다. 이후 무선 채널에서 등화의 필요성이 증대되면서 학습열 (trained sequence) 방식이 등장되었다. 송신측과 수신측이 사전에 약속되어있는 학습열의 주기적인 전송에 의한 등화기를 설정하여 전송 특성을 개선할 수 있지만, 이는 전송하고자 하는 데이터에 부가적으로 학습열이 추가되므로 전체 전송 효율을 열화시켜서 전송 시 대역폭의 낭비를 초래하는 단점이 있다. 현재 GSM 시스템의 경우 전체 전송되는 데이터의 약 25%가 학습열에 관련된 overhead 데이터가 포함되어있다<sup>[12]</sup>. 이와 같은 문제점을 개선하여 학습열 없이 수신되는 데이터에서 정보의 복원뿐만 아니라 등화기의 특성을 갱신할 수 있는 블라인드 적응 등화기 (blind adaptive equalizer)가 등장하여 오늘날 널리 사용되고 있다. 블라인드 적응 등화기는 학습열 없이 자체적으로 등화가 가능케 되며, 주파수 영역에서는 등화기의 주파수 전달 특성이 채널의 주파수 전달 특성의 역수가 되어 채널과 등화기의 total 주파수 특성은 통과 대역 내에서 평탄 (이론적으로는 1) 해지거나, 시간 영역(time domain)에서는 채널 계수와 등화기 계수에 의한 종합 특성이 임펄스(impulse)가 되도록 적응적으로 등화기 계수를 update 하므로써 이를 보상할 수 있게 된다<sup>[4]</sup>. 이와 같이 수신기에서 적응 등화기를 사용하므로써 비트 오류 또는 심볼 오류를 줄일 수 있게 되어 통신망을 통한 시스템의 서비스 품질 (QoS : Quality of Service)을 개선하여 네트워크 성능 (Network Performance)을 최대화할 수 있다. 이를 위한 블라인드 적응 등화기의 대표적인 알고리즘으로는 CMA (Constant Modulus Algorithm)를 들 수 있다. CMA는 비교적 간단한 연산으로 고속 전송에 사용될 수 있는 실시간 응용에 적합하지만, 적응 스텝 상수의 크기에 매우 민감하며, 진폭은 보상이 되지만 위상이 보상되지 않으므로 별도의 위상 고정 루프 ( PLL : Phase Lock Loop)를 필요로 하는 단점이 있다<sup>[4][5]</sup>. 최근에는 CMA의 장점을 살리면서 수렴 속도와 적은 오차 특

성을 얻기 위한 다양한 방식이 등장하고 있다. 본 논문에서는 이와 같은 개선된 CMA 방식인 Coordinate Reduction 기법을 이용한 CMA 적응 등화 알고리즘 (CR-CMA)과 Constellation Matching 기법을 이용한 CMA 적응 등화 알고리즘 (CM-CMA)의 등화 성능을 비교한다. 2장에서는 CMA를 적용한 등화 시스템의 개념, 기존 CMA 및 CR-CMA, CM-CMA에 대하여 설명한 후 3 장에서는 송신 신호로 16-QAM 신호를 사용하고 신호 대 잡음비가 30dB 일때 컴퓨터 시뮬레이션의 결과 이들의 성능을 비교한 후 4장에서는 결론을 내리겠다.

## II. 본 론

### 1. CMA를 적용한 적응 등화 시스템 모델

그림 1 은 CMA를 적용한 적응 등화 시스템의 기저 대역 모델을 나타낸 것이다. 송신측에서 16-QAM 신호를 송신하면 이 신호는 대역 제한된 채널  $h(t)$ 를 통과하면서 부호간 간섭 및 잡음  $n(t)$ 가 추가되어 수신측에 수신된다. 수신된 미약한 신호를 LNA (Low Noise Amplifier)를 통과한 후 등화 필터에 입력되어진다. 이 과정에서 PLL의 출력과 곱해서 위상 복원을 시키게 된다. 적응 등화기는 디지털 필터로 구성되며 그 계수는 적응 등화기 출력과 결정 장치 출력과의 차이인 오차 신호를 이용한 적응 등화 알고리즘을 이용하여 필터 계수를 계산한 후 디지털 필터의 계수로 갱신된다. 이때 새로운 탭 계수를 얻기위하여 CR-CMA 또는 CM-CMA 알고리즘이 이용된다<sup>[1][2][3]</sup>.

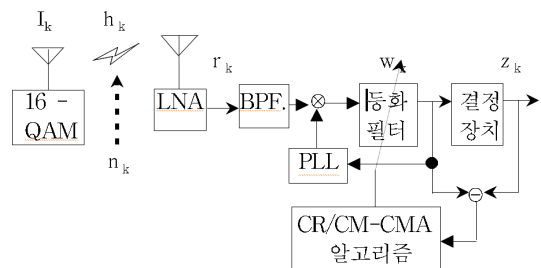


그림 1. CMA를 적용한 기저 대역 시스템 모델

Fig. 1. Baseband system model using CR-CMA

### 2. CMA 알고리즘

그림 1 의 시스템 모델에서 송신 신호인 16-QAM 신

호를  $I_k$ 라고하고, 대역 제한 채널을 나타내는  $h_k$ 를 통과한 후 수신기의 초단에 수신되는 신호를  $r_k$  라고하자.

$$r_k = x_k * h_k + n_k \quad (1)$$

여기서 \* 는 컨볼루션을 나타내는 기호이다. 적응 등화기의 출력  $z_k$ 는 등화기의 계수를  $w_k$  라면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$z_k = w_k * x_k \quad (2)$$

여기서  $x_k$ 는 적응 등화기의 입력 신호를 말하며  $x_k = [r_k z_{k-1}]^H$ 가 되며 시간  $kT$  에서 출력 오차

$$e_k = |z_k|^2 - R^2 \quad (3)$$

가 되며 CMA 알고리즘에서는 일정한 상수  $R$  주위에서 등화기 출력의 modulus 분산이 다음의 비용 함수를 만족할 때 최소화된다.

$$J_c(w) = E[e_k^2], R = \frac{E[|I_k|^4]}{E[|I_k|^2]} \quad (4)$$

CMA 알고리즘에서 적응 등화기 계수 벡터  $w_k$ 는 다음의 식에 따라 갱신된다.

$$w_{k+1} = w_k - \mu_c x_k^* y_k e_k \quad (5)$$

비용 함수를 나타내는 식 (4) 는 등화기 출력의 진폭 modulus 분산에 대하여 최소가 되도록 계수 벡터를 갱신하게 된다<sup>[12]</sup>.

### 가. CR-CMA 알고리즘

Coordinate Reduction은 등화기의 입력단 에서 수행되며 원래의 복소수 신호점을  $U$ , 축소된 신호점을  $V$ 라면 다음의 식을 적용한다.

$$V = [U_r - 2*sign(U_r)] + j [U_i - 2*sign(U_i)] \quad (6)$$

여기서  $U_r, U_i$ 는  $U$ 의 실수와 허수부를 나타낸다. 이를 이용하면 식(3) 의 오차는 다음과 같다.

$$e'_k = |[y_{rk} - 2*sign(y_{rk})] + j [y_{ik} - 2*sign(y_{ik})]|^2 - R'^2 \quad (7)$$

$R'^2$ 은 축소된 신호점상에서 정의되는 constant radius 를 나타내며 다음식과같이 정의된다.

$$R'^2 = \frac{E[|[II_{rk} - 2*sign(II_{rk})] + j [II_{ik} - 2*sign(II_{ik})]|]^4}{E[|[II_{rk} - 2*sign(II_{rk})] + j [II_{ik} - 2*sign(II_{ik})]|]^2} \quad (8)$$

여기서  $II_k$ 는 그림 1 의 16-QAM  $I_k$ 를 식(6)을 적용하여 reduced된 신호점을 나타낸다. 이를 이용하면 식(9)의 비용 함수를 최소화되도록 등화기 계수  $w_k$ 를 갱신한다<sup>[3][11]</sup>.

$$J'(w) = E[|e'_k|^2]$$

$$w_{k+1} = w_k - \mu x_k^* e'_k [y_k - 2*sign(y_{rk}) - j * 2*sign(y_{ik})] \quad (9)$$

### 3. CM-CMA 알고리즘

CM-CMA는 식(4)의 비용 함수는 다음과 같이 개선시킨 알고리즘을 말한다.

$$J_c(w) = E[\frac{1}{4}(|z_k|^2 - R)^2 + \beta(g(z_{kr}) + g(z_{ki}))] \quad (10)$$

여기서  $g(x)$ 는 constellation matching error function 을 나타내며,  $\beta$ 는 진폭과 constellation matching error간의 절충점을 찾는 weighting factor이다. 식(10)의 앞의 항은 기존 CMA의 비용함수로서 진폭 오차를 나타내며 뒤의 항은 진폭과 matching error간의 절충점을 고려하는 비용 함수이다. 등화기 계수  $w_k$ 의 gradient 반복식은 다음과같다.

$$w_{k+1} = w_k - \mu \nabla J_c(w)|_{w=w_k} \quad (11)$$

식(11)에서 비용 함수의 기울기는 다음과 같이 2 가지로 나누어 구한다. 먼저 앞항의 기존 CMA 함수에서는

$$\frac{d}{dw} E\left[\frac{1}{4}(|z_k|^2 - R)^2\right] = E[z_k^*(|z_k|^2 - R)x_k] \quad (12)$$

가 되며, 뒷항에서는

$$\frac{d}{dw} E[g(z_{kr}) + g(z_{ki})] = E[\eta_k^* x_k] \quad (13)$$

$$\eta_k = \frac{d}{dx} g(x)|_{x=z_{kr}} + j \frac{d}{dx} g(x)|_{x=z_{ki}}$$

가 된다. 이들을 조합하면 비용 함수의 기울기는 다음과 같다.

$$\nabla J_c(w) = E[(z_k |z_k|^2 - R) + \beta \eta_k]^* x_k \quad (14)$$

식(14)를 식(11)에 대입하면 CM-CMA의 계수는 다음과 같다<sup>[4][5][6]</sup>.

$$w_{k+1} = w_k - \mu \phi_k^* x_k, \quad \phi_k = z_k (|z_k|^2 - R) + \beta \eta_k \quad (15)$$

#### 4. 반송파 위상 복원부

CMA 알고리즘은 위상 error 가 존재할 때도 수렴하지만 위상에는 blind 하므로 이는 복원되지 않는 단점이 있다. 적응 블라인드 등화를 위한 신호 constellation에서 위상 error 는 등화기 출력에서 송신 데이터를 복원키 위한 결정 장치에서 성능을 저하시키므로 이를 방지하기 위하여 다음의 PLL loop를 적용한다<sup>[8]</sup>.

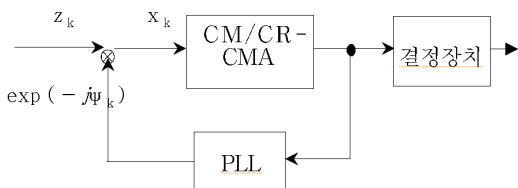


그림 2. 반송파 위상 복원부  
Fig. 2. Carrier Phase Recovery Unit

그림 2는 반송파 위상 복원 루프를 적용한 CR/CM-CMA 의 구성도를 나타낸 것으로 적응 등화기의 출력으

로부터 얻어지는 값을 이용하여 입력인  $x_k$ 에 식(16)의 PLL 출력  $\exp(-j\psi_k)$ 를 곱하는 알고리즘을 적용한다. 여기서 위상 복원을 위한  $\psi_k$ 는 다음과 같은 갱신식을 적용한다.

$$\psi_{k+1} = \psi_k - \mu \text{Im}[e_k^* z_k] \quad (16)$$

### III. 컴퓨터 시뮬레이션 및 결과

기존의 적응 등화 알고리즘인 CMA의 성능을 개선시킨 CR-CMA와 CM-CMA의 성능을 비교하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. SNR은 30dB 이며 적응 스텝 크기로서 CR-CMA는  $\mu = 0.00025$ , CM-CMA는  $\mu = 5 \times 10^{-6}$ , weighting factor  $\beta = 40$ , 63.69 를 사용하였고, 통신 채널의 계수로는  $-0.0005-j0.004$ ,  $0.009+j0.03$ ,  $-0.024-j0.104$ ,  $0.854+j0.52$ ,  $-0.218+j0.273$ ,  $0.049-j0.074$ ,  $-0.016+j0.02$ 을 적용하였다. 그림 3은 시뮬레이션을 위한 전체 신호 처리 과정을 나타낸 것이다.

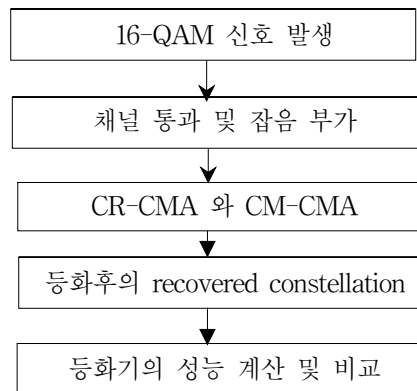


그림 3. 시뮬레이션을 위한 신호 처리도  
Fig. 3. Signal processing diagram for simulation

그림 4는 신호대 잡음비가 30dB일 때 채널을 통과한 후의 수신 신호 정상도를 나타낸 것이다. 전체적으로 위상 회전 (Phase Rotation)과 진폭 찌그러짐이 발생되었으며 16 개의 신호점 (signal point)을 구분할 수 없을 정도이다.

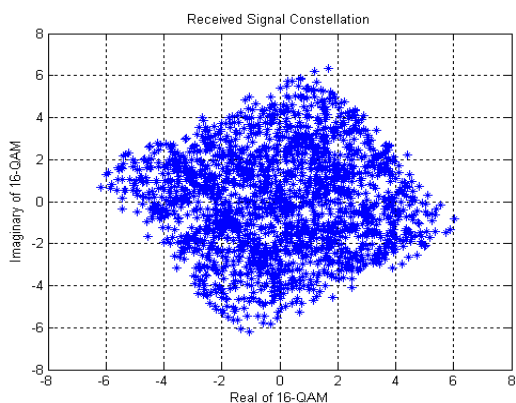
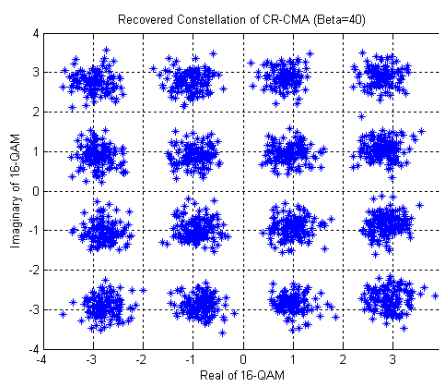


그림 4. 수신 신호 성상도 (SNR = 30dB)  
Fig. 4. Received signal constellation (SNR=30dB)

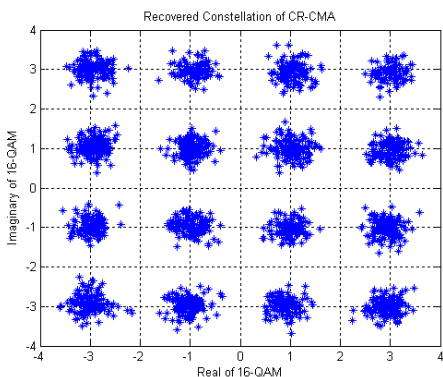
그림 5는 그림 4의 수신 신호를 이용하여 식(9)의 CR-CMA 와 식(15)의 CM-CMA 알고리즘을 적용할 때 복원된 신호의 constellation을 나타낸 것이며, 이들 2 가지 방식 모두 식(16)의 위상 복원이 적용된 결과이다.



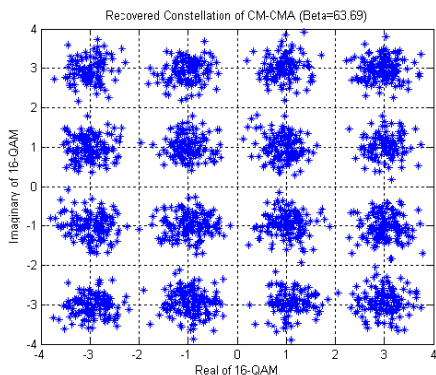
(c) CM-CMA ( $\beta = 40$ )

그림 5. CR-CMA와 CM-CMA의 복원 성상도  
Fig. 5. Recovered constellation of CR-CMA & CM-CMA

그림에서 알 수 있듯이 CM-CMA 알고리즘에서는 weighting factor  $\beta$ 의 값에 따라 복원 성상도에서 차이가 있다.  $\beta$ 의 값이 적을수록 16개의 신호점에서 진폭 값을 주위로 분산이 적어짐을 알 수 있지만 constellation matching error가 증가되어 위상 복원 능력이 떨어짐을 의미한다. 그러나 CR-CMA 알고리즘에서는 16개의 신호점에서 분산이 매우 적어서 이들을 명확하게 구분할 수 있게 되어 채널의 보상 능력이 우월해짐을 알 수 있다. 이와 같은 성능의 우수성을 나타낼 수 있는 지수로는 잔류 ISI (Residual ISI)가 있다. 잔류 ISI는 통신 채널의 필터 계수  $h_k$ 와 적응 등화기의 계수  $w_k$ 라면 다음과 같이 정의되며 적응 등화기가 채널 찌그러짐을 제거하고 남은 잔류량을 나타내므로 본 논문에서도 이를 사용하며 다음의 식과같이 정의된다.



(a) CR-CMA



(b) CM-CMA ( $\beta = 63.69$ )

$$\text{잔류 ISI}_{dB} = 10 \log_{10} \left[ \frac{\sum_i |h_k^* w_k|^2 - |h_k^* w_k|_{\max}^2}{|h_k^* w_k|_{\max}^2} \right] \quad (17)$$

그림 6은 CR-CMA 와 CM-CMA 알고리즘 에 대한 성능 평가 지수인 잔류 ISI양을 반복 횟수 (Iteration)에 대하여 나타낸 것이다. 이를 위하여 6000 개의 16-QAM 신호를 발생시키면서 5 회의 monte-carlo 시뮬레이션을 수행하였다. 그림에서 알 수 있듯이 초기 수렴 속도 측면에서는 정상 상태 (-18dB 이하)에 도달할 때까지 CR-CMA 에서는 948회, CM-CMA에서  $\beta = 63.69$ 일때 5307회,  $\beta = 40$ 일때 1887회가 필요하게 되었다.

CM-CMA에서는  $\beta$ 가 적을수록 수렴 속도가 빨라지지만 이는 CR-CMA에 비해서는 느리므로 전체적으로 수렴 속도에서는 CR-CMA가 CM-CMA 방식보다 상당히 빠르게 되며 전체적으로 잔류 ISI양이 정상 상태의 전과 후 모두 매우 적어지므로 적응 등화기 성능에서는 우월함을 알 수 있어서 고속 디지털 전송에 유용하게 사용될 수 있음을 알 수 있다. 마지막으로 표 1은 이들 적응 등화기 능력을 정량적으로 나타내기 위한 잔류 ISI양의 통계치로서 평균치와 분산에서도 CR-CMA가 우수하며 CM-CMA에서는  $\beta$ 가 적을수록 우월하여 이는 그림 5의 복원 constellation의 결과와도 일치함을 알 수 있다.

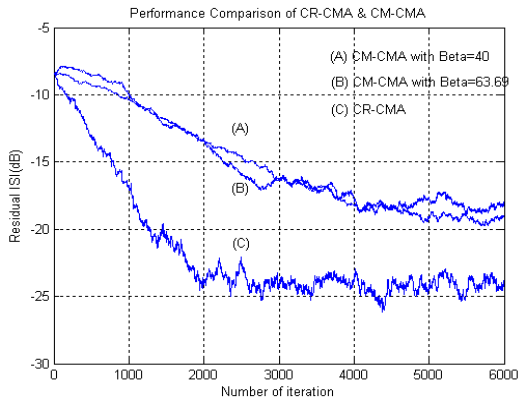


그림 6. CMA 와 CR-CMA 의 잔류 ISI 성능 지수  
Fig. 6 Residual ISI performance index of CMA & CR-CMA

표 1. 잔류 ISI 의 통계치  
Table 1. Statistics of residual ISI

	평균	분산
CR-CMA	0.0143	$6.36 \times 10^{-4}$
CM-CMA ( $\beta = 63.69$ )	0.0474	0.0021
CM-CMA ( $\beta = 40$ )	0.0442	0.0015

#### IV. 결론

본 논문은 디지털 부호를 전송할 때 통신 채널에서 발생하는 부호간 간섭 영향을 최소화시키기 위하여 사용되는 적응 등화 알고리즘인 CR-CMA와 CM-CMA의 성능을 비교한 것이다. 이들 알고리즘의 성능 비교를 위하여

16-QAM 신호를 동일 채널을 통과시킨 후 수신 신호를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였고, 성능의 비교를 위하여 복원 신호 정상도와 잔류 ISI 및 이의 통계치를 이용하였다. 시뮬레이션 결과 기존 CMA 의 비용 함수에 coordinate reduction을 적용하는 CR-CMA가 복원 정상도와 잔류 ISI에서 CM-CMA보다 우월한 적응 등화 성능을 확인할 수 있었다. 특히 잔류 ISI에서 정상 상태에 도달하기위한 running iteration에서 약2배 정도 빠른 수렴 속도를 얻었다. 이는 멀티미디어, 동영상과 같은 대량의 정보 전송을 위한 고속 광대역시 발생하는 채널 찌그러짐을 빠르게 효과적으로 보상할 수 있을 것으로 기대되며, 향후 연산량이 다른 방식보다 비교적 적은 CMA 알고리즘의 특성을 더욱 개선하기위한 지속적인 연구가 필요하다.

#### 참고 문헌

- [1] Lin He, Saleem A.Kassam, "Convergence Analysis of Blind Equalization Algorithms Using Constellation Matching", IEEE Transactions on Com., pp.1765~1768, Vol.56, No.11, Nov. 2008
- [2] C. R. Johnson Jr., P. Schnitter, J. T. Endres, et al., "Blind equalization Using the Constant Modulus Criterion : A Review", Proceedings of the IEEE, pp. 1927~1949, Vol. 86, No.10, 1998
- [3] Wei Rao et.al., "A Simple Constant Modulus Algorithm for Blind Equalization Suitable for 16-QAM Signal", pp.1963~1966, ICSP2008 Proceedings, 2008
- [4] 임승각, 강대수, "Constellation Matching 기법을 이용한 CMA 블라인드 적응 등화기의 성능 개선", 한국 인터넷 방송통신학회 논문지, pp.121~127, Vol. 10, No. 1, Feb. 2010
- [5] 임승각, "MCMA알고리즘에서 weighting factor에 의한 적응 등화 성능 비교", 한국인터넷방송통신학회 논문지, pp.137~143, Vol. 10, No.4, Aug. 2010
- [6] Lin He, G.Amin, C.Reed, C.Malkemes, "A Hybrid Adaptive Blind Equalization Algorithm for QAM Signals in Wireless Communications", IEEE Transactions on Signal Processing, pp.2058~2069,

Vol.52, No.7, July 2004

- [7] Wei Rao, Hui-jun Xu, et al., "Joint Blind Equalization and Detection of QAM and PAM transmission", ICMMT 2010 Proceeding, pp.1248~1251, 2010
- [8] G.Picchi, G.Prati, "Blind equalization and carrier recovery using a 'stop-and-go' decision-directed algorithm", IEEE Trans. Comm., Vol.35, pp.877~887, Sept. 1987
- [9] A.L.Sayed, Fundamentals of Adaptive Filtering, Wiley-Interscience, 2003
- [10] T.S.Rappaport, Wireless Communication ; Principle & Practice, Prentice Hall, 2007
- [11] Wen-qun Tan, et al., "Parallel Blind Equalizer suitable for QAM Signal", 2009 PACIA, pp.317~320, 2009
- [12] Dr. Amin Mohamed Nassar, Waleed El Nahal, "New Blind Equalization Technique for Constant Modulus Algorithm (CMA)", IEEE workshop on Communication Quality and Reliability, pp.1~6, Vancouver, 2010

## 저자 소개

### 임 승 각(정회원)



학부 교수.

<주관심분야 : 통신/방송 시스템, 이동통신>

- 1983년 숭실대학교 전자공학과 학사 졸업.
- 1985년 경희대학교 전자공학과 석사 졸업.
- 1997년 경희대학교 전자공학과 박사 졸업
- 2003년~현재 공주대학교 정보통신공