

논문 2011-1-7

지표면에 설치된 전력선과 통신선 사이의 상호인덕턴스 분석

Analysis of Mutual Inductances between Power and Communication Lines above Ground

호광춘*

Kwang-Chun Ho

요약 본 논문은 지표면 위에 설치된 전력선과 통신선 사이에 발생하는 상호 인덕턴스에 대하여 분석하였다. 임의 길이의 전력선과, 지표면 위의 터미널 효과를 고려하여 그 특성을 해석하였다. Carson의 해석법을 적용하여 상호 인덕턴스에 대한 해석적 해를 유도하였으며, 수치해석을 통하여 유도한 해의 타당성을 평가하였다. 수치해석 결과, 본 논문에서 유도한 해석적 해는 전력선과 통신선이 서로 기울어지거나 평행하게 놓여 있는 것에 상관없이 타당하였으며, 이전에 발표된 결과들과 비교 검토하였다.

Abstract The mutual inductances between power line and communication line above ground are studied in this paper. A long power line is discussed and the terminal effect above ground is taken into account. By applying Carson's method, the analytical solution to mutual inductances is derived and numerically evaluated. The analytical solutions derived in this paper are valid for both oblique and parallel proximity between power and communication lines, and the numerical results are compared with previous published results.

Key Words : Carson's Method, Mutual Inductance, Power Lines

1. 서론

통신선들이 전력선 근처에 설치되어 있을 때 두 선들은 상호 간섭현상을 일으킨다. 즉, 전력선에서 흐르는 전류와 전위는 통신시스템에서 전송되는 신호에 치명적인 간섭의 원인이 되며, 장비와 사람에게 위험한 손상을 일으키는 전류와 전위를 통신선로에 발생시킨다.

전력선들과 통신선들 사이의 이와 같은 전도성 결합에 대한 특성이 필드에서 많은 실질적인 문제를 발생시키고 있다. 그 문제를 발생시키는 특성들 중에서 가장 중요한 요소가 많은 논문들에서 다루어 왔던 이들 선로들 사이의 상호 인덕턴스이다.

일반적으로, 선로들 사이의 상호 인덕턴스를 계산하기

위한 방법에는 두 가지 해석법이 있다. 하나는 상호 인덕턴스를 쉽고 근사적으로 계산할 수 있는 영상 해석법 (Image Approach)이고, 다른 하나는 두 개의 평행하고 무한한 길이의 도체들 사이의 상호 인덕턴스를 계산하는 해석적 방법인 Carson 해석법^[1]이다.

지금까지 상호 인덕턴스는 많은 논문에서 전력선과 통신선은 무한하게 길며, 서로 평행하다는 가정 하에 논의되어 왔다^[1-3]. 그러나, 실질적으로 필드에 설치된 선로들은 서로 교차하고 있거나, 비스듬한 형태로 구성되어 있다. 그러므로, 무한한 길이의 선로들에 대한 기존의 분석들을 모든 기하학적 구성에 직접적으로 적용하는 것은 문제가 있다. 비록 CCITT가 평행하여 설치된 선로에서 얻은 결과를 참고하여 교차하게 설치된 선로에 대한 근사적인 수식을 제안하였지만, 이 수식은 특별한 경우에 매우 큰 오차를 발생시킬 수 있다. 예를 들어, 두 개

*정회원, 한성대학교 정보통신공학과
접수일자: 2010.11.12, 수정일자: 2011.1.5
게재확정일자: 2011.2.11

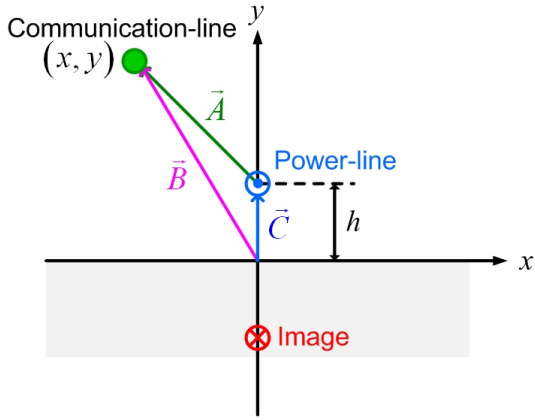


그림 1. 전력선과 통신선 사이의 기하학적 구조.
Fig. 1. Geometric configuration between power and communication lines.

이상의 선로들이 서로 교차하고 있는 경우에 상호 인덕턴스의 계산은 더욱더 복잡해지고 평행하여 설치된 선로에서 얻은 결과와 매우 다를 것이다.

그러므로, 다양한 기하학적 구조에서 선로들의 상호 인덕턴스를 쉽고 빠르게 계산할 수 있는 새로운 해석적 수식의 필요성이 대두되고 있다. 이를 위하여 본 논문에서는 Function-Theoretic 해석법^[4]에 기초한 vector potential을 유도하여 전력선과 통신선 사이의 상호 인덕턴스를 쉽게 분석할 수 있는 해석적 수식을 정의하였다.

II. 두 선로 사이의 상호 인덕턴스

그림 1에서 보듯이, 전력선과 통신선이 서로 비스듬하게 놓여 있을 경우에 복소 영상해석법(complex image method)에 의하여 전력선에 흐르는 전류는 통신선에 전계성분을 유도한다. 그때 전력선으로부터 대지 중 ($y \leq 0$)에 발생하는 전계의 z-축 성분을 $E_z = E_z' e^{-\gamma z + j\omega t}$ 라 놓으면, Helmholtz 방정식은 다음과 같이 정의 된다.

$$\frac{\partial^2 E_z'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z'}{\partial y^2} + (\gamma^2 - j\omega\mu\sigma)E_z' = 0 \quad (1)$$

그 때 대지 중에서 $\gamma^2 \ll j\omega\mu\sigma$ 이므로, 이 조건을 만족하는 유일 해는 Function-Theoretic 해석법으로부터 아래와 같이 구할 수 있다.

$$E_z' = - \int_0^\infty F(u) \cos(xu) e^{\sqrt{u^2 + j\omega\mu\sigma} y} du \quad (2)$$

만일 E_x, E_y 성분이 E_z 에 비하여 무시할 수 있을 정도로 작다고 가정하면 (즉, $E_x = E_y = 0$), Maxwell 방정식으로부터 다음과 같은 간소화된 수식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial E_z'}{\partial y} = -j\omega\mu H_x', \quad \frac{\partial E_z'}{\partial x} = j\omega\mu H_y' \quad (3)$$

결국, 식 (2)를 식 (3)에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$H_x' = \frac{1}{j\omega\mu} \int_0^\infty K(u) F(u) \cos(xu) e^{K(u)y} du, \quad (4)$$

$$H_y' = \frac{1}{j\omega\mu} \int_0^\infty u F(u) \sin(xu) e^{K(u)y} du$$

여기서, $K(u) = \sqrt{u^2 + j\omega\mu\sigma}$ 이고, 각 자계성분은 $H_{(x,y)} = H_{(x,y)'} e^{-\gamma z + j\omega t}$ 와 같다.

이 때, 정의되지 않은 성분인 가중치 함수(weighting function) $F(u)$ 는 지표에서 발생하는 경계조건 (자계 성분들의 연속조건)을 이용하여 구할 수 있다. 그 연속조건 (continuity condition)을 적용하기 위하여 공기 중 ($y \geq 0$)에서 발생하는 자계의 세기를 구해야 한다.

공기 중에서 발생하는 자계는 그림 1에서 보듯이 전류 $\mathbf{I} = I' \mathbf{a}_z$ 가 흐르는 임의 길이의 선전하(line source)에 기인한 성분과, 대지 중에 형성된 image에 의한 성분의 합으로 표시된다.

먼저, 임의 길이의 선전하에 의하여 발생하는 자계를 결정하자. 그림 2에서 보듯이, 임의 길이의 선전하로부터 임의의 반경 ρ 인 지점 (x, y) 에서 발생하는 자계의 세기는 Ampere의 법칙에 의하여 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{H} = H_\phi \mathbf{a}_\phi = \frac{I'}{2\pi\rho} \mathbf{a}_\phi \quad (5)$$

여기서, 반경 ρ 는 벡터 관계식 $\mathbf{A} = \rho \mathbf{a}_\rho = \mathbf{B} - \mathbf{C} = x \mathbf{a}_x + (y-h) \mathbf{a}_y$ 로부터 $\rho = \sqrt{x^2 + (y-h)^2}$ 와 같이 정의된다. 또한, $\mathbf{a}_\phi = \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_\rho$ 와 $\rho \mathbf{a}_\rho = x \mathbf{a}_x + (y-h) \mathbf{a}_y$ 을 이용하여 \mathbf{a}_ϕ 를 직각 좌표계로 변환하면 다음과 같다.

$$\mathbf{a}_\phi = \frac{x}{\rho} \mathbf{a}_y + \frac{(h-y)}{\rho} \mathbf{a}_z \quad (6)$$

결국, 식 (5)와 (6)을 결합하면 아래와 같은 임의 길이의 선전하에 기인한 자계 성분들을 얻을 수 있다.

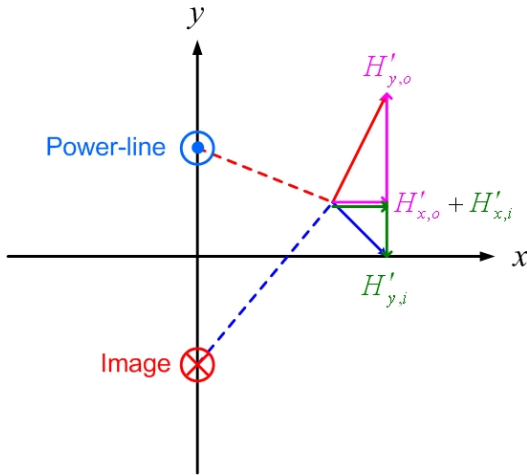


그림 2. 전력선에 의하여 공기 중에 발생하는 자계의 세기.
Fig. 2. Intensity of magnetic fields due to power line on air.

$$H'_{x,o} = \frac{I'(h-y)}{2\pi(x^2+(y-h)^2)}, \quad (7)$$

$$H'_{y,o} = \frac{I'x}{2\pi(x^2+(y-h)^2)}$$

다음으로 image의 전도전류에 의하여 대기 중에 발생하는 자계의 세기를 결정하자. 먼저, 자계성분에 대한 Helmholtz 방정식을 정의하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 H'_{x,i}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H'_{x,i}}{\partial y^2} + (\gamma^2 - j\omega\mu\sigma)H'_{x,i} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 H'_{y,i}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H'_{y,i}}{\partial y^2} + (\gamma^2 - j\omega\mu\sigma)H'_{y,i} = 0$$

그리고, 공기 중에서 z-축으로 전파하는 전파상수 γ 는 $\omega\sqrt{\mu\epsilon}$ 와 같으므로 식 (8)은 다음과 같이 간소화된 다.

$$\frac{\partial^2 H'_{(x,y),i}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H'_{(x,y),i}}{\partial y^2} = 0 \quad (9)$$

그때, 위의 식 (9)의 유일 해는 Function-Theoretic 해석법으로부터 아래와 같이 구할 수 있다.

$$H'_{x,i} = \int_0^\infty P(u)\cos(xu)e^{-uy}du, \quad (10)$$

$$H'_{y,i} = \int_0^\infty P(u)\sin(xu)e^{-uy}du$$

여기서, $P(u)$ 는 경계조건으로부터 결정되어야 하는 가중치 함수이고, $y \geq 0$ 지역에서 전파하는 성분인 e^{-uy} 를 선택하였다.

결국, 공기 중($y \geq 0$)에서 발생하는 자계의 세기는 그림 2에서 보듯이 식 (7)과 (10)의 합으로 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$H'_x = H'_{x,o} + H'_{x,i} = \frac{I'(h-y)}{2\pi(x^2+(y-h)^2)} + \int_0^\infty P(u)\cos(xu)e^{-uy}du,$$

$$H'_y = H'_{y,o} + H'_{y,i} = \frac{I'x}{2\pi(x^2+(y-h)^2)} + \int_0^\infty P(u)\sin(xu)e^{-uy}du \quad (11)$$

또한, 지표 ($y=0$)에서의 경계조건 ($H'_{(x,y)}(y=0+) = H'_{(x,y)}(y=0-)$)을 식 (4)과 (11)에 적용하면

$$\frac{1}{j\omega\mu} \int_0^\infty K(u)F(u)\cos(xu)du = \frac{I'h}{2\pi(x^2+h^2)} + \int_0^\infty P(u)\cos(xu)du, \quad (12)$$

$$\frac{1}{j\omega\mu} \int_0^\infty uF(u)\sin(xu)du = \frac{I'x}{2\pi(x^2+h^2)} + \int_0^\infty P(u)\sin(xu)du$$

와 같은 관계식을 얻을 수 있다. 그러므로, 아래에 정의된 적분 관계식

$$\frac{I'h}{2\pi(x^2+h^2)} = \frac{I'}{2\pi} \int_0^\infty e^{-hu}\cos(xu)du, \quad (13)$$

$$\frac{I'x}{2\pi(x^2+h^2)} = \frac{I'}{2\pi} \int_0^\infty e^{-hu}\sin(xu)du$$

을 식 (12)에 적용하면 다음과 같은 간소화된 등가 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{j\omega\mu} K(u)F(u) = \frac{I'}{2\pi} e^{-hu} + P(u), \quad (14)$$

$$\frac{1}{j\omega\mu} uF(u) = \frac{I'}{2\pi} e^{-hu} - P(u)$$

이 식을 가중치 함수들에 대하여 연립하여 풀면

$$F(u) = \frac{j\omega\mu I'}{\pi(K(u)+u)} e^{-hu}, \quad (15)$$

$$P(u) = \frac{I'}{2\pi} \left(\frac{K(u)-u}{K(u)+u} \right) e^{-hu}$$

와 같은 결과를 얻을 수 있다. 결국, 얻어진 식 (15)의 가중치 함수들을 식 (2)에 대입하면 대기 중($y \geq 0$)에서의 전계 세기를 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$E'_z = -\frac{j\omega\mu I'}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-hu}}{K(u)+u} \cos(xu) e^{K(u)y} du \quad (16)$$

위의 적분을 이해하기 쉽게 하기 위하여

$$\begin{aligned} \hat{x} &= x\sqrt{\omega\mu\sigma}, \hat{y} = y\sqrt{\omega\mu\sigma} \\ \hat{h} &= h\sqrt{\omega\mu\sigma}, v = \frac{u}{\sqrt{\omega\mu\sigma}} \end{aligned} \quad (17)$$

와 같은 정규화를 이용하면, 식 (17)는 다음과 같이 변 환된다.

$$\begin{aligned} E_z' &= \\ -\frac{\omega\mu I'}{\pi} \int_0^\infty (\sqrt{v^2+j}-v)\cos(\hat{x}v)e^{\hat{y}\sqrt{v^2+j}-\hat{h}v} dv \end{aligned} \quad (18)$$

이때, $\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{A}$ 로부터 공기 중($y \geq 0$)의 전력선과 대지 중($y \leq 0$)의 통신선 사이의 상호 인덕턴스를 구하기 위하여 이용 될 vector potential은 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$\begin{aligned} A_z' &= j\frac{E_z'}{\omega} \\ -j\frac{\mu I'}{\pi} \int_0^\infty (\sqrt{v^2+j}-v)\cos(\hat{x}v)e^{\hat{y}\sqrt{v^2+j}-\hat{h}v} dv \end{aligned} \quad (19)$$

같은 방법으로, vector potential과 자계 사이의 관계를 나타내는 아래의 식을 이용하면 공기 중($y \geq 0$)에서의 vector potential을 정의할 수 있다.

$$\frac{\partial A_z'}{\partial y} = \mu H_x', \quad \frac{\partial A_z'}{\partial x} = \mu H_y' \quad (20)$$

이 식 (20)에서 결정해야 될 vector potential A_z' 은 식 (11)에 주어진 H_x' 와 식 (17)에 주어진 정규화를 이용하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} A_z' &= \mu \int H_x' dy = \frac{\mu I'}{4\pi} \ln \left(\frac{(\hat{x})^2 + (\hat{h} + \hat{y})^2}{(\hat{x})^2 + (\hat{h} - \hat{y})^2} \right) \\ -j\frac{\mu I'}{\pi} \int_0^\infty (\sqrt{v^2+j}-v)\cos(\hat{x}v)e^{-(\hat{h}+\hat{y})v} dv \end{aligned} \quad (21)$$

마지막으로, 그림 1에서 보듯이 공기 중($y \geq 0$)에 놓여 있는 전력선과 통신선 사이의 상호 인덕턴스를 고려 하자. 일반적으로, 상호 인덕턴스는 아래와 같이 전류 가 흐르는 임의 길이의 선전하로부터 발생하는 자계에 의하여 정의된다.

$$M = \frac{\Psi}{I'} = \frac{\mu \int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S}}{I'} \quad (22)$$

여기서, $|d\mathbf{S}| = dx dz$ 이므로, 그 때 단위길이 당 상호 인덕턴스는 식 (21)을 이용하면

$$\begin{aligned} M &= \frac{\mu \int H_y dx}{I'} = \frac{A_z'}{I'} = \frac{\mu}{4\pi} \ln \left(\frac{(\hat{x})^2 + (\hat{h} + \hat{y})^2}{(\hat{x})^2 + (\hat{h} - \hat{y})^2} \right) \\ -j\frac{\mu}{\pi} \int_0^\infty (\sqrt{v^2+j}-v)\cos(\hat{x}v)e^{-(\hat{h}+\hat{y})v} dv \end{aligned} \quad (23)$$

와 같이 얻을 수 있다.

그러므로, 식 (23)의 두 번째 적분 항을 적분 테이블 [5]을 이용하여 풀면 최종적으로 얻고자 하는 해석적 수식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} M &= \frac{\mu}{4\pi} \left[\ln \left(\frac{(\hat{x})^2 + (\hat{h} + \hat{y})^2}{(\hat{x})^2 + (\hat{h} - \hat{y})^2} \right) - 4j \frac{(\hat{x})^2 + (\hat{h} + \hat{y})^2}{((\hat{x})^2 + (\hat{h} - \hat{y})^2)^2} \right] \\ -\frac{\mu}{4} \left[\frac{Y_1(z_1) - H_1(z_1)}{z_1} + \frac{Y_1(z_2) - H_1(z_2)}{z_2} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

여기서, $z_1 = \sqrt{j}(\hat{h} + \hat{y} + j\hat{x})$, $z_2 = \sqrt{j}(\hat{h} + \hat{y} - j\hat{x})$ 이고, Y_1 은 제2종 1차 Bessel 함수를 나타내며, H_1 은 제 1차 Struve 함수를 나타낸다.

그리고, 식 (24)에서 사용된 1차 Struve 함수에 대한 수학적 정의는 아래와 같으며, 함수 내에 정의된 Γ 은 Gamma 함수를 나타낸다.

$$H_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[(-1)^k \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n+1}}{\Gamma\left(k + \frac{3}{2}\right)\Gamma\left(n+k + \frac{3}{2}\right)} \right] \quad (25)$$

III. 수치해석 결과

앞 장에서 유도한 해석적 수식인 식 (24)를 사용하여 지표면에 설치된 전력선과 통신선 사이에서 발생하는 상호 인덕턴스를 수치 해석하였다. 수치해석을 위하여 설정한 기하학적 구조에 대한 변수 값들은 다음과 같이 정의하였다.

- 전력선의 주파수: 60 Hz
- 지표면의 전도율: $\sigma = 10^{-2} [1/(\Omega m)]$
- 지표면에서 전력선까지의 거리: $h = 1[m], 5[m]$

그 때, 통신선이 임의의 (x, y) 에 놓여 있다고 가정하면, 그 지점에서의 상호 인덕턴스는 식 (24)를 이용하여 구할 수 있다.

MatLab을 이용하여 수치 해석한 상호 인덕턴스의 강

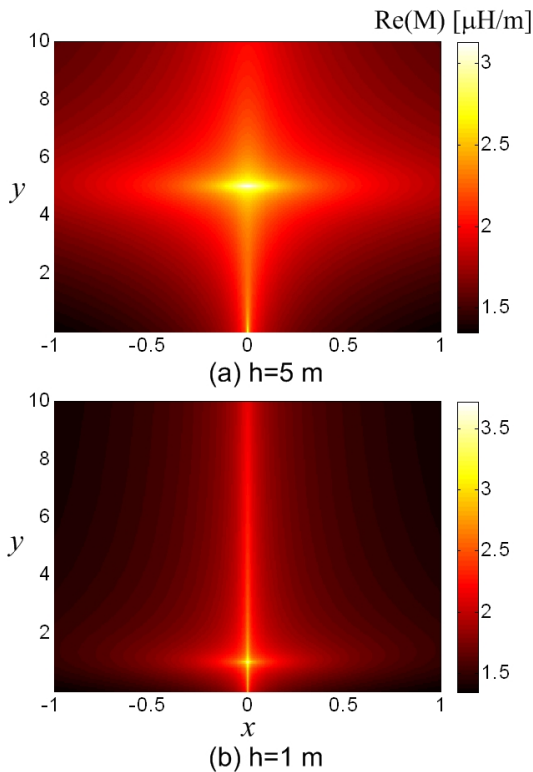


그림 3. 본 논문에서 유도한 상호 인덕턴스의 강도.
Fig. 3. Intensity profile of mutual inductance derived in this paper.

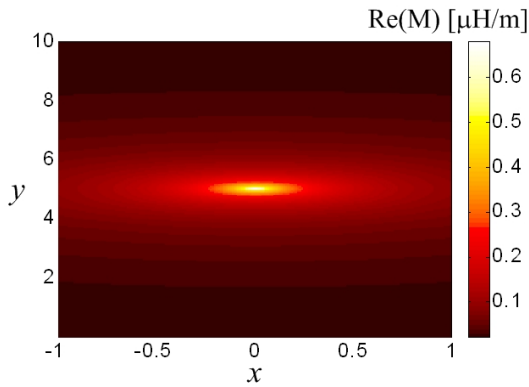


그림 4. 참고문헌 [6]에서 정의한 상호 인덕턴스의 강도.
Fig. 4. Intensity profile of mutual inductance defined in reference [6].

도 $Re(M) [\mu H/m]$ 에 대한 3차원 colormap이 그림 3에 나타나 있다. 그림에서 보듯이, $h = 5 [m]$ 인 경우, 즉 지표면으로부터 전력선이 $5 [m]$ 떨어져 있는 경우, 상호 인덕턴스는 x 축을 따라 넓은 영역에 대하여 대칭적으로

분포하였다. 그러나, y 축에서는 지표면의 영향으로 인하여 비대칭적으로 분포함을 보였으며, 지표면 근처에서 매우 강한 강도를 나타내었다.

반면에 지표면으로부터 전력선이 $h = 1 [m]$ 떨어져 있는 경우 (전력선이 지표면에 가까이 설치된 경우), 상호 인덕턴스의 최대 강도는 $h = 5 [m]$ 인 경우 보다 높았으나, 매우 좁은 영역에 걸쳐서 분포하고 있음을 보였다. 그러므로, 전력선을 지표면에 가깝게 설치할수록 상호 인덕턴스의 영향을 받지 않고 통신선을 설치할 수 있는 여유 공간이 커짐을 알 수 있다.

마지막으로, 본 논문에서 유도한 결과의 정확성을 확인하기 위하여 참고논문 [6]에서 정의한 상호 인덕턴스 수식을 이용하여 그림 3(a)와 같은 수치 해석을 수행하였다. 그림 4에서 보듯이, 참고논문 [6]에 주어진 수식은 $h = 5 [m]$ 에서 x, y 축 모든 방향에 대하여 대칭성을 나타냈으며, 도체의 특성을 나타내는 지표면의 영향이 전혀 고려되지 않았음을 보였다. 이는 전력선을 무한한 길이의 선전하로 가정하고 수식을 근사화한 결과로 판단된다.

IV. 결 론

지표면에 설치된 전력선과 통신선 사이에서 발생하는 상호 인덕턴스를 연구하고 분석하였다. 본 논문에서 유도한 수식은 Function-Theoretic 해석법에 기초한 vector potential을 이용하여 유도하였으며, 실질적으로 필드에서 발생하는 전력선과 통신선 사이 간섭현상을 계산하기 위하여 적용할 수 있다.

또한, 본 논문에서 유도한 수식은 전력선과 통신선이 서로 기울어지거나 평행하게 놓여 있는 것에 상관없이 사용이 가능함을 보였다. 그리고, 본 논문의 정확성을 보이기 위하여 이미 출판된 다른 논문의 결과와 비교 검토하였다.

참 고 문 헌

[1] Carson, "Wave propagation in overhead wires with ground return," Bell System Tech. J., pp. 530-554, Oct. 1926.

- [2] A. Semlyen and D. Shirmohammadi, "Calculation of inductance and magnetic field effects of three phase overhead lines above homogeneous earth," IEEE Trans. on PAS, vol. PAS-101, no. 8, pp. 2747-2754, Aug. 1982.
- [3] S. Babic and C. Akyel, "An improvement in calculation of the self- and mutual inductance of thin-wall solenoids and disk coils," IEEE Trans. Mag., vol.36, pp.1970 - 1975, July 2000.
- [4] R. E. Collin, Field Theory of Guided Waves, IEEE Press, 1991.
- [5] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, Table of Integrals, Series, and Products, Academic Press, 1980.
- [6] E. J. Rogers and J. F. White, "Mutual coupling between finite length of parallel or angled horizontal earth return conductors," IEEE Trans. Power Delivery, vol. 4, no. 1, pp.103-113, Jan. 1989.

저자 소개

호 광 춘(정회원)

- 제 10권 1호 참조
- 현 한성대학교 정보통신공학과 교수

<주관심분야: Optical Communications, Optical Electromagnetics, Design and Analysis of Photonic Devices, Design and Analysis of RF (microwave) Devices>

※ 본 연구는 한성대학교 교내연구비 지원과제입니다.