

# 마이크로 유전 알고리즘을 이용한 트러스 구조물의 단면 및 형상 최적화

## Size and Shape Optimization of Truss Structures using Micro Genetic Algorithm

김 대 환<sup>1)</sup> · 윤 병 옥<sup>2)</sup> · 이 재 홍<sup>3)</sup>  
*Kim, Dae Hwan Yoon, Byoung Wook Lee, Jae Hong*

요 약 : 본 연구는 마이크로 유전 알고리즘을 이용하여 트러스 구조물의 단면적 및 형상을 최적화 하였다. 구조물의 최소 물량을 얻기 위하여 허용 응력 및 좌굴 응력과 같은 여러 제약조건이 고려되었으며, 이를 통해 트러스 구조물의 최적 설계 시 최적화된 부재의 단면적과 구조물의 좌표를 얻었다. 트러스 구조물의 최적 설계에 적용가능 한 제안된 기법을 이용하여 다양한 예제들을 선정하여 최적화를 수행하였으며, 기존 연구 결과와 비교를 통해 본 마이크로 유전 알고리즘의 효과를 입증하였다.

ABSTRACT : In this study, a microgenetic algorithm was used to find the optimum cross-section and shape of dome structures. The allowable stress and Euler buckling stress were considered constraints when the weight of the trusses was minimum. The design optimization of the truss structures involved arriving at the optimum sizes of the cross-section and geometric coordinate. The features of the proposed method, which helped in the modeling of and application to the optimal design of truss structures, were demonstrated using the microgenetic algorithm, by solving sample problems.

핵심용어 : 트러스, 최적화, 유전 알고리즘, 트러스 구조물의 설계

KEYWORDS : trusses, optimization, genetic algorithm, truss structures design

### 1. 서론

예전부터 대공간구조물은 좀 더 넓은 공간을 얻기 위하여 점차 장스팬화되고 이를 지지하기위한 여러 구조 시스템 및 형태 등이 개발되어왔다. 이러한 장스팬 구조물의 경우 좀 더 가벼우면서 많은 하중을 지지하기 위한 형태로 발전되어 왔으며 안정성 및 경제성을 위해 구조물의 형상 및 부재의 단면적을 최적화시키기 위한 노력 또한 계속되어왔다. 이와 같이 구조물의 최적화란 구조 엔지니어가 기준으로 삼은 여러 제약조건들을 동시에 만족하며 최소의 물량으로 최고의 구조 성능을 발휘하는데 그 목적이 있다. 최적화를 위해 구조 엔지니어는 과거의 경험에 근거한 직관적인 설계보다는 체계적이며 합리적인 설계가 되도록 이끌어 나가야한다. 이를 실현하기 위하여 최적화에 대한 연

구가 많이 진행되어 왔으며 그에 대한 기법 또한 다양하게 존재한다. 그러나 최적화 알고리즘의 경우 복잡한 함수들이 서로 복합적으로 연결되어 있기 때문에 공학적인 최적화 문제를 해결하는데 많은 어려움이 따라왔다. 이러한 최적화 문제를 해결하기 위한 알고리즘은 다양하게 존재하지만 본 연구에서는 쉽게 적용이 가능한 유전 알고리즘을 이용하여 트러스 구조물의 최적설계를 수행하였다. 이에 대한 근래의 연구 동향을 살펴보면 국외(Goldberg, 1989, Jenkins, 1991, Kaveh 등, 2004)는 이전부터 트러스 구조물을 위한 유전 알고리즘에 대한 많은 연구가 이루어져 왔으며 국내(황선일 등, 2001, 강문명 등, 2002, 김봉익 등, 2007)에서도 강구조 최적설계를 위해 유전 알고리즘을 이용하여 최소중량최적화에 대한 연구가 진행되고 있다. 이를 바탕으로 본 연구에서는 Krishnakumar(1989)

1) 세종대학교 대학원 건축공학과, 석사과정(regkdh@naver.com)

2) 세종대학교 대학원 건축공학과, 석사과정(byoungwooky@gmail.com)

3) 교신저자. 세종대학교 건축공학과 교수, 공학박사

(Tel: 02-463-3287, Fax: 02-3408-4331, E-mail: jhlee@sejong.ac.kr)

본 논문에 대한 토의를 2012년 2월 29일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

가 제안한 마이크로 유전알고리즘(Micro Genetic Algorithm :  $\mu$ -GA)의 유전연산자를 트러스 구조물의 최적설계에 적합하도록 수정하여 FEM을 기반으로 한 구조 해석 프로그램과 결합한 최적설계 프로그램을 개발하였다. 마이크로 유전 알고리즘은 김선명(2001)의 냉간성형강 부재의 단면 최적설계와 김영빈(2003)의 I-형 복합재료 보의 최적설계의 연구에 사용된 바 있으며 김연태(2009)에 의해 프리텐션이 적용된 언더텐션 구조물의 최적화에도 사용된 바 있다.

이처럼 본 연구에서는 마이크로 유전 알고리즘을 이용하여 트러스 구조물의 최적 설계를 수행하였다. 구조물의 최적 설계의 경우 크게 부재의 단면적과 구조물의 형상 및 위상을 최적화하는 세가지의 방법으로 나뉜다. 다음 최적화 가운데 본 연구에서는 부재의 단면적과 구조물의 형상을 동시에 찾는 최적화를 수행하였다. 이를 검증하기 위하여 여러 트러스 예제를 선정하였으며 기존에 연구된 결과 값과 비교하였다. 이를 바탕으로 유전 알고리즘을 통해 트러스 구조물의 최적의 중량과 형상을 찾고자 한다.

## 2. 마이크로 유전 알고리즘

유전 알고리즘은 생물학적 진화과정 등의 자연현상을 모방한 것으로서 세대가 지남에 따라 좀 더 우월한 유전자를 찾아 취하고자 하는 것이다. 이러한 유전 알고리즘은 다른 최적화 알고리즘과는 다르게 수학적 지식이 크게 필요하지 않으면서 손쉽게 적용이 가능하다는 큰 장점을 가지고 있다. 최적화시 그에 대한 기법에는 단순법, 구배법 등 여러 가지 접근 방식이 있지만 구조물이 복잡하거나 계산량이 많아질 경우 실제 적용하기에는 큰 어려움이 있다. 따라서 본 연구에서는 탐색 유도 방법 중 하나인 무작위 탐색법(Random search method)(진강규, 2004)을 이용하였다. 이는 확률에 기초해서 동작하지만 구조물의 최적화와 같이 매우 복잡한 함수에 적용 가능한 방법 중 하나이다. 본 알고리즘은 이와 같은 기법을 사용하며, 자연 진화의 형태와 같이 보다 우월한 유전자를 얻는 것을 목적으로 한다. 이때 우월한 유전자는 이전 세대보다 좀 더 최적에 가까운 단면적을 나타내는 것으로써 유전 알고리즘은 구조물의 최소의 물량을 찾도록 유도한다(진강규, 2004). 유전알고리즘은 많은 개체를 운용할수록 설계자가 원하는 최적 값을 안정적으로 구할 수 있다는 장점이 있지만 개체 수만큼의 구조해석 횟수가 필요하므로 개체수의 증가는 계산 량을 증가시키고 최적 값을 얻기 위한 시간 또한 증가시킨다. 이를 보완하기 위해 Krishnakumar(1989)는 적은 개체군을 운용하고 설계 변수가 적은 문제에 높은 효율성을 보여주는 마이크로 유전알고리즘을 사용하였다.

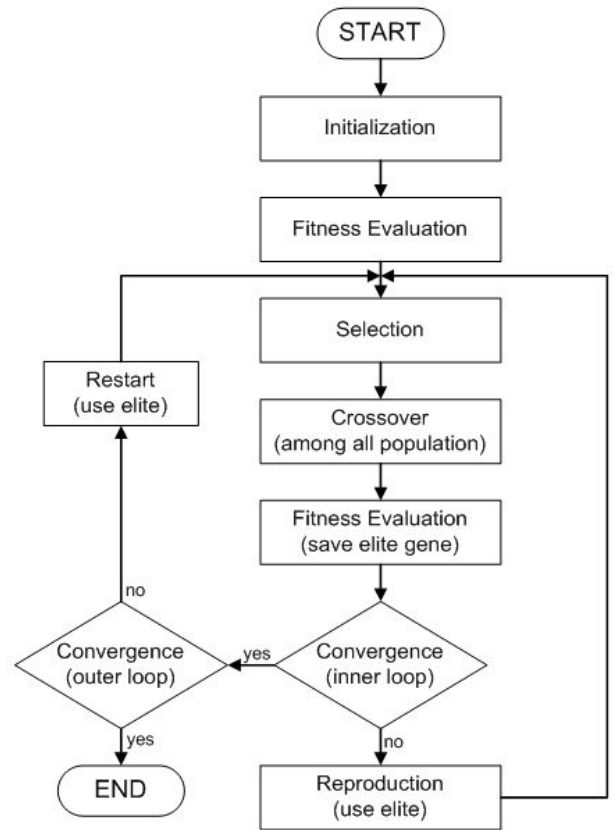


그림 1. 마이크로 유전 알고리즘의 순서도

마이크로 유전알고리즘은 일반적인 유전알고리즘에 비해 더욱 단순한 유전연산을 사용하므로 일반적인 유전알고리즘에서와 같은 까다로운 매개변수 설정을 피할 수 있으며 적은 수의 개체를 사용하므로 개체 증가에 따른 해석시간의 증가 및 대형연산기의 필요성을 줄일 수 있다. 또한 마이크로 유전 알고리즘에서는 기존의 유전 알고리즘에서 중요한 연산을 담당하며 진화의 연료라고 불리던 돌연변이 연산을 배제하였다. 돌연변이 연산의 경우 돌연변이율 및 돌연변이를 일으키는 방법설정 등이 필요하므로 그에 대한 함수의 추가 및 계산량이 증가하게 된다. 따라서 본 연구에서는 돌연변이 연산을 배제하였으며 대신 재시동 연산과 교배율을 1.0으로 둬서 모든 개체가 교배 연산을 수행하도록 하여 돌연변이 연산이 배제되었음에도 불구하고 다양한 탐색을 하도록 유도한다.

그림 1은 마이크로 유전 알고리즘의 순서도를 나타낸다. 먼저 구조물의 기하학적 형상 및 물성치를 입력한 후 최적화를 수행할 설계변수 및 후보군의 범위 등을 설정한다. 그리고 설계변수에 적용이 될 후보군을 정렬 및 생성한다. 초기화 및 적합도 평가 단계에서는 초기 염색체 정보를 생성하고 유전 개념에 일치하도록 하기 위해 각 집단마다 염색체 정보를 0과 1로

구별되는 이진 스트링으로 변환하여 정렬된 후보군의 정보를 입력한다. 이러한 유전자 정보를 통해 각 집단마다 구조물에 정보를 입력하여 트러스 구조물의 계산 프로그램을 이용하여 구조해석을 수행하고 최적화의 목적인 물량 및 제약 조건을 가지고 후보군의 적합도를 평가한다.

초기에 입력된 값에서부터 해의 개선을 위하여 한세대를 이루는 내부루프를 과정을 거친다. 이때 유전자선별 단계에서 개체는 다양한 탐색을 위하여 염색체 정보를 랜덤 함수를 이용하여 결정하며 이는 식(1)과 같이 0과 1사이의 무작위 값들을 이진화 시켜 염색체 정보를 무작위로 선출한다.

$$s_i(x) = \begin{cases} 0, & 0.0 \leq x < 0.5 \\ 1, & 0.5 \leq x < 1.0 \end{cases} \quad (1)$$

이러한 유전자 정보를 가지고 개체의 적합도를 평가한다. 적합도 평가 단계에서 개체의 적합도를 평가할 때 유전알고리즘은 적응도가 높은 개체를 존속시키는데 목적이 있다. 이를 위해 유전자 정보를 이용하여 각 집단마다 구조물에 정보를 입력한 후 트러스 구조물의 계산 프로그램을 이용하여 구조해석을 수행한다. 이때 구조해석 수행 시 설계자가 고려한 제약조건을 만족하는 범위 내에서 후보군들이 선정되며, 만족하지 못하는 후보군들은 페널티 함수를 적용하여 도태시킨다.

다음으로 적합도 평가를 기초로 선별된 우수한 개체군들은 토너먼트 형식으로 비교를 거듭하며 최후의 우월한 인자를 결정한다. 이러한 유전 인자들은 두 개의 부모해의 특징을 부분적으로 결합하여 하나의 새로운 해를 만드는 연산자인 교배 연산을 수행한다. Krishnakumar(1989)가 최초로 제안한 마이크로 유전알고리즘에는 일점 교배를 수행하도록 되어 있으나, 본 연구에서는 보다 효율적인 디자인영역의 탐색효과를 얻을 수 있는 이점 교배를 사용하였다.

교배를 통해 새롭게 생성된 개체에 엘리트 개체를 포함시켜 내부루프의 수렴성을 검사한다. 이때 내부루프는 한 세대 안에서 발생하는 것이며, 설계자가 지정한 내부루프의 수렴 조건을 만족하지 못하면 동일한 내부 마이크로 유전알고리즘을 수행하고, 내부루프의 종료 조건을 만족할 경우 세대를 의미하는 외부루프의 종료 조건을 검사한다. 이를 만족하면 알고리즘을 종료하고 그렇지 못하면 재시동을 하게 된다.

재시동 시에는 전 세대에서 얻은 엘리트 개체를 보존하며, 이를 제외한 나머지 개체들을 랜덤함수를 이용하여 새롭게 구성하게 된다. 이때 엘리트 개체는 지난 세대의 진화의 결과를 나타내며 새롭게 생성된 개체는 개체군에 새로운 형질을 부여하여 다양한 탐색을 가능하게 하는 작용을 한다. 따라서 이러한 과정을 통해 세대가 지남에 따라 보다 우수한 최적 값을 찾게 된다.

### 3. 해석 예제

본 프로그램은 기본적으로 구조 해석 프로그램에 유전 알고리즘을 적용한 것이다. 이때 유전 이론에서 일반적인 유전자

**Minimize**

$$f(x) = \left( \sum_{i=1}^{10} A_i \cdot l_i \right) \cdot \rho \quad (2)$$

$$\begin{aligned} F(X, M) &= f(X), & g_{allowable}(X) &\geq g_i(X) \\ F(X, M) &= f(X) + penalty(X), & g_{allowable}(X) &< g_i(X) \end{aligned} \quad (3)$$

$$penalty(X) = r \left\{ \left( \frac{\sigma(i)}{\sigma_{all}} - 1 \right)^2 + \left( \frac{\delta(i)}{\delta_{all}} - 1 \right)^2 \right\} \quad (4)$$

와 우월한 유전자를 구별하는 목적함수는 식(2)와 같으며, 기본적으로 구조물의 총 중량을 최소화하는데 그 목적이 있다.

일반적으로 유전알고리즘은 무제약최소화(Unconstrained Optimization) 기법이며, 이를 위해 식(2)와 같이 정식화된 수식에 벌칙함수(Penalty Function)를 이용하여 식(3)과 같이 무제약 최소화 문제로 변환하였다. 이때 목적함수에 추가되는 벌칙함수는 식(4)와 같으며, 벌칙함수에서 r은 벌칙상수(Penalty Constant)이다. 만약 설계 변수의 후보군을 적용한 구조물의 해석 값이 최적화를 위해 제약한 허용 값보다 초과할 시, 해석 값과 허용 값의 비에 1을 감한 값의 제곱과 벌칙상수를 곱한 값이 목적함수에 추가한다. 이로 인해 최소화 문제에서 목적함수가 높은 값을 갖게 되고, 이는 다른 유전자보다 도태되는 결과를 가져온다. 따라서 제약조건을 위배하는 개체는 다음 세대에서 생존할 확률이 줄어들고 최적 해의 개선은 제약조건을 위배하지 않는 방향으로 진행된다.

본 연구에서 사용되는 알고리즘을 검증하기 위하여 4개의 트러스 모델을 선정하여 최적화를 수행하였다. 먼저 구조시스템에 대한 형상 정보 및 물성치를 입력하고 설계 변수(부재 단면적, 형상범위)와 범위를 지정하였다. 이후 각 후보군에 대한 적합도 평가를 실시하였으며 각각의 후보군에 따른 구조해석을 수행하였다. 수행간에 제약조건(허용응력, 좌굴하중등)에 의해 벌칙함수를 생성하였으며, 최적화 간의 목적함수(중량)을 바탕으로 내부 루프와 외부 루프를 통해 반복 수행을 함으로써 최적화를 수행하였다. 이를 바탕으로 마이크로 유전 알고리즘을 통해 얻은 최적화 결과를 기존에 수행된 결과를 비교하였다.

#### 3.1 15-bar 트러스

15-bar 트러스의 형상은 그림 2와 같다. 지지점인 1번과 5번 절점의 경우 모두 회전단으로 구성되어있으며 하중은 8번

표 1. 15-bar 트러스의 설계 조건

설계 변수			
단면 변수 : A1 ; A2 ; A3 ; A4 ; A5 ; A6 ; A7 ; A8 ; A9 ; A10 ; A11 ; A12 ; A13 ; A14 ; A15			
좌표 변수 : X2 = X6 ; X3 = X7 ; Y2 ; Y3 ; Y4 ; Y6 ; Y7 ; Y8			
하중 조건			
절점	Fx	Fy	Fz
8	0	-10kips	0
계약 조건			
응력 조건			
$ \sigma_y _i \leq 25ksi \ (i=1, \dots, 15)$			
단면 범위			
$0.1 \text{ in}^2 \leq A_i \leq 19.0 \text{ in}^2 \ (i=1, \dots, 15)$			
좌표 범위			
$100 \text{ in} \leq X2 \leq 140 \text{ in} ; 220 \text{ in} \leq X3 \leq 260 \text{ in}$			
$100 \text{ in} \leq Y2 \leq 140 \text{ in} ; 100 \text{ in} \leq Y3 \leq 140 \text{ in}$			
$50 \text{ in} \leq Y4 \leq 90 \text{ in} ; -20 \text{ in} \leq Y6 \leq 20 \text{ in}$			
$-20 \text{ in} \leq Y7 \leq 20 \text{ in} ; 20 \text{ in} \leq Y8 \leq 60 \text{ in}$			
재료의 물성치			
탄성계수 $E=1.0 \times 10^4 ksi$			
밀도 $\rho=0.1 \text{ lb/in}^3$			

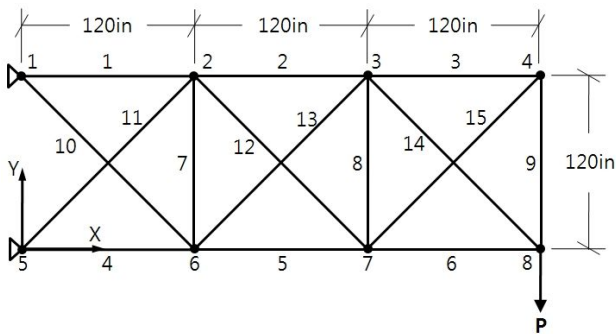


그림 2. 15-bar 트러스

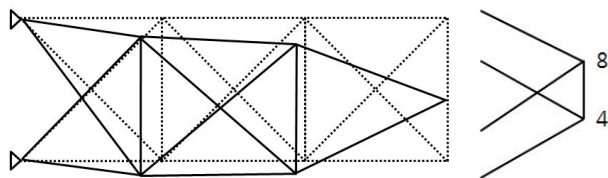


그림 3. 15-bar 트러스의 최적 형상

절점에서 아래방향으로 작용하고 있다. 표 1은 트러스 구조물의 최적화를 위한 설계 조건이며, 이전 연구 결과와의 비교를 위하여 주 단위는 inch와 pound가 사용되었다. 구조물의 물량 최적화를 위해 부재의 단면적과 절점의 좌표가 설계 변

표 2. 15-bar 트러스의 이전 연구와 최적 결과 비교

설계 변수	Hwang (2006)	Wenyan (2005)	Rahami (2008)	본 연구
A1(in <sup>2</sup> )	0.954	1.081	1.081	1.140
A2(in <sup>2</sup> )	1.081	0.539	0.539	0.604
A3(in <sup>2</sup> )	0.440	0.287	0.287	0.420
A4(in <sup>2</sup> )	1.174	0.954	0.954	1.124
A5(in <sup>2</sup> )	1.488	0.954	0.539	0.748
A6(in <sup>2</sup> )	0.270	0.220	0.141	0.100
A7(in <sup>2</sup> )	0.270	0.111	0.111	0.196
A8(in <sup>2</sup> )	0.347	0.111	0.111	0.100
A9(in <sup>2</sup> )	0.220	0.287	0.539	0.373
A10(in <sup>2</sup> )	0.440	0.220	0.440	0.156
A11(in <sup>2</sup> )	0.220	0.440	0.539	0.356
A12(in <sup>2</sup> )	0.440	0.440	0.270	0.420
A13(in <sup>2</sup> )	0.347	0.111	0.220	0.164
A14(in <sup>2</sup> )	0.270	0.220	0.141	0.104
A15(in <sup>2</sup> )	0.220	0.347	0.287	0.420
X2(in)	118.346	133.612	101.578	100.066
X3(in)	225.209	234.752	227.911	233.312
Y2(in)	119.046	100.449	134.799	105.138
Y3(in)	105.086	104.738	128.221	100.239
Y4(in)	63.375	73.762	54.863	52.533
Y6(in)	-20.000	-10.067	-16.448	-11.874
Y7(in)	-20.000	-1.339	-13.301	-10.850
Y8(in)	57.722	50.402	54.857	52.710
Weight(lb)	104.573	79.820	76.685	76.783

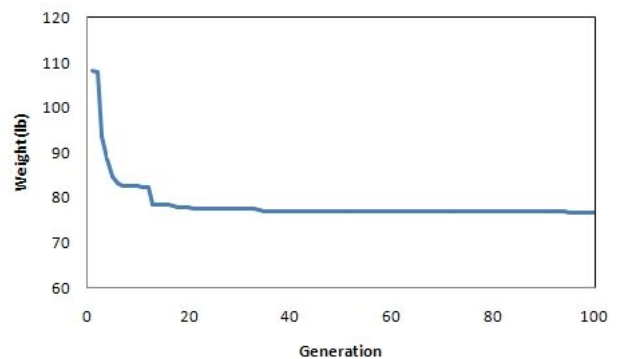


그림 4. 15-bar 트러스의 최적 수렴 곡선

수로 고려되었으며, 일정 범위 내에서 구조물의 데이터 값이 입력되도록 지정하였다. 이때 좌표에 대한 설계 변수의 경우 5 번 절점을 원점으로 하였을 때 그에 대한 상대적인 좌표 값이다. 또한 최적화시 부재의 응력 값이 허용 응력 값을 초과하지 않도록 고려하였다.

표 3. 15-bar 트러스의 제약 조건에 대한 벌칙 함수

부재	$\sigma/\sigma_{allowable}$	부재	$\sigma/\sigma_{allowable}$
A1	0.99	A9	-0.72
A2	1.00	A10	1.00
A3	0.98	A11	-0.88
A4	-0.87	A12	0.99
A5	-1.00	A13	-0.98
A6	-0.95	A14	0.96
A7	0.53	A15	-0.93
A8	-0.43		

다음과 같은 설계 조건을 통하여 최적화를 수행하였으며 그 결과 그림 4와 같이 최적 수렴 곡선을 얻었다. 100세대까지 최적화를 수행하였으며 초기 세대에서 물량이 급격히 줄어들다가 세대가 지남에 따라 점차 안정적으로 값이 수렴하였다. 이와 같은 최적화 과정을 통해 표 2와 같이 최적의 단면적 및 좌표를 얻을 수 있었으며, 본 연구에서 얻은 최적의 물량 값을 이전 연구와 비교하였을 때, 최소값에 거의 근접한 값을 얻을 수 있었다. 또한 표 3은 최적화를 통해 얻은 구조물의 응력에 대한 허용 응력의 비를 나타낸 것으로써, 많은 부재들이 허용 응력에 근접하게 도달하면서 최적화가 수행되었다.

그림 3은 최적화를 통해 얻은 좌표 값을 통해 얻은 형상을 나타낸다. 이때 점선은 구조물의 초기 형상이며, 실선은 구조물의 최적 형상을 나타낸다. 기존 연구 결과의 경우 최적 형상에서 4번과 8번 절점이 거의 근접하게 위치하였으며, 본 연구 또한 그림 3과 같이 4번과 8번 절점이 근접하게 위치함을 보여주었다.

### 3.2 18-bar 트러스

그림 5는 18-bar 트러스의 형상을 나타낸다. 지지점인 10번과 11번 절점의 경우 모두 회전단으로 구성되어있으며 하중은 상부의 모든 절점에서 아래방향으로 작용하고 있다. 표 4는 트러스 구조물의 최적화를 위한 설계 조건이며, 18-bar 트러스의 경우에도 이전 연구 결과와의 비교를 위하여 주 단위는 inch와 pound가 사용되었다. 구조물의 물량 최적화를 위해 부재의 단면적과 절점의 좌표가 설계 변수로 고려되어 일정 범위 내에서 구조물의 데이터 값이 입력되도록 지정하였다. 이때 좌표에 대한 설계 변수의 경우 11번 절점을 원점으로 하였을 때 그에 대한 상대적인 좌표 값이다. 또한 최적화 시 부재의 응력 값이 허용 응력 값을 초과하지 않도록 하였으며 좌굴 응력에 대해서도 동시에 고려하였다.

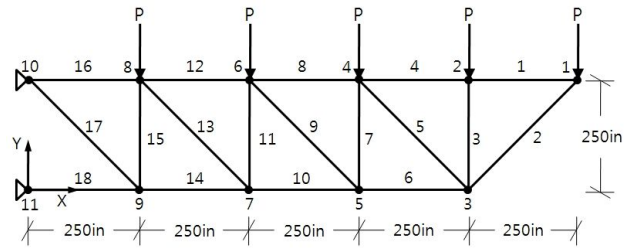


그림 5. 18-bar 트러스

표 4. 18-bar 트러스의 설계 조건

설계 변수			
단면 변수 : A1=A4=A8=A12=A16 ; A2=A6=A10=A14=A18 ; A3=A7=A11=A15 ; A5=A9=A13=A17			
좌표 변수 : X3 ; Y3 ; X5 ; Y5 ; X7 ; Y7 ; X9 ; Y9			
하중 조건			
절점	Fx	Fy	Fz
1,2,4,6,8	0	-20kips	0
제약 조건			
응력 조건 $ \sigma_y  \leq 25ksi \quad (i=1, \dots, 18)$			
좌굴 조건 $ \sigma_c  \leq 4EA_i/L_i^2 \quad (i=1, \dots, 18)$			
단면 범위 $2.00 \text{ in}^2 \leq A_i \leq 21.75 \text{ in}^2 \quad (i=1, \dots, 18)$			
좌표 범위 $775 \text{ in} \leq X3 \leq 1225 \text{ in} ; 525 \text{ in} \leq X5 \leq 975 \text{ in}$ $275 \text{ in} \leq X7 \leq 725 \text{ in} ; 25 \text{ in} \leq X9 \leq 475 \text{ in}$ $-225 \text{ in} \leq Y3 \leq 245 \text{ in} ; -225 \text{ in} \leq Y5 \leq 245 \text{ in}$ $-225 \text{ in} \leq Y7 \leq 245 \text{ in} ; -225 \text{ in} \leq Y9 \leq 245 \text{ in}$			
재료의 물성치			
탄성계수 $E=1.0 \times 10^4 ksi$			
밀도 $\rho=0.1 \text{ lb/in}^3$			

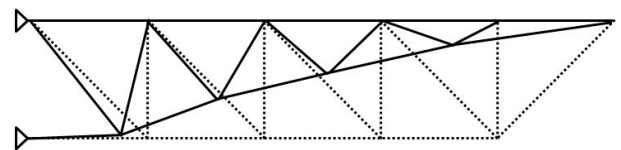


그림 6. 18-bar 트러스의 최적 형상

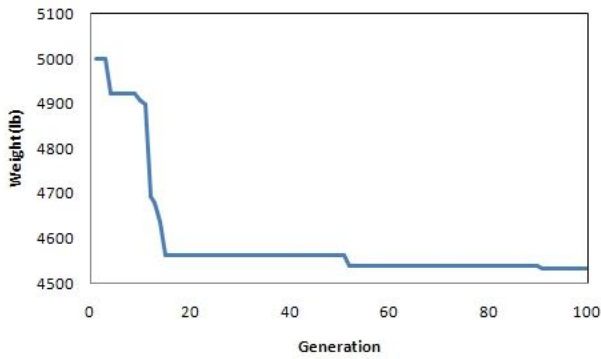


그림 7. 18-bar 트러스의 최적 수렴 곡선

표 5. 18-bar 트러스의 이전 연구와 최적 결과 비교

설계 변수	Yang (1996)	Rajeev (1997)	Rahami (2008)	본 연구
A1(in <sup>2</sup> )	12.61	12.50	12.55	11.41
A2(in <sup>2</sup> )	18.10	16.25	18.03	17.36
A3(in <sup>2</sup> )	5.47	8.00	5.11	5.80
A5(in <sup>2</sup> )	3.54	4.00	3.57	5.93
X3(in)	914.50	891.90	912.97	906.58
X5(in)	647.00	610.60	646.45	637.20
X7(in)	414.20	385.40	416.62	401.75
X9(in)	200.00	184.40	204.28	196.02
Y3(in)	183.00	145.30	188.07	196.61
Y5(in)	147.40	118.20	150.62	138.24
Y7(in)	100.40	72.50	102.53	81.91
Y9(in)	31.90	23.40	32.65	5.53
Weight(lb)	4552.8	4616.8	4511.4	4532.3

다음과 같은 설계 조건을 내에서 최적화를 수행하였으며 그 결과 그림 7과 같이 최적 수렴 곡선을 얻었다. 100세대까지 최적화를 수행하였으며, 초기 세대에서는 물량이 급격히 줄어들다가 세대가 지남에 따라 점차 안정적으로 값이 수렴하였다. 이를 통해 표 5와 같이 최적의 단면적 및 좌표를 얻을 수 있었으며, 본 연구에서 얻은 최적의 물량 값을 이전 연구와 비교하였을 때, 18-bar 트러스 또한 최소값에 거의 근접하였다. 표 6은 최적화를 통해 얻은 구조물의 응력 값에 대한 허용 응력 및 좌굴 응력의 비를 나타낸 것이며, 인장력을 받는 부재들은 허용 응력에 의해, 압축력을 받는 부재들은 좌굴 응력에 의해 최적 값이 결정되었음을 확인 할 수 있다.

다음으로 최적 좌표 값을 통해 그림 6과 같이 최적 형상을 얻을 수 있었으며, 점선은 구조물의 초기 형상을 나타내고 실선은 구조물의 최적형상을 나타낸다. 이와 같은 형상은 일반적인 캔틸레버 빔의 최적화와 같이 지지점에서 멀어질수록 트러

표 6. 18-bar 트러스의 제약 조건에 대한 벌칙 함수

부재	$\sigma/\sigma_{allowable}$	$\sigma/\sigma_{cr}$
A1	0.89	NA
A2	-0.11	-0.37
A3	-0.21	-0.20
A4	0.81	NA
A5	0.14	NA
A6	-0.45	-0.98
A7	-0.23	-0.50
A8	0.89	NA
A9	0.16	NA
A10	-0.59	-1.00
A11	-0.29	-0.94
A12	1.00	NA
A13	-0.03	-0.11
A14	-0.68	-0.94
A15	-0.15	-0.81
A16	1.00	NA
A17	0.99	NA
A18	-0.86	-0.95

스의 상부와 하부가 점차 세장함을 보여주었으며 이는 구조물의 형상 최적화가 효율적으로 수행되었음을 보여준다.

### 3.3 25-bar 트러스

입체 트러스인 25-bar 트러스의 형상은 그림 8과 같으며, 지지점인 7, 8, 9, 10번 절점의 경우 모두 회전단으로 구성되어 있다. 표 7은 25-bar 트러스의 최적화를 위한 설계 조건이며 하중은 4개의 절점에 x, y, z 방향으로 모두 작용하고 있다. 이전 연구 결과와의 비교를 위하여 주 단위는 inch와 pound를 사용하였다. 설계 변수인 부재의 단면적과 절점의 좌표의 경우 일정 범위 내에서 값이 입력되도록 지정하였으며, 좌표에 대한 설계 변수의 경우 구조물의 중앙 하부가 원점일 시에 그에 대한 상대적인 좌표 값이다. 본 예제의 경우 1, 2번의 절점만을 고정하였으며 하부 지지점은 일정 범위 내에서 이동하며 최적화가 이루어 질 수 있도록 설계 변수로 고려하였다. 최적화시 구조물의 응력 값이 허용응력 값을 초과하지 않도록 하였으며 허용 처짐 또한 고려하여 구조물의 과다 변형이 일어나지 않도록 하였다.

표 7. 25-bar 트러스의 설계 조건

설계 변수			
단면 변수 : $A_1$ ; $A_2=A_3=A_4=A_5$ ; $A_6=A_7=A_8=A_9$ ; $A_{10}=A_{11}$ ; $A_{12}=A_{13}$ ; $A_{14}=A_{15}=A_{16}=A_{17}$ ; $A_{18}=A_{19}=A_{20}=A_{21}$ ; $A_{22}=A_{23}=A_{24}=A_{25}$			
좌표 변수 : $X_4=X_5=-X_3=-X_6$ ; $X_8=X_9=-X_7=-X_{10}$ ; $Y_3=Y_4=-Y_5=-Y_6$ ; $Y_7=Y_8=-Y_9=-Y_{10}$ ; $Z_3=Z_4=Z_5=Z_6$			
하중 조건			
절점	Fx	Fy	Fz
1	1.0kips	-10.0kips	-10.0kips
2	0	-10.0kips	-10.0kips
3	0.5kips	0	0
6	0.6kips	0	0
제약 조건			
응력 조건			
$ (\sigma_y)_i  \leq 40ksi \quad (i=1, \dots, 25)$			
처짐 조건			
$ \Delta_i  \leq 0.35 \text{ in} \quad (i=1, \dots, 6)$			
단면 범위			
$0.1 \text{ in}^2 \leq A_i \leq 2.0 \text{ in}^2 \quad (i=1, \dots, 25)$			
좌표 범위			
$20 \text{ in} \leq X_4 \leq 60 \text{ in} ; 40 \text{ in} \leq X_8 \leq 80 \text{ in}$			
$40 \text{ in} \leq Y_3 \leq 80 \text{ in} ; 100 \text{ in} \leq Y_7 \leq 140 \text{ in}$			
$90 \text{ in} \leq Z_3 \leq 130 \text{ in}$			
재료의 물성치			
탄성계수 $E=1.0 \times 10^4 ksi$			
밀도 $\rho=0.1 \text{ lb/in}^3$			

다음과 같은 설계 조건을 내에서 최적화를 수행하였으며, 그림 10은 최적화를 통해 얻은 최적 수렴 곡선이다. 100세대까지 최적화를 수행하였으며 초기 세대에서 급격하게 물량이 절감된 후 세대가 지남에 따라 점차 안정적으로 값이 수렴하였다. 이를 통해 표 8과 같이 최적의 단면적 및 좌표를 얻을 수 있었으며, 본 연구에서 얻은 최적의 물량 값을 이전 연구와 비교하였을 때, 본 모델 또한 최소값에 근접한 값을 얻었다. 표 9는 최적화를 통해 얻은 구조물의 응력 및 처짐 값을 허용 응력 및 허용 처짐에 대한 비로 나타내었다. 25-bar 트러스의 경우 대부분의 부재들이 허용 응력에 가깝게 도달하지는 않았으며, 절점만이 허용 처짐에 가깝게 도달하였다. 이와 같은 결과를 통해 허용 처짐이 최적 값을 결정하는데 주요인으로서 작용하였음을 알 수 있다. 그림 9는 최적화를 통해 얻은 최적 형상을 나타낸다. 이때 점선은 구조물의 초기 형상이며, 실선은 구조물의 최적 형상이다.

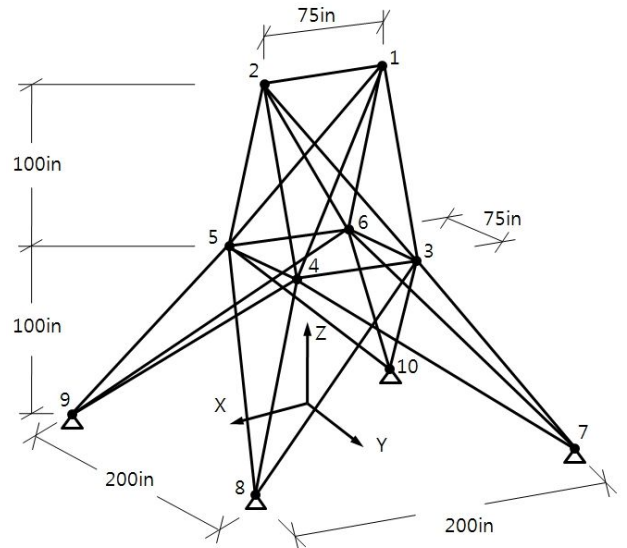


그림 8. 25-bar 트러스

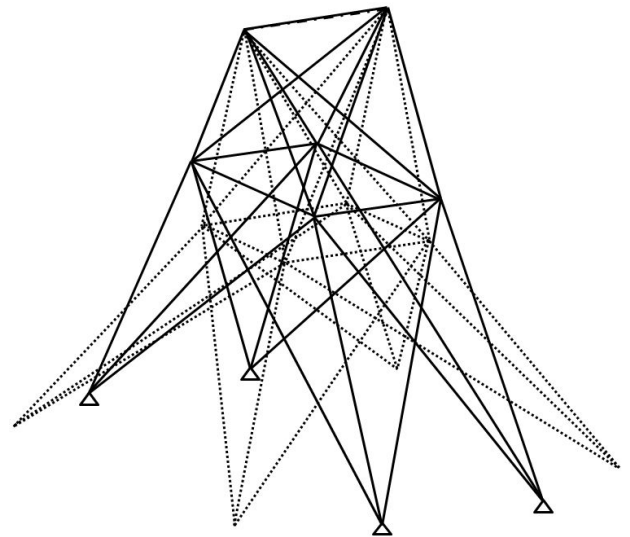


그림 9. 25-bar 트러스의 최적 형상

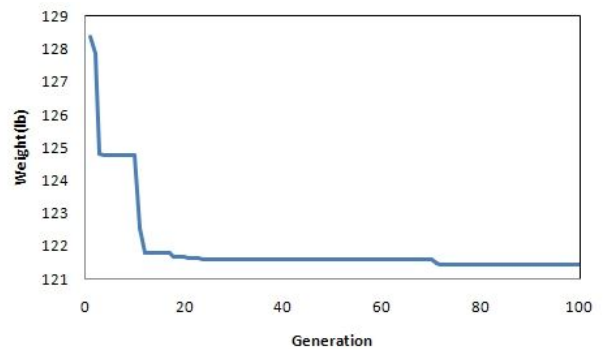


그림 10. 25-bar 트러스의 최적 수렴 곡선

표 8. 25-bar 트러스의 이전 연구와 최적 결과 비교

설계 변수	Wu (1995)	Kaveh (2004)	Rahami (2008)	본 연구
A1(in <sup>2</sup> )	0.1	0.1	0.1	0.1
A2(in <sup>2</sup> )	0.2	0.1	0.1	0.1
A6(in <sup>2</sup> )	1.1	1.1	1.1	1.0
A10(in <sup>2</sup> )	0.2	0.1	0.1	0.1
A12(in <sup>2</sup> )	0.3	0.1	0.1	0.1
A14(in <sup>2</sup> )	0.1	0.1	0.1	0.1
A18(in <sup>2</sup> )	0.2	0.1	0.2	0.2
A22(in <sup>2</sup> )	0.9	1.0	0.8	0.9
X4(in)	41.07	36.23	33.05	32.80
X8(in)	50.80	46.46	43.78	41.92
Y3(in)	53.47	58.56	53.57	55.36
Y7(in)	131.48	127.95	136.84	132.64
Z3(in)	124.60	115.59	129.91	124.65
Weight(lb)	136.2	124.0	120.1	121.4

표 9. 25-bar 트러스의 제약 조건에 대한 벌칙 함수

부재	$\sigma/\sigma_{allowable}$	절점	$\Delta/\Delta_{allowable}$
A1	0.13	X1	0.89
A2	-0.07	Y1	-1.00
A3	0.16	Z1	-0.41
A4	-0.32	X2	1.00
A5	-0.10	Y2	-0.99
A6	-0.36	Z2	-0.57
A7	0.04	X3	0.57
A8	0.06	Y3	-0.47
A9	-0.34	Z3	-0.13
A10	0.13	X4	0.52
A11	0.19	Y4	-0.43
A12	-0.07	Z4	-0.19
A13	-0.06	X5	0.55
A14	-0.17	Y5	-0.67
A15	0.16	Z5	-0.30
A16	-0.19	X6	0.60
A17	0.14	Y6	-0.64
A18	-0.07	Z6	-0.24
A19	0.16		
A20	-0.40		
A21	-0.16		
A22	0.11		
A23	0.02		
A24	-0.38		
A25	-0.30		

표 10. 21-bar 트러스의 설계 조건

설계 변수			
단면 변수 : A1=A2=A3=A4=A5=A6 ;			
A7=A8=A9=A10=A11=A12 ;			
A13=A14=A15=A16=A17 ;			
A18=A19=A20=A21			
좌표 변수 : X11=-X9 ; X12=-X8 ;			
Y8=Y12 ; Y9=Y11 ; Y10			
하중 조건			
절점	Fx	Fy	Fz
2,3,4,5,6	0	-100kN	0
제약 조건			
응력 조건			
$ (\sigma_y)_i  \leq 400MPa (i=1, \dots, 21)$			
좌굴 조건			
$ (\sigma_c)_i  \leq 4EA_i/L_i^2 (i=1, \dots, 21)$			
단면 범위			
$0.1cm^2 \leq A_i \leq 10.0cm^2 (i=1, \dots, 21)$			
좌표 범위			
$0m \leq X11 \leq 2m ; 1m \leq X12 \leq 3m ;$			
$0.1m \leq Y8 \leq 2m ; 0.1m \leq Y9 \leq 2m ;$			
$0.1m \leq Y10 \leq 2m$			
재료의 물성치			
탄성계수 $E = 210GPa$			
밀도 $\rho = 7,850kgf/m^3$			

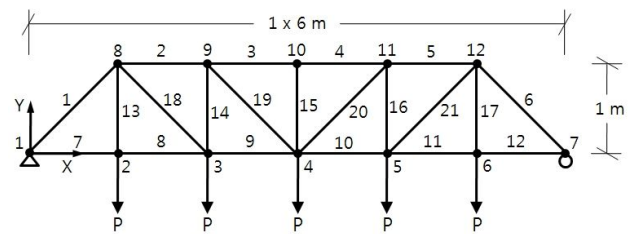


그림 11. 21-bar 트러스

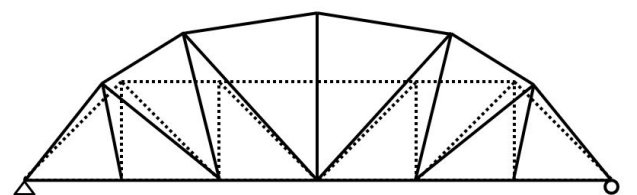


그림 12. 21-bar 트러스의 최적형상



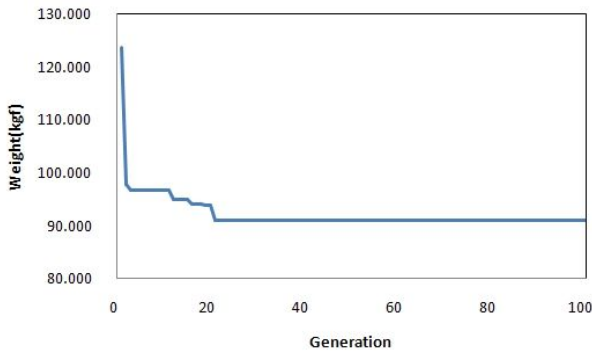


그림 13. 21-bar 트러스의 최적 수렴 곡선

표 11. 21-bar 트러스의 최적화 결과

설계 변수	단면적(cm <sup>2</sup> )	설계 변수	좌표(m)
A1	8.33	X11	1.117
A7	7.53	X12	2.245
A13	3.05	Y8	0.820
A18	0.33	Y9	1.444
		Y10	1.636
Weight(kgf)		90.863	

표 12. 21-bar 트러스의 제약 조건에 대한 벌칙 함수

설계 변수	$\sigma/\sigma_{allowable}$	$\sigma/\sigma_{cr}$
A1	-1.00	-0.70
A2	-0.91	-0.86
A3	-0.84	-0.61
A7	0.80	NA
A8	0.87	NA
A9	0.91	NA
A13	0.87	NA
A14	0.80	NA
A15	0.78	NA
A18	0.47	NA
A19	0.26	NA

일반적으로 교량이 많이 쓰이고 있는 아치 형태로 결정되었으며, 이는 최적화가 효율적으로 수행되었음을 의미한다. 표 12는 최적화를 통해 얻은 구조물의 해석 된 응력 값을 허용 응력 및 좌굴 응력에 대한 비로 나타낸 것이다. 모든 부재에서 허용 응력 및 좌굴 응력을 초과하지 않았으며, 좌굴응력보다 허용 응력이 최적화에 좀 더 결정적으로 작용하였음을 확인 할 수 있다.

### 3.4 21-bar 트러스

그림 11은 21-bar 트러스를 나타낸다. 구조물은 단순지지로 이루어진 플랫폼 트러스의 다리 형상이며 1번 절점은 회전단 7번 절점은 이동단으로 되어있다. 표 10은 21-bar 트러스의 최적화를 위한 설계 조건이며, 하중은 하부의 모든 절점에서 아래방향으로 작용하고 있다. 본 모델의 주 단위는 SI 단위를 사용하였으며 설계 변수인 부재의 단면적과 절점의 좌표의 경우 일정 범위 내에서 값이 입력되도록 지정하였다. 이때 좌표에 대한 설계변수의 경우 구조물의 중앙 하부인 4번 절점을 원점으로 하였을 때 그에 대한 상대적인 좌표 값이다. 최적화시 부재의 응력 값은 허용 응력 값을 초과하지 않도록 하였으며 좌굴 응력에 대해서도 동시에 고려하였다.

이와 같은 설계 조건 내에서 최적화를 수행하였으며 그림 10은 세대가 지남에 따른 구조물의 물량에 대한 수렴 곡선이다. 100세대까지 최적화를 수행하였으며 초기 세대에서 급격히 물량이 줄어든 후 세대가 지남에 따라 구조물의 물량 값이 점차 안정적으로 수렴하였다. 이와 같은 최적화 과정을 통해 얻은 최적 값은 표 11과 같으며, 최적화를 통해 얻은 좌표 값을 이용하여 그림 12와 같은 구조물의 최적 형상을 얻었다. 이때 점선은 구조물의 초기 형상이며, 실선은 구조물의 최적 형상을 나타낸다. 유전 알고리즘을 통해 얻은 본 모델의 최적 형상은

### 4. 결론

본 연구에서는 최적화 기법 중 하나인 마이크로 유전알고리즘(Micro Genetic Algorithm :  $\mu$ -GA)을 이용하여 트러스 모델의 최적설계 프로그램을 개발하였다. 다른 최적화 알고리즘에 비해 유전 알고리즘은 큰 수학적 지식이 없이 적용하기에 쉽다는 장점이 있으며, 이 같은 장점을 이용하여 구조 해석 프로그램에 적용하였다. 이를 바탕으로 본 연구에서는 유전 알고리즘을 이용하여 설계 변수인 단면적 및 좌표의 범위를 지정하고 허용 응력과 같은 여러 제약 조건 내에서 부재의 단면적 및 구조물의 형상이 동시에 최적화가 가능하도록 하였으며, 다양한 트러스 예제를 선정하여 최적화를 수행하였다. 그 결과 최적의 단면 및 구조물의 형상을 찾았으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 본 연구에서는 마이크로 유전 알고리즘을 이용하여 트러스 모델에 대한 최적 설계 프로그램을 성공적으로 개발하였다. 15-bar, 18-bar, 25-bar 트러스 예제를 통해 좋은 결과를 얻었으며 기존 연구 결과와 비교하여 신뢰성을 입증하였다.

- (2) 본 프로그램은 단면적과 절점을 설계변수로 고려한 최적 설계가 가능하였으며 그 결과 최적 단면적과 동시에 구조물에 최적화 된 형상을 얻을 수 있음을 확인하였다.
- (3) 최적화시 설계를 위해 다양한 제약 조건들이 적용 가능하였으며, 이는 최적 값을 결정하는데 큰 요인으로 작용함을 확인하였다.
- (4) 구조물의 설계 시 본 프로그램을 통해 설계자가 원하는 부재 및 절점을 변수로 지정하여 원하는 조건 내에서 찾은 최적 값은 경제적인 구조물을 결정하는데 효과적인 것으로 사료된다.
- (5) 추후 연구계획으로 외력에 의한 대형구조물의 형상 최적화를 통해 대공간 입체트러스 구조물의 형상최적화를 수행함으로써, 본 연구에 대한 적용 범위를 늘려야 될 것으로 사료됩니다.

### 감사의 글

본 연구는 2010년도 교육과학기술부 재원으로 한국연구재단의 기초연구실 육성사업(BRL) (과제번호 : NRF2010-0019373) 지원으로 수행되었습니다.

### 참 고 문 헌

강문명, 반춘욱(2002) 퍼지-유전자 알고리즘에 의한 트러스 단면 및 형상 이산화 최적설계, 한국전산구조공학회 논문집, 한국전산구조공학회, 제15권, 제1호, pp.81-89.

김봉익, 권중현(2007) 유전자 알고리즘을 이용한 2차원 강구조물의 최적설계, 한국해양공학회지, 한국해양공학회, 제21권, 제2호, pp.75-80.

김선명, 이재홍(2001) 마이크로 유전알고리즘을 이용한 냉간성형강 부재의 단면 최적설계, 석사학위 논문.

김연태, 이재홍(2009) 마이크로 유전 알고리즘을 이용한 언더텐션 구조물의 최적설계, 대한건축학회 논문집(구조계), 대한건축학회, 제25권, 제10호, pp.35-42.

김영빈, 이재홍(2003) 마이크로 유전알고리즘을 이용한 I-형 복합재료 보의 최적설계, 대한건축학회논문집, 대한건축학회, pp.69-77.

진강규(2004) 유전 알고리즘과 그 응용, 교우사.

황선일, 조홍동, 한상훈(2001) 유전알고리즘을 이용한 트러스

구조물의 이산최적설계, 한국전산구조공학회 논문집, 한국전산구조공학회, 제14권, 제2호, pp.97-106.

Goldberg, D.E. (1989) Sizing Populations for Serial and Parallel Genetic Algorithms, *Proc. 3rd International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, Arlington, VA, pp.70-79.

Jenkins, W.M. (1991) Structural Optimization with the Genetic Algorithm, *The Structural Engineer*, Vol. 69, No. 24, pp.419-422.

Kaveh, A. and Kalatjari, V. (2004) Size/geometry Optimization of Trusses by The Force Method and Genetic Algorithm, *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 84, No. 5, pp.347-357.

Krishnakumar, K. (1989) Micro-genetic Algorithm for Stationary and Non-stationary Function Optimization, SPIE, *Intelligent Control and Adaptive Systems*, Vol. 11, No. 96, pp.282-296.

Hwang, S.F. and He, R.S. (2006) A hybrid real-parameter genetic algorithm for function optimization, *Adv Eng Infor*, Vol. 20, pp.7-21.

Tang, W., Tong, L., and Gu, Y. (2005) Improved genetic algorithm for design optimization of truss structures with sizing, shape and topology variables, *Internat J Number Methods Engrg*, Vol. 62, pp.1737-1762.

Rahami, H., Kaveh, A., and Gholipour, Y. (2008) Sizing, Geometry and topology optimization of trusses via force method and genetic algorithm, *Engineering Structures*, 30, pp.2360-2369.

Yang, J.P. (1996) Development of genetic algorithm-based approach for structural optimization, *Ph.D. thesis*. Singapore, Nanyang Technology University.

Rajeev, S. and Krishnamoorthy, C.S. (1997) Genetic algorithms-based methodologies for design optimization of trusses, *J Struct Eng ASCE*, Vol. 123, No. 3, pp.350-358.

(접수일자 : 2010. 9. 8 / 심사일 2010. 9. 27 /  
심사완료일 2011. 5. 2)