經營科學
第28卷 第2號
2011年 7月

전환사채 주식전환을 위한 조건부 VaR 최적화*

†박구현** · 심은택**

Conditional Value-at-Risk Optimization for Conversion of Convertible Bonds

†Koohyun Park** · Eun-Tak Shim**

■ Abstract ■

In this study we suggested two optimization models to answer a question from an investor standpoint : how many convertible bonds should one convert, and how many keep? One model minimizes certain risk to the minimum required expected return, the other maximizes the expected return subject to the maximum acceptable risk. In comparison with Markowitz portfolio models, which use the variance of return, our models used Conditional Value-at-Risk(CVaR) for risk measurement.

As a coherent measurement, CVaR overcomes the shortcomings of Value-at-Risk(VaR). But there are still difficulties in solving CVaR including optimization models. For this reason, we adopted Rockafellar and Uryasev's[18, 19] approach. Then we could approximate the models as linear programming problems with scenarios. We also suggested to extend the models with credit risk, and applied examples of our models to Hynix 207CB, a convertible bond issued by the global semiconductor company Hynix.

Keywords : Value-at-Risk(VaR), Conditional Value-at-Risk(CVaR), Convertible Bond, Portfolio Optimization, Scenarios, Coherent Risk Measurement

논문접수일 : 2011년 03월 16일 논문수정일(1차 : 2011년 05월 04일, 2차 : 05월 17일)
논문게재확정일 : 2011년 05월 19일
* 이 논문은 2009년도 홍익대학교 학술연구진흥비에 의하여 지원되었음.
** 홍익대학교 산업공학과
† 교신저자

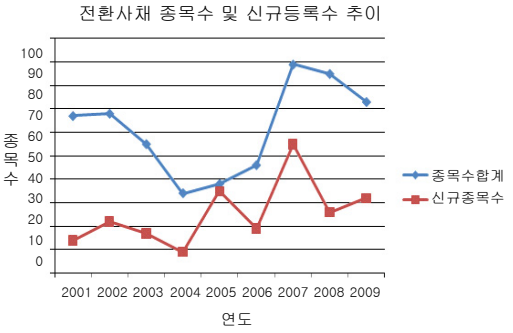
1. 서 론

1.1 연구목적과 전환사채

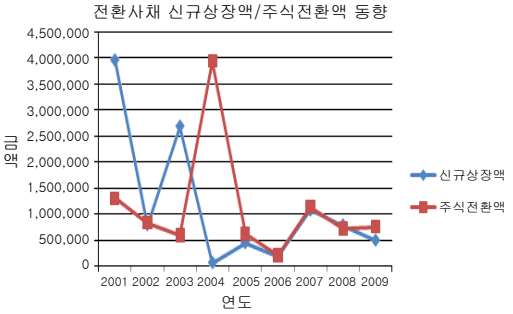
본 연구는 투자자 입장에서 전환사채(Convertible Bond, CB)의 주식으로의 최적 전환량 결정모형을 제시하고자 한다. 전환사채는 전환사채 보유자가 해당 기업의 주식가격이 전환가격 이상이 되면 주식으로 전환할 수 있는 권리가 주어진 채권이다. 즉 전환사채를 구매한 투자자는 안전하게 채권 만기일까지 정해진 기간마다 이자를 받으며 보유하고 있다가 채권 만기지불액을 받을 수도 있고, 도중에 주식가격이 정해진 전환가격을 넘어설 때 채권은 포기하고 주식으로 전환하여 주식으로 보유할 수도 있다. 이와 같은 전환사채에 대해 투자자 입장에서 중요한 의사결정은 주식가격이 전환가격 이상 될 때, 보유 전환사채 전량을 주식으로 전환할 것인가, 아니면 보유량 중 일부만 주식으로 전환할 것인지를 결정하여야 한다. 본 연구는 여기에 답하는 의사결정 모형을 제시하려 한다.

전환사채는 발행기업 및 투자자 각각에게 다음과 같은 장점이 있는 채권이다. 발행기업 입장에서는 일반 채권보다 비교적 낮은 이자율로 채권을 발행할 수 있고, 주식으로 전환되면 부채가 자기자본이 되므로 부채에 대한 부담이 경감되는 장점이 있다. 또한 투자자 입장에서는 채권으로 보유할 때 최소 수익률을 보장받을 수 있고, 기업가치가 충분히 상승하였거나 상승할 것이라는 기대가 있을 때 주식으로 전환할 수 있으므로 기대와 위험이 상존하는 기업에 대한 투자에 적합한 방식이라고 생각할 수 있다. 이러한 전환사채는 전환가격 및 전환비율(채권 1좌당 전환할 수 있는 주식수) 등을 미리 정하여 발행하게 되어있다. 그러나 전환가격을 발행 후 조정할 수 있는 경우도 있고, 발행기업이 전환사채를 다시 사들일 수 있는 권리, 즉 수의상환권이 있는 경우도 있다. 이와 같이 기업이 수의상환을 요구하면 채권 보유자는 전환권을 행사할 수 있다.

국내 전환사채의 발행 동향은 <그림 1> 및 <그림 2>를 통해 연도별 추이를 알 수 있다. <그림 1>은 2001년 이후 전환사채 전체 종목수 및 신규 등록수를 나타내고, <그림 2>는 2001년 이후 전환사채 신규 상장액 및 주식 전환액 동향을 보여주고 있다.



〈그림 1〉 전환사채 종목수 및 신규 등록수 추이



〈그림 2〉 전환사채 신규 상장액 및 주식 전환액 동향

1.2 전환사채 관련연구

전환사채 관련 연구는 전환사채의 가치평가에 관한 연구가 대부분이다. 이들 연구는 전환사채가 일반 채권에 주식전환 청구권인 콜-옵션이 추가된 것이라 생각하여 Black-Scholes 및 Merton의 옵션가격 결정모형에 기초하고 있다.[1] 대표적인 연구로는 Ingersoll[15], Brennan and Schwartz[11], Tsiveriotis and Fernandes[21], Ayache et al.[9]가 있으며

1) Black-Scholes 및 Merton의 옵션가격 결정모형에 대해서는 윤평식 외[5] 제 13장을 참고할 수 있다.

이러한 연구들은 대부분 경계조건이 있는 확률 편미분 방정식 형태로 수치해석적 방법에 의해 해를 구한다. 국내에서도 김동언[2]은 Ayache et al.[9] 모델을 중심으로 실증연구를 수행한 바 있다. 김동석 외[1]는 전환가격의 재조정이 포함된 경우의 가치를 평가하는 실증연구를 하였으며, 조금 다른 방향의 전환사채 관련 연구로서 이성효[3]는 전환사채의 전환확률을 이용하여 전환사채의 주식비중을 추정하는 방법을 제시하기도 하였다. 그는 전환확률을 Black-Scholes 옵션가격 결정모형에서 유도하였으며 전환사채의 주식비중이 보다 현실성 있게 계산됨을 보였다. 여기서 주식비중이라 함은 전체 발행된 전환사채 중 주식으로 전환된 전환사채의 비율을 의미한다.

본 연구는 가치평가와 관련된 연구가 아니다. 투자자 입장에서 보유 중인 전환사채의 주식 전환량 결정 모형을 제시하려고 한다. 전환사채 보유자가 주식전환이 가능한 시점에서 전환사채의 보유량 중 얼마를 주식으로 전환할 것인지를 결정하는 최적화 모형을 제시하려고 한다. 제시된 모형은 일정 기간마다 의사 결정하는 것을 전제로 한 최적화 모형으로 투자자 입장에서 매 시점에서 유지해야 할 채권량과 주식 전환량을 계산한다.

1.3 조건부 VaR를 활용한 최적화 연구

조건부 VaR(conditional value at risk, CVaR)은 VaR를 보완하기 위해 제안된 위험 척도이다. 분산투자는 개별투자의 합보다 위험을 감소시킨다는 것이 실증적으로 밝혀졌음에도 불구하고 VaR 척도를 사용할 경우 이를 만족하지 않는 경우가 발생한다. 따라서 이를 보완한 CVaR을 위험척도로 하는 위험관리 방법이 기존의 VaR을 이용한 관리 방법을 대신하여 제시되고 있다. 예를 들어, 지홍민, 신지숙[4]은 보험사의 지급부족위험을 CVaR로 측정하여 위험 관리하는 방법들을 제시하고 있다.

Black-Scholes 및 Merton의 옵션가격 결정모형을 활용하는 많은 기존의 연구와는 달리, 본 연구는 CVaR를 포함한 최적화 모형을 이용하여 전환사채의 최적 주식 전환량을 결정하고자 한다. 그러나 CVaR이 포함된 확률적 최적화 문제는 해를 구하기 어려운 문제가 된다. 일반적인 CVaR을 포함한 최적화 문제에 대해 Rockafellar and Uryasev[18, 19]는 시나리오에 의한 근사해법을 제시하였으며 이러한 방법론은 포트폴리오 최적화 등 재무 분야의 의사결정문제[7, 20] 뿐 아니라 위험이 존재하는 다른 분야의 의사결정 문제에도 적용이 가능하다[10, 12, 13, 22]. 예를 들어, Gotoh and Takano[12]는 news-vender 문제(소멸성 제품의 확률적 단일기간 문제)에 이를 적용하였고, Zhang et al.[22]는 다기간에 걸친 재고관리 모형에도 이를 적용하였다. 또한 Huang et al.[14]는 다른 각도에서 CVaR로 표현된 포트폴리오 선택문제의 강건모형(robust model)을 제시하였으며, Kunzi-Bay and Mayer[16]는 CVaR 최적화 문제의 계산측면에 대한 연구를 수행하였다.

Rockafellar and Uryasev의 방법론을 적용하는 일반적인 CVaR 최적화 연구는 모두 확률변수가 존재하는 의사결정 상황에서 다음의 절차에 의해 이루어지며, 최종적으로 근사화 된 최적화 모형은 선형계획 문제가 된다.

① 불확실한 상황을 나타내는 확률변수와 확정적 의사결정변수에 의해 손실함수를 정의한다.
② 손실함수로부터 CVaR이 포함된 확률적 최적화 문제를 얻는다.
③ 확률변수의 분포에 의한 시나리오를 생성한다.
④ 생성된 시나리오를 이용하여 근사화된 확정적 최적화 모형을 얻는다.

본 연구도 이와 같은 절차에 의한다. 본 연구에서는 만기시 주식가격이 확률변수이고 주식 전환량이 의사결정변수가 되며 이들로부터 손실함수를 정의한다. 본 연구와 같은 투자자 입장에서 주식 전환량을 결정하는 최적화 모형 연구는 아직 발표된 바가 없으며, 우리는 이러한 모형에 위에서 언급한 Rockafellar와 Uryasev의 CVaR 최적화 방법

〈표 1〉 기존연구와 본 연구의 비교

모형	Brennan and Schwartz[11]	Tsiveriotis and Fernandes[21]	Ayache et al.[19]	김동석 외 [1]	지홍민, 신지숙[4]	본 연구
전환사채 가치 평가 모형	○	○	○	○	×	×
전환사채의 신용위험 반영 여부	×	×	○	×	×	○
CVaR을 이용한 위험관리 여부	×	×	×	×	○	○
최적 주식 전환량 결정 모형	×	×	×	×	×	○
모형의 형태	확률미분 방정식	확률미분 방정식	확률미분 방정식	확률미분 방정식	확률미분 방정식	최적화 모형
해법 유형	수치해석	수치해석	수치해석	수치해석	수치해석	선형계획해법
모형의 활용	전환사채 평가시	전환사채 평가시	전환사채 평가시	전환사채 평가시	보험계약 위험관리	전환사채 투자관리

론을 적용한다.

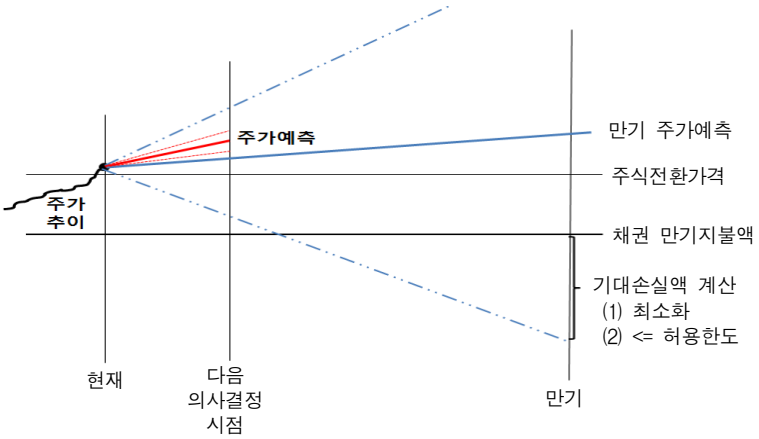
<표 1>은 기존 연구의 모형과 본 연구에서 제시하는 모형을 비교한 표이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 전환사채의 주식전환에 대한 기본 모형과 CVaR의 개념을 소개하며, CVaR이 포함된 2가지 확률계획(stochastic program) 모형을 제안한다. 제 3장에서는 CVaR이 포함된 확률계획 모형의 최적화에 대해 Rockafellar와 Uryasev의 접근법을 도입하여 선형계획문제로 모형화한다. 제 4장에서는 제시한 전환모형을 실제 사례(하이닉스 207CB)에 적용한다. 제 5장에서는 신용위험을 포함한 일반모형을 소개하고, 마지막 제 6장은 결론이다.

2. 기본모형

2.1 모형의 개념

본 연구에서 제시하고자 하는 의사결정 모형은 전환사채의 기초자산인 주식의 가격이 전환가격 이상이라고 가정할 때, 보유하는 전환사채 중 어느 정도를 주식으로 전환하고 나머지는 채권으로 유지할 것이냐를 결정하는 것이다. 이를 위해 본 연구에서는 다단계 의사결정을 염두에 둔 모형을 제시하고자 한다. 즉 일정기간(예 : 4주) 후 다시 의사결정이 이루어질 것을 가정한다. <그림 3>은 다단계 의사결정의 한 시점에서의 모형의 개념을 나타



〈그림 3〉 주식 전환량 결정모형의 개념

낸 그림이다. 그림에는 2가지 주가 예측이 포함되어 있다. 비교적 단기예측에 해당되는 다음 의사결정 시점에서의 주가 예측과 장기예측에 해당되는 채권의 만기 시점에서의 주가 예측이다. 주가의 변동성을 고려할 때 다음 의사결정 시점까지 기간은 비교적 짧은 기간이므로 변동폭이 상대적으로 작으나, 만기 주가 예측은 더욱 폭 넓은 이중점선으로 표현되는 넓은 구간 내에 포함될 것이다.

이제 손실을 산정하는 최저 수준의 목표 기대수익으로 채권 만기지불액을 가정한다. 그러면 손실은 "손실 = 채권 만기지불액-실제 발생수익"의 식으로 계산된다. 음의 손실액은 채권 만기지불액을 초과하는 이익을 의미한다. 본 연구에서는 이와 같이 정의한 손실의 기댓값과 관련하여 2가지 모형을 제시하고자 한다. 첫 번째 경우는 만기시의 기대수익을 일정수준 유지하면서 기대손실액을 최소화하도록 주식 전환량(x)을 결정하는 모형이다. 두 번째 경우는 기대손실액이 허용한도 이내가 되게 하면서 기대수익을 최대화하도록 주식 전환량(x)을 결정하는 모형이다.

이와 같은 2가지 모형 모두에 대해 주식 전환량이 결정되면, 이를 주식으로 전환하고 나머지는 채권으로 보유하여 다음 의사결정 시점까지 기다린다. 시간이 경과하여 다음 의사결정 시점이 되었을 때, 다시 새롭게 그 다음 의사결정 시점을 설정하고 그때의 주가와 만기시의 주가를 각각 예측한다. 그리고 이를 바탕으로 만기시의 기대손실액을 최소화하도록 주식 전환량을 다시 결정하게 된다(첫 번째 모형의 경우). 이러한 과정을 반복함으로 본 연구에서 제시하는 모형은 다단계 의사결정을 염두에 둔 모형이라고 할 수 있다.

2.2 기본모형

기본 모형을 위해 2가지 가정을 한다. 첫째 전환사채는 만기까지 이자지급이 없는 무이표채를 가정한다. 둘째, 전환사채를 주식으로 전환한 이후에는 배당이 없다고 가정한다. 전환사채 보유기간 동안 이자지급이 있고, 주식으로 전환한 후에는 주식배당이 있으며, 전환사채에 대해 신용위험(채무불이행 위험)을 포함하는 일반모형에 대해서는 제 5장에서 다룰 것이다. 이제 기본 모형을 위해 다음 표현들을 정의한다.

b : 채권 1단위의 만기지불액

c_0 : 초기 전환사채 보유 단위수

m : 채권 1좌당 전환되는 주식의 수(전환비율)

t_k : k번째 의사결정시점

T : 만기 시점

y_k : k번째 의사결정시점 주식 가격

$\widehat{y_T}$: 만기 시점의 예측된 주식 가격

y : 만기시 주식가격, 확률 변수

$p(y)$: 확률변수 y의 확률분포함수

x_k : k번째 의사결정시점 전환사채의 주식전환량, k번째 의사결정시점이 현재 의사결정시점이 될 때는 x로 표시하며 이전 주식 전환량 $x_1, \cdots, x_{k-1}$은 주어진 값이 됨.

c_k : k번째 의사결정시점의 전환사채 보유 단위수, $c_k = c_0 - \sum_{j=1}^{k-1} x_j$

s_k : k번째 의사결정시점 이전까지 전환하여 보유중인 주식수, $s_k = m\sum_{j=1}^{k-1} x_j$

$f(c_k,\ s_k;\ x, y)$: k번째 의사결정시점을 현재 의사결정시점으로 할 때의 만기시 손실함수. 현재 보유중인 전환사채는 c_k이고 이전까지 전환하여 보유중인 주식수는 s_k일 때, 이번 의사결정에서 주식 전환량이 x이고 만기시 주식가격이 y일 때의 만기시의 손실함수. 주어진 보유 채권수 및 주식수 c_k, s_k를 생략하여 간략히 $f(x, y)$로 표현한다.

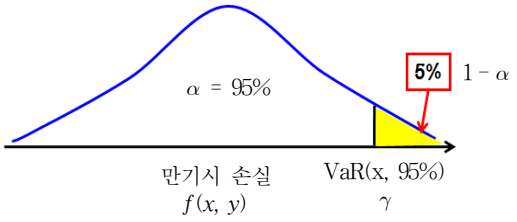
만기시 주식가격 y에 대한 확률분포함수 $p(y)$에 대한 일종의 누적확률을 나타내는 함수로서 손실이 γ 이하일 확률 $\Psi(x, \gamma)$를 아래와 같이 정의한다.

$$\Psi(x, \gamma) = \int_{f(x,y) \le \gamma} p(y)dy \tag{1}$$

여기서 확률분포함수 $p(y)$에 대해서는 미리 가정하지 않는다. 제 3장에서 소개하는 시나리오 생성 알고리즘에 의해 $p(y)$를 가정하지 않고 모형 수립이 가능하기 때문이다. 본 연구에서 손실은 VaR과 CVaR로 표현된다. 먼저 주식전환량이 x일 때 신뢰수준 α(예 : $\alpha = 95\%$)에서의 VaR(x, α)은 최소 손실로 정의되며 다음 식과 같다.

$$\mathrm{VaR}(\mathrm{x}, \alpha) = \min\{\gamma \in R \mid \Psi(x, \gamma) \ge \alpha\} \tag{2}$$

만기 주식가격 y가 연속 확률변수라면 VaR(x, α)는 <그림 4>에서 보듯이 누적확률 값이 α가 되는 손실, 즉 $\Psi(x, \gamma) = \alpha$가 되는 γ 값이다.



〈그림 4〉 α = 95%일 때의 VaR

다음으로 주식 변환량이 x일 때 신뢰수준 α에서의 CVaR(x, α)은 손실이 VaR(x, α) 이상인 조건하에서 손실 $f(x, y)$의 기댓값으로 정의된다.

$$\mathrm{CVaR}(\mathrm{x}, \alpha) = \frac{1}{1-\alpha} \int_{f(x,y) \ge \mathrm{VaR}(\mathrm{x},\alpha)} f(x, y)p(y)dy \tag{3}$$

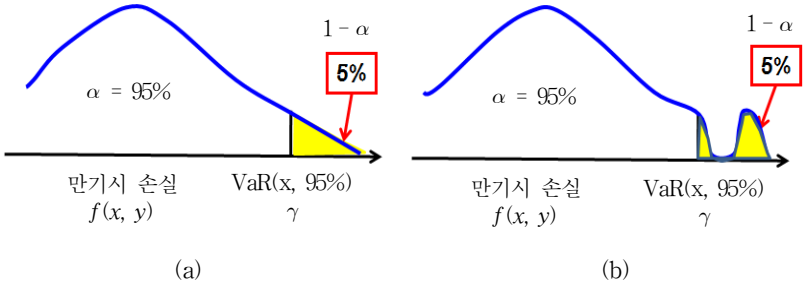
CVaR을 손실이 VaR 이상인 조건하에서 손실의 기댓값을 정의한 이유는 <그림 5>과 같이 같은 VaR을 갖더라도 VaR 이상의 범위에서 손실함수 분포의 차이로 다른 기댓값을 줄 수 있기 때문이다.

이제 본 연구의 주제인 주식 전환량 결정문제에서 손실함수를 정의하고자 한다. 의사결정시점 보유하는 채권을 주식전환 없이 만기까지 채권으로 보유하였을 때의 만기수익금을 기준으로 주식전환을 일부 하였을 때의 기대수익금과의 차이를 손실로 정의한다. 그러면 k번째 의사결정시점을 현재 의사결정시점으로 전제할 때, 현재 채권 보유량은 c_k이므로 x만큼 주식전환 하였을 때의 기대수익은 전환한 주식으로부터 오는 수익 mxy과 전환하지 않고 남겨진 채권에 대한 만기지불액 $(c_k - x)b$의 합계이므로 식 (4)와 같고, 손실함수는 식 (5)와 같이 정의된다.

$$mxy + (c_k - x)b \tag{4}$$

$$f(x, y) = c_k b - \{mxy + (c_k - x)b\} = (b - my)x \tag{5}$$

이제 Markowitz[17]의 평균-분산에 의한 포트폴리오 선택 모형과 개념상 같은 2가지 기본모형을 제시한다. 제시되는 모형에서 포트폴리오는 채권과 주식 2가지이며, 분산 대신 CVaR이라는 위험척도를 사



〈그림 5〉 손실함수의 2가지 분포 : (a)의 경우와 (b)의 경우는 같은 VaR 값을 가지나 CVaR 값은 (a)의 경우가 (b)의 경우보다 적다.

용한다. 첫 번째 모형은 만기시 최소요구액($\mathrm{Req}_{\min}$) 이상의 기대수익을 유지하면서 CVaR을 최소화하는 문제이고, 두 번째 모형은 CVaR을 주어진 최대 손실액($\mathrm{u}_{\max}$) 이하로 유지하면서 만기시 기대수익을 최대화하는 문제이다. 모형에서 기대수익을 계산할 때 채권 만기시의 주가는 예측 주가 $\widehat{y_T}$를 적용하였다.

(모형 1) Minimize $\mathrm{CVaR}(\mathrm{x}, \alpha)$

Subject to $mx\widehat{y_T} + (c_k - x)b \geq \mathrm{Req}_{\min}$,

$0 \leq x \leq c_k$.

(모형 2) Maximize $mx\widehat{y_T} + (c_k - x)b$

Subject to $\mathrm{CVaR}(\mathrm{x}, \alpha) \leq \mathrm{u}_{\max}$,

$0 \leq x \leq c_k$.

여기서 $\mathrm{Req}_{\min}$ 및 $\mathrm{u}_{\max}$를 채권으로만 보유하였을 때의 만기수익금 $c_k b$ 대비 비율로서 각각 $\mathrm{Req}_{\min} = \beta_{\min}(c_k b)$, $u_{\max} = \beta_{\max}(c_k b)$로 표현할 수 있다. 예를 들어 $\mathrm{Req}_{\min}$와 $\mathrm{u}_{\max}$을 각각 채권 만기수익금의 110%와 15%라고 한다면 $\beta_{\min} = 1.1$ 및 $\beta_{\max} = 0.15$가 된다.

3. 조건부 value-at-risk의 최적화

3.1 CVaR 최적화 모형

Artzner et al.[8]는 일관성있는 위험 척도(coherent risk measure)의 조건으로 4가지를 제시하고 있다. 양의 이익이 발생하면 위험은 비양(음 또는 0)이 되어야 하며(monotonicity), 분산 투자의 위험은 개별 투자 위험의 합보다 같거나 작아야 하며(subadditivity), 투자가 상수배 증가하면 위험도 비례해서 증가하여야 하며(positive homogeneity), 고정수익률을 갖는 투자가 포함되면 전체 투자 위험에서 고정수익률 투자금은 제외되어야 하는(translational invariance) 조건이 그것이다.

그러나 VaR은 서론에서 언급한 바와 같이 subadditivity 조건을 만족시키지 못한다. 이에 비해 CVaR은 위의 4가지 조건을 모두 만족하는 일관성 있는 위험 척도가 된다[19], Corollary[12]이와 같은 의미에서 제시한 모형 1 및 모형 2는 일관성있는 위험 척도로 표현된 의미 있는 모형들이라 할 수 있다.

그러나 모형 1 및 모형 2는 여전히 다루기 어려운 최적화 문제들이다. 왜냐하면 CVaR를 정의하는 식에는 VaR이 포함되어 있으며, VaR은 의사결정변수에 대해 비평활(nonsmooth)하고 비볼록(non-convex)하기 때문이다. 본 연구에서는 제시한 모형의 최적해를 구하기 위해 Rockafellar and Uryasev [18, 19]의 방법론을 도입하여 모형을 근사화한다. 그러면 모형 1 및 모형 2는 문제 규모는 커지나 선형계획문제로 변환된다.

이제 그들의 방법론을 적용하기 위해 먼저 아래와 같이 함수를 정의한다.

$$F_\alpha(x, \gamma) = \gamma + \frac{1}{1-\alpha}\int_{f(x,y) \geq \gamma} (f(x, y) - \gamma)p(y)dy \quad (6)$$

$X^+ = \max\{X, 0\}$ 표현을 이용하여 함수를 다시 쓰면 다음과 같이 표현된다.

$$F_\alpha(x, \gamma) = \gamma + \frac{1}{1-\alpha}\int (f(x, y) - \gamma)^+ p(y)\,dy \quad (7)$$

$$= \gamma + \frac{E[(f(x, y) - \gamma)^+]}{1-\alpha}$$

이제 함수 $F_\alpha(x, \gamma)$를 γ의 함수로 간주할 때 다음이 성립된다.

정리 3-1 $F_\alpha(x, \gamma)$에 대해 다음이 성립한다.

(1) 함수 $F_\alpha(x, \gamma)$는 γ에 대해 볼록함수이다.

(2) $\mathrm{VaR}(\mathrm{x}, \alpha)$는 γ에 대한 함수 $F_\alpha(x, \gamma)$의 하나의 최소해(minimizer)이다. 정확히는 해집합 구간의 하한 경계값이다.

(3) $\mathrm{CVaR}(\mathrm{x}, \alpha)$는 γ에 대한 함수 $F_\alpha(x, \gamma)$의 최소값(minimum value)이다.

(증명) 참고문헌[18]의 정리 1 및 참고문헌[19]의 정리 10.

본 연구에서는 정리 3-1을 이용하여 모형 1 및 모형 2에 CVaR(x, α) 대신 $F_\alpha(x,\gamma)$를 대입한다. 또한 $F_\alpha(x,\gamma)$의 표현에서 확률분포함수 $p(y)$ 대신 이 분포로부터 얻은 J개의 샘플 시나리오 $y_j(j=1,\cdots,J)$를 이용한다. 즉 보조변수 z_j를 도입하여 $z_j=(f(x,y_j)-\gamma)^+$ 라 놓으면, $F_\alpha(x,\gamma)$는 다음과 같이 근사화된다.

$$F_\alpha(x,\gamma)=\gamma+\frac{E[(f(x,y)-\gamma)^+]}{1-\alpha} \tag{8}$$

$$\cong\gamma+\frac{1}{1-\alpha}\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}z_j$$

여기서, $z_j=(f(x,y_j)-\gamma)^+,\ j=1,\cdots,J$ (9)

식 (8) 및 식 (9)에 의해 모형 1 및 모형 2는 각각 선형계획문제 (P1) 및 (P2)로 근사화 된다. 또한 식 (5)로부터 $y=y_j$일 때 $f(x,y_j)=(b-my_j)x$이므로 이를 대입하였다.

$$\begin{aligned}
&\text{(P1)}\quad \text{Minimize} && \gamma+\frac{1}{(1-\alpha)}\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}z_j\\
&\qquad\text{Subject to} && z_j\ge(b-my_j)x-\gamma,\ j=1,\cdots,J,\\
&&& (m\widehat{y_T}-b)x\ge(\beta_{\min}-1)c_kb,\\
&&& 0\le x\le c_k,\\
&&& z_j\ge 0,\ j=1,\cdots,J.\\
&\text{(P2)}\quad \text{Maximize} && mx\widehat{y_T}+(c_k-x)b\\
&\qquad\text{Subject to} && \gamma+\frac{1}{(1-\alpha)}\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}z_j\le\beta_{\max}c_kb,\\
&&& z_j\ge(b-my_j)x-\gamma,\ j=1,\cdots,J,\\
&&& 0\le x\le c_k,\\
&&& z_j\ge 0,\ j=1,\cdots,J.
\end{aligned}$$

선형계획 문제 (P1) 및 (P2)의 의사결정변수는 γ, x 및 z_j들로 $(J+2)$개이고, 이들 문제는 모두의 $(J+2)$개의 부등식, $(J+1)$개의 비음조건식을 갖는다.

3.2 주식가격 예측 및 주식가격 변화 시나리오

근사화된 선형계획 문제 (P1) 및 (P2)에는 만기시 예측 주가 $\widehat{y_T}$ 가 포함되어 있다. 이러한 주식가격 예측은 어려운 문제이다. 주식 가격에 대한 과거의 시계열 자료가 있는 경우 시계열 추세분석에 의해 주가를 예측할 수도 있다. 그러나 만기시 주가 $\widehat{y_T}$는 만기까지의 기간이 길고 주가에 미치는 요소가 다양하게 존재하기 때문에 불확실성이 매우 크다. 만기시 주가 예측은 시계열 추세분석 이외 별도의 방법으로 예측할 수도 있다. 기업 가치 분석에 의해 주당 가치를 계산하여 만기시의 주가로 가정하기도 하고, 이건희[6]는 최근 몇 년간의 PER(주가/주당순이익)의 추세와 앞으로의 주당순이익을 예상하여 이를 곱하여 주가를 예측할 수 있다고 하였다.

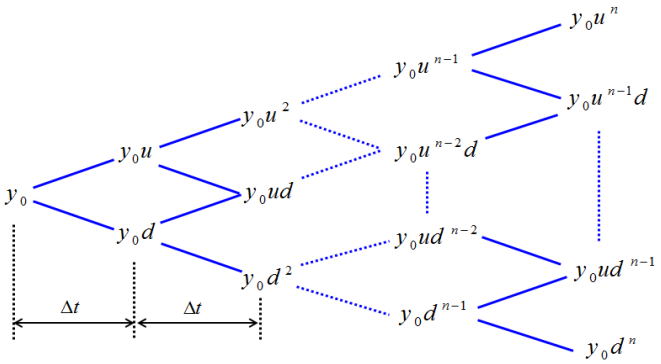
이제 만기까지의 주식가격 변화 시나리오를 생성하는 알고리즘을 소개하려 한다. 이를 위해 먼저 만기 주식가격($\widehat{y_T}$)이 예측되었거나 만기까지의 주식의 연간 수익률($\overline{R}$)이 추정되었다고 가정한다. 만일 만기 주식가격이 $\widehat{y_T}$로 예측되었다고 하면, 현재(t_0)부터 만기(T)까지 주식의 연간 기대수익률은 $\overline{R}=\ln(\widehat{y_T}/y_0)/(T-t_0)$이 된다. 이제 <그림 6>는 현재 주식가격 y_0로부터 만기까지 주식가격이 어떻게 변화하는지를 이항격자를 이용하여 표현하였다.

여기서 주식의 상승률은 $u=e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$이고, 하락률은 $d=1/u$이며, σ는 주식 가격의 변동성(volatility)이고, Δt는 계산 단계의 시간 간격으로 1년 기준으로 표현한다. 즉, 시간 간격이 1개월이라면 $\Delta t=\Delta t=1/12$이 된다.

현재 상태에서 주식의 연 기대수익률을 $\overline{R}$, 주식가격 상승 확률을 p_u라고 할 때, Δt 시간 후의 가치 비교로부터 아래 등식이 성립되어야 한다.

$$y_0up_u+y_0d(1-p_u)=y_0e^{\overline{R}\Delta t} \tag{10}$$

이로부터 주식가격 상승확률 p_u를 구하면 아래와 같다.



〈그림 6〉 이항격자에 의한 주식가격 변화

$$p_u = \frac{e^{\overline{R}\Delta t} - d}{u - d} \tag{11}$$

이제 시나리오 생성을 위해 현재부터 채권 만기까지의 기간($T-t_0$)을 Δt으로 나누었을 때의 기간 수를 n이라고 가정한다.

알고리즘 3-2 (입력된 개수 J만큼 만기 주가(y_j, $j=1, \cdots, J$)를 생성하는 알고리즘)

[단계 0] $j=1$으로 놓는다.

[단계 1] 구간 [0, 1]의 일양분포 난수 n개를 생성한다.

[단계 2] n개의 난수 값이 상승확률(p_u) 이하인 것의 개수 k를 구한다.

[단계 3] j번째 시나리오에 의한 주식가격을 $y_j = y_0 u^k d^{n-k}$로 놓는다.

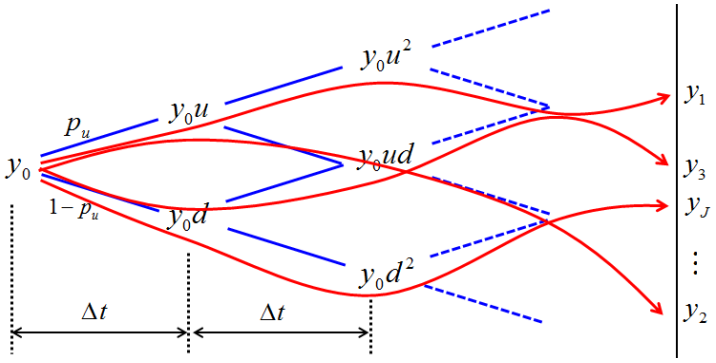
[단계 4] $j=J$이면 멈춘다. 아니면 $j=j+1$로 놓고 단계 1로 간다.

<그림 7>는 알고리즘에 의한 만기 주식가격의 시나리오 생성 과정을 나타낸 그림이다.

정리 3-3 시나리오 생성 알고리즘에 의해 생성된 y_j들에 대해 다음이 성립된다.

$$\lim_{J\to\infty} \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} y_j = y_0 e^{\overline{R}(T-t_0)} (= \widehat{y_T}) \text{ (확률 1.0으로)}$$

(증명) 강대수법칙(Strong law of large number)에 의해 $E\left[\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} y_j\right] = y_0 e^{\overline{R}(T-t_0)}$임을 보이면 된



〈그림 7〉 만기 주식가격의 시나리오 생성

다. 수학적 귀납법을 적용하여 이를 증명할 수 있다. (i) 기간수 $n=1$인 경우, 식 (10)과 상승확률 p_u를 정의한 식 (11)로부터 자명하다. (ii) 기간수가 $(n-1)$인 경우 다음을 가정한다.

$$E\left[\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} y_j^{(n-1)}\right] = y_0 e^{\overline{R}(n-1)\triangle t} \tag{12}$$

여기서 $y_j^{(n-1)}$은 기간수 $(n-1)$인 경우의 이항격자 모형에 기초한 생성알고리즘에 의해 j번째로 생성된 $(n-1)$단계 가격을 의미한다. 이제 기간수가 n인 경우에 대해 증명하고자 한다. 이제 시나리오를 생성하는 이항격자 모형에서 n단계의 $y_o u^n$ 및 $y_o u^{n-1} d$ 로부터 $n-1$단계 기댓값을 계산하기 위해 식 (10)에 y_o 대신 $y_o u^{n-1}$를 대입하면 기댓값 $y_o u^{n-1} e^{\overline{R}\triangle t}$를 얻게 된다. 이와 같은 대입을 반복하여 일반적으로 k번째($k=0, 1, \cdots, n-1$) 시나리오를 생성하는 이항격자 모형에서 n단계의 $y_o u^{n-k} d^k$ 및 $y_o u^{n-k-1} d^{k+1}$로부터 $n-1$단계 기댓값을 계산하기 위해 식 (10)에 y_o 대신 $y_o u^{n-k-1} d^k$를 대입하면 기댓값 $y_o u^{n-k-1} e^{\overline{R}\triangle t}$를 얻게 된다. 이들 기댓값을 기간수 $(n-1)$인 경우의 가격과 비교할 때, 기간수 $(n-1)$인 경우의 각 가격에 $e^{\overline{R}\triangle t}$가 곱해진 형태이다. 따라서 기간수 $(n-1)$인 경우에 가정한 식 (12)으로부터 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} E\left[\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} y_j^{(n-1)} e^{\overline{R}\triangle t}\right] &= y_0 e^{\overline{R}(n-1)\triangle t} \cdot e^{\overline{R}\triangle t} \\ &= y_0 e^{\overline{R}n\triangle t} \end{aligned}$$

이제 $y_j^{(n)}$을 기간수 n인 경우의 이항격자 모형에 기초한 생성알고리즘에 의해 j번째로 생성된 n단계 가격이라고 하면 아래와 같이 된다.

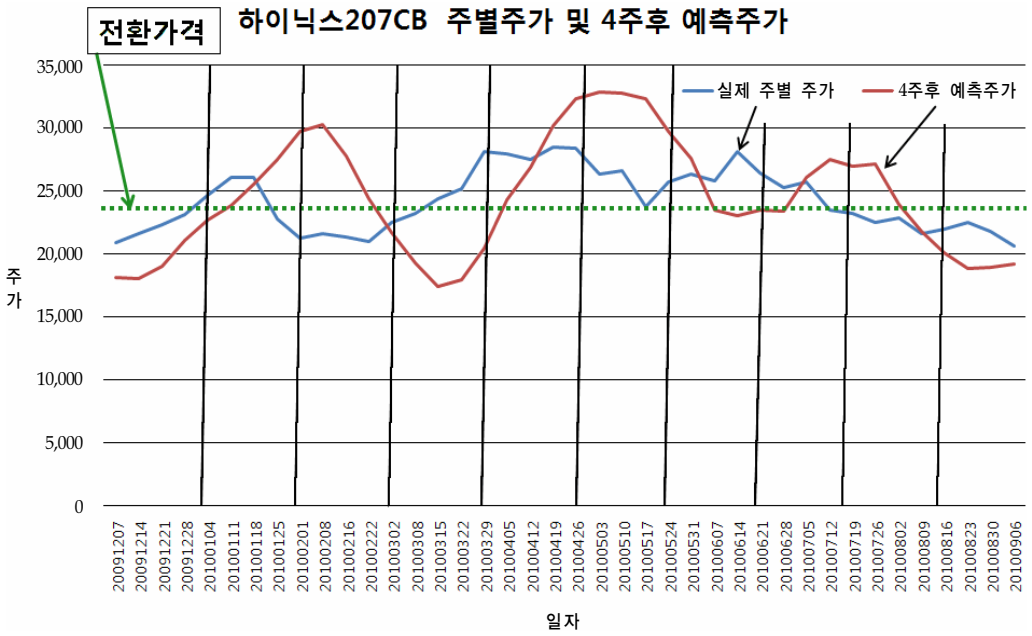
$$\begin{aligned} E\left[\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} y_j^{(n)}\right] &= E\left[\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} y_j^{(n-1)} e^{\overline{R}\triangle t}\right] = y_0 e^{\overline{R}n\triangle t} \\ &= y_0 e^{\overline{R}(T-t_o)} \qquad \text{(증명끝)} \end{aligned}$$

4. 적용 예

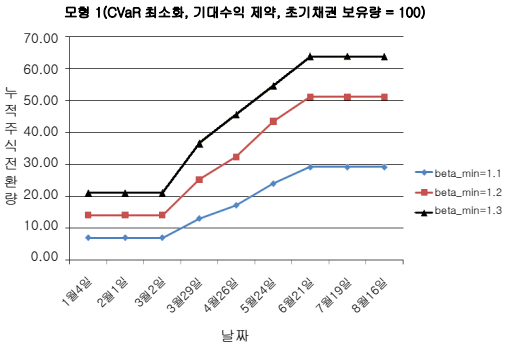
본 연구에서 제시한 모형을 하이닉스 207CB의 경우에 적용하고자 한다. 하이닉스 207CB는 2008년 9월 5일 발행하여 만기가 2013년 9월 5일인 5년짜리 전환사채로 만기 보장수익률은 5.8%이고 표면이자율은 3%이다. 따라서 이자율 차이인 2.8%가 복리로 5년간 누적되어 만기일에 원금의 116.1072%를 일시 상환한다. 전환가격은 발행당시 24,960원이었으나 발행 후 23,328원으로 조정되었으며 현재(2010년 1월 4일) 이후 이 가격이 적용된다. 주식가격이 전환가격 이상일 경우, 채권 1좌(1만원)당 보통주 전환은 1주인 100%의 전환비율을 갖는다. 기본모형 적용시 표면이자율과 전환된 주식의 배당은 없다고 가정한다. 초기 보유 채권량(c_0)은 100으로 가정한다.

하이닉스 주가는 주별 주가를 이용하였으며, 모형 적용 기간은 2010년 1월 4일~2010년 8월 16일로 하였으며 지난 2년간의 자료로부터 주가의 변동성을 추정하였다($\sigma=74.45\%$). 4주 간격으로 의사결정 기간을 정하여 모형(P1, P2)을 적용하였다. 즉 $\triangle t = 4/52 = 1/13$이고, 따라서 상승률 $u = e^{\sigma\sqrt{1/13}} = 1.2294$이고, 하락률은 $d = 1/u = 0.81343$이다. 또한 만기시 주가를 4주 후 주가와 동일할 것으로 가정하여 연간 기대수익률 $\overline{R}$ 추정하였으며, 이에 근거하여 상승확률 $p_u = (e^{\overline{R}/13} - d)/(u-d)$ 및 하락확률 $1-p_u$를 계산하였다. 시나리오는 $J=100$개를 생성하였다. <그림 8>은 하이닉스 207CB의 의사결정 시점, 주별 주가 및 4주 후 예측주가를 나타낸다. 의사결정 시점을 나타내는 수직선 중 진한 선으로 표시된 것은 주가가 전환가격 이상이어서 모형을 적용할 수 있는 때임을 나타내기 위함이다.

이제 문제(P1) 및 문제(P2)에 대한 적용 결과는 <그림 9> 및 <그림 10>과 같다. 각 그래프의 세로축은 누적된 주식 전환량을 의미한다. 즉 매 의사결정시점에서 모형을 적용하여 얻은 결과를 누적한 주식 전환량이다.



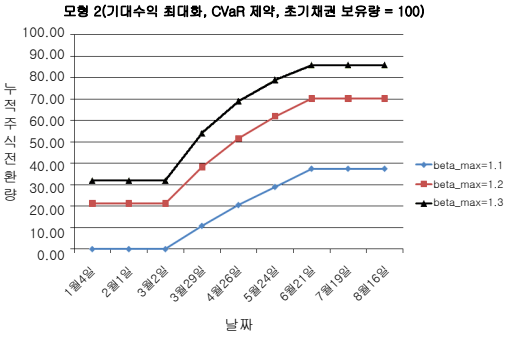
〈그림 8〉 하이닉스 주가 그래프(주별 주가, 4주후 예측주가, 전환가격, 의사결정 시점)



〈그림 9〉 하이닉스 207CB의 문제(P1) 적용 결과

예를 들어 <그림 9>의 문제(P1) 적용에서 최소 요구 기대이익이 의사결정시점의 보유채권의 만기 지불액의 110%($\beta_{\min}=1.1$)로 하였을 때, 초기 보유 채권량이 100인 경우, 1월 4일에 7.05를 주식으로 전환하고, 2월 1일 및 3월 2일에는 주가가 전환가격 이하이므로 주식전환이 불가하고, 3월 29일, 4월 26일, 5월 24일, 6월 21일에는 각각 6.04, 4.13, 6.80, 5.18을 주식으로 전환하고, 그 후 7월 19일, 8월 16일에는 주가가 전환가격을 상회하지 못하므로 전환이 불가하다. 최소요구 기대이익을 나타내는 $\beta_{\min}$ 값이 각각 120%, 130%일 때의 각 의사결정 시점에서 주식 전환량은 <표 2>과 같다.

<그림 9>에서 최소 요구 기대수익이 높을수록 주식 전환량이 상대적으로 증가하는 것을 알 수 있으며, <그림 10>에서는 최대허용 기대손실이 클수록 주식 전환량이 상대적으로 증가하는 것을 알 수 있다.



〈그림 10〉 하이닉스 207CB의 문제(P2) 적용 결과

〈표 2〉 문제(P1) 적용 결과(단위 : 주식 전환량, 초기채권보유량 = 100)

의사결정 시점	최소 기대수익이 의사결정시점 보유채권 만기지불액의 110%($\beta_{\min}=1.1$)인 경우의 주식전환량	최소 기대수익이 의사결정시점 보유채권 만기지불액의 120%($\beta_{\min}=1.2$)인 경우의 주식전환량	최소 기대수익이 의사결정시점 보유채권 만기지불액의 130%($\beta_{\min}=1.3$)인 경우의 주식전환량
1월 4일	7.05	14.11	21.16
2월 1일	전환불가	전환불가	전환불가
3월 2일	전환불가	전환불가	전환불가
3월 29일	6.04	11.16	15.36
4월 26일	4.13	7.11	9.06
5월 24일	6.80	11.11	8.94
6월 21일	5.18	7.70	9.29
7월 19일	전환불가	전환불가	전환불가
8월 16일	전환불가	전환불가	전환불가

5. 신용위험을 포함한 일반모형

먼저 제 2.2절에서 가정하였던 기본모형을 일반화한다. 즉 채권의 이자지급이 있고, 전환한 주식에 대해서도 배당금이 있는 경우를 고려한다. 이를 위해 먼저 전환사채 1좌당 년 액면이자를 p, 전환한 주식의 1주당 년 배당금을 q라고 가정한다. 그리고 r을 연간 명목이자율이라 하고 k번째 의사결정시점에서 주식 전환하는 채권량이 x라고 할 때, 만기시 기대수익은 식 (4) 대신 식 (13)과 같고, 손실함수는 식 (5) 대신 식 (14)와 같이 계산된다.

$$b(c_k-x)+mxy+(p(c_k-x)+qmx)\sum_{j=k}^{n}e^{r(T-j\triangle t)} \quad (13)$$

여기서 $\triangle t$는 의사결정 시점간 간격이며, $n\triangle t=T$이다. 식 (13)의 1항과 2항은 각각 보유 채권과 전환한 주식의 만기 가치이며, 3항은 현재부터 만기까지 받게 되는 총 이자 및 총 배당금의 만기시 가치이다.

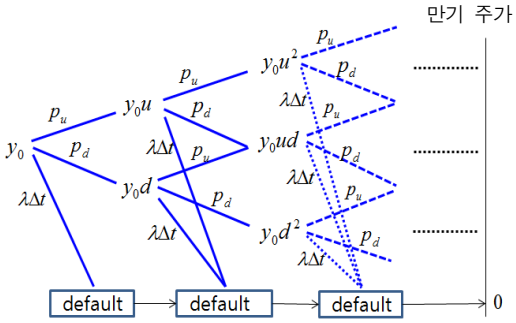
$$f(x,y)=bx+px\sum_{j=k}^{n}e^{r(T-j\triangle t)}-mxy \quad (14)$$
$$-qmx\sum_{j=k}^{n}e^{r(T-j\triangle t)}$$

식 (14)의 1항과 2항은 각각 전환할 주식을 전환하지 않고 채권으로 보유할 때의 채권의 만기지불액 및 채권으로부터 만기까지 받게 되는 총 이자의 만기시 가치이며, 3항과 4항에서 각각 주식전환하게 될 때 전환된 주식의 만기시 가치 및 만기까지 전환한 주식으로부터 받게 될 총 배당금의 만기시 가치를 차감한 것이다.

본 절에서는 신용위험도 함께 고려한다. 채권투자에서 신용등급은 채권의 수익률과 밀접하게 연관되어 있기 때문에 중요하게 고려된다. 즉 신용등급이 나쁜 채권의 수익률은 상대적으로 높으나 채무불이행 확률은 높아진다. 본 절에서는 이러한 채무불이행에 대한 신용위험을 포함한 일반 모형의 경우를 고려하고자 한다. 즉 채무불이행을 만기 주식가격(y)이 0이 되는 경우로 간주하며 이러한 시나리오의 발생은 채무불이행 확률만큼 고려하여 반영한다.

채무불이행 확률은 신용등급 및 기간에 따라 달라진다. 주어진 기간 동안 λ를 평균 채무불이행도(default intensity)라고 하면 $\triangle t$기간 동안 채무불이행 확률은 $1-e^{\lambda\triangle t}$로 표현된다[5, p.526]. 신용평가기관에서는 신용등급과 채무불이행 확률에 대한 역사적 자료를 제공하고 있어 이에 기반하여 채무불이행도를 추정할 수 있다. 예를 들어 무디스에서

는 하이닉스를 Ba3로 평가하고 있는데 역사적으로 이러한 등급에 해당되는 기업이 5년간 채무불이행할 확률은 1.938%이다. 따라서 $1-e^{5\lambda}=1.938\%$이므로 평균 채무 불이행도를 $\lambda=0.3914\%$로 추정할 수 있다. 또한 Δt 기간 동안 채무불이행할 확률은 $1-e^{\lambda\Delta t}\cong\lambda\Delta t$로 표현된다. 이와 같은 경우 주가변화에 대한 <그림 6>의 이항격자 모형은 <그림 11>과 같이 채무불이행의 신용위험이 포함된 다항격자 모형으로 표현된다.



〈그림 11〉 채무불이행의 경우가 포함된 다항격자에 의한 주식가격 변화

다항격자 모형의 1단계 즉 Δt 기간 동안 상승률은 $u=e^{\sqrt{(\sigma^2-\lambda)\Delta t}}$ 가 되고, 하락률은 $d=1/u$ 가 된다. 또한 상승확률 및 하락확률은 $p_u+p_d+(1-e^{\lambda\Delta t})=1.0$ 로부터 식 (10)와 같이 Δt 후의 시간 가치 비교에 의해 아래와 같이 계산된다.

$$p_u=\frac{a-de^{-\lambda\Delta t}}{u-d},\quad p_d=\frac{ue^{-\lambda\Delta t}-a}{u-d},\qquad (15)$$
$$a=e^{(\overline{R}+i_q-i_p)\Delta t}$$

여기서 i_p는 전환사채의 액면이자율, i_q는 전환된 주식의 배당수익률, $\overline{R}$는 이미 언급한 바와 같이 주가 차이에 의한 기대되는 년 자본이득율이다. 전 절에서는 배당수익이 없다고 가정하였으므로 $\overline{R}$를 년 기대수익률이라고 하였다. 그러면 만기 주식가격 시나리오는 채무불이행 경우를 고려하여 생성할 수 있으며, 알고리즘 3-2는 다음과 같이 수정된다. 여기서 채권 만기까지의 기간을 Δt으로 나누었을 때의 기간 수를 n이라고 가정한다.

알고리즘 5-1 (신용위험을 포함한 경우의 입력된 개수 J만큼 만기 주가(y_j, $j=1,\cdots,J$)를 생성하는 알고리즘)

[단계 0] $j=1$ 으로 놓는다.

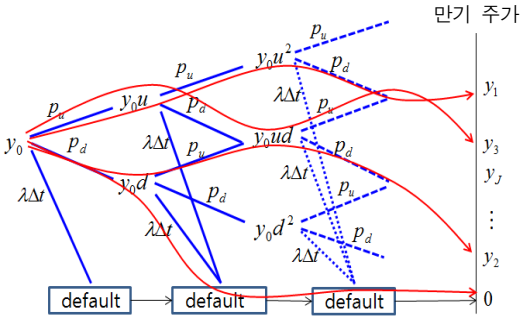
[단계 1] 구간 [0, 1]의 일양분포 난수 n개를 생성한다.

[단계 2] 난수 n개 중 [0, p_u] 범위에 있는 난수 개수 k_u, (p_u,p_u+p_d] 범위에 있는 난수의 개수 k_d를 구한다.

[단계 3] 만약 $k_u+k_d<n$(시나리오에 채무불이행 경우가 포함된 경우) 이면, j번째 시나리오에 의한 주식가격을 $y_j=0$으로 놓는다. $k_u+k_d=n$이면, j번째 시나리오에 의한 주식가격을 $y_j=y_0u^{k_u}d^{k_d}$ 로 놓는다.

[단계 4] $j=J$이면 멈춘다. 아니면 $j=j+1$로 놓고 단계 1로 간다.

<그림 12>는 이와 같이 채무불이행 경우를 포함한 일반 모형에서 만기 주식가격의 시나리오 생성 과정을 나타낸 그림이다.



〈그림 12〉 채무불이행의 경우가 포함된 만기 주식가격의 시나리오 생성

신용위험을 포함한 일반모형에서는 기대수익 및 손실함수가 각각 식 (13) 및 식 (14)로 표현되므로, 기본모형에 대한 시나리오에 의한 근사화된 선형계획 문제 (P1) 및 (P2)는 일반모형에서는 문제 (P3)

및 (P4)로 일반화된다.

$$
\begin{aligned}
\text{(P3) Min} \quad & \gamma + \frac{1}{(1-\alpha)}\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} z_j \\
\text{s/t} \quad & z_j \geq bx + px\sum_{j=k}^{n} e^{r(T-j\triangle t)} - mxy_j \\
& \quad - qmx\sum_{j=k}^{n} e^{r(T-j\triangle t)} - \gamma, j=1,\cdots,J \\
& (m\widehat{y_T} - b)x + (qm-p)x\sum_{j=k}^{n} e^{r(T-j\triangle t)} \\
& \quad \geq (\beta_{\min}-1)\left\{bc_k + pc_k\sum_{j=k}^{n} e^{r(T-j\triangle t)}\right\}, \\
& 0 \leq x \leq c_k, \\
& z_j \geq 0,\ j=1,\cdots,J.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{(P4) Max} \quad & b(c_k - x) + mx\widehat{y_T} \\
& \quad + (p(c_k - x) + qmx)\sum_{j=k}^{n} e^{r(T-j\triangle t)} \\
\text{s/t} \quad & \gamma + \frac{1}{(1-\alpha)}\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} z_j \\
& \quad \leq \beta_{\max}\left\{bc_k + pc_k\sum_{j=k}^{n} e^{r(T-j\triangle t)}\right\}, \\
& z_j \geq bx + px\sum_{j=k}^{n} e^{r(T-j\triangle t)} - mxy_j \\
& z_j \geq bx + px\sum_{j=k}^{n} e^{r(T-j\triangle t)} - mxy_j \\
& \quad - qmx\sum_{j=k}^{n} e^{r(T-j\triangle t)} - \gamma, j=1,\cdots,J \\
& 0 \leq x \leq c_k, \\
& z_j \geq 0,\ j=1,\cdots,J.
\end{aligned}
$$

6. 결 론

본 연구에서는 전환사채 보유자가 주식전환이 가능한 시점에서 전환사채의 보유량 중 얼마나 주식으로 전환할 것인지를 결정하는 최적화 모형을 제시하였다. 제시된 모형은 일정 기간마다 의사결정하는 것을 전제로 한 최적화 모형으로 투자자 입장에서 매 시점마다 유지해야 할 채권량과 주식 전환량을 계산한다. 본 연구에서는 Markowitz 포트폴리오 선택 모형처럼 2가지 종류의 모형을 제시하였는데, 첫 번째 모형은 최소요구 기대수익 조건하에서 위험(CVaR)을 최소화하는 모형이고, 두 번째 모형은 최대허용 위험(CVaR) 조건하에서 기대수익을 최대화하는 모형이다.

본 연구에서는 위험척도로 기대손실의 기댓값을 나타내는 조건부 VaR, 즉 CVaR를 사용하였다. CVaR은 VaR이 갖는 문제점을 극복하는 일관성있는 위험척도이나 CVaR 식에 포함된 VaR 때문에 최적화 문제의 해를 구하기 어려운 점이 있다. 본 연구에서는 이를 위해 Rockafellar and Uryasev[18, 19]의 방법론을 적용하였다. 그들은 CVaR에 포함된 최적화 모형, 즉 확률변수를 포함한 최적화 모형에 대해 확률변수의 분포를 따르는 시나리오를 발생하여 규모가 큰 선형계획 모형으로 근사화하고, 이로부터 근사해를 구하는 방법론을 제시하였다.

본 연구에서 제시한 모형들을 하이닉스 207CB 전환사채의 예에 적용하였다. 이로 인해 모형 적용의 용이함을 확인할 수 있었다. 또한 첫 번째 모형에서 최소요구 기대수익이 높을수록 주식 전환량이 증가하는 것을 알 수 있었으며, 두 번째 모형에서는 최대허용 기대손실이 클수록 주식 전환량이 증가하는 것을 확인할 수 있었다.

그러나 본 모형에서 기대수익을 계산할 때 만기시의 예측된 주식가격을 적용하였으며, 위험(CVaR)을 계산할 때 사용된 시나리오도 이를 바탕으로 계산하였기 때문에, 모형에 의해 도출된 최적해가 현실적으로 CVaR로 표현된 위험조건을 꼭 만족시킨다고 보장할 수는 없다. 즉 잘못된 예측으로 인해 발생할 수 있는 위험조건의 불만족 가능성 때문에 본 모형의 현실적용에는 일정부분 한계가 있다. 그러나 이는 Markowitz 포트폴리오 선택 모형이 기대수익률과 분산을 추정하여 모형화하기 때문에 갖게 되는 한계와 유사한 측면이 있다.

본 연구에서 제시한 기본모형은 2가지 방향으로 일반화를 생각할 수 있다. 첫째는 채무불이행을 포함하는 일반모형으로의 일반화이고, 둘째는 전환사채를 포함한 채권 포트폴리오의 최적화 연구이다.

첫 번째의 경우는 채무불이행을 포함한 일반모형에 대해 제 5장에서 적용 가능함을 보였다. 두 번째 경우는 본 연구를 수행하게 된 직접적인 동기가 되었으며 추후 수행하여야 할 연구 내용이다.

참 고 문 헌

[1] 김동석, 김인준, 이용, “전환가격 재조정이 포함된 전환사채의 가치평가에 관한 실증연구”, 「선물연구」, 제9권, 제2호(2001), pp.1-23.

[2] 김동언, “전환사채 가격 평가에 관한 실증연구”, 「증권예탁」, 제52호(2005), pp.43-63.

[3] 이성효, “전환확률을 고려한 전환사채 주식비중의 추정”, 「증권학회지」, 제25권(1999), pp. 161-187.

[4] 지홍민, 신지숙, “조건부 VaR를 이용한 배당부 생명보험계약의 위험관리”, 「리스크관리연구」, 제16권, 제2호(2005), pp.163-193.

[5] 윤평식, 박경욱, 김철중 역, 선물・옵션 투자의 이론과 전략, 7판, 교보문고, 2009(원서 : Hull, J.C., Options, Futures, and Other Derivatives, 7th edition, Pearson, 2009).

[6] 이건희, “Part 6 : 전환사채”, 채권투자 교과서, 북클래스, (2011), pp.186-208.

[7] Anderson, F., H. Mausser, D. Rosen, and S. Uryasev, "Credit risk optimization with value-at-risk criterion," *Mathematical Programming Series B*, Vol.89(2001), pp.273-291.

[8] Artzner, P., F. Delbaen, J.-M. Eber, and D. Heath, "Coherent measures of risk," *Mathematical Finance*, Vol.9(1999), pp.203-228.

[9] Ayache, E., P.A. Forsyth, and K.R. Vetzal, "The valuation of convertible bonds with credit risk," *Journal of Derivatives*, Vol.11 (2003), pp.9-29.

[10] Benati, S. and A. Rizzi, "A mixed integer linear programming formulation of the optimal mean/Value-at-Risk portfolio problem," *European Journal of Operational Research*, Vol.176(2007), pp.423-434.

[11] Brennan M.J. and E.S. Schwartz, "Convertible bonds : Valuation and optimal strategies for call and conversion," *Journal of Finance*, Vol.32(1977), pp.1699-1715.

[12] Gotoh, J. and Y. Takano, "Newsvendor solutions via conditional value-at-risk minimization," *European Journal of Operational Research*, Vol.179(2007), pp.80-96.

[13] Habian, C.I., "Handling CVaR objectives and constraints in two-stage stochastic models," *European Journal of Operational Research*, Vol.191(2008), pp.888-911.

[14] Huang, D., S. Zhu, F.J. Fabozzi, and M. Fukushima, "Portfolio selection under distributional uncertainty : A relative roburst CVaR approach," *European Journal of Operational Research*, Vol.203(2010), pp.185-194.

[15] Ingersoll, J.E., "A contingent-claims valuation of convertible securities," *Journal of Financial Economics*, Vol.4(1977), pp.289-322.

[16] Kunzi-Bay, A. and J. Mayer, "Computational aspects of minimizing conditional value-at-risk," *Computational Management Science*, Vol.3(2006), pp.3-27.

[17] Markowitz, H., "Portfolio selection," *The Journal of Finance*, Vol.7(1952), pp.77-91.

[18] Rockafellar, R.T. and S. Uryasev, "Optimization of conditional value-at-risk," *The Journal of Risk*, Vol.2(2000), pp.21-41.

[19] Rockafellar, R.T. and S. Uryasev, "Conditional value-at-risk for general loss distributions," *The Journal of Banking and Finance*, Vol.26(2002), pp.1443-1471.

[20] Tsai, J.T., J.L. Wang, and L.Y. Tzeng, "On the optimal product mix in life insurance companies using conditional value at risk,"

Insurance : Mathematics and Economics, Vol.46(2010), pp.235-241.

[21] Tsiveriotis, K. and C. Fernandes, "Valuing convertible bonds with credit risk," *Journal of Fixed Income*, Vol.8(1998), pp.95-102.

[22] Zhang, D., H. Xu, and Y. Wu, "Single and multi-period optimal inventory control models with risk-averse constraints," *European Journal of Operational Research*, Vol.199 (2009), pp.420-434.