論 文

DOI:10.5139/JKSAS.2011.39.8.744

핀틀 로켓의 초기 최적 노즐 팽창비 결정 방법 연구

김중근*, 이영원**

The stydy on determination method of initial optimal nozzle expansion ratio in pintle solid rocket motor

Kim Joung-Keun* and Lee Young-won**

ABSTRACT

In this study, determination method of initial optimal nozzle expansion in pintle rocket was investigated. The initial optimal initial nozzle expansion was decided by maximizing the mass-averaged thrust coefficient that is calculated from thrust coefficient of minimum and maximum chamber pressure. The determination of initial optimal initial nozzle expansion was equivalent to that of the minimum propellant mass which was required for obtaining the desired mission performance. The highest pressure, thrust turndown ratio and total impulse ratio effected on the initial optimal nozzle expansion. Among them, total impulse ratio had great influence on the initial optimal nozzle expansion.

초 록

본 논문에서는 핀틀 로켓의 초기 최적 노즐 팽창비를 결정하는 방법에 대해서 제시하였다. 초기 최적 노즐 팽창비는 최대/최소 압력의 추력 계수로부터 계산되는 질량 가중 추력 계수를 최대화시켜 결정하였으며 이는 주어진 임무를 수행함에 있어 소요되는 추진제 무게가 최소화되는 조건과 일치한다. 초기 최적 노즐 팽창비 결정에 영향을 주는 인자는 최대 압력, 추력조절비 그리고 총추력비이며 이중에서 총추력비가 가장 큰 영향을 준다.

Key Words : Pintle rocket(핀틀 로켓), Mass weighted thrust coefficient(질량 가중 추력 계수), Thrust turndown ratio(추력조절비), Total impulse ratio(총추력비)

Ⅰ. 서 론

핀틀 로켓은 그림 1과 같이 기존의 고체 로켓 노즐 목 근처에 설치된 핀틀을 움직여 노즐 목 면적을 조절하여 그림 2와 같이 원하는 시점에 추력 크기를 조절하는 추진 시스템이다. 일반적으로 핀틀 로켓은 핀틀 위치에 따라 노즐 목 면적이 변함과 동시에 연소실 압력이 변하기 때문에 압력비에 대한 최적의 노즐 팽창비를 구현하기가 어렵지만, 초기 노즐 팽창비는 핀틀 로켓의 최소/최대 압력에서 추력 손실을 결정하기 때문에 핀틀 로켓 설계에 있어 매우 중요한 설계 변수이다. 대부분의 핀틀 로켓에 관한 연구의 초점이 노즐 목 면적 변화에 따른 연소실 압력과 추력 변화에 맞추어져 있으며[3-5] 초기 노즐 목 결정 방법에 대한 연구는 이루어지지 않았다.

본 논문에서는 원하는 핀틀 로켓 성능을 얻는데 필요한 추진제 무게를 최소화하는 개념을 적용하여 핀틀 로켓의 초기 최적 노즐 팽창비를 결정하는 방법에 대해서 언급하였다.

† 2010년 10월 27일 접수 ~ 2011년 7월 26일 심사완료
* 정회원, 국방과학연구소 1기술본부 6부
교신저자, E-mail : korea_kimjk@yahoo.co.kr
** 정회원, 국방과학연구소 1기술본부 6부

Ⅱ. 본 론

2.1 기본 이론

요구 추진제 무게 최소화 개념을 적용하여 핀틀 로켓의 초기 최적 노즐 팽창비를 결정하기 위해 적용된 기본 가정은 다음과 같다.

(1) 노즐 유동은 정상상태(Steady state)이다.
(2) 노즐 유동은 등엔트로피(Isentropic)이다
(3) 유체는 이상기체(Ideal gas)이다.
(4) 유체의 비열비(Specific heat)는 일정하다
(5) 노즐 유동은 일차원(One-dimension)이다

위의 가정에 근거하여 로켓 추력 F는 식(1)로 구할 수 있다[6].

$$F = C_f p_c A_t = C_f c^* \dot{m} \tag{1}$$

식(1)에서 C_f는 추력 계수(Thrust coefficient), p_c는 연소실 압력(Chamber pressure), A_t는 노즐 목 면적(Nozzle throat area), c^*는 특성 방출 속도(Characteristic exhaust velocity) 그리고 $\dot{m}$은 질량 유량율(Mass flow rate)을 의미한다.

따라서 핀틀 움직임으로 다수의 추력 조절을 하는 경우 총추력(Total impulse)은 식(2)와 같다.

$$\sum_{i=1}^{n} F_i t_i = \sum_{i=1}^{n} c^* (m_i C_{fi}) \tag{2}$$

식(2)에서 첨자 i는 핀틀 움직임에 의한 추력 조절 횟수를, t_i는 추력 F_i가 작동한 시간을 그리고 m_i는 시간 t_i 동안 연소된 추진제 무게를 나타낸다. 여기서 특성 방출 속도는 일정하다고 가정하였으며 이것은 핀틀이 움직임으로 연소실 내부 압력이 변하지만 연소실 내부의 정체 온도(Stagnation temperature)는 변하지 않음을 의미한다.

전체 추진제 무게를 m_T라고 하면

$$m_T = \sum_{i=1}^{n} m_i \tag{3}$$

식(2)를 변형하면

$$\frac{1}{m_T} \frac{\sum_{i=1}^{n} F_i t_i}{c^*} = \frac{1}{m_T} \sum_{i=1}^{n} (m_i C_{fi}) \tag{4}$$

식(4)의 오른쪽 항을 질량 가중 추력 계수(Mass weighted thrust coefficient) C_{wf} 라고 정의

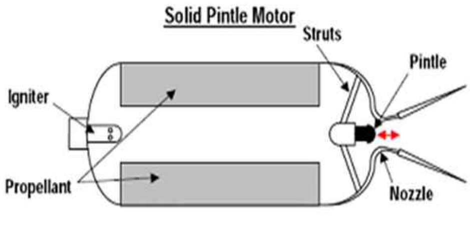

Fig. 1. 핀틀 로켓 구성 개념 [1]

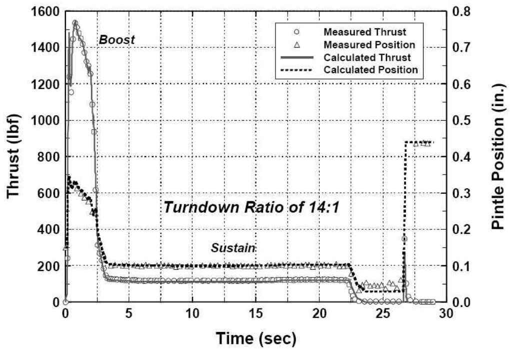

Fig. 2. 핀틀 로켓의 추력 조절 예 [2]

하면

$$C_{wf} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{m_T} C_{fi} \tag{5}$$

따라서 식(4)는

$$m_T \frac{c^*}{\sum_{i=1}^{n} F_i t_i} = \frac{1}{C_{wf}} \tag{6}$$

식(6)의 오른쪽항인 질량 가중 추력 계수를 최대로 하면 최소 추진제 무게로 요구되는 성능을 발휘할 수 있는 핀틀 로켓을 설계할 수 있다. 이것은 질량 가중 추력 계수를 노즐 팽창비의 함수로 표현하고 노즐 팽창비에 대한 1차 도함수(First derivative) 구하고 이것이 0가 되는 조건을 구하면 최소 추진제 무게를 가지는 핀틀 로켓의 최적 노즐 팽창비를 구할 수 있음을 의미한다. 그러나 추력 계수는 식(7)과 같이 노즐 팽창비와 압력비의 함수로 정의되고 노즐 팽창비와 압력비는 식(8)의 관계가 성립되기 때문에 질량 가중 추력 계수를 노즐 팽창비로 미분하는 것은 매우 어렵다.

$$C_f = \Gamma \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}\left(1 - \left[\frac{p_e}{p_c}\right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)} + \left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_a}{p_c}\right)\frac{A_t}{A_e} \tag{7}$$

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{\Gamma}{\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{2}{\gamma}}\left[1-\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}} \tag{8}$$

여기서 $\Gamma = \sqrt{\gamma}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$

대신에 식(8)과 식(7)을 식(5)에 대입하여 질량 가중 추력 계수을 압력비의 함수로 표현하고 압력비에 대한 1차 도함수를 구하여 이것이 0가 되는 압력비 조건을 찾은 후, 구해진 압력비를 식(8)에 적용하면 최적 노즐 팽창비를 구할 수 있다.

2.2 핀틀 로켓의 적용

Fig. 3과 같은 핀틀 로켓에서 주요 설계변수(Design variables)는 다음과 같다.

(1) 최대 추력(F_1)
(2) 최소 추력(F_2)
(3) 최대 추력 작동 시간(t_1)
(4) 최소 추력 작동 시간(t_2)
(5) 최대 압력(p_1)
(6) 대기 압력(p_a)
(7) 추진제 연소가스 특성(특히 비열비, γ)
(8) 가스의 특성 방출 속도(c^*)

위의 조건 가운데 최대 압력은 핀틀 로켓의 구조물 무게를 결정하기 때문에 가능한 낮은 값으로 설계되어야 하는 변수이다. 반면에 최소 압력(p_2)은 위의 조건을 만족시키는 핀틀 로켓 설계에서 자동적으로 결정되는 값이다.

핀틀 로켓의 최대 추력과 최소 추력의 비를 추력조절비(Thrust turndown ration)라고 하면

$$F_r = \frac{F_1}{F_2} \tag{9}$$

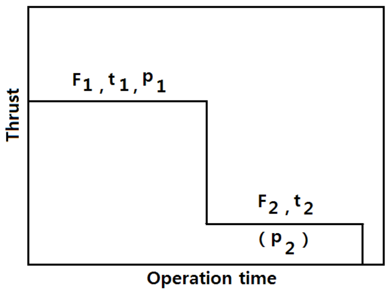

Fig. 3. 핀틀 로켓 성능 설계 조건 profile

총추력비(Total impulse ratio)는

$$I_r = F_r \cdot \frac{t_1}{t_2} \tag{10}$$

식(5)에 Fig. 3과 같은 핀틀 로켓 설계 조건을 적용하면 질량 가중 추력 계수는 식(11)과 같다.

$$C_{wf} = \frac{m_1}{m_T}C_{f1} + \frac{m_2}{m_T}C_{f2} \tag{11}$$

식(11)을 식(4)에 적용하여 핀틀 로켓의 설계변수의 함수로 변형시키면

$$\frac{1}{C_{wf}} = \frac{1}{I_r+1}\left(\frac{I_r}{C_{f1}} + \frac{1}{C_{f2}}\right) \tag{12}$$

핀틀 작동에 의한 최소/최대 노즐 팽창비를 결정하는 것은 핀틀 로켓의 노즐 확대부 면적이다. 핀틀의 최소/최대 압력 조건에서 추력 손실이 가장 적은 노즐 형상이 핀틀 이동으로 노즐목 면적이 변하는 핀틀 로켓에서도 추력 손실이 가장 적을 것이다. 따라서 최소/최대 압력 조건에서 최적의 성능을 발휘하는 초기 노즐 팽창비가 추력이 다양하게 변하는 핀틀 로켓의 초기 최적 노즐 팽창비가 될 수 있다.

위를 근거로 핀틀 로켓의 최소/최대 압력에서 노즐 팽창비가 같아야 하므로

$$\frac{p_e}{p_c} = \frac{p_{e1}}{p_1} = \frac{p_{e2}}{p_2} \tag{13}$$

Mathematica 프로그램을 이용하여[7] 식(7), 식(8), 식(9) 그리고 식(13)을 식(12)에 대입하고 정리하면 식(14)와 같이 질량 가중 추력 계수을 압력비의 함수로 표현할 수 있다.

$$\frac{1}{C_{wf}} = \left(\frac{\frac{1}{\Gamma}\left(\frac{1}{I_r+1}\right)\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{2}{\gamma}}\left[1-\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}}{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\left(1-\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)+\left(\frac{p_e}{p_c}-\frac{p_a}{p_1}\right)}\right) \cdot \left[I_r + \frac{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\left[1-\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]+\left(\frac{p_e}{p_c}+\frac{p_a}{p_1}(F_r-1)\right)}{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\left[1-\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]+\frac{p_e}{p_c}}\right] \tag{14}$$

따라서 핀틀 로켓의 초기 최적 노즐 팽창비는 다음과 같이 구할 수 있다.

(1) 식(14)의 압력비에 대한 1차 도함수를 구하고 이를 0으로 하는 압력비를 계산한다.

$$\left[\frac{d(1/C_{wf})}{d(p_e/p_c)}\right]_{opt} = 0 \tag{15}$$

(2) 식(15)로 구해진 압력비를 식(8)에 대입하여 식(16)과 같이 최적 노즐 팽창비를 구한다.

$$\left[\frac{A_e}{A_t}\right]_{opt} = \frac{\Gamma}{\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left(\left[\frac{p_e}{p_c}\right]_{opt}\right)^{\frac{2}{\gamma}}\left[1-\left(\left[\frac{p_e}{p_c}\right]_{opt}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}} \tag{16}$$

2.3 적용 및 고찰

제안된 방법을 적용하여 이상기체 조건에서 핀틀 로켓의 중요 설계 변수인 최대 압력 p_1, 추력조절비 F_r 그리고 총추력비 I_r가 최적 초기 노즐 팽창비에 어떠한 영향을 주는가를 분석하였다.

Fig. 4는 추력조절비를 10, 총추력비를 1.0으로 고정한 후 최고 압력 p_1 변화에 따라 추진제 무게가 최소가 되는 질량 가중 추력 계수 변화를 계산한 것으로 최고 압력이 증가하면 최적 노즐 팽창비가 증가하는 것으로 나타났다. 이것은 연소실 압력이 높아지면 노즐 출구의 압력도 상승하므로 노즐 팽창비도 노즐 출구 압력이 대기압과 같아져 추력 손실을 최소화 할 수 있는 조건에 가깝게 당연히 증가되어야 한다.

Fig. 5는 추력조절비를 10, 총추력비를 1.0으로 고정한 후 최고 압력 변화에 따라 원하는 성능을 발휘하기 위해 필요한 추진제 무게를 무차원량으로 비교한 것이다. Fig. 4에서 최적의 노즐 팽창비 위치가 Fig. 5에서 요구되는 추진제 무게가 최소화되는 지점과 정확히 일치하고 있다.

Fig. 6은 최고 압력을 대기압의 200배, 총추력비를 1.0으로 고정한 후 추력조절비 변화가 추진제 무게가 최소가 되는 질량 가중 추력 계수 변화에 미치는 영향을 나타낸 것으로 추력조절비가 증가할수록 최기 최적 노즐 팽창비가 감소하였다. 식(10)의 총추력비가 고정된 조건에서 추력조절비가 증가한다는 것은 낮은 추력 구간에서 작동하는 시간이 길어져야 함을 의미한다. 따라서

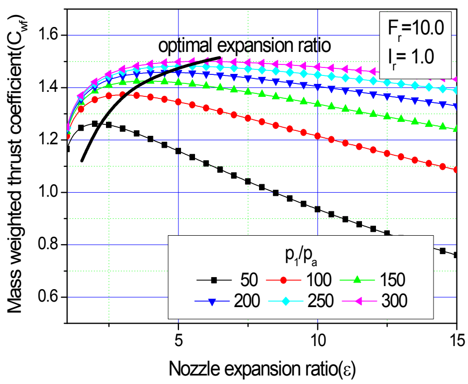

Fig. 4. 최고 압력이 변하는 조건에서 노즐 팽창비에 따른 질량 가중 추력 계수 변화

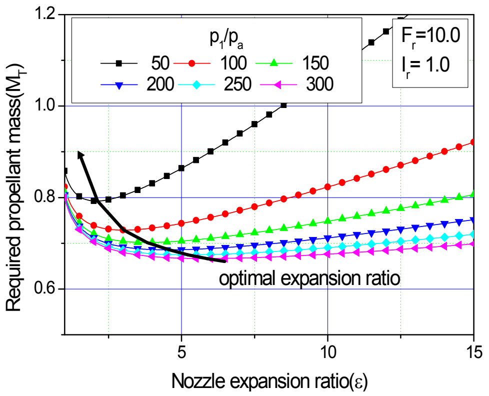

Fig. 5. 최고 압력이 변하는 조건에서 노즐 팽창비에 따른 요구 추진제 무게 변화

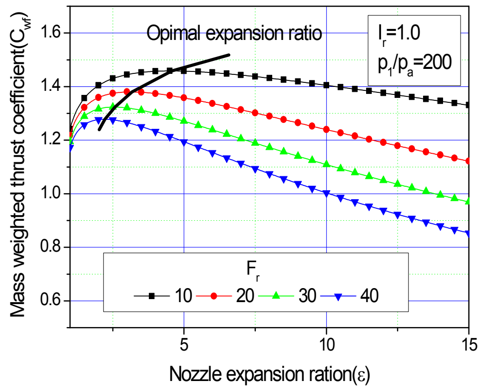

Fig. 6. 추력조절비가 변하는 조건에서 노즐 팽창비에 따른 질량 가중 추력 계수 변화

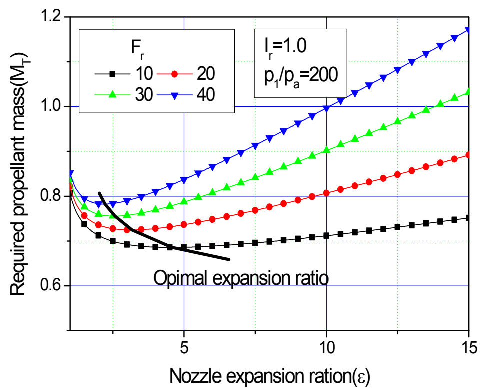

Fig. 7. 추력조절비가 변하는 조건에서 노즐 팽창비에 따른 요구 추진제 무게 변화

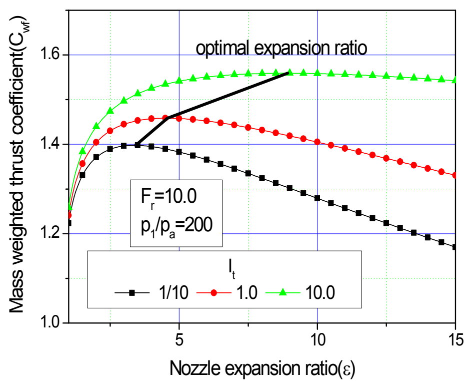

Fig. 8. 총추력비가 변하는 조건에서 노즐 팽창비에 따른 질량 가중 추력 계수 변화

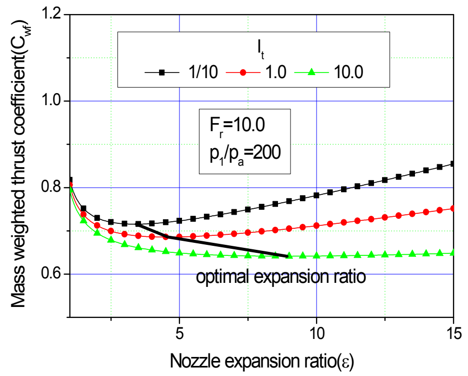

Fig. 9. 총추력비가 변하는 조건에서 노즐 팽창비에 따른 요구 추진제 무게 변화

낮은 추력 구간에서 추력 손실을 최소화하기 위해 노즐 팽창비는 감소하여야 한다.

Fig. 7은 최고 압력을 대기압의 200배, 총추력비을 1.0으로 고정한 후 원하는 추력조절비를 얻을 수 있는 무차원 추진제 무게를 비교한 것으로 Fig 6의 최적 노즐 팽창비 위치가 Fig. 7의 최소 추진제 무게와 정확히 일치하고 있다.

Fig. 8은 추력조절비는 10, 최고 압력은 대기압의 200배로 고정한 조건에서 총추력비 변화에 따른 추진제 무게가 최소가 되는 질량 가중 추력 계수 변화를 나타낸 것으로 총추력비가 증가할수록 최적의 노즐 팽창비가 증가하는 경향을 보인다. 식(10)에서 고정된 추력조절비에서 총추력비가 증가한다는 것은 큰 추력으로 작동하는 시간이 길어짐을 의미한다. 이것은 높은 압력 구간에서 오랜 시간 동안 작동함을 의미하므로 높은 압력에서 추력 손실이 최소화 될 수 있도록 노즐 팽창비는 증가하여야 한다. 반대로 총추력비가

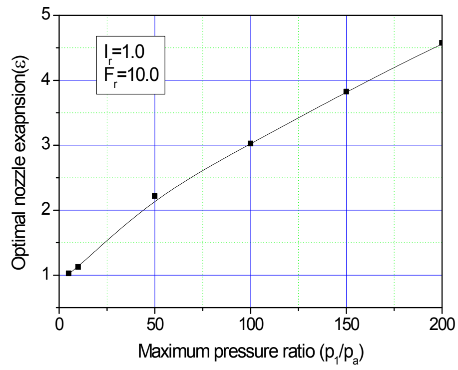

Fig. 10. 압력비에 따른 초기 최적 노즐 팽창비 변화

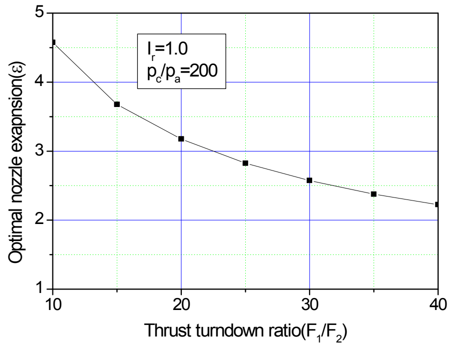

Fig. 11. 추력조절비에 따른 초기 최적 노즐 팽창비 변화

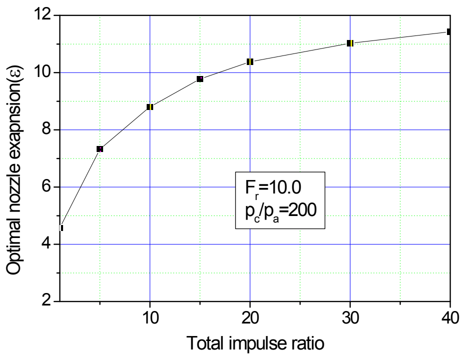

Fig. 12. 총추력비에 따른 초기 최적 노즐 팽창비 변화

감소하면 낮은 추력 구간에서 오랫동안 작동하므로 낮은 압력 구간에서 추력 손실을 최소화하기 위해서 노즐 팽창비는 감소하여야 한다.

Fig. 9는 추력조절비와 최고 압력이 고정된 조건에서 총추력비가 변할 때에 소요되는 무차원 추진제 무게 변화를 나타낸 것으로 앞의 경우와 마찬가지로 노즐 팽창비의 최적점에서 소요되는 추진제 무게가 최소가 됨을 알 수 있다.

Fig. 10~Fig. 12는 일반적인 핀틀 로켓의 성능 범위에서 최대 압력, 추력조절비 그리고 총추력비에 따른 최적 노즐 팽창비 변화를 비교한 것으로 핀틀 로켓의 초기 노즐 팽창비에 가장 큰 영향을 주는 설계변수는 총추력비이다.

Ⅲ. 결 론

핀틀 움직임으로 노즐 팽창비가 수시로 변하는 핀틀 로켓에서 초기 최적 노즐 팽창비를 결정할 수 있는 방법을 제시하였다.

최적 노즐 팽창비는 핀틀 이동으로 변하는 압력 구간의 추력 계수로부터 구한 질량 가중 추력 계수가 최대가 되는 지점이며 이곳은 원하는 성능을 발휘하는데 필요한 추진제 무게가 최소화되는 조건과 일치한다.

최적 노즐 팽창비는 질량 가중 추력 계수를 노즐 팽창비로 1차 미분된 값이 0이 되는 지점이지만 도함수를 외재적으로 구할 수 없다. 대신에 질량 가중 추력 계수를 압력비로 1차 미분하여 0가 되는 조건을 찾은 후 얻어진 압력비로부터 최적 노즐 팽창비를 구할 수 있다.

참고문헌

1) John Napior and Victoria Garmy, “Controllable Solid Propulsion For Launch Vehicle And Spacecraft Application”, AIAA 2006-905, 2006.

2) Mike Lyon, "Advanced Propulsion for Tactical Missile", NDIA Conference, 2001.

3) S.G. Rock and S.D.Habchi, "Numerical simulation of controllable propulsion for advanced escape systems", AIAA-97-2254, 1997.

4) M. J. Ostrander, J. L. Mergmans and M. E. Thomas, "Pintle Motor Challenges for Tactical Missiles", AIAA-2000-3310, 2000.

5) Susan L. Burroughs, "Status of Army Pintle Technology for Controllable Thrust Propulsion", AIAA-2001-3598, 2001.

6) Geroge P. Sutton, "Rocket Propulsion Element, An introduction to the Engineering of Rockets", Sixth Edition, A Wiley-interscience publication, 1992.

7) Stephen Wolfram, "Mathematica, A System for doing Mathematics by computer", Adison-Wesley Publishing Company, Inc., 1991.