

광대역 이봉형 응력 범위 스펙트럼에 대한 주파수 영역 피로 손상 평가 모델에 대한 연구

박준범^{1,†} · 강찬회¹ · 김경수¹ · 정준모¹ · 유창혁¹
인하대학교 조선해양공학과¹

A Study on Frequency Domain Fatigue Damage Prediction Models for Wide-Banded Bimodal Stress Range Spectra

Jun-Bum Park^{1,†} · Chan-hoe Kang¹ · Kyung-Su Kim¹ · Joonmo Choung¹ · Chang-Hyuk Yoo¹
Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Inha University, Korea¹

Abstract

The offshore plants such as FPSO are subjected to combination loading of environmental conditions (swell, wave, wind and current). Therefore the fatigue damage is occurred in the operation time because the units encounter the environmental phenomena and the structural configurations are complicated. This paper is a research for frequency domain fatigue analysis of wide-band random loading focused on accuracy of fatigue damage estimation regarding the proposed methods. We selected ideal bi-modal spectrum. And comparison between time-domain fatigue analysis and frequency-domain fatigue analyses are conducted through the fatigue damage ratio. Fatigue damage ratios according to Vanmarcke's bandwidth parameter are founded for wide-band. Considering safety, we recommend that Jiao-Moan and Tovo-Benasciutti methods are optimal way at the fatigue design for wide-band response. But, it is important that these methods based on frequency-domain unstably change the accuracy according to the material parameter of S-N curve. This study will be background and guidance for the new frequency-domain fatigue analysis development in the future.

Keywords : Wide band(광대역), Narrow band(협대역), Time domain(시간 영역), Frequency domain(주파수 영역), Vanmarcke band width parameter(Vanmarcke 밴드폭 계수), Bimodal spectrum(이봉형 스펙트럼), Fatigue damage(피로 손상도)

1. 서론

선체 구조의 대형화와 고속화, 해상 플랜트의 복잡한 구조적 시스템, 작동 하중과 복잡한 해양 하중 즉, 너울, 풍파, 조류 그리고 바람 등으로 인하여 이들이 받는 하중의 형태는 매우 복잡하며 특히, 응력이 집중되는 용접부는 피로 강도 측면에서 취약할 수 있다.

선박의 대형화로 인하여 선박의 전선 진동 고유 주기가 길어짐에 저주파수 파랑 하중에 의한 스펙트럼 에너지가 증가하는 현상(Springing과 Whipping)은 기존에 협대역을 가정한 주파수 영역 피로 해석법에 많은 문제점을 야기하였다. 즉 이를 일반적인 협대역 하중으로 가정하여 피로 해석을 수행하면 과도한 피로 설계가 될 수 있다. 또한 부유식 해양 플랜트의 계류 시스템과 양강기 시스템의 경우, 파랑 하중 외에 표류력 및 복원력으로 인하여 항상 광대역 하중을 경험하는 것으로 알려져 있다. 이러한 광대역 응력 또는 광대역 하중에 대한 피로 수명을 정확히 예측하기 위한 합리적인 모델이 필요하다.

시간 영역 피로 해석법은 가장 정확한 방법으로 간주되고 있으며, 이는 실제 구조물에 작용하는 불규칙 하중 이력으로부터 발생하는 불규칙 응력 범위 이력을 적절한 방법을 이용하여 반복수를 산정하고 구조물 재료에 상응하는 S-N 선도와 Palmgren and Miner (1945)의 선형 손상 누적 법칙을 이용하여 피로 수명을 예측하는 방법이다. 그러나 시간 영역 피로 해석 방법은 통계적인 불확실성을 줄이고 안정한 피로 수명의 예측을 하기 위하여, 충분히 긴 시간 동안의 응답 이력이 필요로 되므로, 실제 설계 적용시 많은 시간과 비용이 필요하다.

이러한 현실적인 제약으로 인하여, 주파수 영역 피로 해석 방법(스펙트럼 피로 해석 방법)이 실제 설계에 많이 적용되고 있다. 이 방법은 파고 분포 또는 응력 범위 분포를 특정 확률 밀도 함수로 가정하고, 이 분포에 대한 확률적인 특성치를 이용하여 피로 수명을 예측하는 방법이다. 스펙트럼 피로 해석 방법은 시간 영역 피로 해석 방법에 비하여 비교적 적은 비용을 가지고 정확하게 피로 수명을 예측할 수 있는 장점이 있다. 국내 조선소에서는 스펙트럼 피로 해석법에 기반한 소프트웨어(In-house software)를

개발하여 현업에 적용하고 있다. 또한 일부 선급 단체에서는 Sesam/Stofat과 같은 상용 피로 해석 프로그램을 개발한 바 있다 (DNV, 2008). Choung, et al. (2007)은 해양 플랫폼의 피로 취약 부를 완전 통계적 피로 평가법을 이용하여 스크리닝할 수 있는 방법론을 제시하기도 하였다.

광대역 응답을 협대역 가정에 기반한 주파수 영역 피로 해석법을 이용하여 피로 수명을 예측하면, 일반적으로 보수적인 피로 손상을 얻는 경향이 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여, 협대역 가정가정부터 얻어진 피로 손상에 수정 계수를 곱하여 피로 손상도를 감소시키는 연구를 많은 연구자들이 수행한 바 있다 (Wirsching & Light, 1980; Dirlik, 1985; Jiao & Moan, 1990; Benasciutti & Tovo, 2005). 이들은 많은 수치 실험을 통하여 경험식을 얻음으로써 주파수 영역에 기반한 피로 수명 수정 모델을 개발하였다. Lim, et al. (2010)은 2봉 스펙트럼 (Bimodal spectrum)을 가지는 FPSO 다점 계류 라인의 피로 손상도 조합 기법에 대하여 연구한 바 있다.

기존에 제시된 광대역 수정식의 정확한 사용을 위해서는 관심을 가지는 구조물의 응력 범위 스펙트럼의 형상에 따른 정확도를 검증할 필요가 있다. 따라서 본 논문에서는 다양한 형상을 가지는 광대역 2봉 응력 범위 스펙트럼을 가정 한 후 이를 시간 영역으로 변환하여 시간 영역 피로 손상도를 기준 값으로 결정하였다. 또한 동일한 스펙트럼에 대한 협대역 피로 손상도를 도출한 후 다양한 피로 손상 수정 기법을 적용하여 스펙트럼의 형상 지표에 따른 수정식의 정확도를 평가하였다. 이를 통하여 선박 및 해양 플랫폼의 정량적 피로 수명 예측 방법을 제시할 수 있을 것으로 사료된다.

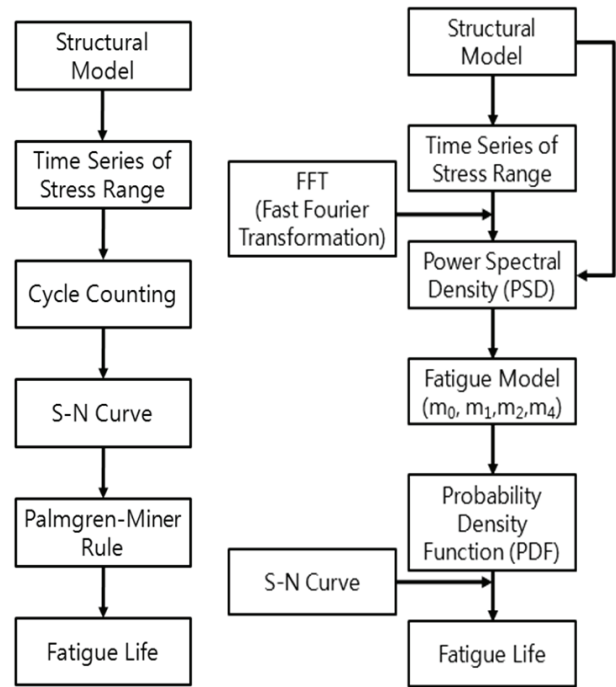
2. 피로해석 과정

주파수 영역 피로 해석 방법은 응력 범위 이력을 FFT (Fast Fourier Transformation)를 이용하여 파워 스펙트럼 밀도함수 (power spectral density, PSD)로 변환할 수 있다. 응력 범위 스펙트럼의 확률적 특성치 (스펙트럴 모멘트)를 이용하여 피로 해석 모델에서 정의된 응력 범위 분포에 대한 확률 밀도 함수 (probability density function, PDF)를 구하고, S-N선도와 선형 손상 누적 법칙을 이용하여 피로 손상도를 예측한다(Fig. 1(a) 참조).

반면 시간 영역 피로 해석 방법은 시간 영역의 응력 범위 이력을 사이클 카운팅하여 S-N선도와 선형 손상 누적 법칙을 이용하여 피로 수명을 예측한다. 그러나 본 논문에서는 스펙트럼을 가정하였기 때문에 IFFT (Inverse FFT)를 이용하여 주파수 영역 데이터를 시간 영역 데이터로 변환 후 시간 영역 피로 해석 방법을 적용하였다(Fig. 1(b) 참조).

불규칙한 시계열 데이터의 사이클 카운팅 방법은 Level-Crossing Counting (LCC), Peak Counting (PC), Range Counting (RC), 그리고 Rain-Flow Counting (RFC)가 있다. RFC는 Matsuishi and Endo (1968)에 의해 처음 제시되었으며,

Rychlik (1987)은 수정된 RFC 방법론을 제시하기도 하였다. RFC를 이용한 반복수 산정법이 가장 최적의 방법임을 증명하였다 (Dowling, 1972). 현재 ASTM E1049-85 (2005)에서 규정한 RFC 방법이 표준으로 적용되고 있다. 따라서 본 논문은 RFC방법을 시간 영역 반복수 산정 방법으로 적용하였다.



(a) Time-domain (b) Frequency-domain
Fig. 1 Fatigue life estimation method

3. 협대역 기반 통계적 피로 수명 예측

일반적으로 시간에 따라 불규칙한 변화를 보이는 시그널이 확률적 특성치를 가질 때 이를 확률 과정 (Random process)이라 한다. 만약 시그널에 대한 통계적 특성치가 시간에 따라 불변 이라면, 이를 정상 확률 과정 (Stationary Random Process)이라 정의한다. 불규칙 파랑의 파면 또는 이로 인한 응력 진폭은 통상적으로 정규 분포를 나타내는 것으로 알려져 있으며, 이를 정상 정규 확률 과정 (Stationary Gaussian Random Process)으로 정의한다.

이러한 확률 과정의 통계적 특성치를 얻기 위하여 파워 스펙트럼 밀도 함수 $S(\omega)$ 를 이용하며, 이는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi T} E [|\overline{X(\omega)}|^2] \tag{1}$$

- $S(\omega)$: 파워 스펙트럼 밀도 함수
- T : 전체 시간
- E : 기대 값
- $\overline{X(\omega)}$: 각주파수에 따른 응력 응답 진폭

파워 스펙트럼 밀도 함수는 각주파수 ω 에 따른 응력 진폭의 제곱에 비례하여 나타내어지는 에너지로써 단위 주파수에 따른 평균 에너지를 의미한다.

응력 진폭에 대한 파워 스펙트럼 밀도 함수를 적분하여 스펙트럼 모멘트를 얻을 수 있으며, 이를 이용하여 직접적으로 응력 범위의 확률 밀도 함수를 추정할 수 있다. 스펙트럼 모멘트 λ 는 식 (2)와 같이 나타내어진다.

$$\lambda_n = \int_0^\infty \omega^n S(\omega) d\omega = \sum \omega_k^n S_k(\omega) \delta\omega \quad (2)$$

$(n = 0, 1, 2, \dots)$

- λ_n : n차 스펙트럼 모멘트
- ω : 각주파수
- $\delta\omega$: 각주파수간 미소범위

0차 스펙트럼 모멘트는 각 주파수 영역의 스펙트럼 면적으로서, 분산을 의미한다. 이는 시간 영역 데이터에 대한 표준 편차 σ 이므로 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma = \sqrt{\lambda_0} \quad (3)$$

- σ : 0차 스펙트럼 모멘트 표준 편차
- λ_0 : 0차 스펙트럼 모멘트 분산

0차 및 2차 스펙트럼 모멘트를 이용하여 식 (4)와 같이 영점 교차 주파수 (ν_0)를 얻을 수 있으며, 2차 및 4차 스펙트럼 모멘트를 이용하여 식 (5)와 같이 피크 주파수 (ν_p)를 얻을 수 있다.

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}} \quad (4)$$

$$\nu_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda_4}{\lambda_2}} \quad (5)$$

- ν_0 : 영점 교차 주파수
- ν_p : 피크 주파수
- λ_0 : 0차 스펙트럼 모멘트
- λ_2 : 2차 스펙트럼 모멘트
- λ_4 : 4차 스펙트럼 모멘트

협대역 정규 확률 과정의 시계열 데이터를 $X(t)$ 로 정의할때, 피크 주파수는 영점 교차 주파수와 일치한다고 가정한다. 또한, 협대역에 대한 확률 과정은 보통 식 (7)과 같은 레일리 분포 (Rayleigh distribution)를 따르며, 이를 적용한 협대역 가정 방법에 의해 계산된 누적 피로 손상도는 다음 식 (8)과 같다. 다음 식 (6)은 일반적인 누적 피로 손상 계산식 (D)을 표현한다.

$$D = \frac{n_0}{K_r} \int_0^\infty \Delta s^m \cdot P(\Delta s) \cdot d\Delta s \quad (6)$$

$$P(\Delta s) = \frac{\Delta s}{\lambda_n} \exp\left(-\frac{\Delta s^2}{2\lambda_0}\right) \quad (7)$$

$$D_{NB} = \frac{\nu_0 T}{K_r} (2\sqrt{2}\sigma)^m \Gamma\left(1 + \frac{m}{2}\right) \quad (8)$$

- $P(s)$: 확률 밀도 함수
- Δs : 응력 범위
- λ_0 : 0차 스펙트럼 모멘트의 분산
- n_0 : 전체 발생 빈도
- D_{NB} : 협대역 가정 방법의 누적 피로 손상도
- ν_0 : 영점 교차 주파수
- T : 설계 수명
- K_r : 응력 범위 기준 S-N 선도 재료상수(절편)
- σ : 0차 스펙트럼 모멘트의 표준 편차
- m : S-N 선도 재료상수(기울기)
- $\Gamma(\)$: 감마 함수

여기서, $\Gamma(\)$ 는 감마 함수이다. 위 식은 모든 단일 기울기를 가지는 S-N선도에 대해 유효하다.

4. 광대역 기반 통계적 피로 수명 수정 기법

광대역 효과로 인한 피로 손상도 (DWB)는 협대역 피로 손상도를 수정하기 위한 계수 (ρ)의 형태로 표현되거나, 협대역을 상징하는 레일리 분포 (Rayleigh distribution)대신, 광대역 표현이 가능한 새로운 확률 밀도 함수를 적용하는 방법으로 나누어진다.

4.1 Wirshing-Light 방법

Wirshing and Light (1980)은 2봉 스펙트럼을 포함하는 4가지의 광대역 스펙트럼에 대한 수치 시뮬레이션을 통하여, 협대역을 가정한 피로 손상도에 광대역 효과를 고려할 수 있는 수정 계수를 식 (10)과 같이 제시하였으며, 기존 협대역 가정 방법 기반의 수정 계수를 적용한 전체 피로 손상 계산식은 다음 식 (9)와 같다.

여기서, ρ_{Wir} 는 스펙트럼 밴드폭 변수 α_2 (식 (14) 참조)와 S-N 선도의 기울기 (m)에 의존한다고 가정된 경험적인 수정 계수이며, 또한 a 와 b 는 다음 식 (11)-(13)과 같이 표현된다. α_2 는 불규칙 계수라고 불리기도 한다.

$$D_{WB} = \rho \cdot D_{NB} \tag{9}$$

$$\rho = \rho_{W_{ir}} = a + (1-a)(1-\varepsilon)^b \tag{10}$$

$$a = 0.926 - 0.033m \tag{11}$$

$$b = 1.587m - 2.323 \tag{12}$$

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \alpha_2^2} \tag{13}$$

$$\alpha_2 = \frac{\nu_0}{\nu_p} = \frac{\lambda_2}{\sqrt{\lambda_0 \lambda_4}} \tag{14}$$

4.2 Dirlik 방법

Dirlik (1985)은 RFC를 이용하여 도출한 응력 진폭 분포를 지수 분포 PDF와 레일리 분포 PDF를 조합하여 식 (15)과 같이 이 응력 진폭 분포에 근사한 확률 밀도 함수($P_{Dir}(s)$)를 제시하였다.

$$P_{Dir}(s) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} \left[\frac{D_1}{Q} e^{\left(\frac{-z}{Q}\right)} + \frac{D_2}{R_2} e^{\left(\frac{-z^2}{2}\right)} + D_3 Z e^{\left(\frac{-z^2}{2}\right)} \right] \tag{15}$$

$$Z = \frac{s}{2 \cdot \sqrt{\lambda_0}} \tag{16}$$

$$D_1 = \frac{2 \cdot (X_m - \gamma^2)}{1 + \gamma^2} \tag{17}$$

$$D_2 = \frac{1 - \gamma - D_1 + D_1^2}{1 - R} \tag{18}$$

$$D_3 = 1 - D_1 - D_2 \tag{19}$$

$$Q = \frac{5 \cdot (\gamma - D_1 - D_2 \cdot R)}{4 \cdot D_1} \tag{20}$$

$$R = \frac{\gamma - X_m - D_1^2}{1 - \gamma - D_1 + D_1^2} \tag{21}$$

$$X_m = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} \cdot \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_4}} \tag{22}$$

$$\gamma = \frac{\lambda_2}{\sqrt{\lambda_0 \cdot \lambda_4}} \tag{23}$$

s : 응력 진폭

위 식 (15)에서의 $Z, D_1, D_2, D_3, Q, R, X_m, \gamma$ 는 스펙트럼 모멘트 $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_4$ 에 의존하며 식 (16)-(23)과 같다. 위에서 제시된 응력 진폭 확률 밀도 함수 (식 (15)참조)에 기반한 누적 피로 손상도는 식 (24)와 같이 표현될 수 있다.

$$D_{WB} = D_{DK} = \frac{\nu_p T}{K_a} \sigma^m \left[D_1 Q^m \Gamma(1+m) + (\sqrt{2})^m \Gamma\left(1 + \frac{m}{2}\right) (D_2 |R|^m + D_3) \right] \tag{24}$$

D_{DK} : Dirlik 방법의 누적 피로 손상도

ν_p : 피크 주파수

K_a : 진폭 기반의 S-N 선도 재료 상수(절편)

4.3 Jiao-Moan 방법

Jiao and Moan (1990)은 저주파수 (low frequency, LF)영역과 고주파수 (high frequency, HF)영역으로 확연하게 분리된 두 개의 협대역 스펙트럼을 조합 후, 두 스펙트럼 간의 상관관계를 보정한 수정 계수 (ρ_{JM})를 식 (25)와 같이 제시하였다.

식 (25)에서 $\lambda_{0,LF}$ 또는 $\lambda_{0,HF}$ 가 0일 경우, 완벽한 협대역 스펙트럼 분포를 따르며, 수정 계수는 1.0에 근사한다. 식 (25)에서 적용된 영점 교차 주파수 $\nu_{0,P}$ 는 식 (26)와 같다.

$$\rho = \rho_{JM} = \frac{\nu_{0,P}}{\nu_0} \left[(\lambda_{0,LF})^{\frac{m}{2}+2} \left(1 - \sqrt{\frac{\lambda_{0,HF}}{\lambda_{0,LF}}} \right) + \frac{m \Gamma\left(\frac{m}{2} + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi \lambda_{0,LF} \lambda_{0,HF}} \Gamma\left(\frac{m}{2} + 1\right)} \right] + \frac{\nu_{0,HF}}{\nu_0} (\lambda_{0,HF})^{\frac{m}{2}} \tag{25}$$

$$\nu_{0,P} = \lambda_{0,LF} \nu_{0,LF} \sqrt{1 + \frac{\lambda_{0,HF}}{\lambda_{0,LF}} \left(\frac{\nu_{0,HF}}{\nu_{0,LF}} \delta_{HF} \right)^2} \tag{26}$$

$\lambda_{0,LF}$: LF영역의 0차 스펙트럼 모멘트

$\lambda_{0,HF}$: HF영역의 0차 스펙트럼 모멘트

$\nu_{0,HF}$: HF영역의 영점 교차 주파수

$\nu_{0,LF}$: LF영역의 영점 교차 주파수

δ_{HF} : HF영역의 Vanmarcke 밴드폭 계수(통상 0.1로 간주함)

4.4 Zhao-Baker 방법

Zhao and Baker (1992)는 Dirlik (1985)과 유사하지만, 와이블 분포 함수와 레일리 분포 함수의 선형 조합으로 이루어진 응력 진폭 확률 밀도 함수($P_{ZB}(s)$)를 사용하였다 (식 (27) 참조). 가중치 w 과 a , b 는 식 (28)-(30)으로 표현된다. 위 식 (27)을 이용한 누적 피로 손상도는 다음 식 (31)과 같다.

$$P_{ZB}(s) = w \frac{ab}{\sqrt{\lambda_0}} \left(\frac{s}{\sqrt{\lambda_0}} \right)^{b-1} e^{-a \left(\frac{s}{\sqrt{\lambda_0}} \right)^b} + (1-w) \frac{s}{\lambda_0} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{s}{\sqrt{\lambda_0}} \right)^2} \quad (27)$$

$$w = \frac{1 - a_2}{1 - \sqrt{\frac{2}{\pi} \Gamma \left(1 + \frac{1}{b} \right) a^{-\frac{1}{b}}}} \quad (28)$$

$$a = 8 - 7a_2 \quad (29)$$

$$b = \begin{cases} 1.1 & \text{if } a_2 < 0.9 \\ 1.1 + 9(a_2 - 0.9) & \text{if } a_2 \geq 0.9 \end{cases} \quad (30)$$

$$D_{WB} = D_{ZB} = \frac{\nu_p T}{K_a} \sigma^m \left[w a^{-\frac{m}{b}} \Gamma \left(1 + \frac{m}{b} \right) + (1-w) 2^{\frac{m}{2}} \Gamma \left(1 + \frac{m}{2} \right) \right] \quad (31)$$

- a : 와이블 척도 모수
- b : 와이블 형상 모수
- D_{ZB} : Zhao-Baker방법의 누적 피로 손상도

스펙트럼이 완벽한 협대역일 경우, a_2 는 1.0에 근사하며, 따라서 레일리 응력 진폭 분포를 나타내는 a , b , w 는 각각 1.0, 2.0, 0.0이 된다. 반면 $a_2 \leq 0.13$ 일 경우, w 는 1.0보다 커지고 $P_{ZB}(s)$ 는 음수를 나타내어 누적 피로 손상도를 신뢰할 수 없다.

4.5 Single-moment 방법

광범위한 시뮬레이션과 레인플로우 카운팅 (rainflow cycle counting, RFC) 해석을 통한 데이터의 경향 분석에 의해 정식화된 방법이다. 제시된 협대역 누적 피로 손상도를 수정하였으며, 식 (32)과 같이 표현된다.

$$D_{WB} = D_{SM} = \frac{2^{\frac{m}{2}} T}{2\pi K_a} \Gamma \left(1 + \frac{m}{2} \right) (\lambda_{2/m})^{\frac{m}{2}} \quad (32)$$

- D_{SM} : Single-moment 방법의 누적 피로 손상도
- $\lambda_{2/m}$: 2/m차 스펙트럼 모멘트

4.6 Sakai-Okamura 방법

Sakai and Okamura (1995)는 LF 영역과 HF 영역을 분리하여 시계열 데이터 $X_{LF}(t)$ 와 $X_{HF}(t)$ 의 평균 영점 교차 사이클 수를 RFC에 의해 계산하여 전체 시간 동안의 LF 사이클수 n_{LF} 과 HF 사이클수 n_{HF} 로 도출하였다. 그리고 각각의 LF 사이클수에 대한 응력 진폭 S_{LF} 과 HF 사이클수에 대한 응력 진폭 S_{HF} 가 협대역 과정의 응력 진폭과 일치한다고 가정하였다. 이러한 두 응력 진폭 분포의 선형 조합을 이용하여 누적 피로 손상도 추정식을 식 (33)과 같이 제시하였다.

$$D_{WB} = D_{SO} = \frac{2^{\frac{m}{2}} T}{2\pi K_a} \Gamma \left(1 + \frac{m}{2} \right) \left[\lambda_{2,LF}^{\frac{(m-1)}{2}} \lambda_{2,LF}^{\frac{1}{2}} + \lambda_{0,HF}^{\frac{(m-1)}{2}} \lambda_{2,HF}^{\frac{1}{2}} \right] \quad (33)$$

- D_{so} : Sakai-Okamura 방법의 누적 피로 손상도
- $\lambda_{2,LF}$: LF영역의 2차 스펙트럼 모멘트
- $\lambda_{2,HF}$: HF영역의 2차 스펙트럼 모멘트

4.7 Benasciutti-Tovo 방법

Rychlik (1993)은 정상 확률 과정에 대한 불규칙 신호의 사이클 카운팅 방법에 따른 누적 피로 손상도의 관계가 식 (34)임을 증명하였다. 영점 교차 카운팅 (level-crossing counting)에 의한 누적 피로 손상도는 협대역 피로 손상도와 같다는 사실을 제시하였다.

$$D_{RC} \leq D_{RFC} \leq D_{LCC} = D_{NS} \quad (34)$$

- D_{RC} : 응력 범위 카운팅(range counting)에 의한 누적 피로 손상도
- D_{RFC} : RFC에 의한 누적 피로 손상도
- D_{LCC} : 영점 교차 카운팅에 의한 누적 피로 손상도
- D_{NB} : 협대역 가정 방법에 의한 누적 피로 손상도

Madsen, et al. (1986)는 응력 범위 카운팅에 의한 피로 손상도 D_{RC} 를 식(35)과 같이 표현하였다.

$$D_{RC} \cong \frac{\nu_0 T}{K_a} (\sqrt{2} \sigma a_2)^m \Gamma \left(1 + \frac{m}{2} \right) = a_2^{m-1} D_{NB} \quad (35)$$

Benasciutti and Tovo (2005)는 RFC에 의한 피로 손상도 D_{RFC} 는 D_{NB} 및 D_{RC} 의 합으로 표현할 수 있음을 제시하였다(식(36) 참조). 가중함수 b 는 Benasciutti and Tovo (2005)가 광범위한 시뮬레이션을 통하여 제시한 가중 함수로서, α_1 및 α_2 에 의하여 결정된다 (식(37) 참조). 식 (38)에서 α_1 은 스펙트럼 밴드폭 계수를 의미한다.

$$D_{WB} = D_{RFC} = bD_{NB} + (1 - b)D_{RC} \quad (36)$$

$$b = (\alpha_1 - \alpha_2)[1.112(1 + \alpha_1\alpha_2 - (\alpha_1 + \alpha_2))e^{2.11\alpha_2} + (\alpha_1 - \alpha_2)] / (\alpha_2 - 1)^2 \quad (37)$$

$$\alpha_1 = \frac{\lambda_1}{\sqrt{\lambda_0\lambda_2}} \quad (38)$$

$$C = \frac{\omega_b}{\omega_a} = \frac{\omega_d}{\omega_c} = \frac{1.1}{0.9} \quad (41)$$

- A_1 : LF영역의 스펙트럼 면적
- A_2 : HF영역의 스펙트럼 면적
- S_1 : LF영역의 파워 스펙트럼 밀도 함수 진폭
- S_2 : HF영역의 파워 스펙트럼 밀도 함수 진폭
- $\omega_a, \omega_b, \omega_c, \omega_d$: 각주파수

5. 사례 연구

5.1 스펙트럼 변수 정의

본 논문에서는 위와 같이 제시된 주파수 영역 피로 해석 기법들의 정확도를 평가하기 위하여 Fig. 2와 같이 이상적인 2봉 스펙트럼 (bimodal spectrum)을 가정하였다. 각각의 주파수 영역을 대표하는 스펙트럼은 독립된 협대역 스펙트럼이다.

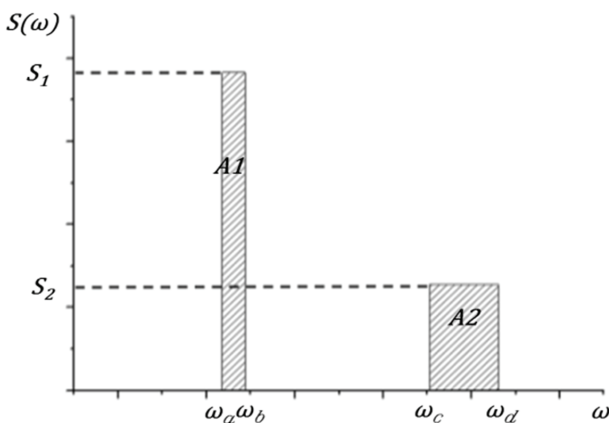


Fig. 2 Ideal bi-modal spectrum used for fatigue analyses

본 연구에서 고려한 주파수 영역대는 저주파수와 고주파수 영역을 모두 합해 0~5 rad/sec의 범위를 고려함으로써, 실제 선박의 조우 주파수와 선박에 발생하는 스프링링 주파수를 모두 포함한다. 각 스펙트럼에 대한 효과적인 비교 분석을 위해 피로 손상도와 관련된 0차 스펙트럼 모멘트 (λ_0)과 피크 주파수 (ν_p)를 일정한 값을 갖도록 스펙트럼을 변수를 결정하였다.

이봉형 스펙트럼의 특성은 식 (39)와 (40)에 나타난 바와 같이 주파수비 (R, frequency ratio)와 진폭비(B, area ratio)에 의하여 정의될 수 있으며, R과 B의 변화에 따른 피로 손상도의 변화를 관찰하였다. 식 (41)은 독립적인 스펙트럼의 폭비를 나타내며, 1.1/0.9의 비율을 유지하도록 설정하였다.

$$R = \frac{\omega_c}{\omega_a} = \frac{\omega_d}{\omega_b} \quad (39)$$

$$B = \frac{A_2}{A_1} = \frac{S_2(\omega_d - \omega_c)}{S_1(\omega_b - \omega_a)} \quad (40)$$

5.2 시계열 데이터 추출

스펙트럼으로부터 시계열 데이터를 추출할 때 신뢰성 확보를 위해 주파수 증분은 전체 스펙트럼을 20,000번 등분하는 간격을 설정하였으며, 시간간격을 구성하는 시간 간격은 0.1초로써 불규칙한 시계열 데이터를 손실 없이 표현할 수 있도록 충분히 작게 설정하였다. 사각형 블록으로 이루어진 이상적인 2봉 스펙트럼에 대해 시계열로 확장하였기 때문에 시계열 추출로 인한 에너지 손실은 없다. 식 (42)를 이용하여 스펙트럼으로부터 시계열 데이터를 도출하였다.

$$X(t) = \sum_{k=1}^N \sqrt{2S(\omega_k)\Delta\omega_k} \cos(\omega_k t + \theta_k) \quad (42)$$

- $X(t)$: 시계열 응력 응답 데이터
- $S(\omega)$: 파워 스펙트럼 밀도 함수
- ω : 각주파수
- $\Delta\omega$: 주파수 증분
- t : 시간
- θ : 위상차
- N : 주파수 증분 개수

여기서, θ 는 시계열 데이터의 불규칙성 (irregularity)을 확보하기 위해 난수 발생 함수를 200회 반복하여 적용하였다.

5.3 스펙트럼 밴드폭 판별

본 연구에서는 시계열 데이터로부터 산정한 누적 피로 손상도 (D_{Time})를 기준으로 설정한 후, 협대역을 가정한 주파수 영역 피로 손상도를 도출하고, 광대역 피로 손상도를 예측하는 여러가지 광대역 모델별의 정확도를 분석하였다. 응답 분포의 협대역 및 광대역 하중에 대한 기준으로서, 식 (43)과 같이 Vanmarcke 밴드폭 계수 δ 를 사용하였다. 응답 분포가 협대역 파형을 이룰 경우 α_1, α_2 는 1에 수렴하며 δ 는 0에 수렴한다. 반면 α_1, α_2 가 0, δ 가 1에 근접할 경우, 광대역 파형으로 정의할 수 있다.

$$\delta = \sqrt{1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_0\lambda_2}} = \sqrt{1 - \alpha_1^2} \quad (43)$$

6. 해석 결과

주파수 영역비 R과 면적비 B는 Table 1에 나타난 바와 같이 결정하였으며, 주파수 범위 1~5 rad/sec를 만족하는 모든 조합에 대하여 파라메트릭 해석을 수행하였다. 또한 λ_0 과 ν_p 의 값이 1000, 0.6인 경우와 500, 0.299인 경우에 대하여 해석을 수행하였으며, S-N선도 기울기 (m)가 3.0 및 5.0 인 경우를 고려하였다. 총 306회의 해석이 수행되었다.

Table 1 Variations of R and B

R	1, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 12, 16, 22
B	0.008, 0.009, 0.01, 0.1, 1, 10, 100, 1000

본 연구에서 적용한 시계열 데이터는 이상적인 스펙트럼으로부터 생성되었기 때문에, 정상성과 에르고드성을 만족한다. 이러한 시계열 데이터로부터 얻은 누적 피로 손상도를 정해로 가정 한 후, 7가지의 광대역 해석 모델들로부터 계산된 누적 피로 손상도 (D_{WB})를 비교하였다.

각 방법별 피로 손상도는 식 (44)–(45) 과 같이 피로 손상비 (fatigue damage ratio, FDR)를 이용하여 계산하였다.

$$FDR_{NB} = D_{NB} / D_{time} \quad (44)$$

$$FDR_{WB} = D_{WB} / D_{time} \quad (45)$$

Fig. 3는 두가지 S-N선도의 기울기에 대하여, δ 의 변화에 따른 협대역 피로 손상비의 변화를 나타낸다. 피로 손상비는 δ 가 작아질수록(협대역) 1.0정해에 근사하는 양상을 보이고 있다. 피로 손상비가 1.0에 수렴하는 구간은 약 $\delta \leq 0.50$ 로서, 그 이상에 대하여는 누적 피로 손상도를 실제보다 크게 추정함을 알 수 있다.

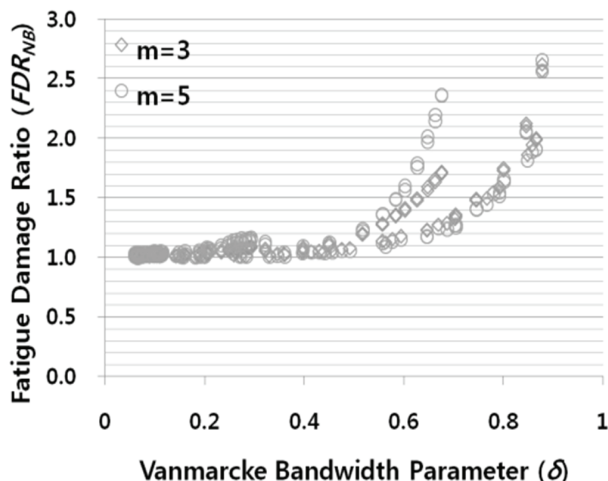


Fig. 3 FDR_{NB} according to Vanmarcke bandwidth parameter

Wirsching and Light (1980)의 광대역 모델을 이용한 결과를 Fig. 4(a)에 나타내었다. $m = 5.0$ 일 경우 협대역으로 정의될 수 있는 구간에서 정해보다 작은 피로 손상도를 보일 수도 있으며, 광대역 구간에서는 누적 피로 손상도를 상당히 크게 평가하는 경향이 있다.

Dirlik (1985)의 광대역 모델을 이용한 결과를 Fig. 4(b)에 나타내었다. 전반적으로 정해에 근사하는 피로 손상도를 나타내지만, $m = 5.0$ 일 경우 광대역으로 구간에서 정해보다 작은 피로 손상도를 보일 수 있다.

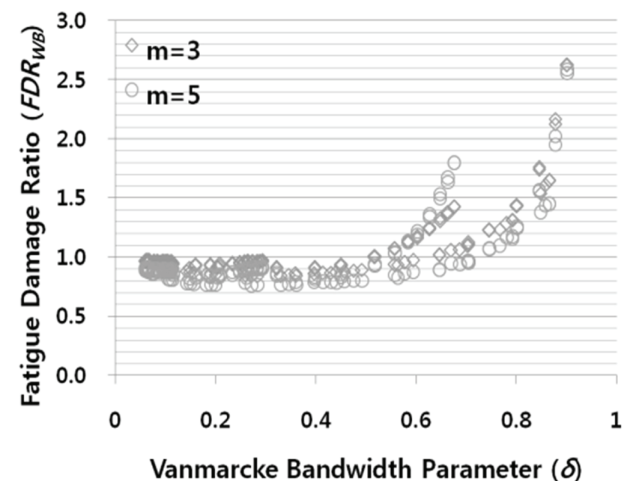
Jiao and Moan (1990)의 광대역 모델을 이용한 결과를 Fig. 4(c)에 나타내었다. 대체로 협대역 및 광대역 구간에서 피로 손상비가 1.0에 근접하지만, 큰 오차를 보이는 부분도 간과할 수 없다. S-N선도의 기울기 $m = 3.0$ 일 경우, 피로 누적비가 모두 구간에서 1.0을 초과하기 때문에, 보수적 설계에 적합한 모델로 사료된다. 그러나 $m = 5.0$ 의 경우 광대역 구간에서 정확성이 낮아지는 것을 볼 수 있다.

Zhao and Baker (1992) 광대역 모델을 이용한 결과를 Fig. 4(d)에 나타내었다. 이 방법을 적용할 경우, 일부 광대역 구간에서 (Vanmarcke bandwidth parameter가 0.8 이상의 일부 구간) D_{WB} 가 음의 값을 발생하기도 하였다. 해의 신뢰성에 있어서 상당한 문제점을 유발할 수 있으리라 예측된다.

Single-moment 광대역 모델을 이용한 결과를 Fig. 4(e)에 나타내었다. 전체적으로 모든 구간에서 정해에 근사한 누적 피로 손상도를 나타내지만, Dirlik (1985) 방법보다는 약간 적은 누적 피로 손상도를 예측하였다. 다른 모델과 마찬가지로, m이 증가할 경우, 예측의 정확도가 $m = 3.0$ 에 비해 낮아지는 현상을 볼 수 있었다.

Sakai and Okamura (1995) 광대역 모델을 이용한 결과를 Fig. 4(f)에 나타내었다. 광대역 구간으로 이동할수록 그리고 S-N선도 기울기가 증가할수록 낮은 누적 피로 손상치를 도출하기 시작하는 것을 볼 수 있다.

Benasciutti and Tovo (2005) 광대역 모델을 이용한 결과를 Fig. 4(g)에 나타내었다. 다른 모델에서 비하여 가장 정확한 방법임을 알 수 있다.



(a) Wirsching-Light method

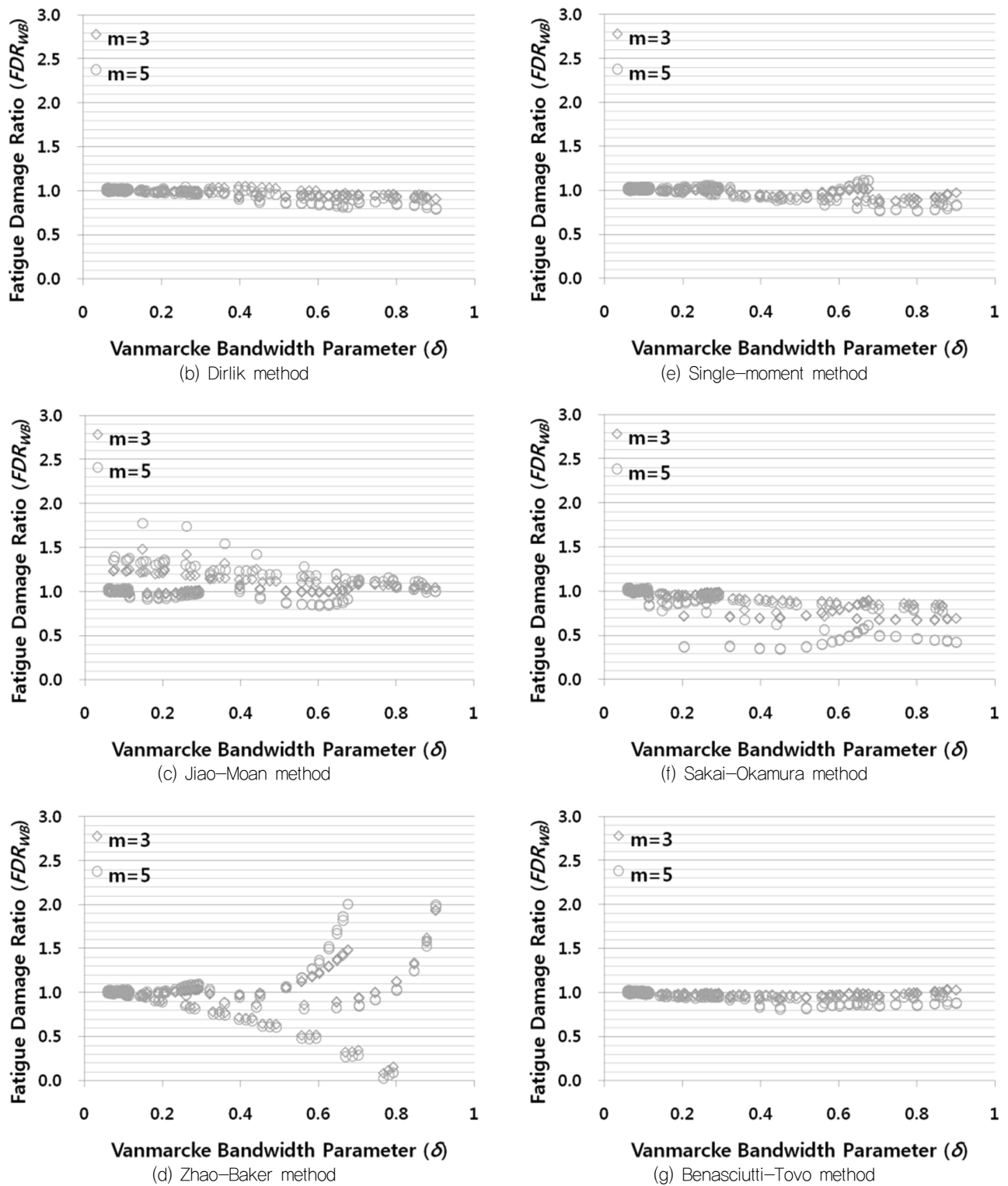


Fig. 4 FDR_{WB} according to Vanmarcke bandwidth parameter

7. 결론

(1) 본 논문에서는 다양한 광대역 피로 손상 추정 모델의 적용성 및 타당성을 분석하기 위하여 다음과 같은 과정을 통한 연구를 수행하였다.

- 정상성 및 에르고드성을 가지는 확률 과정을 나타내는 이상적인 광대역 2봉 응력 범위 스펙트럼 가정
- 2봉 스펙트럼으로부터 시계열 데이터를 추출하고, RFC 및 Palmgren and Miner법칙을 이용한 누적 피로 피로 손상도의 도출하고 이를 정해로 간주.

- 주파수 영역 협대역 피로 손상도 도출
 - 7가지 광대역 모델을 이용한 광대역 피로 손상도 도출
- (2) 누적 피로 손상도는 해석은 주파수 영역비, 스펙트럼 면적비, 0차 스펙트럼 모멘트, 피크 주파수, S-N선도 기울기에 따른 300여회의 해석에 대하여 도출하였다.
- (3) 본 연구를 통하여 도출한 비교 분석 결과는 다음과 같다.
- 주파수 영역 협대역 피로 손상도 및 시계열 누적 피로 손상도의 비를 비교하여 Vanmarcke의 밴드폭 계수가 약 0.50 이상 일 경우 광대역 구간으로 간주될 수 있다.
 - Wirsching and Light (1980), Zhao and Baker (1992), Sakai and Okamura (1995)의 방법은 비교적 해의 정확성이 결여되는 것으로 나타났으며, 특히 광대역 구간에 적합하지 않은 방법이다.
 - Dirlik (1985), Jiao and Moan (1990), Single-moment, Benasciutti and Tovo (2005)의 방법은 모든 밴드폭에 높은 정확도를 나타내었지만, 광대역 구간에서의 정확도는 Dirlik (1985), Jiao and Moan (1990)과 Benasciutti and Tovo (2005)의 모델이 가장 높았다.
 - S-N선도의 기울기가 증가할수록, 그리고 광대역 효과가 커질수록 광대역 모델의 정확도는 감소하는 것으로 나타났다.
- (4) 본 연구 결과는 광대역 특성을 보이는 선체 응답 (스프링잉 및 휘핑)과 해양 구조물 계류 시스템과 양강기 시스템의 피로 손상도 예측을 위한 기반 연구로 활용될 것이다. 그러나 본 연구에서 적용한 2봉형 스펙트럼의 경우 이상적인 형상이었기 때문에, 주파수 밴드에 따른 0차 스펙트럼 모멘트의 중복 효과가 전혀 없었지만, 실제 광대역 스펙트럼 또는 다봉형 스펙트럼의 경우, 0차 스펙트럼 모멘트의 중복 효과로 인하여 광대역에서의 피로 손상도를 상당히 보수적으로 평가할 가능성이 많으며, 각 광대역 모델에 따른 적용성에 대한 연구가 필요하다.

참고 문헌

American Society for Testing and Materials (ASTM), 2005. *Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis*, ASTM E1049 - 85.

Benasciutti, D. & Tovo, R., 2005. Spectral methods for lifetime prediction under wide-band stationary random processes. *International Journal of Fatigue*, 27(8), pp.867-877.

Choung, J.M, Joung, J.H, Choo, M.H, & Yoon, K.Y., 2007. Development of Fully Stochastic Fatigue Analysis Program for Offshore Floaters. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 44(4), pp.425-438.

Dirlik, T., 1985. *Application of computers in fatigue*, Ph.D.: University of Warwick,

DNV, 2008. *DNV software user manual of SESAM*, DET NORSKE VERITAS.

Dowling, N.E., 1972. Fatigue Failure Prediction for Complicated Stress-Strain Histories. *Journal Materials*, 7(1), pp.71-87.

Jiao, G. & Moan, T., 1990. Probabilistic analysis of fatigue due to Gaussian load processes. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 5(2), pp.76-83.

Lim, Y.C, Kim, K.S, & Choung, J.M., 2010. Fatigue Damage Combination for Spread Mooring System under Stationary Random Process with Bimodal Spectrum Characteristics. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 47(6), pp.813-820.

Madsen, H.O, Krenk, S. & Lind, N.C., 1986. *Methods of structural safety*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall.

Matsuishi, M. & Endo, T., 1968. Fatigue of metals subjected to varying stress. *Japan Society of Mechanical Engineers*, Fukuoka, Japan.

Miner, M.A., 1945. Cumulative damage in fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, 67, pp.159-164.

Rychlik, I., 1987. A new definition of the rainflow cycle counting method. *International Journal of Fatigue*, 9(2), pp.119-121.

Rychlik, I., 1993. On the narrow-band approximation for expected fatigue damage. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 8(1), pp.1-4.

Sakai, S. & Okamura, H., 1995. On the distribution of rainflow range for Gaussian random processes with bimodal PSD. *JSME International Journal Ser A*, 38(4), pp.440-445.

Wirsching, P.H. & Light, M.C., 1980. Fatigue under wide band random stresses. *Journal of the Structural Division, Proceeding of the ASCE*, 106(ST7), pp.1593-1607.

Zhao, W. & Baker, M.J., 1992. On the probability density function of rainflow stress range for stationary Gaussian processes. *International Journal of Fatigue*, 14(2), pp. 121-135.

