

## 형상기억합금의 개선된 구성적 모델

호광수#

# An Improved Constitutive Model of Shape Memory Alloy

Kwangsoo Ho

(Received May 19, 2011 / Revised July 14, 2011 / Accepted July 15, 2011)

### Abstract

Shape memory alloys(SMAs) exhibit pseudoelastic behavior, characterized by the recovery of an original shape even after severe deformation, during loading and unloading within appropriate temperature regimes. The distinctive mechanical behavior is associated with stress-induced transformation of austenite to martensite during loading and reverse transformation to austenite upon unloading. To develop a material model for SMAs, it is imperative to consider the difference in moduli of active phases. For example, the Young's modulus of the martensite is one-third to one half of that of the austenite. The model proposed herein is a modification of the one proposed recently by Ho[17]. The prediction of the behavior of SMAs during unloading before the onset of reverse transformation was improved by introducing a new internal state variable incorporating the variation of the elastic modulus.

**Key Words** : Shape Memory Alloy, Pseudoelasticity, Constitutive Model, Elastic Modulus

### 1. 서 론

스마트 재료인 형상기억합금(SMAs)은 형상기억 효과와 의탄성(Pseudoelasticity) 거동의 특성을 나타내는 독특한 재료이다. 이러한 특성들은 온도를 높이거나 기계적 하중을 제거하는 제하 과정을 통하여 나타나게 되며, 오스테나이트(Austenite)에서 마르텐사이트(Martensite)로의 결정구조적 정방향 상변태(Forward transformation;  $A \rightarrow M$ ) 및 역방향 상변태(Reverse transformation;  $M \rightarrow A$ ) 또는 다양한 이형 마르텐사이트(Martensite variant)의 재배향(Reorientation)에 기인한다.

형상기억합금은 형상기억 및 의탄성 효과, 감쇠 기능 그리고 생체적합성 등의 특성들로 인해 다양한 산업분야에서 패스너, 감온장치 및 작동소자의 용도로 점점 그 활용도가 커지고 있는 재료이며, 형상기억합금 구성 물질의 조성에 따

라 상변태 온도에 변화를 주는 것이 가능하기 때문에 형상기억합금의 이용 가능한 온도 범위는 상당히 넓다[1~2]. 이러한 공학적 활용의 효율성을 증대시키기 위하여 수많은 연구자들은 형상기억합금의 구성적 모델링에 대한 개발을 지속적으로 수행하여왔다. 지금까지 개발된 구성적 모델들은 미시적 또는 거시적 관점에 따라 크게 두 종류로 분류될 수 있다. 단결정의 결정학적 미시역학에 근거한 미시적 관점의 모델들은 상변태의 물리적 메커니즘을 보다 구체적으로 활용하며[3~5], 상변태를 현상학적으로 다루는 거시적 관점의 모델들은 운동 법칙(Kinetic law)를 도입하여 상변태 과정에서 발생하는 여러 거동들을 설명한다[6~8].

상변태(Phase transformation)에는 변태를 유발시키는 요인에 따라 열-유기(Thermally-induced) 및 응력-유기(Stress-induced) 변태가 존재하며, 이들은

# 교신저자 : 계명대학교 기계자동차공학과,  
E-mail: hok@kmu.ac.kr

변태 변형률의 크기에 서로 상이한 영향을 준다. 열-유기 변태는 오스테나이트상을 마르텐사이트 상변태 시작 온도( $M_s$ ) 이하로 냉각시키면 발생하는데, 이때 생성된 마르텐사이트는 상변태 동안 발생하는 국부적인 변형을 쌍정화 과정(Twinning)을 통해 자가수용 함으로써 거시적인 변태 변형률이 발생하지 않게 된다. 이와는 대조적으로, 응력-유기 변태에서는 오스테나이트로부터 마르텐사이트로의 상변태에 동반하여 이형 마르텐사이트의 재배향인 탈쌍정화(Detwinning)가 진행됨으로써 상당량의 변태 변형률이 발생한다 [9~12].

쌍정화된 마르텐사이트상에 기계적인 하중을 가하면 탈쌍정화인 쌍정 경계의 움직임이 유발되어 결과적으로 거시적인 비탄성 변형이 발생한다. 그리고, 제하 과정 후 오스테나이트 상변태 종료 온도( $A_f$ ) 이상으로 가열하면 마르텐사이트상은 오스테나이트상으로 변태하며 원래의 형상을 회복하게 되는데 이것을 열-유기 상변태 거동에 의한 형상기억효과라 한다. 그러나 의탄성 거동은 부하-제하 시에 발생하는 응력-유기 상변태에 의해 원래의 형상을 회복하게 된다.

의탄성 형상기억합금에서 부하과정의 초기 영역에서는 오스테나이트상의 탄성 거동이 나타나고 제하 시에는 역방향 상변태가 일어나기 전까지 마르텐사이트상에 의한 탄성 거동이 나타나게 된다. 따라서 응력-변형률 곡선에서 이들 두 영역의 기울기는 서로 다르게 관찰되는데, 이것은 두상의 서로 다른 탄성계수로 표현된다. 또한 제하 시 발생하는 마르텐사이트에서 오스테나이트로의 역방향 상변태는  $A_f$  보다 낮은 온도에서는 불완전하게 이루어지는 반면, 이보다 높은 온도에서는 완전하게 이루어짐으로써 영구적인 잔류 변형이 발생하지 않고 원래의 형상을 완전히 회복하게 된다고 알려져 있다. 그러나 실제적으로는 비록  $A_f$  보다 높은 온도에서의 제하라 하더라도 잔류 변형률이 나타나기도 하며 반복 하중(Cyclic tension-unloading)에서는 이 영구 변형률의 누적이 발생하게 된다[13~16]. 본 연구에서는 현상학적 점소성 이론의 체계 하에서 형상기억합금을 모델링하기 위하여 저자에 의해 개발된 이전의 구성방정식[17]을 개선하여, 제하 시의 탄성 거동을 보다 정확하게 설명하고 반복 하중에서 나타나는 영구적인 비탄성 변형의 거동을 설명하고자 한다.

## 2. 구성 방정식

형상기억합금의 전형적인 의탄성 거동은 기계적 하중의 부재 시에 오스테나이트상만이 존재하게 되는  $A_f$  이상의 온도에서 발생한다. 부하-제하 과정( $o \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow a \rightarrow o$ )의 의탄성 거동이 Fig.1에서 도식적으로 설명되었다.

초기 하중에서는 오스테나이트상의 탄성계수  $E_A$  에 의해 특징지어지는 오스테나이트의 탄성 거동이 발생하며, 이 탄성 거동은 탈쌍정화된 마르텐사이트로의 상변태가 발생하는 시점인 “b점”까지 계속된다. 이후 하중이 가해지는 동안에 오스테나이트에서 마르텐사이트로의 정방향 상변태가 “b점”에서 시작하여 “c점”에서 완료된다. 이 정방향 상변태 과정에서 잠열(Latent heat)이 방출되는 발열반응이 나타남으로써 재료의 온도는 상승하게 된다. 초기 제하 과정( $c \rightarrow d$ )은 마르텐사이트에 의한 탄성 거동에 의해 지배되며, 마르텐사이트의 탄성계수  $E_M$  의 크기는 일반적으로 오스테나이트 탄성계수  $E_A$  의 30~50% 수준으로 작다. 연이은 제하에 의해 마르텐사이트로부터 오스테나이트로의 역방향 상변태가 “d점”에서 시작하여 “a점”에서 완료된다. 이 역방향 상변태 동안 잠열이 흡수되는 흡열반응이 발생하여 재료의 온도는 낮아지게 된다. 이후 오스테나이트상의 탄성적인 제하 과정을 통해 재료의 시작 상태인 “o점”에 도달함으로써 원래의 형상을 회복하게 된다. 이러한 형상기억합금의 의탄성 거동을 모델링하기 위하여 역응력 성장식의 형상함수 및 탄성계수의 변화에 영향을 주는 각각의 상태변수를 구성방정식에 도입한다.

형상기억합금은 Fig. 2에 보여진 바와 같이 온도 및 응력의 변화에 따라 상변태가 발생한다. 구역 ①과 ②는 응력-유기 마르텐사이트상으로의 변태를 나타내고, 구역 ③은 오스테나이트로의 상변태 구간을 보여준다. 응력이 없는 상태에서 마르텐사이트는  $A_s$  의 온도에서 오스테나이트로의 상변태를 시작하여 온도가  $A_f$  까지 상승하면 상변태는 완료되며, 오스테나이트는  $M_s$  의 온도에서 쌍정화된 마르텐사이트상으로의 변태를 시작하여 온도가  $M_s$  까지 내려가면 변태가 완료된다. 응력에 의해 유기되는 상변태의 경우에는 마르텐사이트상으로의 변태는  $\sigma_{cr}^s$  의 응력에서 시작하여 응력의 크기가  $\sigma_{cr}^f$  까지 커지면 완료된다.

형상기억합금의 응력-유기 상변태에 의한 의탄성

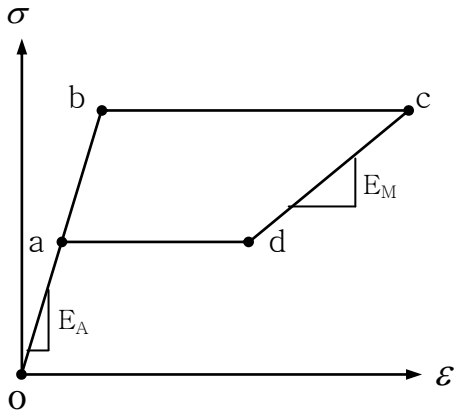


Fig. 1 Pseudoelastic loading-unloading behavior

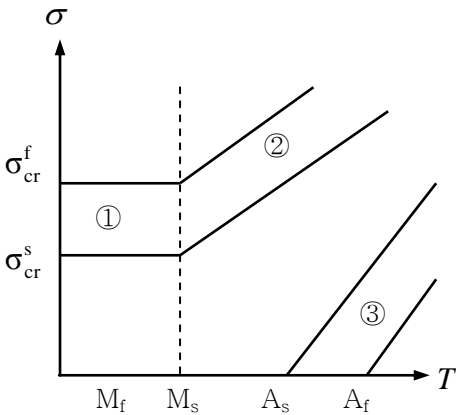


Fig. 2 Critical stress-temperature diagram

거동을 모델링하기 위하여 일축 하중 하에서의 전체 변형률은 탄성 변형률과 비탄성 변형률의 합으로 가정된다:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{el} + \dot{\epsilon}^{in} \quad (1)$$

탄성 변형률속도는 후크 법칙(Hooke's law)의 속도 형태인

$$\dot{\epsilon}^{el} = \frac{\dot{\sigma}}{E^*} ; E^* = (1-p)E_0 \quad (2)$$

으로 정의되며, 비탄성 변형률속도는 응력과 역응력의 차로 정의되는 과응력( $\sigma - G$ )의 함수로 다음과 같이 정의된다:

$$\dot{\epsilon}^{in} = B \left( \frac{|\sigma - G|}{D} \right)^m \frac{(\sigma - G)}{|\sigma - G|} \quad (3)$$

여기서  $E_0$ ,  $B$ ,  $m$ ,  $D$  는 재료상수이며, 상변태

에 따른 탄성계수의 변화를 반영하기 위해 새로이 도입된 상태변수  $p$ 의 성장식은

$$\dot{p} = \zeta_1 \langle -\Lambda \rangle \left( 1 - \frac{p}{p_f} \right) |\dot{\epsilon}^{in}| - \zeta_2 \langle \Lambda \rangle p |\dot{\epsilon}^{in}| \quad (4)$$

으로 정의되고  $0 \leq p \leq p_f$  을 만족한다. 기호  $\langle x \rangle$  은 Macauley 브래킷으로  $\langle x \rangle = x$  if  $x > 0$  또는  $\langle x \rangle = 0$  if  $x \leq 0$  을 의미한다.  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ,  $p_f$  은 재료상수이고, 상태변수  $p$  는  $\Lambda < 0$  의 조건에서 식 (4) 우변의 첫 번째 항에 의하여 초기값  $p_0 = 0$  에서  $p_f$  까지 성장하게 되며  $\Lambda > 0$  의 조건을 만족시키게 될 때 우변의 두 번째 항에 의하여 초기값까지 감소하게 된다. 모델 파라미터  $\Lambda$  는 다음과 같이 정의된다:

$$\Lambda = \frac{\dot{\sigma}(\sigma - G)}{|\dot{\sigma}||\sigma - G|} \quad (5)$$

구성방정식의 내부 상태변수인 역응력( $G$ )과 이동응력( $H$ )의 성장식은

$$\dot{G} = \psi \left[ \dot{\epsilon}^{in} - \frac{(G - H)}{R} |\dot{\epsilon}^{in}| \right] + \dot{H} \quad (6)$$

$$\dot{H} = E_i \dot{\epsilon}^{in} \quad (7)$$

이다. 식 (6)으로부터 역응력과 이동응력 차의 성장식  $(\dot{G} - \dot{H})$  은 Armstrong-Frederick의 비선형 이동경화 법칙과 일치됨을 알 수 있다.  $E_i$  는 비탄성 변형률에 기반한 비탄성계수이며, 등방 경화(Isotropic hardening)와 연관된 모델 파라미터  $R$  은 다음과 같이 정의된다.

$$R = 1 + |A + \beta \Gamma| \quad (8)$$

여기서  $\beta$  는 재료상수이고  $\Gamma = |\sigma - G|$  은 과응력의 불변량(Invariant)이다. 그리고 반복 경화 및 연화 거동을 설명하기 위하여 상태변수인 등방응력( $A$ )의 성장식이 도입되며, 이는

$$\dot{A} = A_c (A_f - A) |\dot{\epsilon}^{in}| ; A|_{t=0} = A_i \quad (9)$$

으로서 누적되는 비탄성 변형률의 함수로 가정된다. 재료 상수인  $A_i$  는 등방응력의 초기치,  $A_c$  와  $A_f$  는 등방응력의 성장 속도와 포화치를 각각 나타낸다. 단순 하중에서의 비탄성 거동을 모델링하는 경우에는 일반적으로 등방응력은 상수로 취급되며, 따라서  $A_c = 0$  이 가정된다.

역응력의 성장식에 도입된 모델 형상함수  $\psi$  는

$$\psi = (1 - q^n) \psi_0 \quad (10)$$

으로 정의되며,  $\psi_0$  와  $n$  는 재료상수이다. 상태변수  $q$  의 정의는

$$\dot{q} = \xi_1 \langle -\Sigma \rangle \left( 1 - \frac{q}{q_f} \right) |\dot{\epsilon}^{in}| - \xi_2 \langle \Sigma \rangle q |\dot{\epsilon}^{in}| \quad (11)$$

과 같다. 비탄성 변형이 진행됨에 따라 역응력의 성장에 영향을 주게 되는 이 상태변수는 모델 파라미터  $\Sigma$  이 음수가 되는 시점에서 증가하기 시작하여  $\Sigma$  의 크기가 양수로 변할 때 감소하게 된다. 따라서 항상  $0 \leq q \leq q_f$  의 조건을 만족하게 된다. 상태변수  $q$  의 정의에 사용된 모델 파라미터들은 다음과 같이 가정된다.

$$\Sigma = \frac{\sigma^* (\sigma - G)}{|\sigma^*| |\sigma - G|} \quad (12)$$

$$\sigma^* = \sigma + \sigma_r \frac{(\sigma - G)}{|\sigma - G|} \quad (13)$$

모델 파라미터  $\sigma^*$  의 크기는 부하 과정에서 과응력이 항상 양수이므로 양수가 되고, 제하 과정에서 과응력이 음수이며  $\sigma < \sigma_r$  의 조건을 만족하는 상황에서는 음수가 된다. 따라서 제하 과정 중 과응력이 음수인 영역에서  $\sigma > \sigma_r$  일 때는 모델 파라미터  $\Sigma$  가 음수가 되어 식 (11)에 의하여  $q$  는 성장하게 되며,  $\sigma < \sigma_r$  일 때는  $\Sigma$  가 양수가 되어  $q$  는 감소하게 된다. 그러므로 상태변수  $\sigma_r$  의 크기는 모델 파라미터  $\psi$  에 영향을 줌으로써 역응력의 크기에 변화를 주게 된다.

반복 하중(Cyclic loading) 하에서의 형상기억합금은 오스테나이트에서 마르텐사이트로의 상변태가 발생하는 시점의 응력은 반복 회수가 증가함에 따라 감소하고 마르텐사이트에서 오스테나이트로의 역방향 상변태가 완료되는 시점의 응력도 감소하게 된다[16]. 이러한 정방향 상변태 발생 시점의 변화를 설명하기 위하여 식 (9)의 등방응력의 성장식이 도입되었으며, 역방향 상변태 완료 시점의 변화를 설명하기 위하여 다음과 같은 상태변수  $\sigma_r$  의 성장식이 도입된다:

$$\dot{\sigma}_r = \sigma_{rc} (\sigma_{rf} - \sigma_r) |\dot{\epsilon}^{in}|; \sigma_r|_{t=0} = \sigma_{ri} \quad (14)$$

여기서  $\sigma_{rc}$ ,  $\sigma_{rf}$ ,  $\sigma_{ri}$  는 재료상수이다. 등방응력

의 경우와 마찬가지로, 단순 하중의 모델링에서는 편의상  $\sigma_{rc} = 0$  이 가정된다.

### 3. 해석 결과

응력이 존재하지 않는 상태에서 오스테나이트 상변태 종료온도보다 높은 온도에서의 의탄성 거동은 원래의 형상을 완전히 회복하게 되는 것으로 가정된다. 그러나 실제의 경우에는 불완전한 상변태 및 트립 변형률(TRIP strain) 등으로 인하여 잔류 변형률이 발생하기도 한다. 단순인장 하중 하에서 잔류 변형률이 발생하지 않는 Moumni[8]의 시험 결과와 반복하중 하에서 잔류 변형률이 누적되는 Lagoudas[12]의 시험 결과를 Table 1의 재료상수들을 사용하여 모델링 함으로써 제안된 구성방정식의 유효성을 살펴보고자 한다.

제안된 구성적 모델은 이전에 개발되었던 모델 [17]을 개선한 것으로서, 단순인장의 제하 시 역방향 상변태가 발생하는 시점 이전의 변형 거동을 보다 정확하게 설명할 수 있게 된다.

응력 또는 변형률 제어의 반복하중 시험에서는 잔류 변형률이 누적되는 현상이 나타나는데, 하중 사이클수가 증가함에 따라 잔류 변형률의 누적율은 점진적으로 감소하여 잔류 변형률은 궁극적으로 점근치에 도달하게 된다[12,15,16]. 또한 하중

Table 1 Material constants

	NiTi (60°C)	Ti-50.9at%Ni
$E$ [GPa]	53	70
$E_r$ [MPa]	100	1500
$A_i$ [MPa]	380	530
$\beta$	-0.2	-0.2
$B$ [ $s^{-1}$ ]	0.01	0.01
$D$ [MPa]	170	170
$m$	16	16
$\xi_1$	$1 \times 10^4$	$1.8 \times 10^2$
$\xi_2$	$1 \times 10^4$	$7 \times 10^3$
$q_f$	0.995	0.995
$\zeta_1$	$1 \times 10^5$	$1 \times 10^4$
$\zeta_2$	$3 \times 10^3$	$3 \times 10^3$
$p_f$	0.5	0.65
$\psi_0$ [GPa]	400	400
$n$	0.02	0.02
$\sigma_{ri}$ [MPa]	222.8	251

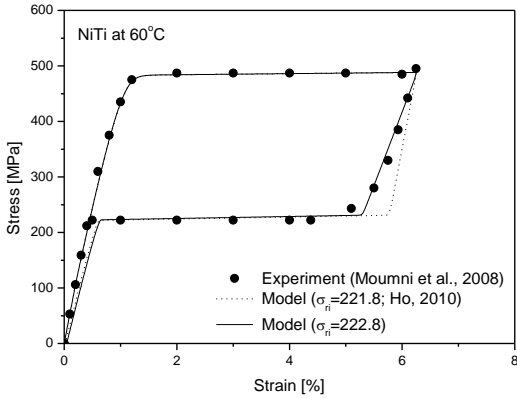
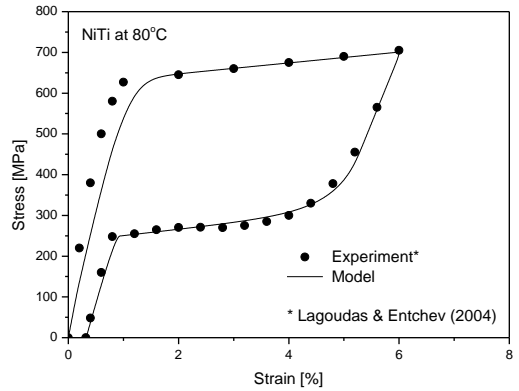


Fig. 3 Uniaxial stress-strain curve at 60°C



(a)

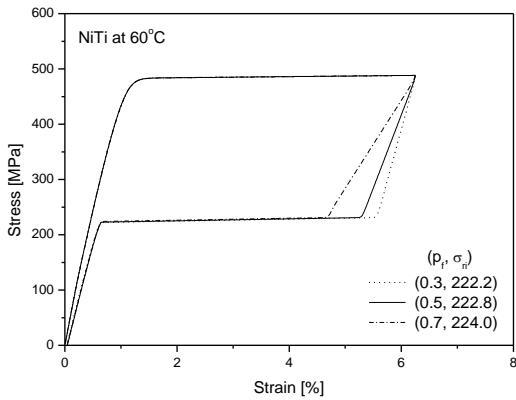
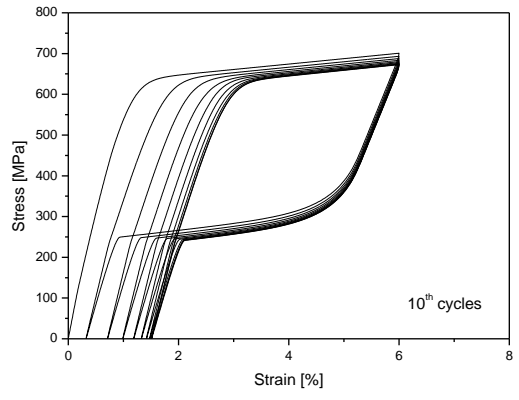
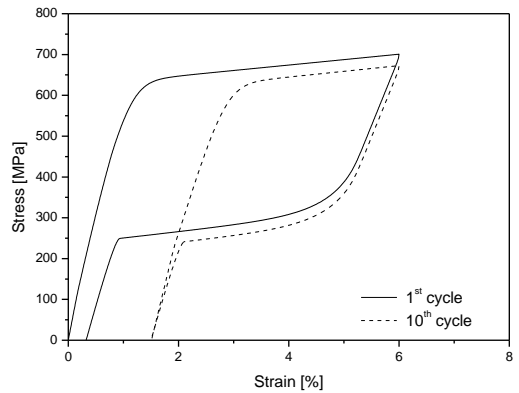


Fig. 4 Influence of  $p_f$  on initial unloading behavior



(b)



(c)

Fig. 5 Stress-strain curves for Ti-50.9at%Ni at 80°C: (a) uniaxial behavior; (b, c) cyclic behavior

사이클수가 커짐에 따라 소산 에너지(Dissipation energy)는 감소하게 된다.

단순 인장-제하에서 Moumni의 시험 결과에 대한 수치해석이 Fig. 3과 Fig. 4에 나타나있다. 단순 하중이므로 식 (9)와 식 (14)에서  $A_c = 0$ ,  $\sigma_{rc} = 0$  이 각각 사용되었다. Fig. 3에서 점선은 이전의 모델[17]에 의한 결과이며, 실선은 개선된 모델의 결과를 나타낸다. 이전의 모델에서는 제하 시의 응력-변형률 곡선의 기울기가 초기 하중 시의 기울기와 거의 비슷하게 나타나지만, 개선된 모델에서는 제하 시 곡선의 기울기가 하중 시보다 더 작게 나타난다. 따라서 상변태에 의한 탄성계수의 변화를 고려한 개선된 모델이 제하 시의 거동을 보다 정확하게 묘사하고 있다. 상태변수  $p$ 의 포화치인  $p_f$ 의 크기에 따른 제하 거동의 변화가 Fig. 4에 나타나있다.  $p_f$ 가 클수록 식 (2)에서 정의된 바와 같이 탄성계수가 작아지므로 제하 시 곡선의 기울기는 작아지게 된다.

최대 변형률을 일정하게 유지하는 변형률 제어 ( $\epsilon_{max} = 6\%$ )의 반복하중에서 Lagoudas의 시험에 대한 수치해석 결과가 Fig. 5에 나타나있다. 사이

클수가 증가함에 따라 최대 변형률에 대응하는 응력이 감소하고 역방향 상변태가 완료되는 시점의 응력이 감소하게 되는데, 이를 설명하기 위하여 식 (9)와 식 (14)에서 시행착오법을 사용하여  $A_c = 1.0$ ,  $A_f = 380$ ,  $\sigma_{rc} = 0.5$ ,  $\sigma_{rf} = 220$  을 결정하였다. Fig. 5(a)는 첫 번째 사이클에서의 의탄성 거동을 보여주는데, 제하 후에도 약 0.3%의 영구 변형률이 잔존하게 됨으로써 원래의 형상을 완전히 회복하지 못한다. 열 번의 하중 사이클에 대한 모델링 결과가 Fig. 5(b, c)에 보여진다. 사이클수가 증가함에 따라 영구 변형률의 누적률은 점차 감소하여 누적된 영구 변형률의 크기는 포화치에 도달하게 된다. 또한 첫 번째와 열 번째 사이클에 대한 Fig. 5(c)의 응력-변형률 곡선에서 보여진 바와 같이 곡선에 둘러싸인 면적이 작아지게 되는 것은 사이클수가 증가함에 따른 소산 에너지의 감소를 의미한다.

#### 4. 결론

재료의 속도 의존적인 비탄성 거동을 설명하기 위하여 개발된 점소성 이론의 체계 하에서 형상 기억합금의 의탄성 거동을 모델링하기 위한 구성 방정식이 제안되었다. 이 구성방정식은 상변태에 따른 탄성계수의 변화를 고려하는 내부 상태변수를 새로이 도입함으로써 이전에 개발된 구성적 모델을 개선시킨 것이다. 따라서 제안된 구성적 모델은 이전 것보다 제하 시의 거동을 보다 정확하게 설명할 수 있게 되었다. 또한 제안된 구성적 모델은 반복 하중에서 사이클수가 증가함에 따라 잔류 변형률이 누적되며 포화되는 거동을 설명할 수 있었다.

#### 참 고 문 헌

[1] K. Otsuka, C. M. Wayman, 1998, Shape memory materials, Cambridge University Press, Cambridge.  
 [2] V. Birman, 1997, Review of mechanics of shape memory alloy structures, Appli. Mech. Reviews, Vol. 50, pp. 629~645.  
 [3] E. Patoor, A. Eberhardt, M. Berveiller, 1996, Micromechanical modeling of superelasticity in shape memory alloys, J. Phys. IV, Vol. 6, pp. 277~292.  
 [4] C. LExcellent, B. C. Goo, Q. P. Sun, J. Bernardint,

1996, Characterization, thermomechanical behavior and micromechanical-based constitutive model of shape-memory Cu-Zn-Al single crystals, Acta Mater., Vol. 44, pp. 3773~3780.  
 [5] T. J. Lim, D. L. McDowell, 2002, Cyclic thermomechanical behavior of a polycrystalline pseudoelastic shape memory alloy, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 50, pp. 651~676.  
 [6] K. Tanaka, S. Nagaki, 1982, A thermomechanical description of materials with internal variable in the process of phase transitions, Ing. Arch., Vol. 51, pp. 287~299.  
 [7] M. A. Qidwai, D. C. Lagoudas, 2000, On thermomechanics and transformation surfaces of polycrystalline NiTi shape memory alloy material, Int. J. Plasticity, Vol. 16, pp. 1309~1343.  
 [8] Z. Moumni, W. Zaki, Q. S. Nguyen, 2008, Theoretical and numerical modeling of solid-solid phase change: Application to the description of the thermomechanical behavior of shape memory alloys, Int. J. Plasticity., Vol. 24, pp. 614~645.  
 [9] H. Warlimont, L. Delay, H. T. Krishnan, H. Tas, 1974, Thermoelasticity, pseudoelasticity and the memory effects associated with martensitic transformations, J. Mater. Sci., Vol. 9, pp. 1545~1555.  
 [10] D. C. Lagoudas (Ed.), 2007, Shape memory alloys: Modeling and engineering applications, Springer.  
 [11] J. A. Shaw, S. Kyriakides, 1995, Thermomechanical aspects of NiTi, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 8, pp. 1243~1281.  
 [12] D. C. Lagoudas, P. B. Entchev, 2004, Modelling of transformation-induced plasticity and its effect on the behavior of porous shape memory alloys, Part I: constitutive model for fully dense SMAs, Mech. Mater., Vol. 36, pp. 865~892.  
 [13] P. G. McCormick, Y. Liu, 1994, Thermodynamic analysis of the martensitic transformation in TiNi-II. Effect of transformation cycling, Acta Metall. Mater., Vol. 42, pp. 2407~2413.  
 [14] H. Sehitoglu, R. Anderson, L. Karaman, K. Gall, Y. Chumlyakov, 2001, Cyclic deformation behavior of single crystal NiTi, Mater. Sci. Eng. A, Vol. 314, pp. 67~74.  
 [15] F. Auricchio, A. Reali, U. Stefanelli, 2007, A three-

- dimensional model describing stress-induced solid phase transformation with permanent inelasticity, Int. J. Plasticity, Vol. 23, pp. 207~226.
- [16] Q. Kan, G. Kang, 2010, Constitutive model for uniaxial transformation ratcheting of super-elastic NiTi shape memory alloy at room temperature, Int. J. Plasticity, Vol. 26, pp. 441~465.
- [17] K. Ho, 2010, A phenomenological constitutive model for pseudoelastic shape memory alloy, Trans. Mater. Process., Vol. 19, No.8, pp. 468~473.