

## 파티클 필터 알고리즘을 이용한 다기능레이더 표적 추적 필터 설계

### Design of the Target Estimation Filter based on Particle Filter Algorithm for the Multi-Function Radar

문 준\*  
Jun Moon

#### Abstract

The estimation filter in radar systems must track targets' position within low tracking error. In the Multi-Function Radar(MFR),  $\alpha$ - $\beta$  filter and Kalman filter are widely used to track single or multiple targets. However, due to target maneuvering, these filters may not reduce tracking error, therefore, may lost target tracks. In this paper, a target tracking filter based on particle filtering algorithm is proposed for the MFR. The advantage of this method is that it can track targets within low tracking error while targets maneuver and reduce impoverishment of particles by the proposed resampling method. From the simulation results, the improved tracking performance is obtained by the proposed filtering algorithm.

Keywords : Multi-Function Radar(MFR, 다기능레이더), Target Estimation Filter(추적 필터), Particle Filter(파티클 필터), Importance Sampling(중요성 샘플링), Resampling(샘플 재 표집), Bayesian Estimation, Kalman Filter(칼만 필터)

#### 1. 서론

다기능레이더는 다수의 표적 및 유도탄에 대한 탐지 및 추적 기능을 수행하는 레이더로서 크게 송신기, 안테나, 통제 장치로 구성된다. 다기능레이더에서 송신기는 레이더 파형을 생성하여 송신하는 역할을 하고 안테나는 목표물에서 반사된 신호를 수신하는 역

할을 한다. 마지막으로 통제 장치는 안테나에서 수신된 신호를 이용하여 신호처리를 한 후 표적의 위치를 추적하는 기능을 가지고 있다<sup>7)</sup>.

다기능레이더에 적용되고 있는 대표적인 추적 필터는  $\alpha$ - $\beta$  필터와 칼만 필터이다<sup>6~8)</sup>. 이들 필터의 경우 설계에 대한 편이성 때문에 가장 널리 알려져 있는 필터이다. 지금까지 소개된 방법들을 살펴보면 [6], [7]에서는 추적게이트 크기를 최소화하는 관점에서 현재 추적중인 표적에 대한 신호 대 잡음 비(SNR) 신호와 추적오차의 분산값을 이용하여 다기능레이더에 적합한  $\alpha$ - $\beta$  필터 계수값을 계산하는 방법을 제안하고 있

† 2011년 3월 11일 접수~2011년 5월 13일 게재승인

\* 국방과학연구소(ADD)

책임저자 : 문 준(junmoony@add.re.kr)

다. [8]에서는 다기능레이더에 적합한 칼만 이득을 얻기 위해 필요한 공분산 행렬 및 측정 잡음 변수를 설정하는 방법을 설명하고 있다. 하지만 [6~8]의 방법의 경우 표적의 기동이 증가하면 추적을 소실할 수 있는 가능성이 있다. 또한 가우시안 잡음 모델을 바탕으로 필터를 설계하기 때문에 일반적인 다기능레이더 주변 운용 환경에서 추적 성능이 저하될 수 있다. 이와 같은 문제를 최소화하기 위해서는 비 가우시안 잡음을 모델로 하면서 다양한 기동표적을 안정적으로 추적할 수 있는 파티클 필터 알고리즘을 적용할 필요가 있다.

파티클 필터는 비 가우시안 노이즈를 갖는 시스템의 상태 추정과 예측에 적합한 필터이다. 이것은 몬테칼로 기반의 신호처리 방식으로서 모델링된 시스템 방정식을 통해 랜덤 상태 변수를 생성한 후 중요성 샘플링(importance sampling)과 샘플 재 표집(resampling)을 통해 실제 표적에 대한 정확한 위치를 추정하기 때문에 비 가우시안 형태의 잡음을 갖는 시스템에서도 우수한 성능을 보인다<sup>[1~5]</sup>.

본 논문에서는 파티클 필터 알고리즘을 이용하여 다기능레이더에 적합한 추적 필터를 설계하고 시뮬레이션을 통해 성능을 분석한다. 다기능레이더의 경우 다수의 표적에 대해 추적을 수행하기 때문에 (1) 모든 표적 운동 상태를 모델링하여 파티클을 생성하기에는 어려움이 있다. (2) 또한 기존의 [2], [10], [11]에서 제안된 샘플 재 표집 방법을 적용했을 경우 샘플 신호에 대한 impoverishment가 발생하여 표적에 대한 추적 성능이 저하될 수 있다<sup>[5]</sup>. 본 논문에서는 (1)을 해결하기 위해 다기능레이더 운용 환경에 적합한 일반적인 파티클을 생성했다. 또한 impoverishment 문제점을 해결하기 위해 일반적인 랜덤 변수를 생성한 후 이것과 측정 신호를 통해 얻은 측정 오차신호를 이용하여 샘플을 재 표집(resampling) 하는 새로운 방법을 제안한다.

논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 파티클 필터 알고리즘과 본 논문에서 제안하는 샘플 재 표집(resampling) 방법을 설명한다. 3장에서는 다기능레이더 추적에 대한 설명과 본 논문에서 적용하는 파티클 필터를 설명한다. 4장에서는 설계된 추적 필터에 대한 시뮬레이션 및 결과분석을 한다.

## 2. 파티클 필터

### 가. 파티클 필터 정의

파티클 필터는 1950년대 Sequential Importance Sampling(SIS)이 소개되면서 연구가 시작되었고 1960년대와 1970년대에 산발적으로 연구가 지속되었으나 과도한 계산량 때문에 1980년대까지는 그 결과가 많지 않았다. 1990년대에 들어 샘플 재 표집(resampling) 개념을 도입하여 설계된 Sampling Importance Resampling(SIR)으로 연산 시간의 단축이 가능해지자 연구가 확대되었다<sup>[1~5]</sup>.

연속적인 분포를 갖는 상태변수의 추정은 많은 어려움이 따르며 칼만 필터 이후 많은 종류의 필터가 연구되었다. 시스템 모델과 노이즈 종류에 따라 여러 종류의 필터가 설계될 수 있다. 본 논문에서 소개되는 파티클 필터의 경우 필터의 특성상 비 가우시안 분포의 잡음을 갖는 시스템의 상태를 추정하는데 적합한 필터로 알려져 있다<sup>[5]</sup>.

$$\begin{aligned} x_k &= f_n(x_{k-1}, v_{k-1}) \\ z_k &= h_k(x_k, n_k) \end{aligned} \tag{1}$$

식 (1)은 시스템의 특성을 설명할 수 있는 상태 방정식이다. 여기서 함수  $f_k$ 는 시간전파함수,  $h_k$ 는 측정 함수로 반드시 선형일 필요가 없고 잡음인  $v_{k-1}$ 과  $n_k$ 도 반드시 정규분포를 따를 필요는 없다.

측정값에 대한 확률밀도함수  $p(x_k|Z_k)$ 는 연속적인 함수로 존재하며 이로부터 구하는  $p(x_k|Z_{k-1})$  또한 연속적인 함수로 표현할 수 있다. 이것을 Champman-Kolmogorov 방정식을 사용하여 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$p(x_k|Z_{k-1}) = \int p(x_k|x_{k-1})p(x_{k-1}|Z_{k-1})dx_{k-1} \tag{2}$$

그리고 Bayesian 법칙을 사용하여 k시간에서의 측정값  $z_k$ 를 얻었을 때의 갱신 식  $p(x_k|Z_k)$ 는 식 (3)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} p(x_k|Z_k) &= p(x_k|z_k, Z_{k-1}) = \frac{p(z_k|x_k, Z_{k-1})p(x_k|Z_{k-1})}{p(z_k|Z_{k-1})} \\ &= \frac{p(z_k|x_k)p(x_k|Z_{k-1})}{p(z_k|Z_{k-1})} \end{aligned} \tag{3}$$

이때  $p(x_k|Z_{k-1})$ 를 Champman-Kolmogorov 방정식을 이용하면 식 (4)와 같이 나타낼 수 있고 이것은 식 (3)을 normalize하는 역할을 수행한다.

$$p(x_k|Z_{k-1}) = \int p(z_k|x_k)p(x_k|Z_{k-1})dx_k \quad (4)$$

Bayesian 상태 추정을 위한 식 (2)~(4)는 연속된 함수이므로 어떠한 시스템에서도 항상 최적성을 유지할 수 있지만 식 (4)에 있는 적분에 대한 실질적인 계산이 불가능하다. 그러므로 식 (5)~(8)과 같이 이산화하여 계산하게 된다. 하지만 최적성의 기능은 상실하게 된다<sup>[5]</sup>.

파티클 필터의 목적은 관측된 측정값들과 시스템 모델로부터 얻은 랜덤 상태변수를 이용하여 현재 상태 변수들의 확률 분포를 추정해 나가는 것이다. 상태 변수들의 기대 값, 분산 등의 통계적 특성들은 사후 확률 밀도 함수(posterior probability density)에 의해 구해지고 이 때 확률밀도함수는 랜덤한 표본과 그에 대한 가중치(weight) 들을 사용한 질량 함수(mass function)를 사용하여 표시한다. 이때의 랜덤 샘플들을 파티클이라 한다.

조밀하며 연속적인 상태변수 구간을 분할한 대표값이 모든 확률분포를 적분한 값  $w_{k|k}^i$ 를 갖는다면 (2), (3), (4)식에 몬테칼로 방식을 적용하면 이산화된 파티클 필터식 (5)~(8)을 구할 수 있다. 단 앞에서 언급했듯이 파티클 필터는 이산과 과정에서 최적 조건을 상실하게 된다<sup>[4,5]</sup>.

$$p(x_k|Z_{k-1}) \approx \sum_{i=1}^N w_{k|k-1}^i \delta(x_k - x_k^i) \quad (5)$$

$$p(x_k|Z_k) \approx \sum_{i=1}^N w_{k|k}^i \delta(x_k - x_k^i) \quad (6)$$

$$w_{k|k-1}^i \approx \sum_{j=1}^N w_{k-1|k-1}^j p(\overline{x_k^i | x_{k-1}^j}) \quad (7)$$

$$w_{k|k}^i \approx \frac{w_{k|k-1}^i p(z_k | x_k^i)}{\sum_{j=1}^N w_{k|k-1}^j p(z_k | x_{k-1}^j)} \quad (8)$$

Fig. 1은 파티클 필터의 진행 과정을 보이며 k-1 시

간에서 상태변수  $x$ 가  $k=4$ 까지의 파티클만으로 구성될 때 각 파티클의 확률을 원의 크기로 표현한 것이다.  $k-1$  측정값으로 측정한(prediction)  $k$ 시간의 상태변수 확률분포는  $k-1$ 시간의 모든 파티클들이  $k$ 시간의 각 파티클로 이동할 확률을 더한 것이다. 측정값  $z_{k-1}$ 에서의 파티클  $x_1$ 이  $k$ 시간에서 참이 될 확률을 예로 들면  $x_1$ 이 참이면서  $k$ 시간에서도 참으로 남을 확률과, 참이었던  $x_2$ 가  $x_1$ 이 될 확률, 마찬가지로  $x_3, x_4$ 가 참이었으나  $x_1$ 으로 변할 확률을 더하면서  $k$ 시간의  $x_1$ 을 구하는 것이다. 그리고  $k$ 시간에서의 측정값  $z_k$ 가 획득 된 후의 파티클  $x_1$ 이 참인 확률과, 그  $x_1$ 이 참일 때  $z_k$ 가 획득 될 확률만큼 곱하고, 다른 확률과 비교하기 위해 normalize 한다.  $k+1$ 시간에서 상태변수의 확률을 알기 위해  $w_{k|k}$ 를 알아야 한다. 그러나 Fig. 1 처럼  $x_1$ 이 참이 될 확률은 희박하고  $x_2$ 가 참이 될 확률이 더 크므로 희박한 확률의 파티클을 제거하고 확률이 더 큰 파티클  $x_2$ 를 둘로 나누어 필터를 수행하는 것이 더 효율적이다. 파티클을 재구성하되 계산된 확률분포를 최대한 유지하는 알고리즘을 샘플 재 표집(resampling)이라 한다<sup>[3~5,10,11]</sup>. 샘플 재 표집 개념 도입한 SIS 알고리즘을 Sampling Importance Resampling (SIR)라 하며, 최적 조건을 상실하는 퇴화(degeneracy) 현상 및 계산 시간을 감소시키는 효과를 갖고 있다. 하지만 샘플 재 표집으로 인해 다른 문제점이 발생할 수 있다. 다음 장에서는 샘플 재 표집으로 인해 발생하는 문제점을 살펴보고 본 논문에서 제안하는 샘플 재 표집 방법을 설명한다.

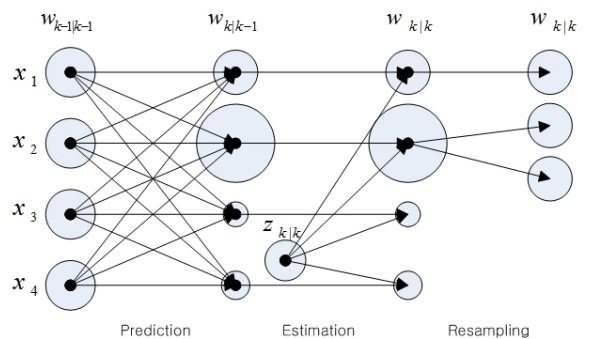


Fig. 1. 파티클 필터 진행과정

#### 나. 오차신호 기반의 샘플 재 표집

파티클 필터에서 샘플 재 표집 방법은 [2], [10],

[11]에서 제안되었다. 하지만 이들 방법의 경우 필터 성능이 향상될 수 있지만 재 표집 신호들에 대한 impoverishment 현상이 발생할 수 있다. Impoverishment 현상은 파티클 필터에서 샘플 재 표집 수행 시 샘플의 다양성(diversity)이 감소되는 현상이다. 이 때문에 상태의 변화가 심한 신호에 대해 파티클 필터가 정확한 신호 추정을 못하는 현상이 발생할 수 있고 경우에 따라서는 추적이 발산할 수 있다<sup>[5]</sup>. 본 장에서는 impoverishment 문제를 해결할 수 있는 오차신호를 기반의 샘플 재 표집(resampling) 방법을 제안한다.

식 (9)는 k시간에서 측정된 신호  $z_k$ 와 k시간에서의 N개의 파티클 중 i번째 파티클과의 오차식이고  $e_k^i$ 로 정의한다.

$$e_k^i = |z_k - x_k^i| < \alpha \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (9)$$

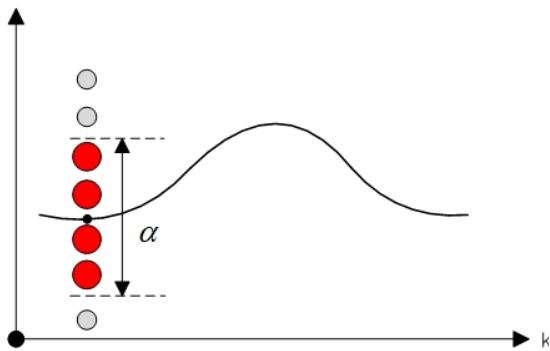


Fig. 2. 오차신호 시간 샘플 재 표집

```

[ {x_k^i, w_k^i, i^i}_{i=1}^N ] = RESAMPLE [ {x_k^i, w_k^i, z_k}_{i=1}^N ]
Calculate Error Signal by e_k^i = |z_k - x_k^i|
For i=1:1:sample_size
    If e_k^i < alpha
        x_k^i = x_k^i
        w_k^i = w_k^i
    end if
End for
q = 1
If size(x_k^q) < sample_size && size(x_k^q) > sample_size > 1
    for l=size(x_k^q):1:sample_size
        x_k^q = x_k^l
        w_k^q = w_k^l
        q = q + 1
    end for
End if
    
```

Fig. 3. 추적오차 기반의 샘플 재 표집 Pseudo Code

만일  $e_k^i$ 가  $\alpha$ 보다 작을 경우 i번째의 파티클은 신호 추정을 위해 사용되는 샘플이고  $\alpha$ 보다 클 경우는 무시한다. 이 때 오차신호에 범위  $\alpha$ 는 설계자가 직접 판단해야할 수치이다. 위 식을 통해 각각의 샘플에 대한 재 표집이 완료되면 중요성 샘플링(importance sampling)을 통해 얻은 각각의 파티클의 가중치,  $w_k^i$ 에 대한 재 계산과 normalize를 수행한다. Fig. 2는 본 논문에서 제안하는 오차신호 기반의 샘플 재 표집에 대한 그림이다. 그림을 보면 k 시간에서 생성한 7개 파티클 중 측정값과의 오차가  $\alpha$ 보다 작은 4개의 파티클(빨간색 파티클)에 대해서만 신호처리를 수행한다. Fig. 3은 제안된 방법에 대한 Pseudo Code를 보여준다. 제안된 방법의 샘플 재 표집 알고리즘은 앞에서 언급된 SIS의 단점인 퇴화(degeneracy)와 계산시간을 감소시킨다. 또한 측정 오차신호를 기준으로 샘플 재 표집이 수행되기 때문에 측정된 신호의 변화에 관계없이 어떠한 상황에서도 샘플의 다양성을 유지할 수 있다. 그러므로 일반적인 샘플 재 표집 수행 시 발생할 수 있는 impoverishment 현상을 극복할 수 있다. ‘2.가’에서 설명한 SIS와 ‘2.나’에서 설명한 오차 신호 기반의 샘플 재 표집 방법을 적용한 SIR 파티클 필터 알고리즘은 Fig. 4와 같이 구현된다. 3장에서는 Fig. 4의 파티클 필터를 다기능레이더에 적용하는 방법에 대해 설명한다.

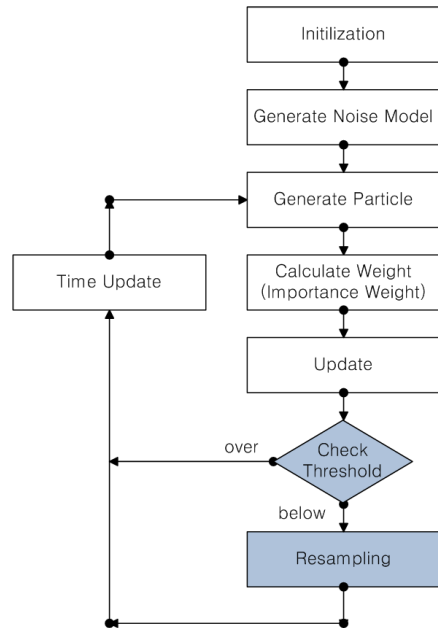


Fig. 4. SIR 파티클 필터 순서도

### 3. 다기능레이더 추적 필터 설계

Fig. 5는 다기능레이더의 표적 추적에 대한 운용 형상이다. 그림과 같이 다기능레이더는 다수의 표적에 대해 추적을 수행하므로 모든 표적 운동 상태에 대한 모델링 식을 설계하는데 어려움이 있다. 본 논문에서는 2장에서 설명한 방법을 이용하여 다기능레이더에 적합한 파티클 필터를 설계한다. Fig. 6은 Fig. 5의 다기능레이더에서 수행되고 있는 표적 추적에 대한 블록도이다. 그림에서 transformation 항목은 다기능레이더에서 사용되고 있는 좌표계에 대한 변환 작업을 수행하고 extrapolation은 추정(estimation)된 표적 위치에 대한 예측(prediction)을 수행한다. 마지막으로 파란색 박스의 filtering 항목은 측정된 표적 위치정보에 대한 추정(estimation)을 수행한다. 기존에 filtering 항목에 적용되어 있는 알고리즘은  $\alpha$ - $\beta$  필터 또는 칼만 필터이다. 본 논문에서는 Fig. 6의 filtering 항목을 파티클 필터로 적용하여 시뮬레이션을 수행했다.

서론에서 언급했듯이 다기능레이더의 경우 다수의 표적에 대해 추적을 수행하기 때문에 모든 표적 운동에 대한 상태를 수식적으로 모델링하기에는 무리가 있다. 그러므로 본 논문에서는 다기능레이더가 측정할 수 있는 최소 최대의 거리, 방위각 그리고 고각 정보를 이용하여 구간별로 랜덤 변수(파티클)를 생성했다. Table 1은 다기능레이더가 측정할 수 있는 거리, 고각, 방위각 구간과 본 논문에서 랜덤 변수 생성 시 설정한 구간을 나타낸다. 본 논문에서는 Table 1과 같이 거리, 고각 그리고 방위각 별로 구간을 설정한 후 랜덤 신호를 생성하여 Fig. 4의 파티클 필터 알고리즘을 수행 한다. 다음 장에서는 설계한 다기능레이더용 추적필터에 대한 시뮬레이션을 수행한다.

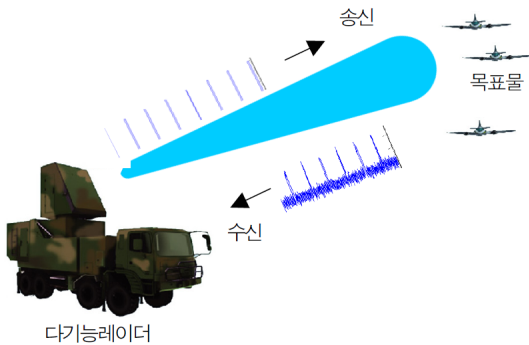


Fig. 5. 다기능레이더 추적 처리 형상

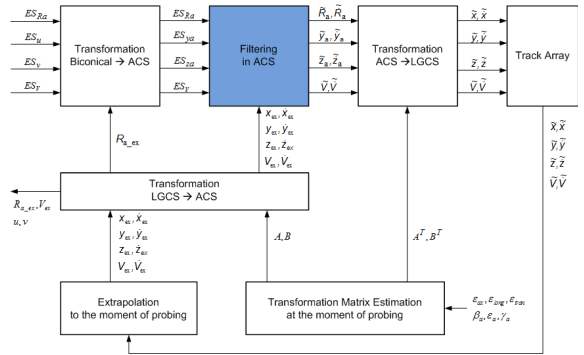


Fig. 6. 다기능레이더 추적 블록도

Table 1. 파티클 생성 영역

	표적 추적 범위	파티클 생성 구간
거리	10km ~ 100km	[10, 30], [30, 50], [50, 70], [70, 100]
고각	0° ~ 360°	[0° 90°] [90° 180°] [180° 270°] [270° 360°]
방위각	-3° ~ 90°	[-3° 25°] [25° 50°] [50° 75°] [75° 90°]

### 4. 시뮬레이션

본 장에서는 3장과 4장에 의해 설계된 다기능레이더 추적 필터에 대한 시뮬레이션 수행 및 결과 분석을 한다. 시뮬레이션은 MATLAB Simulink로 수행했고 표적 추적 주기는 다기능레이더에서 적용하고 있는 7.7Hz이다. 또한 거리, 고각, 방위각에 대한 파티클 수는 2000개로 설정했고 최대 추적 허용 오차는 거리 25m, 방위각 고각 각각 0.2°이다.

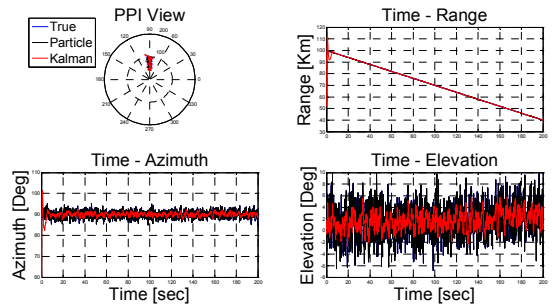


Fig. 7. 진입 표적 추적 결과

Fig. 7은 진입 표적에 대한 추적 결과이다. 그림을 보면 파티클 필터에 대한 거리, 방위각, 고각 추적 결과가 칼만 필터의 결과보다 향상된 것을 알 수 있다. Fig. 8의 거리 추적 오차에 대한 히스토그램을 살펴보

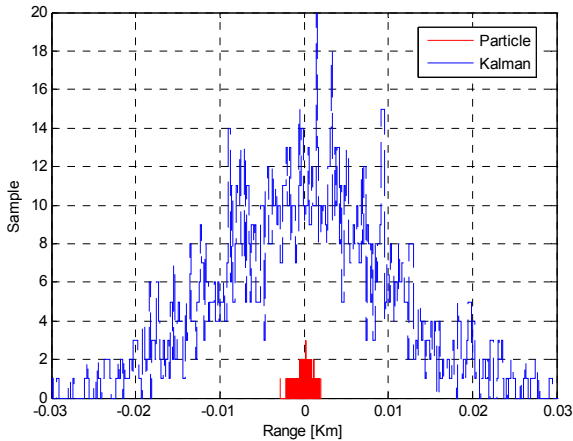


Fig. 8. 거리 추적 오차 히스토그램

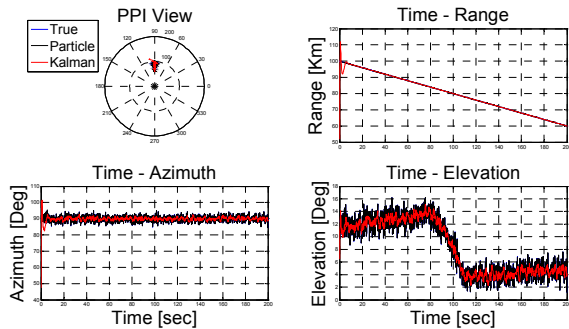


Fig. 9. 고도 기동 표적 추적 결과

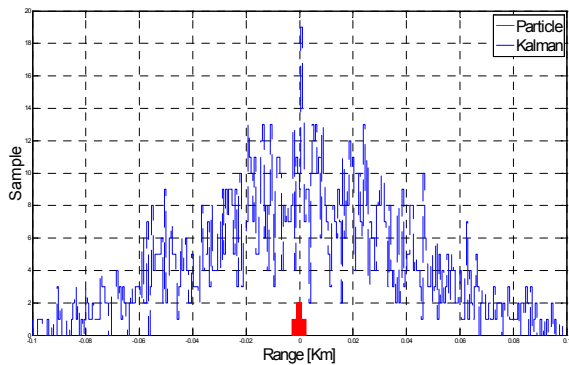


Fig. 10. 고각 추적 오차 히스토그램

면 파티클 필터의 경우 추적 오차가  $\pm 5m$  이내인 반면 칼만 필터의 경우  $\pm 3m$  이내인 것을 알 수 있다. Fig. 9는 고도 기동 표적에 대한 추적 결과이다. 그림을 보면 파티클 필터에 대한 거리, 방위각, 고각 추적 결과가 칼만 필터의 결과보다 향상된 것을 알 수 있다. Fig. 10의 고도기동 표적에 대한 고각 추적 오차 히스토그램을 살펴보면 파티클 필터의 경우 정상상태에서의 추적 오차가  $\pm 0.007^\circ$  이내인 반면 칼만 필터의 경우  $\pm 0.06^\circ$  이내라는 것을 알 수 있다. 마지막으로 Table 2는 표적이 속도기동 시  $\alpha$ - $\beta$  필터, 칼만 필터, 샘플 재 표집(resampling) 알고리즘이 없는 SIS 파티클 필터, SIR 파티클 필터에 대한 거리 추적 오차의 평균 값이다. 시뮬레이션 시 속도기동은 2.5g이고 속도 변화는 200m/s에서 350m/s 기동하는 것으로 설정했다. 표를 보면 본 논문에서 제안한 SIR 파티클 필터 알고리즘의 평균 추적 오차 값이 가장 작은 것을 확인할 수 있다.

Table 2. 추적 필터 별 추적 평균 오차

추적 필터 알고리즘	거리 추적 오차 평균 (정상상태)
$\alpha$ - $\beta$ 필터	5.69m
칼만 필터	12.94m
SIS 파티클 필터	7.23m
SIR 파티클 필터(제안한 방법)	2.51m

## 5. 결론

본 논문에서는 파티클 필터 이론을 이용하여 다기능 레이더에 적합한 표적 추적 필터 설계 방법을 제안 한 후 시뮬레이션을 통해 그 성능을 입증했다. 다기능레이더의 경우 다수의 표적에 대해 추적을 하기 때문에 (1) 추적하려는 모든 표적에 대해 모델링 식을 적용하여 파티클을 생성하기에는 어려움이 있고 (2)파티클 필터에서 사용되고 있는 일반적인 샘플 재 표집(resampling) 알고리즘 이용 시 샘플에 대한 impoverishment가 발생할 수 있다. 본 논문에서는 (1)을 해결하기 위해 다기능레이더가 측정하는 거리, 고각, 방위각에 대해 구간별로 파티클을 생성했다. 또한 (2)를 해결하기 위해 오차신호를 기반으로 한 샘플 재 표집 방법을 제안했

다. 본 논문에서 제안한 파티클 필터를 다기능레이더에 적용하여 시뮬레이션한 결과 설계된 파티클 추적 필터의 추적 성능이 기존의 칼만 필터보다 향상된 것을 확인 할 수 있었다.

## References

- [1] N. J. Gordon, D. J. Salmond, and A. F. M. Smith, "Novel Approach to Nonlinear/Non-Gaussian Bayesian State Estimation", IEE-Proceedings-F 140, pp. 107~113, 1993.
- [2] Arnaud Doucet, Simon Godsill, and Christophe Andreu, "On Sequential Monte Carlo Sampling Methods for Bayesian Filtering", Statistics and Computing, 10, 197~208, 2000.
- [3] Rudolph Van Der Merwe and Arnaud Doucet, "The Unscented Particle Filter", Technical Report, Cambridge University, 2000.
- [4] M. Sanjeev Arulampalam, Simon Maskell, Neil Gordon, and Tim Clapp, "A Tutorial on Particle Filters for Online Nonlinear/Non - Gaussian Bayesian Tracking", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 50, No. 2, Feb. 2002.
- [5] A. Doucet, J. F. G. de Freitas, and N. J. Gordon, "An Introduction to Sequential Monte Carlo Methods", New York, Springer-Verlag, 2001.
- [6] 신상진, 오선진, 홍동희, 박진규, "α-β 추적필터이득산출연구", 한국군사과학기술학회지 제10권 제4호, 2007년 12월.
- [7] 신상진, 오선진, 홍동희, 박진규, "α-β 추적필터이득산출(다기능레이더 알고리즘)", 국방과학연구소 기술문서, MADC-516-051470, 2005.
- [8] MFR Tracking Filter Simulator, 국방과학연구소, 2006.
- [9] 문 준, 하승용, "MATLAB Simulink를 이용한 다기능레이더 추적 필터", 한국저작권위원회, 2010년 9월.
- [10] G. Kitagawa, "Monte Carlo Filter and Smoother for Non-Gaussian Non-Linear State Space Model", J. Comput. Graph. Statist, Vol. 5, No. 1, 1996.
- [11] J. S. Liu and M. West, "Sequential Monte Carlo Methods for Dynamical Systems", J. American Statistic Assoc. Vol. 33, 1998.