

능동 소나망 분산탐지 체계의 모델링 및 설계

Modeling and Design of a Distributed Detection System Based on Active Sonar Sensor Networks

최 원 용*

Won-Yong Choi

김 송 근*

Song-Geun Kim

홍 순 목*

Sun-Mog Hong

Abstract

In this paper, modeling and design of a distributed detection system are considered for an active sonar sensor network. The sensor network has a parallel configuration and it consists of a fusion center and a set of receiver nodes. A system with two receiver nodes is considered to investigate a theoretical aspect of design. To be specific, AND rule and OR rule are considered as the fusion rules of the sensor network. For the fusion rules, it is shown that a threshold rule of each sensor node has uniformly most powerful properties. Optimum threshold for each sensor is obtained that maximizes the probability of detection given probability of false alarm. Numerical experiments were also performed to investigate the detection characteristics of a distributed detection system with multiple sensor nodes. The experimental results show how signal strength, false alarm probability, and the distance between nodes in a sensor field affect the system detection performances.

Keywords : Distributed Detection(분산탐지), Active Sonar(능동소나), Fusion Rule(융합규칙), Distributed Sensor Networks(분산센서망)

1. 서론

잠수함 탐지는 잠수함의 존재여부를 판단하고 결정하는 문제로서, 잠수함의 존재 그리고 존재하지 않음을 각각 가설로 하여 어느 가설이 사실인지 결정하는 이진 가설 검정 문제로 파악해 볼 수 있다. 능동 소나를 이용한 잠수함 탐지는 음원에서 음파가 발사되고 이 음파가 잠수함에 반사되어 돌아오는 신호로 탐지하

게 된다. 능동소나망은 다중상태(multistatic)체제로 다수의 음원과 수신기로 구성된다.

능동소나 시스템에서는 수신신호의 강도를 모르기 때문에 그 값을 어떤 실수구간에서 값을 갖는 비확률 변수로, 또는 사전정보를 이용한 확률변수로 다루어야 한다. 신호강도를 비확률변수로 모델링하는 경우 잠수함 탐지 문제는 복합 가설 검정 문제가 된다^[1,2]. 한편, 최적 분산탐지는 센서노드와 융합센터의 최적 탐지규칙을 유도하고 이를 바탕으로 분산탐지기를 설계하는 기술을 의미한다^[3~5]. 보통 분산센서망의 주어진 오경보확률에 대해 탐지확률이 최대화 되도록 분산센서노드와 융합센터의 탐지규칙을 정하게 된다. 탐지에

† 2010년 10월 15일 접수~2011년 1월 20일 게재승인

* 경북대학교 전자공학부

책임저자 : 홍순목(smhong@ee.knu.ac.kr)

활용하는 신호가 강도를 모르거나 분산센서 노드 사이에 상관성을 갖는 확률변수인 경우, 센서 노드의 측정이 서로 조건부 독립인 것을 가정하는 일반적인 분산탐지 이론은 적용할 수 없다^[6,7].

이 논문에서는 먼저 한 개 음원과 한 쌍의 능동소나 수신기로 구성된 병렬구조 분산센서망에 적용할 수 있는 분산탐지기의 최적설계방법에 대해 검토한다. 이 분산탐지기의 융합규칙으로 AND규칙과 OR규칙인 경우를 고려하였다. 이 경우 센서노드의 오경보확률이 주어졌을 때 각 센서노드의 문턱값 규칙은 전체 분산센서망의 탐지확률을 최대로 하는 UMP(Uniformly Most Powerful)임을 확인하였다. 그리고 분산센서망에 대해 오경보확률을 제한 조건으로 하였을 때, 탐지확률을 최대화하는 센서노드의 최적 문턱값이 갖는 특성을 이론적으로 검토하였다. 나아가 N개의 수신기를 갖는 분산센서망의 경우에 대해서도 신호 강도, 분산센서망의 체계 오경보확률 등이 탐지성능에 미치는 영향을 수치실험을 통해 분석하였다. 이 논문은 다음과 같이 구성된다. 2장에서는 능동소나 탐지를 모델링하고 이 모델에 기초하여 분산탐지문제를 수식화하였다. 3장에서는 융합규칙으로 AND 규칙과 OR 규칙을 사용한 경우 센서의 최적 탐지규칙이 문턱값 규칙임을 보인다. 4장에서는 센서 탐지규칙의 문턱값에 대한 최적성을 검토하고, 5장에서는 수치실험을 통해 이 규칙의 최적성을 확인하였다. 그리고 능동소나망에서 N개 중 하나(1-out-of-N) 탐지규칙을 적용하는 경우의 탐지성능을 검토하였다. 마지막으로 6장에서 결론을 맺는다.

2. 능동소나 탐지 모델링 및 분산탐지 문제의 수식화

이 장에서는 능동소나 탐지 모델을 제시하고, 한 개의 음원과 2개의 능동소나 수신센서로 구성된 센서망의 분산탐지 문제를 수식화하였다. 우선 Fig. 1과 같이 음원 위치와 표적 위치를 각각 (x_s, y_s) 와 (x_t, y_t) 로 표기하고, i 번째 능동소나 센서의 위치는 (x_i, y_i) , $i = 1, 2$ 로 표기한다. 이 능동소나 탐지 시스템은 다음과 같이 작동한다고 가정한다. 즉, 음원에서 음파신호 $s(t)$ 를 방사하고 이 음파신호는 모든 방향으로 전파된다고 가정한다. 이 음원 주변의 센서와 표적은 이 신호를 받고 표적 표면에 부딪힌 신호는 반사되어 일정한 빔 폭을 갖고 특정 방향으로 전파된다고 가정한다.

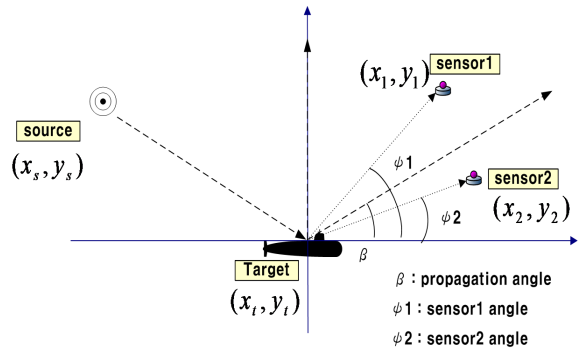


Fig. 1. 능동소나 탐지 모델

수신센서는 특정 시간창(time window) 내에서 반사된 신호 $s(t)$ 를 탐지한다. 각 센서에서는 반사된 신호를 탐지하기 위해 상관기(correlator)를 사용한다. 반사파는 제한된 빔 폭을 갖고 전파되기 때문에 특정 영역에 있는 센서만 이 신호를 탐지하게 된다.

표적으로부터 반사된 신호에 대한 i 번째 센서 신호의 신호대잡음비를 SNR_i 라 표기한다. 이 신호는 Rayleigh 페이딩(fading) 모델을 가정한다^[8]. 이때 표준화(normalization)한 상관기 출력은 평균이 $(1+SNR_i)$ 인 지수분포(exponential distribution)가 되고, 탐지 문턱값 \bar{x}_i 에 대한 탐지 확률은

$$P_{di} = \exp\left(-\frac{\bar{x}_i}{1+SNR_i}\right) \quad (1)$$

이 된다. 오경보 확률(false alarm probability)은

$$P_{fi} = \exp(-\bar{x}_i) \quad (2)$$

이 된다. 음원과 센서, 그리고 표적의 심도가 같다고 가정하면, 음원에서 표적의 반사를 통해 센서까지의 신호 이동 거리는 다음과 같다.

$$r_i = \sqrt{(x_i - x_t)^2 + (y_i - y_t)^2} \quad (3)$$

Fig. 1과 같이 표적으로부터 반사된 신호의 전파 각도를 β 로, 그리고 표적에서 i 번째 센서방향이 이루는 각도를 ψ_{i0} 로 표기한다. 이때 ψ_{i0} 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\psi_{i0} = \text{atan2}(y_i - y_t, x_i - x_t) \quad (4)$$

여기서는 일반성을 훼손하지 않고 $y_i > y_r$ 로 가정한다. 센서 i 의 신호대잡음비는 β 와 ψ_{i0} 의 각도 차이에 종속된다. 따라서 이 신호대잡음비를 다음과 같이 표현해 볼 수 있다.

$$SNR_i = \theta l_i \kappa(\psi_{i0}, \beta) \quad (5)$$

로 쓸 수 있다. 여기서 θ 는 반사된 신호의 전파방향과 일치된 방향의 단위거리(1m)에서 정합필터로 얻을 수 있는 가상적인 신호대잡음비를 표시한다. 이 값은 비확률적(nonrandom)인 파라미터로 모르는 값이다. 전송 손실 l_i 는 표적과 센서 i 사이의 거리 r_i 의 함수로 $l_i = 1/r_i^\alpha$ 로 가정한다. α 는 전개(spreading) 형태에 따라 1에서 2사이의 값을 갖게 된다^[9]. 함수 $\kappa(\psi_{i0}, \beta)$ 는 i 번째 센서방향 각도 ψ_{i0} 와 신호 전파 각도 β 의 차에 의해 발생하는 신호 강도의 손실을 표시한다. 일반적으로 $\kappa(\psi_{i0}, \beta)$ 를 계산하기 위해서는 양상태(bistatic) 표적강도 모델을 사용해야 한다. 이 논문에서는 참고문헌 [10]의 양상태 정리(bistatic theorem)에 따라 단상태(monostatic) 표적강도 모델을 이용한 근사화 모델을 사용하였다. 단상태 표적강도 모델로는 참고문헌 [8, p. 311]에서 극좌표계에 대해 표현한 나비형태의 손실(Fig. 2 참조)을 정규화한 함수를 사용하였다. 이 손실을 반영한 탐지 확률은 식 (1)을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_{di} = \exp\left(-\frac{\bar{x}_i}{1 + \theta l_i \kappa(\psi_{i0}, \beta)}\right) \quad (6)$$

위 능동소나 표적탐지 모델에 대한 i 번째 센서의 충분 통계량 X_i 는 표적이 없다는 가설 H_0 와 표적이 존재한다는 가설 H_1 조건에서 각각 다음과 같은 분포를 갖는다^[9].

$$H_0 : X_i \sim \text{Exp}(1) \quad (7)$$

$$H_1 : X_i \sim \text{Exp}\left(\frac{1}{1 + \theta l_i \kappa(\psi_{i0}, \beta)}\right) \quad (8)$$

여기서 $\text{Exp}(\lambda)$ 은 파라미터 λ 를 갖는 지수분포를 표시한다.

두 개의 능동 소나센서를 이용한 경우의 분산탐지 문제는 다음과 같이 수식화해 볼 수 있다.

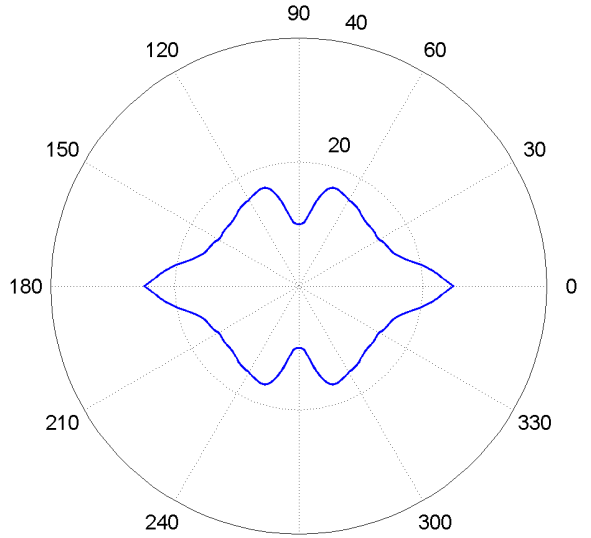


Fig. 2. 잠수함 표적 신호강도의 나비형태 전달 특성

$$X_1 = \theta S_1 L_1 \kappa(\Psi_{10}, \beta) + W_1 \quad (9)$$

$$X_2 = \theta S_2 L_2 \kappa(\Psi_{20}, \beta) + W_2 \quad (10)$$

여기서, X_1 과 X_2 는 각각 센서 1과 센서 2의 측정값(표준화된 상관기 출력)으로 위에서 정의한 충분 통계량과 같은 통계적 특성을 갖는다. θ 는 표적이 없는 경우 $\theta = 0$, 표적이 있을 때 $\theta > 0$ 이 된다. 확률변수 L_1 과 L_2 는 표적에서 반사되어 센서 1과 센서 2까지 각각 전달되는 신호의 전송손실로 그 결합확률밀도함수를 $f_{L_1, L_2}(l_1, l_2)$ 로 표시한다. 반사각 Ψ_{10} 과 Ψ_{20} 의 결합확률밀도함수는 $f_{\Psi_{10}, \Psi_{20}}(\psi_{10}, \psi_{20})$ 로, S_i 는 Rayleigh 페이딩 모델로 확률밀도함수는 $f_{S_i}(s_i)$ 로, 그리고 W_i 는 잡음으로 확률밀도함수는 $f_{W_i}(w_i)$ 로 표시한다. S_1, S_2, W_1, W_2 는 서로 독립적이고 파라미터가 1인 지수분포를 갖는 확률변수이다. 물론, $L_1, L_2, \Psi_{10}, \Psi_{20}$ 에 대해서도 독립이다.

위에서 설명한 분산탐지문제는 잡음만 존재하는 경우에 해당하는 $\theta = 0$ 인 단순가설 H_0 와 표적이 존재하는 경우에 해당하는 $\theta > 0$ 인 복합가설 H_1 을 판별하는 복합가설검정 문제가 된다. 즉,

$$H_0 : \theta = 0 \quad (11)$$

$$H_1 : \theta > 0 \quad (12)$$

이 된다.

3. 분산탐지기 설계

우선, Fig. 3과 같은 병렬형 분산탐지와 관련한 표현식을 정리한다. 융합센터의 이진 결정을 확률 변수 U_0 라고 표현하자. U_0 가 취한 값은 u_0 라고 표현한다. $u_0 = 0$ 은 가설 H_0 에 대응되고, $u_0 = 1$ 은 가설 H_1 에 대응된다. i 번째 센서의 결정은 확률변수 U_i 로, U_i 의 값은 0 또는 1로 u_i 로 표현한다. $\gamma_0(\mathbf{u})$ 는 두 센서의 결정 $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ 에 대해 $U_0 = 1$ 로 판단할 확률, $\gamma_i(x_i)$ 는 센서의 측정 x_i 가 주어졌을 때, $U_i = 1$ 로 판단하는 확률을 표현한다. 융합규칙과 센서의 판단규칙은 집합 $\gamma = (\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2)$ 로 표현한다. 식 (9)~(12)로 주어지는 복합가설검정 문제의 분산탐지기 설계기준으로 Neyman-Pearson 판정기준을 사용하였다. 즉, 체계의 오경보확률에 대한 제한조건 $P_f(\gamma) = \alpha_0$ 을 만족하며 다음과 같이 탐지확률을 최대화하는 γ 를 찾는 것이 된다.

$$\max_{\gamma} P_d(\gamma) \tag{13}$$

여기서, $P_d(\gamma) = \Pr(U_0 = 1|H_1)$ 는 탐지규칙 γ 를 사용한 경우의 탐지확률, $P_f(\gamma) = \Pr(U_0 = 1|H_0)$ 는 γ 를 사용한 경우의 오경보확률을 나타낸다. α_0 는 $0 < \alpha_0 < 1$ 의 범위에서 값을 갖는다.

센서의 측정 X_i 가 조건부 독립성을 만족하고 그 분포가 점질량(point mass)를 갖지 않는 경우, 두 개의 센서에 대해서는 최적 분산탐지기의 최적 융합규칙은 비확률화(nonrandomized)된 융합규칙이 된다^[11,12]. 하지만, 이 문제에서는 센서 측정의 조건부 독립이 성립하지 않으므로 최적 융합규칙은 확률화(randomized)된 형태가 될 수 있다. 그럼에도 불구하고 그 설계의 복잡성이나 실용성을 고려해 볼 때 비확률화 융합규칙이 이 문제에 대한 적절한 설계 방법으로 판단된다. 두 개의 센서를 이용한 분산탐지의 단조 비확률화 융합규칙은 AND와 OR가 되고, 이 융합규칙에 대한 센서의 최적 분산탐지 규칙은 문턱값 규칙이 된다. 이에 대한 증명은 참고문헌 [13]의 경우보다 훨씬 복잡하지만 증명방법은 동일하여, 이 논문에서는 생략하였다. \bar{x}_1, \bar{x}_2 로 각 센서의 문턱값을 표현한다. α_1 과 α_2 로 센서 1과 센서 2의 오경보 확률을 표시하면 이는 각각 $\alpha_1 =$

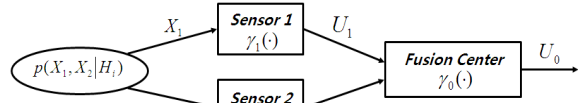


Fig. 3. 병렬형 분산탐지

$P(X_1 > \bar{x}_1|H_0)$, $\alpha_2 = P(X_2 > \bar{x}_2|H_0)$ 이 된다. 융합규칙 AND와 OR에 대한 문턱값 규칙을 정리해 보면 다음과 같다.

- AND 규칙
 $H_1 : X_1 \geq \bar{x}_1 \text{ AND } X_2 \geq \bar{x}_2$ (14)
 $H_0 : \text{그 외의 경우}$

$$\alpha_0 = \alpha_1 \alpha_2$$

- OR 규칙
 $H_1 : X_1 \geq \bar{x}_1 \text{ OR } X_2 \geq \bar{x}_2$ (15)
 $H_0 : \text{그 외의 경우}$

$$\alpha_0 = \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2$$

이 결과는 다음과 같이 정리 1로 기술할 수 있다.

정리 1 : 식 (9)~(12)로 정의되는 분산탐지문제에 대해 AND 규칙 (14)와 OR 규칙 (15)는 UMP 탐지특성을 갖는다.

이 정리는 주어진 오경보확률 α_0 에 대해 그리고 모든 $\theta > 0$ 에 대해 AND 규칙과 OR 규칙이 각각 탐지확률 P_d 를 최대화하는 UMP 특성을 가짐을 의미한다.

식 (14)로 정의되는 AND규칙의 융합센터 탐지확률을 구해보면

$$P_d(\theta) = E_{Y_1, Y_2} \left[\int_{\bar{x}_1}^{\infty} f_{W_1}(x_1 - \theta Y_1) g(x_1 - \theta Y_1) dx_1 \times \int_{\bar{x}_2}^{\infty} f_{W_2}(x_2 - \theta Y_2) g(x_2 - \theta Y_2) dx_2 \right] \tag{16}$$

이 된다. 여기서 $Y_1 = S_1 L_1 \kappa(\Psi_1, \beta)$, $Y_2 = S_2 L_2 \kappa(\Psi_2, \beta)$ 이고, $\Psi_1 = \Psi_{10} - \beta$, $\Psi_2 = \Psi_{20} - \beta$ 이다. Ψ_1, Ψ_2 는 전파 방향을 기준 각도로 한 표적각도이다. 함수 g 는 단위 계단 함수이다. 식 (16)의 탐지확률은 주어진 α_1 과 α_2 값에 대해 Y_1, Y_2 의 분포에 관계없이 최대값을 갖게

된다.

식 (15)로 정의되는 OR 규칙의 융합센터 탐지확률은

$$P_d(\theta) = 1 - E_{Y_1, Y_2} \left[\int_{-\infty}^{\bar{x}_1} f_{W_1}(x_1 - \theta Y_1) g(x_1 - \theta Y_1) dx_1 \times \int_{-\infty}^{\bar{x}_2} f_{W_2}(x_2 - \theta Y_2) g(x_2 - \theta Y_2) dx_2 \right] \quad (17)$$

이 된다. 식 (17)의 탐지확률 역시 주어진 α_1 과 α_2 값에 대해 Y_1, Y_2 의 분포에 관계없이 최대값을 갖게 된다.

4. 분산탐지기 문턱값의 최적성

융합센터의 탐지확률은 식 (16), (17)에서 확인할 수 있듯이 파라미터 θ , 확률분포 $f_{\psi_1, \psi_2, L_1, L_2}(\psi_1, \psi_2, l_1, l_2)$, 문턱값 \bar{x}_1, \bar{x}_2 의 함수이다. 물론 \bar{x}_1, \bar{x}_2 는 융합규칙과 α_0 값에 종속된다. 따라서 최적분산탐지기 설계는 융합규칙과 α_0 값, $\theta, f_{\psi_1, \psi_2, L_1, L_2}(\psi_1, \psi_2, l_1, l_2)$ 가 주어진 경우에 P_d 를 최대화하는 문턱값 \bar{x}_1, \bar{x}_2 (또는 α_1, α_2)를 결정하는 문제라 할 수 있다. 먼저, $X_1 = \theta S_1 Q_1 + W_1, X_2 = \theta S_2 Q_2 + W_2$ 로 표시한다. 여기서 $Q_1 = L_1 \kappa(\psi_1, \beta), Q_2 = L_2 \kappa(\psi_2, \beta)$ 이고 그 확률분포에 대해 다음과 같은 가정을 한다.

가정 1 : 모든 q_1, q_2 에 대해 $f_{Q_1, Q_2}(q_1, q_2) = f_{Q_1, Q_2}(q_2, q_1)$ 라고 가정한다.

가정 1은 전송손실 $l_1, l_2 (l_1, l_2 > 0)$ 와 반사각 ψ_1, ψ_2 의 확률분포가 $f_{\psi_1, \psi_2, L_1, L_2}(\psi_1, \psi_2, l_1, l_2) = f_{\psi_1, \psi_2, L_1, L_2}(\psi_2, \psi_1, l_1, l_2) = f_{\psi_1, \psi_2, L_1, L_2}(\psi_1, \psi_2, l_2, l_1) = f_{\psi_1, \psi_2, L_1, L_2}(\psi_2, \psi_1, l_2, l_1)$ 인 경우 만족된다. 이것은 각 센서의 전송손실의 분포가 l_1, l_2 의 평면 위에서 $l_1 = l_2$ 선분을 중심으로 대칭임을 의미하고, 이 경우 $f_{L_1, L_2}(l_1, l_2) = f_{L_2, L_1}(l_2, l_1), f_{L_1}(l) = f_{L_2}(l)$ 의 관계를 갖게 된다. 가정 1은 각 센서에서 표적까지의 거리분포의 결합밀도 함수가 $f_{R_1, R_2}(r_1, r_2) = f_{R_2, R_1}(r_2, r_1)$ 와 같이 대칭적일 때 성립한다. 센서방향 각도의 분포 역시 ψ_1, ψ_2 의 평면 위에서 $\psi_1 = \psi_2$ 선분을 중심으로 대칭임을 의미한다.

각 융합규칙에 대한 최적의 문턱값을 구해보기 위해 다음과 같은 각도와 전송손실분포를 갖는 간단한 경우를 고려해 보자.

$$f_{Q_1, Q_2}(q_1, q_2) = \frac{1}{2} [\delta(q_1 - \bar{q}_1, q_2 - \bar{q}_2) + \delta(q_1 - \bar{q}_2, q_2 - \bar{q}_1)] \quad (18)$$

이때 분산 탐지시스템의 AND 규칙의 탐지확률 P_d 는

$$P_d(\theta) = \frac{1}{2} \left[\int_{\bar{x}_1}^{\infty} \int_0^{\infty} f_{W_1}(x_1 - \theta s_1 \bar{q}_1) g(x_1 - \theta s_1 \bar{q}_1) f_{S_1}(s_1) ds_1 dx_1 \times \int_{\bar{x}_2}^{\infty} \int_0^{\infty} f_{W_2}(x_2 - \theta s_2 \bar{q}_2) g(x_2 - \theta s_2 \bar{q}_2) f_{S_2}(s_2) ds_2 dx_2 \right] + \int_{\bar{x}_1}^{\infty} \int_0^{\infty} f_{W_1}(x_1 - \theta s_1 \bar{q}_2) g(x_1 - \theta s_1 \bar{q}_2) f_{S_1}(s_1) ds_1 dx_1 \times \int_{\bar{x}_2}^{\infty} \int_0^{\infty} f_{W_2}(x_2 - \theta s_2 \bar{q}_1) g(x_2 - \theta s_2 \bar{q}_1) f_{S_2}(s_2) ds_2 dx_2 \quad (19)$$

이 된다.

우선, 주어진 제한 조건 α_0 에 대해 센서 노드의 동일한 문턱값이 탐지확률에 대한 정류점(stationary point)이 됨을 확인할 수 있다. 이것은 라그랑주 함수를 정의하여 각 센서에 동일한 문턱값을 사용한 경우 KKT(Karush-Kuhn-Tucker) 일차조건 만족여부를 확인함으로써 증명해 볼 수 있다. 즉, 주어진 오경보 확률 α_0 에 대한 탐지확률 P_d 의 라그랑주 함수를 구해보면 다음과 같다.

$$\mathcal{L}(\alpha_1, \alpha_2, \lambda) = P_d(\alpha_1, \alpha_2) + \lambda h(\alpha_1, \alpha_2) \quad (20)$$

여기서, λ 는 라그랑주 승수를, $h(\alpha_1, \alpha_2) = \alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0$ 으로 오경보 확률의 제한조건을 표현한다. 동일한 문턱값에 대한 KKT 일차필요조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \alpha_p} \Big|_{\bar{x}_1 = \bar{x}_2} = \frac{\partial P_d}{\partial \alpha_p} \Big|_{\bar{x}_1 = \bar{x}_2} + \lambda \left(\frac{\partial h(\alpha_1, \alpha_2)}{\partial \alpha_p} \right) = 0, p = 1, 2 \quad (21)$$

두 센서 측정잡음의 확률밀도함수 f_{W_1} 과 f_{W_2} 가 같고, 두 센서의 문턱값 \bar{x}_1 과 \bar{x}_2 가 동일한 문턱값을 가지는 경우, $\partial P_d / \partial \bar{x}_1 = \partial P_d / \partial \bar{x}_2$ 이 된다. 이 등식과 식 (21)을 이용하여 센서노드가 동일한 문턱값을 가질 때 KKT 조건을 만족하여 정류점이 됨을 확인할 수 있다. 이때 라그랑주 승수 λ 의 값은 다음과 같다.

$$\lambda = -\frac{\partial P_d}{\partial \alpha_p} \Big|_{x_1=x_2} = \frac{1}{\frac{\partial h(\alpha_1, \alpha_2)}{\partial \alpha_p}}, \quad p=1, 2 \quad (22)$$

OR 규칙의 경우도 같은 방법으로 동일한 문턱값이 정류점이 됨을 확인할 수 있다. OR 규칙의 탐지 확률은 다음과 같다.

$$P_d(\theta) = 1 - \frac{1}{2} \left[\int_{-\infty}^{\bar{x}_1} \int_0^{\infty} f_{W_1}(x_1 - \theta s_1 \bar{q}_1) g(x_1 - \theta s_1 \bar{q}_1) f_{S_1}(s_1) ds_1 dx_1 \right. \\ \times \int_{-\infty}^{\bar{x}_2} \int_0^{\infty} f_{W_2}(x_2 - \theta s_2 \bar{q}_2) g(x_2 - \theta s_2 \bar{q}_2) f_{S_2}(s_2) ds_2 dx_2 \\ \left. + \int_{-\infty}^{\bar{x}_1} \int_0^{\infty} f_{W_1}(x_1 - \theta s_1 \bar{q}_2) g(x_1 - \theta s_1 \bar{q}_2) f_{S_1}(s_1) ds_1 dx_1 \right. \\ \left. \times \int_{-\infty}^{\bar{x}_2} \int_0^{\infty} f_{W_2}(x_2 - \theta s_2 \bar{q}_1) g(x_2 - \theta s_2 \bar{q}_1) f_{S_2}(s_2) ds_2 dx_2 \right] \quad (23)$$

AND 규칙의 경우와 마찬가지로 f_{W_1} 과 f_{W_2} 의 분포가 같고, 두 센서의 문턱값 \bar{x}_1 과 \bar{x}_2 가 동일한 값을 갖는 경우 $\partial P_d / \partial \bar{x}_1 = \partial P_d / \partial \bar{x}_2$ 이 된다. 이 등식과 식 (21)을 이용하여 OR 규칙의 경우도 동일한 문턱값이 정류점이 됨을 확인할 수 있다. 이 때, 라그랑주 승수의 값은 AND 규칙의 경우와 같이 식 (22)가 된다. 단, OR 규칙의 경우 식 (20)의 제한조건은 $h(\alpha_1, \alpha_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0$ 이 된다.

위의 결과는 가정 1을 만족하는 일반적인 결합밀도 함수 $f_{Q_1, Q_2}(q_1, q_2)$ 에 대해서도 성립함을 보일 수 있다. 우선 가정 1을 만족하는 모든 결합밀도함수 $f_{Q_1, Q_2}(q_1, q_2)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f_{Q_1, Q_2}(q_1, q_2) = \frac{1}{2} [f_{Q_1, Q_2}(q_1, q_2) + f_{Q_1, Q_2}(q_2, q_1)] \quad (24)$$

이 경우 AND 규칙의 탐지확률 식 (19)은

$$P_d(\theta) = \frac{1}{2} E_{Q_1, Q_2} \left[\int_{-\infty}^{\bar{x}_1} \int_0^{\infty} f_{W_1}(x_1 - \theta s_1 Q_1) g(x_1 - \theta s_1 Q_1) f_{S_1}(s_1) ds_1 dx_1 \right. \\ \int_{-\infty}^{\bar{x}_2} \int_0^{\infty} f_{W_2}(x_2 - \theta s_2 Q_2) g(x_2 - \theta s_2 Q_2) f_{S_2}(s_2) ds_2 dx_2 \\ \left. + \int_{-\infty}^{\bar{x}_1} \int_0^{\infty} f_{W_1}(x_1 - \theta s_1 Q_2) g(x_1 - \theta s_1 Q_2) f_{S_1}(s_1) ds_1 dx_1 \right. \\ \left. \int_{-\infty}^{\bar{x}_2} \int_0^{\infty} f_{W_2}(x_2 - \theta s_2 Q_1) g(x_2 - \theta s_2 Q_1) f_{S_2}(s_2) ds_2 dx_2 \right] \quad (25)$$

로, OR 규칙의 탐지확률 식 (23)은

$$P_d(\theta) = 1 - \frac{1}{2} E_{Q_1, Q_2} \left[\int_{-\infty}^{\bar{x}_1} \int_0^{\infty} f_{W_1}(x_1 - \theta s_1 Q_1) g(x_1 - \theta s_1 Q_1) f_{S_1}(s_1) ds_1 dx_1 \right. \\ \times \int_{-\infty}^{\bar{x}_2} \int_0^{\infty} f_{W_2}(x_2 - \theta s_2 Q_2) g(x_2 - \theta s_2 Q_2) f_{S_2}(s_2) ds_2 dx_2 \\ \left. + \int_{-\infty}^{\bar{x}_1} \int_0^{\infty} f_{W_1}(x_1 - \theta s_1 Q_2) g(x_1 - \theta s_1 Q_2) f_{S_1}(s_1) ds_1 dx_1 \right. \\ \left. \times \int_{-\infty}^{\bar{x}_2} \int_0^{\infty} f_{W_2}(x_2 - \theta s_2 Q_1) g(x_2 - \theta s_2 Q_1) f_{S_2}(s_2) ds_2 dx_2 \right] \quad (26)$$

로 표현할 수 있다. 이 결과는 확률변수 Q_1, Q_2 에 대해 기댓값(expectation)이 취해진 것 이외에는 식 (19), (23)와 동일하다. 식 (25), (26)의 기댓값 안의 함수는 탐지문턱값에 대해 미분 가능하므로 미분과 기댓값의 순서는 바꿀 수 있다. 이에 따라 식 (18)의 분포에 대해 성립하는 위의 결과는 가정 1을 만족하는 일반적인 각도와 전송손실 분포에 대해서도 성립하게 된다. 이러한 검토를 정리해보면 다음과 같다.

정리 2 : 식 (9)~(12)로 정의되는 분산탐지문제에 대해 가정 1이 성립한다고 하자. 이때 (14)의 AND 규칙과 (15)의 OR 규칙에 대해 동일한 문턱값($\bar{x}_1 = \bar{x}_2$)은 탐지확률 P_d 의 정류점이 된다.

위 결과는 동일한 문턱값 $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$ 이 AND 규칙과 OR 규칙의 정류점임을 의미한다. 이 점에서 탐지확률은 국소 최소(local minimum) 또는 국소 최대(local maximum) 값을 가지게 된다.

한편, OR 규칙의 경우에는 동일한 문턱값에서 탐지확률이 국소최대가 되는 KKT 2차 충분조건이 만족함을 확인할 수 있었다. 이 증명 역시 이 논문에서는 생략하였지만, 그 결과를 다음과 같이 정리할 수 있다.

정리 3 : 식 (9)~(12)로 정의되는 분산탐지문제에 대해 가정 1이 성립한다고 하자. 이때 식 (15)의 OR 규칙에 대해 동일한 문턱값($\bar{x}_1 = \bar{x}_2$)은 탐지확률 P_d 의 국소최대점이 된다.

5. 수치실험

우선, 두 개의 센서를 이용하여 표적을 탐지하는 분산탐지기의 특성을 알아보기 위하여 수치실험을 수행하였다. 특히, 융합규칙으로 OR규칙을 사용하는 경우에 대해서 신호 강도, 분산센서망의 체계 오경보확률 등이 최적 문턱값 및 탐지성능에 미치는 영향을 분석하였다. Fig. 4는 $\alpha_0 = 10^{-4}$ 일 때, α_1 의 변화에 대한 P_d 값을 보여준다. 이 P_d 값은 식 (23)를 이용하여 해석적으로 구하였다. Fig. 4는 $\alpha_1 = \alpha_2$ 가 되는 α_1 값을 중심으로 P_d 가 대칭이고, 동일 문턱값에서 탐지확률이 최대값을 가짐을 보여준다. 이것은 정리 3의 결과에 부합하는 것이다. 당연한 결과지만 $\theta_{q_1}, \theta_{q_2}$ 쌍이 (20, 20)인 경우가 (10, 10)인 경우보다 탐지확률이 높았다. Fig. 4에서 두 센서의 수신신호 강도 사이의 차가 커질 경우에도 대칭성이 그대로 유지됨을 알 수 있다. 이 실험 결과로부터 두 개의 센서로 구성된 분산탐지기에서는 동일한 문턱값을 사용하는 것이 적절한 선택임을 알 수 있다.

위와 동일한 실험을 $\alpha_0 = 10^{-3}$ 에 대해서도 수행하였다. 이 결과는 Fig. 5에 제시하였다. 체계 오경보확률 α_0 를 높임에 따라 두 센서의 탐지 문턱값은 낮아지게 되고 따라서 P_d 가 증가함을 확인할 수 있다. 이 실험 결과에 대한 검토는 위와 동일하다.

능동소나망의 탐지성능을 확인하기 위한 수치실험도 수행하였다. 수치실험에서 사용한 센서망은 27개의 센서들이 정삼각형 형태로 배열된 것이다. 센서망 중심에 있는 세 개의 센서를 꼭지점으로 하는 정삼각형 영역 안에서 표적의 위치는 균일하게 분포한다고 가정한다. 그리고, 표적의 방향각과 신호의 반사각은 전방향에 대해 균일하게 분포한다고 가정하였다. 신호의 반사는 원통형으로 전개한다고 가정하였다. 탐지규칙은 N 개 중 하나 (1-out-of- N) 탐지규칙을 적용하고, 각 센서의 문턱값은 모두 동일한 값을 사용하였다. 이 때 체계 오경보 확률은 다음 식을 이용하여 근사적으로 계산할 수 있다.

$$\alpha_0 = 1 - (1 - e^{-\bar{x}})^N \approx \bar{x}^{-N} \quad (28)$$

여기서, N 은 센서의 개수를 표시한다. 식 (5)에서 보듯이 i 번째 센서의 $SNR(SNR_i)$ 는 θ_{l_i} 에 비례한다. 원통전개의 경우 l_i 는 센서와 표적거리에 반비례하

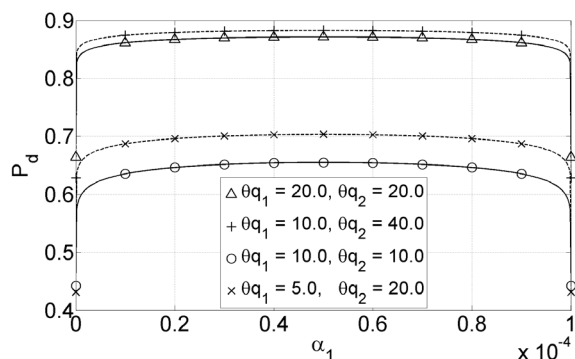


Fig. 4. $\alpha_0 = 10^{-4}$ 일 때 α_1 의 변화에 대한 P_d

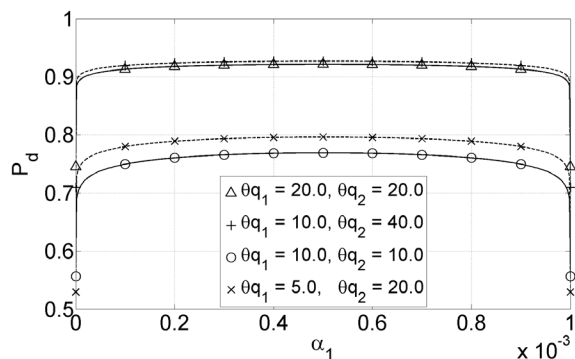


Fig. 5. $\alpha_0 = 10^{-3}$ 일 때 α_1 의 변화에 대한 P_d

로 SNR_i 는 θ/r_i 값에 의해 결정된다. 따라서, 센서사이의 간격을 D 로 표시할 때 센서망의 탐지확률은 θ/D 의 함수가 됨을 알 수 있다. θ/D 를 파라미터로 하여 체계 오경보확률 α_0 에 대한 탐지확률 P_d 값을 10,000 번의 시뮬레이션을 통해 얻었다. 이 결과는 Fig. 6에 제시하였다. 당연한 결과지만 이 그림은 θ/D 가 증가함에 따라 탐지확률이 증가함을 보인다. 그리고, 센서망의 오경보 확률 α_0 를 작게 하면 센서망의 탐지확률 역시 감소하게 된다. 이 결과에 따라, P_d 를 α_0 의 함수로 근사적으로 표현해보면 다음과 같다. 즉, $\theta/D = 1$ 일 때, $P_d = 0.36 \alpha_0^{0.42}$, $\theta/D = 2$ 일 때, $P_d = 0.65 \alpha_0^{0.33}$, $\theta/D = 4$ 일 때, $P_d = 1.21 \alpha_0^{0.24}$ 이다.

Fig. 6의 결과는 능동소나를 이용한 국소적 감시망 설계에서 기본자료로써 활용이 기대된다. 보다 구체적으로, 주어진 표적강도와 오경보확률에 대해 특정 탐지확률을 보장하기 위한 센서간의 간격의 한계값을 결정하는 문제 등에 활용될 수 있다. 한편, 이 결과는 표적탐지 발생을 매번 독립적이라고 가정하여 얻은

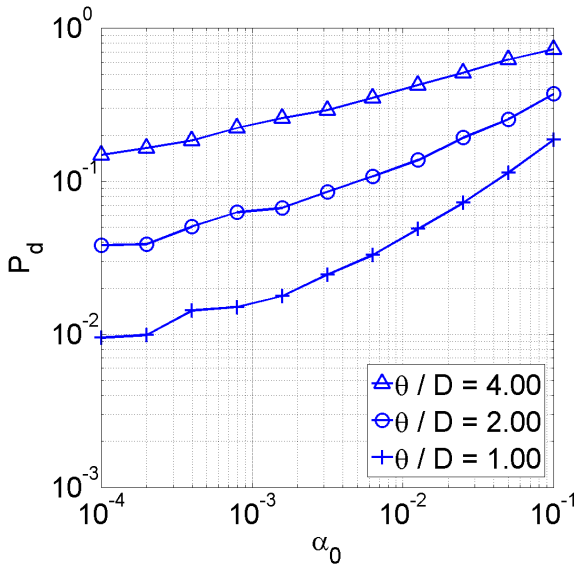


Fig. 6. 체계 오경보확률 α_0 에 대한 센서망의 탐지확률

것이기 때문에, 특정 경로로 이동하는 표적의 경우 Fig. 6보다 낮은 탐지성능을 보일 수 있다. 따라서, 위 결과는 보수적 관점에서 활용해야 한다.

6. 결론

이 논문에서는 한 개 음원과 한 쌍의 능동소나 수신기로 구성된 병렬구조 분산센서 체계를 위한 분산탐지기의 최적설계방법에 대해 검토하였다. 우선 능동소나 탐지를 모델링하고 이 모델에 기초하여 분산탐지문제를 수식화하여 제시하였다. 융합규칙으로 AND 규칙과 OR 규칙을 사용한 경우에 대해 각 센서노드의 문턱값 규칙이 전체 분산센서망의 탐지확률을 최대로 하는 UMP임을 증명하였다. 그리고 체계의 오경보 확률을 제한 조건으로 하였을 때, OR 규칙의 경우 동일한 문턱값이 탐지확률을 국소 최대화함을 증명하였다. 나아가 신호 강도, 분산센서망의 체계 오경보 확률, 센서노드 사이의 간격 등이 최적 문턱값 및 탐지성능에 미치는 영향을 수치실험을 통해 분석하였다.

이 논문에서는 Rayleigh 페이딩 표적신호모델을 중심으로 능동 소나망 분산탐지 문제를 고려하였다. 복잡한 해양환경을 고려했을 때, 실제 표적신호에 보다 가까운 모델과 다양한 표적 이동경로 등을 반영한 탐지모델링에 대한 후속연구가 요구된다.

후 기

본 연구는 두뇌한국21(BK21) 사업에 의하여 지원되었음.

Reference

- [1] H. L. van Trees, Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I, New York : Wiley, 1968.
- [2] H. V. Poor, An Introduction to Signal Detection and Estimation, 2nd ed., New York : Springer-Verlag, 1994.
- [3] P. K. Varshney, Distributed Detection and Data Fusion, New York : Springer-Verlag, 1996.
- [4] J. N. Tsitsiklis, "Decentralized Detection", in Advances in Statistical Signal Processing-Vol. 2 : Signal Detection, H. V. Poor and J. B. Thomas, Eds. Greenwich, CT : JAI, 1993.
- [5] R. Viswanathan and P. K. Varshney, "Distributed Detection with Multiplexors : Part I - Fundamentals", Proceedings of the IEEE, Vol. 85, No. 1, pp. 54 ~ 63, Jan. 1997.
- [6] Q. Yan and R. S. Blum, "Distributed Signal Detection Under the Neyman Pearson Criterion", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. 47, No. 4, pp. 1368 ~ 1377, May 2001.
- [7] R. S. Blum, S. A. Kassam and H. V. Poor, "Distributed Detection with Multiple Sensors : Part II - Advanced Topics", Proceedings of the IEEE, Vol. 85, No. 1, pp. 64 ~ 79, Jan. 1997.
- [8] R. J. Urick, Principles of Underwater Sound (3rd ed.), McGraw-Hill, 1983.
- [9] R. O. Nielsen, Sonar Signal Processing, Norwood, MA : Artech House, 1991.
- [10] D. W. Krout and D. Morrison, "PDAFAI vs. PDAFAIwTS : TNO Blind Dataset and SEABAR '07", 12th Int. Conf. on Inform. Fusion, Seattle, WA, pp. 1845 ~ 1850, Jul. 2009.
- [11] P. Willett and D. Warren, "The Suboptimality of Randomized Tests in Distributed and Quantized Detection Systems", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. 38, pp. 355 ~ 361, Mar. 1992.

- [12] Y. I. Han and T. Kim, "Randomized Fusion Rules Can be Optimal in Distributed Neyman-Pearson Detectors", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 43, pp. 1281~1288, Jul. 1997.
- [13] 김송근, 도주환, 송승민, 홍순목, 김인익, 오원천, "수동 소나 쌍을 이용한 분산탐지 체계의 설계 및 성능 분석", 한국군사과학기술학회지, 제12권, 제2호, pp. 159~169, 2009년 4월.