

고정표본채취시점을 갖는 가변표본채취간격 다변량 T^2 관리도

서종현* · 장영순**†

*한국산업기술대학교 e-Business학과

**명지대학교 경영학과

A Variable Sampling Interval T^2 Control Chart with Sampling at Fixed Times

Jong-Hyen Seo* · Youngsoon Chang**†

*Department of e-Business, Korea Polytechnic University

**Department of Business Administration, Myongji University

This paper proposes a variable sampling interval multivariate T^2 control chart with sampling at fixed times, where samples are taken at specified equally spaced fixed time points and additional samples are allowed between these fixed times when indicated by the preceding T^2 statistics. At fixed sampling points, the T^2 statistics are composed of all quality characteristics and a part of quality characteristics are selected to obtain T^2 statistics at additional sampling points. A Markov chain approach is used to evaluate the performance of the proposed chart. Numerical studies for the performance of the proposed chart show that the proposed chart reduces the observations obtained from a process and detects the assignable cause of a process with low correlated quality characteristics quickly.

Keywords : Multivariate Control Chart, T^2 Control Chart, VSIFT Control Chart, Markov Chain

1. 서론

품질관리분야에서는 공정을 검사하여 불량품이 생산되지 않도록 예방활동을 하는 통계적 공정관리(statistical process control: SPC)가 체계적으로 활용되고 있다. SPC의 중요한 목적중의 하나는 공정에 이상이 발생했을 때 이를 빨리 탐지하여 적절한 수정조치를 취하는 것이다. 이러한 목적으로 사용되는 가장 대표적인 기법이 관리도(control chart)이다. 관리도란 관리한계선이 있는 그래프에 시간의

흐름에 따른 품질의 변동상황을 나타낸 것으로, 표본으로부터 계산한 타점통계량의 값을 순차적으로 타점하여 공정의 이상유무를 판단한다. 만일 모든 점들이 관리한계선 안에 놓이고 점들의 형태로부터 별다른 이상 징후가 발견되지 않으면 공정이 관리상태에 있다고 보고, 만약 한 점이라도 관리한계선을 벗어나거나 점들이 비정상적인 형태를 보이면 공정이 이상상태에 있다고 판단하여 공정을 면밀히 조사하게 된다.

관리도는 관리하고자 하는 품질특성치의 개수에 따라

논문접수일 : 2011년 04월 08일 논문수정일 : 2011년 05월 18일 게재확정일 : 2011년 05월 21일

† 교신저자 yschang@mju.ac.kr

※ 이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(B00068).

단변량관리도와 다변량관리도로 나누어 볼 수 있다. 최근에는 검사장비 및 데이터 처리기술의 발달로 인해 하나의 공정으로부터 다수의 품질특성치들을 얻는 것이 가능해졌으며 이들을 종합하여 공정의 이상 유무를 판단하는 것이 일반적이다. 예를 들어, 화학공정의 경우에는 공정의 품질이 화학물질의 점도, 농도, PH 등을 바탕으로 종합적으로 판단된다. 이러한 품질특성치들 간에는 상관관계가 존재하므로 각각의 품질특성치들을 서로 다른 관리도로 관리하는 경우에는 공정의 전체적인 품질변동을 정확히 파악하는 것이 용이하지 않다. 이러한 이유로 다수의 품질특성치들을 하나의 관리도로 관리할 수 있는 다변량 관리도가 개발되었으며, Hotelling의 T^2 통계량을 이용한 T^2 관리도가 널리 사용된다(Montgomery[8]).

단변량 혹은 다변량 관리도는 일반적으로 동일한 간격의 고정된 표본채취시점들에서 표본을 얻어서 운영되는데, 이러한 관리도를 고정표본채취간격(fixed sampling interval : FSI) 관리도라 한다. FSI 관리도의 효율을 높이기 위하여 타점통계량의 값에 따라 표본채취간격을 변화시키는 가변표본채취간격(variable sampling interval : VSI) 관리도에 관한 연구가 지속적으로 이루어지고 있다. VSI 관리도는 표본으로부터 계산된 타점통계량의 값이 관리한계선 근처에 타점되면 공정이 이상상태일 가능성이 높다고 보고 다음 표본채취시점까지의 간격을 짧고 하고, 그렇지 않으면 표본채취간격을 길게 한다. Reynolds et al.[13], Amin and Hemasinha[1], Prybutok et al.[9], Lee and Bai [7]는 VSI \bar{X} 관리도를, Chengalur et al.[4], Aparisi and Haro[2, 3], Chou et al.[5]은 VSI T^2 관리도를 제안하였으며, 이들은 모두 VSI 관리도를 사용하는 것이 FSI 관리도를 사용하는 것에 비해 공정의 이상을 더 빨리 탐지할 수 있음을 보였다.

FSI 관리도를 사용할 경우에는 제품의 가공시간이나 작업자의 교대시간 등으로부터 정해지는 시점에 맞추어 표본채취간격을 고정하여 사용할 수 있으나 VSI 관리도를 사용할 경우에는 타점통계량의 값에 따라 표본채취시점이 무작위하게 결정되므로 공정상황에 따라 표본채취가 필요한 시점에 표본을 얻을 수 없는 경우가 자주 발생한다. Reynolds[11] and Reynolds[12]는 이러한 점을 개선하여 고정표본채취시점을 갖는 단변량 가변표본채취간격(variable sampling interval with fixed times : VISFT) 관리도를 제안하였다. VSIFT 관리도는 공정상황을 고려하여 미리 정해놓은 고정된 표본채취시점에서 표본을 채취하다가 타점통계량의 값이 관리한계선 근처에 타점되면 다음 고정표본채취시점 이전에 표본을 추가로 얻는다. 이러한 방식은 FSI 관리도처럼 공정상황에 적합하도록 표본채취시점을 미리 정해놓으므로 실제 공정에서 사용하기가 용이하다는 장점이 있다.

이 논문에서는 기존의 단변량 VSIFT 관리도를 확장하여 다변량 VSIFT T^2 관리도를 제안한다. 다변량 관리도를 운영하기 위해서는 한 표본채취시점에서 검사해야 하는 품질특성치가 많으므로 이를 줄이기 위한 연구가 필요하다. 따라서 이 논문에서는 고정된 표본채취시점에서는 모든 품질특성치들을 검사하다가 타점통계량이 관리한계선 근처에 타점되면 추가표본채취시점에서 이상상태일 가능성이 높은 일부 품질특성치들만을 선별하여 검사하는 VSIFT T^2 관리도를 제안한다. 이러한 방법은 공정이 이상상태에 있는 경우 이상 발생의 가능성이 높은 품질특성치들을 선별하여 관리할 수 있으므로 다변량 관리도의 성능을 향상시킬 수 있을 뿐만 아니라 관측치의 개수를 줄일 수 있다는 장점이 있다.

2. VSIFT T^2 관리도

2.1 T^2 관리도

\bar{X}_i 를 평균벡터가 $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_p)^T$ 이고 분산-공분산 행렬이

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \dots & \rho_{1p}\sigma_1\sigma_p \\ & \sigma_2^2 & \dots & \rho_{2p}\sigma_2\sigma_p \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & \sigma_p^2 \end{bmatrix}$$

인 p 변량 정규분포 $N_p(\mu, \Sigma)$ 를 따르는 공정으로부터 크기 n 인 표본을 관찰하여 얻은 i 번째 표본평균이라 할 때, T^2 관리도의 타점통계량은

$$T_i^2 = n(\bar{X}_i - \mu)^T \Sigma^{-1} (\bar{X}_i - \mu) \quad (1)$$

와 같이 정의된다. 여기서 'T'는 벡터 또는 행렬의 전치(transpose)를 나타낸다. 식 (1)의 T^2 통계량은 자유도가 p 인 χ^2 분포를 따른다는 것이 알려져 있으므로 관리도의 거짓정보비율(false alarm rate)을 α 라 할 때, 관리상한선은 자유도 p 를 갖는 χ^2 분포의 $100(1-\alpha)$ 백분위수인 $\chi_\alpha^2(p)$ 가 된다.

만일 각 표본채취시점에서 얻어지는 품질특성치의 개수가 다른 경우에는 이를 하나의 관리도에 나타내기 위하여 다음과 같이 T^2 를 변형한 Q 를 타점통계량으로 사용할 수 있다.

$$Q_i = \Phi^{-1}(G_p(T_i^2)) \quad (2)$$

여기서 p_i 는 i 번째 표본채취시점에서 얻어지는 품질특성치의 개수이고, T_i^2 는 해당되는 품질특성치의 평균벡터와 분산-공분산행렬을 이용하여 식 (1)과 같이 구해진 T^2 값이다. 또한, $G_{p_i}(\cdot)$ 는 자유도가 p_i 인 χ^2 분포의 누적분포함수(cumulative distribution function : CDF)이고 $\Phi^{-1}(\cdot)$ 는 표준정규분포 CDF의 역함수이다. 따라서 식 (2)의 통계량 Q_i 에 대한 관리한계선은 표준정규분포의 $100(1-\alpha)$ 백분위수인 z_α 가 된다.

2.2 VSIFT T^2 관리도

공정운영상황을 고려하여 정해진 고정표본채취간격을 d_F 라 하고 이를 η 개의 구간으로 나눈 $d_V = d_F/\eta$ 를 추가표본채취간격이라 하자. 제안하는 VSIFT T^2 관리도는 매 고정표본채취시점에서는 p 개의 품질특성모두를 검사하여 타점통계량 Q_i 를 구하고 그 값이 경고한계선(warning limit) g 보다 작으면 공정이 관리상태라 판단하여 다음 고정표본채취시점으로 넘어가고, 관리한계선 h 보다 크면 공정에 이상이 발생했다고 판단하여 이상신호를 발생한다. 또한, $g < Q_i \leq h$ 이면 공정이 이상상태일 가능성이 높다고 판단하고 추가표본채취시점으로 넘어가게 된다. 이 때 추가표본채취시점에서는 모든 품질특성치들을 검사하는 것이 아니라 이상상태일 가능성이 높은 $p_V(\leq p)$ 개의 품질특성치만을 선별하여 검사하게 된다. p_V 개의 품질특성을 선별하는 방법은 여러 가지가 있을 수 있으나 이 논문에서는 관리도 운영의 편의를 고려하여 각 품질특성치의 표본평균을 표준화한 값

$$|z_j| = |(\bar{x}_j - \mu_j) / (\sigma_j / \sqrt{n})| \quad (3)$$

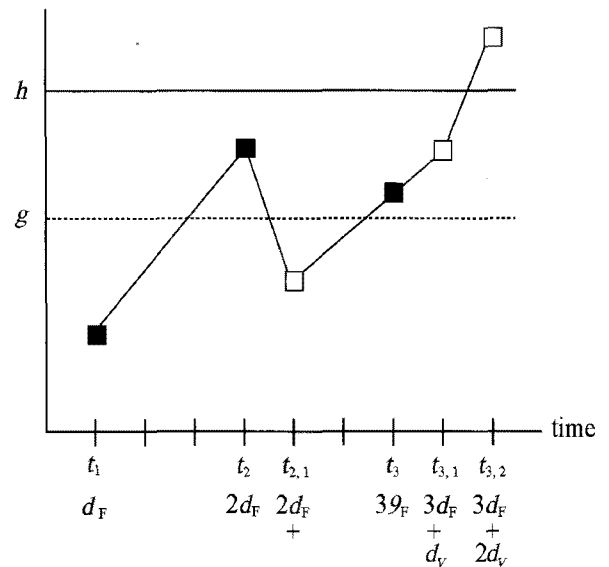
이 큰 순서로 p_V 개를 선택하는 방법을 사용한다. 추가표본채취시점에서는 선별된 품질특성치들과 관리한계선 h , 경고한계선 g 를 이용하여 공정의 이상유무를 판단하게 된다. VSIFT T^2 관리도의 운영절차는 다음과 같다.

- (i) i 번째 표본채취시점이 고정표본채취시점인 경우 p 개의 모든 품질특성치들로부터 Q_i 를 구한 후,
 - a) $Q_i > h$ 이면 이상신호를 발생한다.
 - b) $Q_i \leq g$ 이면 공정이 관리상태라고 판단하여 다음 고정표본채취시점으로 넘어간다.
 - c) $g < Q_i \leq h$ 이면 이상상태일 가능성이 높은 p_V 개의 품질특성치들을 선별한 후 추가표본채취시점으로 넘어간다.
- (ii) i 번째 표본채취시점이 추가표본채취시점인 경우 미리

선별된 p_V 개의 품질특성치들로부터 Q_i 를 구한 후,

- a) $Q_i > h$ 이면 이상신호를 발생한다.
- b) $Q_i \leq g$ 이면 공정이 관리상태라고 판단하여 고정표본채취시점으로 넘어간다.
- c) $g < Q_i \leq h$ 이면 마지막 추가표본채취시점인 경우에는 고정표본채취시점으로 넘어가고 그렇지 않은 경우에는 다음 추가표본채취시점으로 넘어간다.

이 때, 관리한계선 h 는 원하는 수준의 거짓경보비율이 α 라면 $h = z_\alpha$ 로 설정하고, 경고한계선 g 는 공정이 관리상태일 때 타점통계량이 관리한계선과 경고한계선 사이에 타점될 확률이 q 가 되도록 $g = z_{\alpha+q}$ 로 설정한다.



<그림 1> $\eta=3$ 인 VSIFT T^2 관리도

<그림 1>은 $\eta=3$ 인 VSIFT T^2 관리도의 예이다. 그림에서 시간축 위의 t_1, t_2, t_3 은 고정표본채취시점을, $t_{2,1}, t_{3,1}, t_{3,2}$ 는 추가표본채취 시점을 나타낸다. 관리도상에 검은색 점은 고정표본채취시점에서 타점된 통계량을, 흰색 점은 추가표본채취시점에 타점된 통계량을 나타낸다. 첫번째 고정표본채취시점 t_1 에서는 타점통계량이 경고한계선 g 아래에 위치하므로 공정이 관리상태에 있다고 판단하고 다음 고정표본채취시점으로 넘어간다. t_2 에서 얻은 타점통계량은 관리한계선 h 와 경고한계선 g 사이에 타점되었으므로 이상상태일 가능성이 높은 품질특성치들을 선별한 후 추가 표본채취시점으로 넘어간다. 추가표본채취시점 $t_{2,1}$ 에서는 공정이 관리상태인 것으로 판단되어 다음 고정표본채취시점 t_3 로 넘어간다. $t_{3,2}$ 에서는 타점통계량의 값이 관리한계선 h 를 벗어났으

므로 이상신호를 발생한다.

3. 수행도 평가 척도

관리도의 성능을 평가하는 수행도 평가 척도들 중에서 널리 사용되는 것으로 관리도에 의하여 이상신호가 발생될 때까지의 평균 시간인 *ATS* (average time to signal), 이상신호가 발생될 때까지 얻게 되는 총 관측치 수의 평균인 *ANOS* (average number of observations to signal) 등이 있다. 실제로 관리도를 운영하는 경우에는 공정이 관리 상태에서 시작하여 임의의 시점에서 이상상태로 변하게 된다. 이러한 점을 고려하여 사용할 수 있는 척도로는 *AATS* (adjusted *ATS*)와 *AANOS* (adjusted *ANOS*)가 있다.

관리도의 수행도를 평가하기 위한 식들은 마야코프 연쇄(Markov chain) 혹은 적분방정식(integral equation)을 이용하여 구할 수 있다. 이 논문에서는 비교적 적용범위가 넓은 마야코프 연쇄를 이용하여 이들을 유도한다.

마야코프 연쇄를 이용하여 제안된 VSIFT T^2 관리도의 성능평가척도들을 유도하기 위해 타점통계량 Q_i 의 값과 표본채취시점 및 검사하는 품질특성치에 따라 다음과 같이 마야코프 연쇄의 상태(state)들을 정의한다.

- (i) S_A : $Q_i > h$ 인 경우.
- (ii) $S_{0,0}$: 현재 표본채취시점이 고정표본채취시점이고 $Q_i \leq g$ 인 경우.
- (iii) $S_{0,m}$: 현재 표본채취시점이 고정표본채취시점이고 $g < Q_i \leq h$ 가 되어 다음 표본채취시점이 추가표본채취시점이며, 추가표본채취시점에서 검사할 품질특성치들의 집합이 E_m 인 경우, $m = 1, \dots, \phi$.
- (iv) $S_{l,0}$: 현재 표본채취시점이 l 번째 추가표본채취시점이고 $Q_i \leq g$ 또는 $l = \eta - 1$ 이 되어 다음 표본채취시점이 고정표본채취시점인 경우, $l = 1, \dots, \eta - 1$.
- (v) $S_{l,m}$: 현재 표본채취시점이 l 번째 추가표본채취시점이고 검사할 품질특성치들의 집합이 E_m 이며 $g < Q_i \leq h$ 가 되어 다음 표본채취시점 역시 추가표본채취시점인 경우.

추가표본채취시점에서 검사할 품질특성치의 집합 E_i 를 구하기 위해 먼저 추가표본채취시점에서 검사하게 되는 품질특성치의 조합을 구해보면 총 $\phi = {}_p C_{p_v}$ 의 경우가 발생한다. 이 때, <그림 2>와 같이 품질특성치들을 나열하고 각각의 품질특성치가 선택되었으면 1, 그렇지 않으면 0을 배정하여 2진수를 만든다. 이렇게 만들어진

2진수의 값이 작은 것부터 큰 순서대로 나열하여 선택된 품질특성치들로만 이루어진 집합을 E_1 에서 E_ϕ 라 정의하자. <그림 2>는 $p=4$ 이고 $p_v=2$ 인 경우에 추가표본채취시점에서 검사하게 되는 품질특성치들의 조합에 대한 집합 E_1, \dots, E_ϕ 를 얻는 방법에 대해 설명한 것으로 $\phi = {}_4 C_2 = 6$ 이 된다.

X_1	X_2	X_3	X_4	집합
0	0	1	1	$\rightarrow E_1$
0	1	0	1	$\rightarrow E_2$
0	1	1	0	$\rightarrow E_3$
1	0	0	1	$\rightarrow E_4$
1	0	1	0	$\rightarrow E_5$
1	1	0	0	$\rightarrow E_6$

<그림 2> $p=4, p_v=2$ 인 경우의 선별된 품질특성치들의 집합

이렇게 나누어진 상태들 간의 전이확률행렬은

$$R = \begin{bmatrix} Q & (I-Q)1 \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

으로 표현할 수 있다. 여기서 Q 는 관리도의 운영을 계속하게 되는 일시상태(transient stat) $S_{l,m}, l=0, \dots, \eta-1, m=0, \dots, \phi$ 들 간의 전이확률을 나타내는 $\eta(\phi+1) \times \eta(\phi+1)$ 차 정방행렬이며, $(I-Q)1$ 는 일시상태에서 관리도에 의해 이상신호가 발생하는 흡수상태(absorbing state) S_A 로의 전이확률을 나타내는 $\eta(\phi+1)$ 차 열벡터이고, 0 는 모든 원소들이 0으로 이루어진 $\eta(\phi+1)$ 차 열벡터이다.

식 (4)의 전이확률행렬을 이용하면 다음과 같은 VSIFT T^2 관리도의 *ATS*와 *ANOS*를 얻을 수 있다.

$$ATS = b^T (I-Q)^{-1} d \quad (5)$$

$$ANOS = b^T (I-Q)^{-1} v_s \quad (6)$$

여기서 b 는 관리도 시작시의 상태를 나타내는 초기확률 벡터로 일반적으로 관리도는 고정표본채취시점에서 시작하므로 $S_{0,0}$ 에 해당하는 원소는 1이고 나머지는 모두 0을 사용한다. d 와 v_s 는 각각 다음 표본채취시점까지의 시간간격과 한 표본채취시점에서의 관측치의 수를 나타내는 열벡터로 $S_{l,m}$ 에 해당하는 원소는 각각

$$d(l,m) = \begin{cases} (\eta-l)d_v, & m=0 \\ d_v, & otherwise \end{cases} \quad (7)$$

$$v_s(l, m) = \begin{cases} np, & m = 0 \\ np_v, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

$$AANOS = \pi^T(I-Q)^{-1}v_s \quad (11)$$

이 된다.

공정이 관리상태에서 오랜 시간 운영된 후 임의의 시점에서 타점 통계량이 마야코프 연쇄의 각 상태에 있을 안정상태(steady state) 확률을 나타내는 벡터를 π 라 하면, $S_{l,m}$ 에 해당하는 원소는

$$\pi(l, m) = \frac{[b^T(I-Q)^{-1}]_{l,m} \times d(l, m)}{ATS} \quad (9)$$

이 된다. 특정 표본채취간격 내에서 평균변화가 일어나는 시점은 균일분포를 따른다고 가정하면(Reynolds et al.[10]) $AATS$ 와 $AANOS$ 는 각각

$$AATS = \pi^T(I-Q)^{-1}d - \frac{1}{2}\pi^T d \quad (10)$$

이 된다.

4. 수행도 평가

제안된 관리도의 성능을 평가하기 위해 4개의 품질 특성치로 이루어진 두 종류의 공정을 가정하였다. 첫 번째 공정은 분산-공분산행렬이

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.8 & 0.6 & 0.6 \\ & 1.0 & 0.7 & 0.5 \\ & & 1.0 & 0.6 \\ & & & 1.0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

로 두 품질특성치들 간의 상관관계가 0.5이상인 경우를 가정하였으며, 두 번째 공정은 분산-공분산행렬이

<표 1> $p = 4$ 인 경우의 제안된 관리도의 성능

(a) 상관관계가 높은 경우

$\delta = \mu_1 - \mu_0$	$p_V = 1$		$p_V = 2$		$p_V = 3$		$p_V = 4$	
	AATS	AANOS	AATS	AANOS	AATS	AANOS	AATS	AANOS
(0, 0, 0, 0)	159.90	2461.93	159.90	2494.09	159.90	2565.25	159.90	2558.41
(1, 0, 0, 0)	10.95	214.15	8.06	185.76	7.65	204.58	7.56	230.17
(0, 1, 0, 0)	9.67	191.34	7.23	169.74	6.64	181.25	6.39	200.21
(0, 0, 1, 0)	16.55	312.84	13.90	302.47	13.51	333.31	13.45	371.70
(0, 0, 0, 1)	21.44	397.38	19.75	402.35	19.45	456.48	19.28	500.59
(1, 1, 0, 0)	17.75	333.90	14.51	314.75	14.21	348.92	14.05	385.60
(1, 0, 1, 0)	4.42	94.41	3.84	98.80	3.32	100.63	2.55	87.81
(0, 1, 1, 0)	11.70	227.61	8.63	197.92	8.26	219.14	8.06	243.04
(1, 1, 1, 0)	17.22	324.34	15.31	331.61	14.50	354.71	14.16	387.48
(1, 1, 1, 1)	23.88	437.43	25.91	528.85	27.39	614.60	28.85	703.63

(b) 상관관계가 낮은 경우

$\delta = \mu_1 - \mu_0$	$p_V = 1$		$p_V = 2$		$p_V = 3$		$p_V = 4$	
	AATS	AANOS	AATS	AANOS	AATS	AANOS	AATS	AANOS
(0, 0, 0, 0)	159.90	2461.93	159.90	2494.09	159.90	2565.25	159.90	2558.41
(1, 0, 0, 0)	34.86	626.72	35.71	708.06	36.81	797.00	37.06	870.77
(0, 1, 0, 0)	32.46	585.98	32.64	646.98	33.01	724.24	33.30	794.92
(0, 0, 1, 0)	34.38	618.51	35.29	700.68	35.98	781.03	36.48	860.00
(0, 0, 0, 1)	32.77	591.12	32.95	657.52	33.85	740.80	34.12	811.56
(1, 1, 0, 0)	19.05	355.98	18.47	391.48	17.75	422.49	17.09	453.21
(1, 0, 1, 0)	23.28	428.76	23.25	480.56	22.93	526.55	22.79	580.01
(0, 1, 1, 0)	17.73	333.10	17.12	366.22	16.33	393.81	15.29	412.92
(1, 1, 1, 0)	15.57	295.26	14.89	323.57	14.08	346.66	13.56	373.60
(1, 1, 1, 1)	14.75	280.89	13.61	298.00	13.33	330.35	13.30	367.93

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ & 1.0 & 0.2 & 0.4 \\ & & 1.0 & 0.2 \\ & & & 1.0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

로 두 품질특성치들 간의 상관관계가 0.5미만인 경우를 가정하였다. 또한 각 관리도는 관리상태에서의 거짓경

보비율(false alarm rate)이 0.005가 되어 $AATS_0 = 160$ 이 되도록 하였으며, 부분군의 크기 $n=4$ 를 이용하였고 $\eta=5$, $d_F=1$ 로 하였다. 제안된 관리도의 성능을 분석하기 위해 p_V 는 1에서 4까지 변화시키면서 관리도의 성능을 분석하였으며 각 품질특성치의 평균이 1만큼 변화한 경우의 성능을 파악하였다.

<표 2> $p = 5$ 인 경우의 제안된 관리도의 성능

(a) $q = 0.1$ 인 경우

η	n	δ	$p_V=1$		$p_V=3$		$p_V=5$	
			AATS	AANOS	AATS	AANOS	AATS	AANOS
2	2	0.0	181.77	1663.71	181.77	1703.91	181.77	1744.11
		0.5	82.25	863.57	84.35	944.41	85.11	986.52
		1.0	18.02	195.94	19.97	238.72	22.19	279.94
	4	0.0	181.77	3327.41	181.77	3407.81	181.77	3488.21
		0.5	45.41	955.33	46.97	1106.73	47.86	1219.46
		1.0	5.25	118.18	6.28	142.17	6.83	182.57
5	2	0.0	179.92	1767.07	179.92	1783.15	179.92	1799.23
		0.5	82.84	858.95	83.43	929.92	83.76	977.87
		1.0	16.21	174.94	18.15	222.13	18.95	258.31
	4	0.0	179.92	3534.13	179.92	3566.29	179.92	3598.45
		0.5	44.09	926.50	46.01	1047.95	46.63	1137.58
		1.0	4.51	100.29	5.18	143.22	5.57	182.07
10	2	0.0	179.91	1783.02	179.91	1791.06	179.91	1799.10
		0.5	82.79	858.34	83.38	919.36	83.71	975.59
		1.0	16.09	173.77	18.12	221.90	18.87	228.08
	4	0.0	179.91	3566.04	179.91	3582.12	179.91	3598.20
		0.5	44.03	925.17	45.88	1052.63	46.44	1151.24
		1.0	4.40	98.07	5.11	142.30	5.49	180.87

(b) $q = 0.2$ 인 경우

η	n	δ	$p_V=1$		$p_V=3$		$p_V=5$	
			AATS	AANOS	AATS	AANOS	AATS	AANOS
2	2	0.0	166.58	1505.03	166.58	1585.44	166.58	1665.84
		0.5	80.56	820.48	83.44	875.89	84.44	965.35
		1.0	16.72	178.45	19.57	209.13	25.05	251.49
	4	0.0	166.58	3010.07	166.58	3170.87	166.58	3331.68
		0.5	39.28	818.74	41.61	982.85	43.03	1140.55
		1.0	4.21	97.30	4.91	140.82	5.63	181.67
5	2	0.0	159.90	1534.69	159.90	1566.85	159.90	1599.01
		0.5	71.79	769.41	72.56	881.71	72.99	976.68
		1.0	12.40	141.78	14.32	203.29	15.43	258.61
	4	0.0	159.90	3069.37	159.90	3133.69	159.90	3198.02
		0.5	36.28	792.98	38.77	964.92	39.31	1143.15
		1.0	3.56	81.43	4.12	131.42	4.48	182.24
10	2	0.0	159.82	1566.08	159.82	1582.16	159.82	1598.24
		0.5	71.36	764.87	72.34	882.17	72.81	972.82
		1.0	12.11	137.46	14.18	201.27	15.26	258.22
	4	0.0	159.82	3132.16	159.82	3164.32	159.82	3196.48
		0.5	35.93	785.83	38.47	980.89	39.16	1150.02
		1.0	3.37	77.56	3.93	128.91	4.33	182.47

<표 1>의 (a)는 식 (12)의 분산-공분산행렬을 갖는 공정의 경우 제안된 관리도의 AATS와 AANOS를 계산하여 정리한 것이고 <표 1>의 (b)는 식 (13)의 분산-공분산행렬을 갖는 경우의 관리도 성능을 나타낸 것이다.

<표 1>로부터 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

- (i) 추가표본채취시점에서 검사하는 품질특성치의 개수 p_V 가 증가하는 경우 AATS는 감소하고 AANOS는 증가하는 경향이 있다. 즉, p_V 를 증가시키면 보다 많은 품질 특성치를 검사하여 공정상태에 대한 신속한 판단이 가능하나 검사량이 증가하게 된다. 그러나 <표 1>의 (b)에서 상관관계가 낮고 하나의 품질특성치만이 변화한 경우에는 p_V 값의 증가에 따라 AATS 값이 증가하는 경향이 나타난다. 즉, 품질특성의 변화가 타 품질특성에 미치는 영향이 미미하다면 모든 품질특성에 대한 검사가 오히려 관리도의 성능을 저하시킬 수도 있다.
- (ii) 소수의 품질특성치가 변화한 경우에는 상관관계가 높은 경우에 상관관계가 낮은 경우보다 관리도의 성능이 상대적으로 우수하고 다수의 품질특성치가 변화한 경우에는 반대의 경향이 나타난다.

<표 2>는 제안된 관리도의 성능을 평가하기 위해 Hawkins[6]가 사용한 다음의 식 (14)의 분산-공분산행렬 구조를 이용하여 q , η , n , p_V 를 변화시켜가면서 AATS와 AANOS를 구한 것이다.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.14 & 0.35 & 0.08 & 0.27 \\ & 1.00 & 0.73 & 0.91 & 0.69 \\ & & 1.00 & 0.68 & 0.82 \\ & & & 1.00 & 0.76 \\ & & & & 1.00 \end{bmatrix} \quad (14)$$

<표 2>로부터 다음의 결과를 얻을 수 있다.

- (i) 고정표본채취시점 사이에 존재하는 추가표본채취시점의 개수 η 가 증가할수록 AATS 및 AANOS가 다소 감소하는 경향이 있으나 그 차이는 크지 않다. 즉, 표본의 추가 채취빈도를 높인다고 해서 제안된 관리도의 성능이 크게 향상되지는 않는다는 것을 알 수 있다.
- (ii) 추가표본채취시점에서 검사하는 품질특성치의 개수 p_V 의 값이 작아도 관리도의 성능이 우수하다. 따라서 제안된 관리도의 성능은 기존 관리도에 비해 크게 저하되지 않으며 공정상황에 따라 검사하는 품질특성치의 종류와 개수를 조정하는 것이 통계적 혹은 경제적인 측면에서 모두 효율적일 수 있다는 것을 유추할 수 있다.

5. 결론 및 추후연구

이 논문에서는 다변량 공정에서 공정의 상황에 따라 추가 표본채취시점에서 검사하는 품질특성치의 종류를 달리하는 고정표본채취시점을 갖는 가변표본채취간격 다변량 T^2 관리도를 제안하였다. 제안된 관리도는 검사해야 하는 품질특성치의 개수를 공정상황에 따라 조절하여 사용할 수 있는 효율적인 관리도로 공정관리에 필요한 노력을 감소시킬 수 있는 장점이 있다. 제안된 관리도의 성능을 분석하기 위해 마야코프 연쇄를 이용하여 공정성능 평가지표들을 유도하였다. 제안된 관리도의 성능을 분석한 결과 제안된 관리도는 추가표본채취시점에서 공정의 상황에 상관없이 모든 품질특성치들을 조사하는 기존의 관리도에 비해 관측치의 수를 줄일 수 있는 장점이 있으며 추가표본채취시점에서 모든 품질특성치들을 검사하지 않아도 관리도의 성능이 크게 저하되지 않는다는 것을 파악하였다. 특히, 품질특성치들 간에 상관관계가 낮고 소수의 품질특성에 변화가 있는 경우에는 기존 관리도보다 오히려 공정의 변화를 빠르게 찾을 수 있는 특성이 있음을 파악하였다.

관리도를 사용하기 위해서는 거짓 경보 비율 등의 계산을 통해 통계적인 방법으로 관리도를 설계하거나 관리도 운영 시에 발생하는 각종 비용들을 고려하여 경제적인 방법으로 관리도를 설계할 수 있다. 추후에는 이러한 점들을 고려하여 제안된 관리도를 설계하는 방법에 관한 연구가 진행되어야 할 것이다. 또한, 추가표본채취시점에서 검사에 필요한 품질특성치들을 선별하는 다양한 방법에 관한 연구가 필요하다.

참고문헌

- [1] Amin, R. W. and Hemasinha, R.; "The Switching Behavior of \bar{X} Charts with Variable Sampling Intervals," *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 22 : 2081-2102, 1993.
- [2] Aparisi, F. and Haro, C. L.; "Hotelling's T^2 Control Chart with Variable Sampling Intervals," *International Journal of Production Research*, 39 : 3127-3140, 2001.
- [3] Aparisi, F. and Haro, C. L.; "A Comparison of T^2 Control Charts with Variable Sampling Schemes as Opposed to MEWMA Chart," *International Journal of Production Research*, 41 : 2169-2182, 2003.
- [4] Chengalur, I. N., Arnold, J. C., and Reynolds, M. R.; "Multiple Means Shewhart Charts Using Variable Sampling Intervals," *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 45 : 1-21, 1993.
- [5] Chou, C. Y., Chen, C. H., and Chen, C. H.; "Economic

- Design of Variable Sampling Intervals T^2 Control Charts Using Genetic Algorithm," *Expert System with Applications*, 30 : 233-242, 2006.
- [6] Hawkins, D. M.; "Multivariate quality control based on regression-adjusted variables," *Technometrics*, 33 : 61-75, 1991.
- [7] Lee, K. T. and Bai, D. S.; "Variable Sampling Interval \bar{X} Control Charts with Run Rules," *International Journal of Industrial Engineering*, 7 : 147-158, 2000.
- [8] Montgomery, D. C.; Introduction to Statistical Quality Control, 5th Edition, John Wiley and Sons, 2005.
- [9] Prybutok, V. R., Clayton, H. R., and Harvey, M. M.; "Comparison of Fixed versus Variable Sampling Interval Shewhart \bar{X} Control Charts in the Presence of Positively Autocorrelated Data," *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 26 : 83-106, 1997.
- [10] Reynolds, M. R., Amin, R. W., and Arnold, J. C.; "CUSUM Charts with Variable Sampling Intervals," *Technometrics*, 32 : 371-384, 1990.
- [11] Reynolds, M. R.; "Variable-Sampling-Interval Control Charts with Sampling at Fixed Times," *IIE Transactions*, 32 : 371-384, 1996a.
- [12] Reynolds, M. R.; "Shewhart and EWMA Variable Sampling Interval Control Charts with Sampling at Fixed Times," *Journal of Quality Technology*, 28 : 199-212, 1996b.
- [13] Reynolds, M. R., Amin, R. W., Arnold, J. C., and Nachlas, J. A.; " \bar{X} Charts with Variable Sampling Intervals," *Technometrics*, 30 : 181-192, 1988.