

## 장기모수의 구조변화와 안정성

김태호<sup>1,a</sup>

<sup>a</sup>충북대학교 정보통계학과

---

### 요약

본 연구에서는 표본의 일부를 단계적으로 증가시켜 가며 반복적으로 추정된 장기모수의 시간경로를 파악하는 방식으로 변수들 간 장기균형관계의 안정성에 대해 통계적으로 검정해 보았다. 안정성 귀무가설이 기각되는 구간에는 더미변수를 사용해 전체 연구기간에 걸쳐 안정성을 회복시키고 타당한 공적분관계를 도출해 보았으며, 오차수정항에 대한 분석결과는 더미변수가 공적분관계의 구조변화를 반영하는 것으로 나타났다.

주요용어: 단기동학, 반복추정, 장기모수.

---

### 1. 서론

실증연구에 장기자료를 사용하게 되고 단위근과 공적분 이론이 연결되면서 연구기간에 발생하는 중요한 사건이 모형에 미치는 영향에 대한 관심이 증가하게 되었다. 공적분검정은 공적분벡터의 불변 가정 하에 실시되므로 공적분관계는 안정적 장기균형관계로 해석되어 왔다. 그러나 이러한 관계가 외생적 영향을 받게 되면 더 이상 불변 가정은 성립되지 않아 검정력이 약해지며 분석결과는 현실을 오도할 수 있으므로 추가적인 통계적 검정과정이 수반되어야 한다. Hansen (1992)은 공적분회귀모형에서 FM(fully modified) 추정량을 사용하여 모수의 불안정성에 대한 LM 검정의 대표본 분포를 유도하였고, FM-OLS 추정결과에 근거해 공적분모형 모수의 안정성에 대한 검정통계량을 제시하였다. Quintos (1995)는 장기행렬계수의 차수가 일정한지를 분석하였으며, Gregory 등 (1996)는 한 번의 구조변화로 공적분벡터에 변화가 발생하는 경우 공적분관계가 성립되지 않는다는 귀무가설이 기각되기 어려워진다는 사실을 몬테카를로 실험을 통해 보여주었다. Golinelli과 Orsi (2000)는 공적분시스템에서 발생 시점을 모르는 구조변화의 검색에 유용한 검정과정에 대해 논하였다.

Hansen과 Johansen (1992)은 반복추정법을 사용하여 장기모수의 안정성을 검정하고 특성근의 시간경로를 식별한 후 발생 시점을 모르는 구조변화의 검정법을 제시하였다. 구조변환점을 찾기 위한 반복검정에 대한 연구는 Bai와 Perron (1998), Banerjee 등 (1998)가 있다. Hansen과 Johansen (1992)에 의하면 공적분모형에서 모수의 안정성을 검정하기 위한 반복추정이 잔차계열에 의해 이루어지면 안정성은 일정한 단기동학 가정에 의해 검정되므로 추정된 모수의 분산을 감소시키고 장기모수에 분석을 집중할 수 있다는 것이다. 본 연구에서는 단기동학을 고정시키고 장기모수를 반복추정하여 모수의 안정성을 검정하고자 하며, 국내 통화시장 변동체계를 분석하는 데 적용해 보기로 한다. 구조변화의 여부와 시점이 알려져 있지 않으므로 Johansen 공적분관계에서의 구조변화를 검정해 보기 위해 전체 표본의 일부를 증가시켜 가면서 반복적으로 추정된 모수의 시간경로를 파악함으로써 안정성을 검정하는 방식을 취한다.

---

<sup>1</sup> (306-736) 충북 청주시 흥덕구 성봉로 410, 충북대학교 정보통계학과, 교수. E-mail: thkim@chungbuk.ac.kr

표 1: 검정 DF

	시차	L			D		
		N	C	CT	N	C	CT
A <sub>1</sub>	2	-1.0549	-2.4537	-2.5527	-7.1858***	-7.2078***	-7.1776***
A <sub>2</sub>	3	-2.4581**	-1.4963	-2.8011	-6.5556***	-7.1841***	-7.2117***
A <sub>3</sub>	1	0.1841	-1.8850	-4.6653***	-9.6719***	-9.7601***	-9.6904***
A <sub>4</sub>	5	0.7339	-3.8988***	-3.4139*	-3.2634***	-3.3008***	-3.9013***
A <sub>5</sub>	1	-0.7814	-2.0875	-2.0131	-8.0613***	-8.0018***	-8.0049***

\*, \*\*, \*\*\*는 본 연구에서 각각 10%, 5%, 1% 유의수준에서 통계적으로 유의함을 나타냄

## 2. 변수 검정

국내 통신시장 구도개편은 통신시장의 세계화 추진, 국가 기간 통신망의 안정적 유지, 세계무역기구(WTO)와의 통신협상에 따른 대외환경 변화에의 대처 등이 기본 정책방향으로 제시되며, 이 중 하나가 통신시장 경쟁체계의 확립이다. 1990년대 수차례에 걸친 구조개편을 통해 전면적인 경쟁체계가 도입되었으며, 정부는 관련 법규 개정을 통해 전면적인 국내 경쟁체제를 구축하였다. 시외전화시장은 한국통신의 독점체제에서 1996년 데이콤의 서비스 개시로 복점시장 체계를, 또 1997년 온세통신의 시장 진입으로 외형상으로는 과점체제를 갖출 계기가 마련되었다. 1997년 PCS 3사의 동시 서비스 개시로 이동전화와 유선전화의 경쟁관계가 시작되었으며, 2000년부터 무료 인터넷전화 다이얼패드 서비스가 시작되면서 소비자는 크게 저렴한 가격으로 인터넷 시내, 시외, 국제전화가 가능하게 되었다. 무선인터넷 이용, 이메일 이용, 이동전화 부가서비스의 종류가 모두 증가하면서 유선 시외전화시장은 잠식되었으며, 당시 정통부의 요구에 따른 휴대폰 통화료가 인하되면서 더욱 타격을 받게 되었다.

PCS 도입 이후 이동전화시장은 급성장하여 가입자가 1996년에서 1997년까지 114%, 또 1997년에서 1998년까지 105% 증가한 결과 2000년을 전후해 2000만을 넘어서게 되면서 유선통신 가입자 수를 앞지르게 되었다 (Paltridge, 2000; Choi 등, 2001). 이동전화 서비스업체들은 문자와 음성을 결합한 복합서비스를 개발했으며, 이동전화만 이용한 무선인터넷 서비스에 역점을 두게 되었다. 특히 이동활동 인구가 증가함에 따라 이동전화를 이용해 각종 업무의 처리가 가능한 서비스를 제공하게 되면서 이동전화시장의 영역을 큰 폭으로 확장하게 되었다. 본 연구에서는 이러한 통신시장의 지각변동 기간 동안 시외전화 시장체계의 역학관계를 분석하고 장기적 안정성과 구조변화에 대한 통계적 검정을 실시해 보고자 한다.

시외전화 실질매출액(A<sub>1</sub>)에 영향을 미치는 변수로 시외전화서비스 이용건수(A<sub>2</sub>), 이동전화서비스 이용건수(A<sub>3</sub>), 경기동행지수 순환변동치(A<sub>4</sub>), 부가통신서비스 이용건수(A<sub>5</sub>)로 제한하며 PCS 도입과 외환위기 발생 직후인 1998년 1월부터 2003년 말까지의 월간자료를 사용한다. 상수항과 추세항 포함 여부에 따른 Augmented Dickey-Fuller(검정 DF)와 Phillips-Perron(검정 PP) 단위근 검정의 결과는 각각 표 1 및 표 2와 같다. 표 1의 경우 검정회귀식에 포함된 시차의 길이는 Akaike와 Schwarz의 정보기준(information criterion)에 따라 최소값을 갖는 시차를 적정 시차로 결정한다. 검정 모형은 상수(drift)와 추세(trend)가 모두 포함되지 않은 모형(N), 상수가 포함된 모형(C), 모두 포함된 모형(CT)으로 구분한다.

표 1의 결과를 보면 대부분의 수준변수(L)는 단위근이 존재한다는 귀무가설을 기각하지 못하지만 차분변수(D)에 대해서는 모두 1% 유의수준에서 기각되므로 모든 변수들은 1차 적분변수로 간주한다. 표 2에서도 모든 차분변수들이 1% 유의수준에서 귀무가설을 기각하므로 앞의 결과를 뒷받침한다. 따라서 1차 적분변수들 간 장기균형관계의 성립에 대한 Johansen 다변량 공적분검정을 실시하며, 결과는 표 3과 같이 요약된다. 공적분검정을 위한 시차는 Akaike와 Schwarz 정보기준보다는 LR(likelihood ratio) 검정을 실시하여 시차 2가 적합한 것으로 결정하였다. 표 3은  $\lambda_{max}$ 와 Trace 두 검정통계량 모두

표 2: 검정 PP

	L			D		
	N	C	CT	N	C	CT
A <sub>1</sub>	-1.0804	-3.0915**	-3.3361*	-12.1498***	-12.1356***	-12.0641***
A <sub>2</sub>	-1.9520**	-1.4603	-4.9140***	-13.3979***	-14.0983***	-14.0826***
A <sub>3</sub>	0.1841	-1.8850	-4.6653***	-9.6719***	-9.7601***	-9.6904***
A <sub>4</sub>	-0.2969	-1.6901	-1.8215	-4.3012***	-4.2331***	-4.2034***
A <sub>5</sub>	-0.7814	-2.0875	-2.0131	-8.0613***	-8.0018***	-8.0049***

표 3: λ<sub>max</sub>와 Trace 검정

귀무가설	Maximum Eigenvalue Test				Trace Test			
	λ <sub>max</sub>	10%	5%	1%	Trace	10%	5%	1%
r = 0	45.00***	20.90	33.46	38.77	68.45*	64.84	68.52	76.07
r ≤ 1	12.23	17.14	27.07	32.24	23.45	43.95	47.21	54.46
r ≤ 2	6.08	13.39	24.73	25.52	11.22	26.79	29.68	35.65
r ≤ 3	4.08	10.60	14.07	18.63	5.14	13.33	15.41	20.04
r ≤ 4	1.06	2.71	3.76	6.65	1.06	2.69	3.76	6.65

모형: 원계열에 선형추세가 있고, 공적분방정식은 상수항만 존재

표 4: 정규화 공적분벡터 추정

변수	Eigenvalue	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	Constant
Vector 1	0.4791	1.000	-0.015	-0.005	-41.804	0.032	-11598.618

공적분 위수(rank)가 0이라는 귀무가설을 기각해 한 개의 공적분관계가 존재함을 보인다. 시외전화매출액에 정규화시킨 장기균형식은 표 4와 같으며, 실질매출액은 대부분의 변수들과 장기적으로 같은 방향으로 변하는 것으로 나타난다. Johansen 검정은 표본기간 동안 공적분벡터가 일정하다는 가정 하에 실시되므로 변수들 간 장기적 관계에 구조적 변화가 발생하면 검정 결과는 신뢰하기 어려우며, 공적분 벡터의 안정성을 확인하기 위한 통계적 검정을 추가로 실시해야 한다.

### 3. 통계적 안전성 진단

Phillips와 Hansen (1990)은 공적분회귀식의 FM-OLS 추정에 대해 연구하였으며, Hansen (1992)은 FM-OLS 추정에서 도출된 잔차를 이용해 공적분벡터의 안정성을 검정하는 통계량을 제안하였다. 표준 공적분회귀식(standard cointegrated regression)을 아래와 같이 설정해 보자.

$$y_t = Ax_t + u_{1t}, \quad t = 1, \dots, n. \tag{3.1}$$

$x_t = (x'_{1t}, x'_{2t})'$ 은 아래 식에 의해 결정된다.

$$x_{1t} = k_{1t}, \quad x_{2t} = \prod_1 k_{1t} + \prod_2 k_{2t} + x_{2t}^0, \quad x_{2t}^0 = x_{2t-1}^0 + u_{2t}. \tag{3.2}$$

벡터는 다음과 같이 정의한다.

$$u'_t = (u'_{1t}, u'_{2t}), \quad k'_t = (k'_{1t}, k'_{2t}),$$

여기서  $y_t$ 는 단변량이며,  $\{u_t\}$ 는 평균이 0인 안정적 벡터이다.  $x_{2t}$ 는 결정적 추세(deterministic trend)를 가진 1차 적분변수이며,  $k_{2t}$ 가 확률변수  $x_{2t}$ 의 행위를 결정하는 추세를 나타낸다. 잔차  $u_{1t}$ 와  $u_{2t}$  사이에

자기상관이 존재하면,  $x_t$ 와  $y_t$ 의 정태적 회귀분석을 통해 공적분회귀식을 추정할 경우 추정치에 편의가 존재하게 된다. 이에 따라 효율적 불편 추정을 위해 Phillip와 Hansen (1990)이 제안한 FM-OLS에 의해 공적분회귀식을 단일 방정식체계에서 비모수적으로 추정한다.

FM-OLS의 일반적 절차는 먼저 공분산 모수를 추정하고 다음 단계에서 회귀계수  $A$ 를 추정하는 2단계로 구분지을 수 있다. 첫째 단계는 공분산모수를 추정하기 위해 아래와 같은 공분산행렬을 정의한다.

$$\Omega = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \sum_{j=1}^n E(u_j u_t'), \quad \Lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \sum_{j=1}^t E(u_j u_t')$$

$\Omega$ 와  $\Lambda$ 는 아래와 같이 분할한다.

$$\Omega = \begin{pmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{pmatrix}, \quad \Lambda = \begin{pmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{pmatrix},$$

여기서 공분산모수  $\Omega_{1,2}$ 와  $\Lambda_{21}^+$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\Omega_{1,2} = \Omega_{11} - \Omega_{12}\Omega_{22}^{-1}\Omega_{21}, \quad \Lambda_{21}^+ = \Lambda_{21} - \Lambda_{22}\Omega_{22}^{-1}\Omega_{21}$$

공분산모수  $\Omega_{1,2}$ 와  $\Lambda_{21}^+$ 를 추정하기 위해서는 공적분회귀식 (3.1)을 OLS로 추정하여  $\widehat{A}$ 와 잔차  $\widehat{u}_{1t}$  ( $= y_t - \widehat{A}x_t$ )를 구한 다음, OLS로 식 (3.2)를 추정하여 잔차  $\widehat{u}_{2t}$ 를 도출한다. 잔차는  $\widehat{u}_t' = (\widehat{u}_{1t}', \widehat{u}_{2t}')$ 와 같이 나타난다. 공분산행렬  $\Omega$ 와  $\Lambda$ 는 커널(kernel)을 통해 잔차  $\widehat{u}_t$ 로부터 직접 추정되며 추정치는 아래와 같이 나타난다.

$$\widehat{\Lambda} = \sum_{j=0}^n w\left(\frac{j}{M}\right) \frac{1}{n} \sum_{t=j+1}^n \widehat{u}_{t-j} \widehat{u}_t', \quad \widehat{\Omega} = \sum_{j=-n}^n w\left(\frac{j}{M}\right) \frac{1}{n} \sum_{t=j+1}^n \widehat{u}_{t-j} \widehat{u}_t'$$

이때  $w(\cdot)$ 는 가중치함수(또는 커널)를 나타내며,  $M$ 은 대역폭(bandwidth)모수이다. 둘째 단계는 공적분회귀식을 추정하여  $A$ 의 추정치를 구하며 다음과 같다.

$$\widehat{A} = \left( \sum_{t=1}^n (y_t^+ x_t' - (0, \widehat{\Lambda}_{21}^+)) \right) \left( \sum_{t=1}^n x_t x_t' \right)^{-1},$$

$$y_t^+ = y_t - \widehat{\Omega}_{12} \widehat{\Omega}_{22}^{-1} \widehat{u}_{2t},$$

$$\widehat{\Omega}_{1,2} = \widehat{\Omega}_{11} - \widehat{\Omega}_{12} \widehat{\Omega}_{22}^{-1} \widehat{\Omega}_{21},$$

$$\widehat{\Lambda}_{21}^+ = \widehat{\Lambda}_{21} - \widehat{\Lambda}_{22} \widehat{\Omega}_{22}^{-1} \widehat{\Omega}_{21}.$$

추정된 모수가 시간가변적이면 공적분모수가 표본기간 동안 불안정함을 의미하므로 식 (3.1)의 회귀계수  $A$ 에  $A_t$ 와 같이 시간가변성을 반영함으로써 공적분모수의 불안정 가능성을 구체화할 수 있다. 공적분회귀모형 모수의 안정성을 검정하기 위한 통계량은  $F_m$ ,  $\text{Sup } F$ ,  $\text{Mean } F$ ,  $L_c$ 의 네 가지가 있으며 모두 회귀계수  $A_t$ 가 일정하다는 동일한 귀무가설을 갖지만 대립가설은 각 검정에 따라 다르다. 처음 두 가지의 검정모형은 시점  $t$ 에서 한 번의 구조변화를 가정하며, 이에 따라 구조변화 발생 이전과 이후  $A$ 를  $A_1$ 과  $A_2$ 로 각각 구분한다.  $F_m$  검정은 구조변화 시점이 사전에 알려져 있는 경우 공적분 회귀모수가 안정적인지를 검정하며, 귀무가설은  $H_0 : A_1 = A_2$ , 대립가설은  $H_1 : A_1 \neq A_2$ , 그리고 검정통계량은

다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 F_{nt} &= \text{vec}(S_{nt})' (\widehat{\Omega}_{1.2} \otimes V_{nt})^{-1} \text{vec}(S_{nt}) \\
 &= \text{tr} \{ S_{nt}' V_{nt}^{-1} S_{nt} \widehat{\Omega}_{1.2}^{-1} \}, \\
 S_{nt} &= \sum_{i=1}^t \widehat{s}_i, \quad \widehat{s}_i = \left( x_i \widehat{u}_{1i}' - \begin{pmatrix} 0 \\ \widehat{\Lambda}_{21}^* \end{pmatrix} \right), \\
 V_{nt} &= M_{nt} - M_{nt} M_{nn}^{-1} M_{nt}, \quad M_{nt} = \sum_{i=1}^t x_i x_i'.
 \end{aligned}$$

현실적으로 구조변화 시점이 사전에 알려지는 경우는 거의 없으므로 본 연구에서는  $F_{nt}$  검정은 실시하지 않는다. Andrews (1993)에 따르면  $\text{Sup } F$  검정은 대립가설이  $H_2 : A_1 \neq A_2$ 로 구조변화 시점이 사전에 알려지지 않은 경우에 사용되며, 검정통계량은 아래와 같이 정의된다.

$$\text{Sup } F = \sup_{[t/n] \in \mathfrak{J}} F_{nt}, \quad \text{여기서 } \mathfrak{J} \in (0, 1), [\cdot] : \text{정수부분.}$$

구조변화가 전체 표본기간 초기와 말기에 발생하는 경우 검정통계량이 무한대로 발산하게 되는 끝구간(end-point) 문제가 발생할 가능성이 있으므로 이를 피하기 위한 적절한 검정구간으로  $\mathfrak{J} = [0.15, 0.85]$ 가 제안된다 (Andrews, 1993).

세 번째와 네 번째 검정모형은 모수  $A_t$ 가 마팅게일 과정(martingale process)을 따르며 아래와 같이 정의된다.

$$A_t = A_{t-1} + \epsilon_t, \quad E(\epsilon_t | \mathfrak{F}_{t-1}) = 0, \quad E(\epsilon_t \epsilon_t') = \delta^2 G_t,$$

여기서  $G_t$ 는 마팅게일 과정  $A_t$ 의 공분산 구조(covariance structure)이다. 귀무가설은 공적분회귀모형의 모수가 일정하다고 간주되므로 이 경우, 마팅게일 과정의 분산이 0, 즉  $H_0 : \delta^2 = 0$ 으로 설정된다. Mean  $F$  검정의 대립가설은  $H_3 : \delta^2 > 0, G_t = (\widehat{\Omega}_{1.2} \otimes V_{nt})^{-1}, t/n \in \mathfrak{J}$ 이고 검정통계량은 아래와 같이 정의된다.

$$\text{Mean } F = \frac{1}{n^*} \sum_{t/n \in \mathfrak{J}} F_{nt}, \quad n^* = \sum_{t/n \in \mathfrak{J}} 1.$$

Mean  $F$  검정통계량 또한  $\text{Sup } F$  검정과 같이 검정구간을  $\mathfrak{J} = [0.15, 0.85]$ 로 한다.  $L_c$  검정의 대립가설은  $H_4 : \delta^2 > 0, G_t = (\widehat{\Omega}_{1.2} \otimes M_{nn})^{-1}$ 이며, 검정통계량은 아래와 같다.

$$L_c = \text{tr} \left\{ M_{nn}^{-1} \sum_{t=1}^n S_t \widehat{\Omega}_{1.2}^{-1} S_t' \right\}.$$

$L_c$  검정은 끝구간 문제가 발생하지 않으며, 검정통계량이  $\text{Sup } F$ 와 Mean  $F$  검정통계량보다 상대적으로 쉽게 계산된다.  $L_c$  검정은 Nyblom과 Makelainen (1983), King (1987)에 의해 제안되었으며, Nabeya와 Tanaka (1988), Leybourne와 McCabe (1989)에 의해 대표본분포 이론이 유도되었다.

FM-OLS 사용과정에서 공적분회귀식의 공분산모수를 추정하기 위해 표 5와 같이 세 가지 커널함수(kernel function)를 적용하였으며, 커널에 따라 추정된 공적분벡터, 상수의 계수와 부호는 거의 차이가 없음을 알 수 있다. FM-OLS는 Johansen 검정보다 효율적이며 편의가 존재하지 않는 공적분벡터

표 5: 커널 종류별 FM-OLS 추정

방법	변수					Constant
	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	
Quadratic	-1.000	0.0010	0.0003	-10.8236	-0.0001	950.0006
Spectral		(0.0003)	(0.0001)	(5.0899)	(0.0001)	(1362.386)
Parzen	-1.000	0.0010	0.0003	-10.5342	-0.0001	935.7187
		(0.0003)	(0.0001)	(4.7317)	(0.0001)	(1322.018)
Bartlett	-1.000	0.0010	0.0003	-10.9877	-0.0001	965.7131
		(0.0003)	(0.0001)	(5.4382)	(0.0001)	(1401.631)

괄호 안의 값은 표준오차를 나타냄

표 6: 커널 종류별 시간불변성 검정

	$L_c$	Mean $F$	Sup $F$
Quadratic	0.9829	48.9828	143.6084
Spectral	(0.035)	(0.010)	(0.010)
Parzen	1.0367	54.0200	161.5391
	(0.029)	(0.010)	(0.010)
Bartlett	0.9196	43.1869	124.1343
	(0.046)	(0.010)	(0.010)

괄호안의 값은  $p$ 값을 나타냄( $p$ 값 0.20는  $\geq 0.20$ 을 나타냄)

를 추정할 수 있다는 장점이 있지만 표 5에 추정된 공적분관계가 전체 기간에 걸쳐 안정적인지 진단하기 위한 Hansen 검정의 적용 결과는 표 6과 같다. 커널의 종류에 따른 공적분벡터의 안정성 검정통계량 간에는 다소의 차이가 존재하며, 5% 유의수준에서 모든 검정통계량이 장기균형관계가 안정적이라는 귀무가설을 기각한다. Sup  $F$  검정결과는 미지의 시점에서 공적분 모수벡터에 급격한 이산형 변동이 있었으며,  $L_c$  검정과 Mean  $F$  검정결과는 임의보행형 변동도 공존했음을 보여준다.

표본기간 동안 시장환경의 급변으로 시의전화 변동체계의 장기적 안정성에 의문이 제기됨에 따라 공적분벡터의 구조변화 여부를 검정하기로 한다. 구조변화 시점에 대한 사전정보가 없으므로 Hansen과 Johansen (1992, 1999)의 반복추정법을 이용하며, 반복추정은 우도비통계량(likelihood ratio statistic)을 반복적으로 구함으로써 수행된다. Johansen과 Juselius (1990)의 우도비검정에 근거한 공적분공간의 안정성 검정에 대한 귀무가설은 전체 관측구간의 공적분벡터 계수는 특정 기간의 공적분벡터 계수와 같다는 것이다. 검정은 표본기간  $t = 1, 2, \dots, T_0, \dots, T$  중에서 일부  $t = 1, 2, \dots, T_0$ 를  $T$ 까지 단계적으로 증가시켜 가며 전체 관측구간의 공적분벡터의 계수와 각 기간별로 추정된 공적분벡터의 계수를 비교하는 방식으로 수행된다. 각 추정기간에 대한 반복적 우도비통계량은 자유도  $(p-r)r$ 인  $\chi^2$ 분포를 따르며, 이때  $p$ 는 변수의 수 그리고  $r$ 은 공적분벡터의 수이다. 기간별로 추정된 공적분벡터의 계수가 유의수준  $\theta$ 에서 전체 구간의 공적분벡터 계수에 의해 정해진 공간 안에 존재하면 후자에 대한  $(1-\theta)100\%$  신뢰구간 안에 전자가 존재함을 뜻한다. 모든 부표본기간에 대해 이러한 조건이 만족되면 전체 기간의 공적분벡터가 표본기간 동안 안정적인이라는 귀무가설이 성립된다. 따라서 반복적 우도비통계량에 의해 귀무가설이 기각되는 기간을 구조적 변화가 존재하는 기간이라고 해석할 수 있다.

그림 1은 공적분벡터의 안정성 검정결과로 각 부표본 기간에 대한 반복적 우도비통계량을 5% 기각역으로 표준화하여 나타냈다. 따라서 1보다 큰 값을 갖는 구간은 안정적인 공적분벡터의 귀무가설이 기각되는 기간으로 구조적 변화가 존재하는 기간으로 해석할 수 있다. 2000년 중반기 이후 연말까지 우도비통계량이 값 1보다 크게 나타나므로 구조변화를 반영한 더미변수를 추가해 동일한 검정을 다시 실시한다.

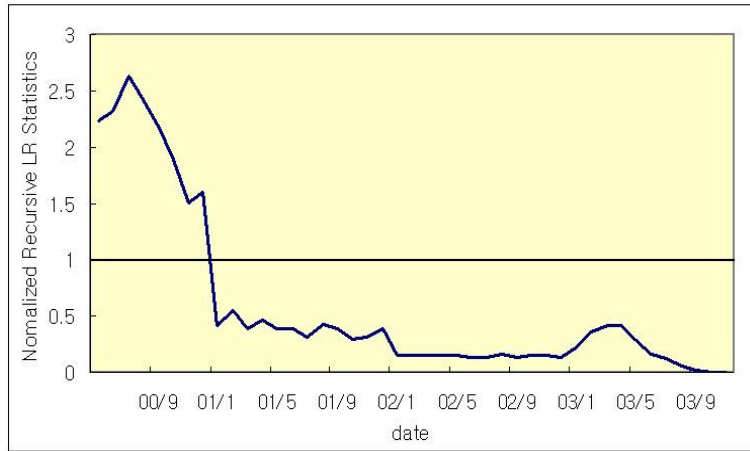


그림 1: 반복적 우도비검정 I

4. 장기적 안정화

구조변화의 발생시점을 모르므로 Hansen–Johansen 반복추정법을 이용하여 아래의  $p$ 차원 벡터오차수정모형에서의 구조변화를 설정한다.

$$\Delta Y_t = \Pi Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Lambda_i \Delta Y_{t-i} + \Omega D_t + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T. \tag{4.1}$$

$\Delta$ 는 1차 차분을 의미하며,  $\epsilon_t$ 는 가우시안 백색잔차벡터이다.  $\Pi = \alpha\beta'$ 는 변수들 간 장기균형관계에 대한 정보를 보유하고,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 각각  $(p \times r)$ 차 행렬이다.  $\alpha$ 는 단기적 이탈에서 장기균형으로 접근해가는 속도를 측정하는 오차수정속도 모수행렬이며,  $\beta$ 의 행렬 중  $r$ 개의 열벡터가 공적분벡터가 된다.  $\Lambda_i$ 는  $i$ 번째 시차에서  $p$ 개 수식들 간 단기조정을 나타내는  $(p \times p)$ 차원의 모수이다.  $D_t$ 는 상수, 선형추세, 더미변수와 같은 확정적 요소로 이루어지는  $q$ 차원의 벡터이며,  $\Omega$ 는  $(p \times q)$ 차원 모수이다.

$p$ 개의 변수들로 구성된  $Y_t$  벡터가 비정상성을 가져도  $\beta'Y_t$  벡터는 정상성을 유지하므로  $\beta$ 를 반복추정함으로써 장기균형관계의 구조변화를 검정할 수 있게 된다.  $\beta$ 를 반복추정하기 위해서는 우선 다음과 같이 변수를 정의한다.

$$\begin{aligned} Z_{0t} &= \Delta Y_t, \\ Z_{1t} &= Y_{t-1}, \\ Z_{2t} &= (\Delta Y'_{t-1}, \dots, \Delta Y'_{t-k+1}, D'_t, 1)', \\ \Phi &= (\Lambda_1, \dots, \Lambda_{k-1}, \Omega). \end{aligned} \tag{4.2}$$

따라서 식 (4.1)과 (4.2)에서 식 (4.3)과 같이 표현할 수 있다.

$$Z_{0t} = \alpha\beta'Z_{1t} + \Phi Z_{2t} + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T. \tag{4.3}$$

구조변화가 조정계수  $\alpha$ 에서 발생하여 장기균형관계에 영향을 미치지 않으면  $\beta$ 는 일정하게 되며 식 (4.3)은 식 (4.4)와 같이 정리된다 (Hansen, 2003). 구조변화가 장기균형관계의 변화에만 기인하면  $\alpha$ 는 일정하게 유지되며, 단기동학을 고정시키고 장기모수를 반복추정하여 모수의 안정성을 검정하는 경우

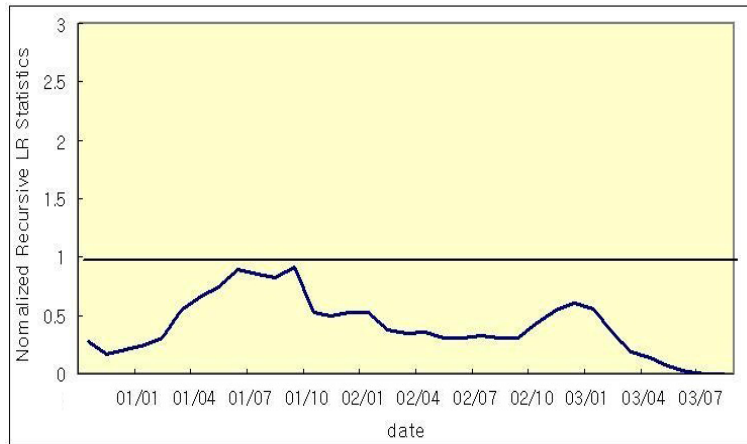


그림 2: 반복적 우도비검정 2

표 7: 더미변수 고려 후  $\lambda_{max}$ 와 Trace 검정

귀무가설	Maximum Eigenvalue Test				Trace Test			
	$\lambda_{max}$	10%	5%	1%	Trace	10%	5%	1%
$r = 0$	51.78***	20.90	33.46	38.77	81.61***	64.84	68.52	76.07
$r \leq 1$	14.46	17.14	27.07	32.24	29.82	43.95	47.21	54.46
$r \leq 2$	9.08	13.39	24.73	25.52	15.36	26.79	29.68	35.65
$r \leq 3$	4.19	10.60	14.07	18.63	5.57	13.33	15.41	20.04
$r \leq 4$	1.38	2.71	3.76	6.65	1.38	2.69	3.76	6.65

모형: 원계열에 선형추세가 있고, 공적분방정식은 상수항만 존재.

에 해당되어 식 (4.3)은 식 (4.5)와 같이 정리된다. 두 경우를 포괄하는 식 (4.6)은 구조변화에 일반적으로 적용되는 모형을 제시한다.

$$Z_{0t} = \alpha_1 \beta' Z_{11t} + \alpha_2 \beta' Z_{12t} + \Phi Z_{2t} + \epsilon_t, \quad (4.4)$$

$$Z_{0t} = \alpha (\beta_1, \beta_2)' (Z'_{11t}, Z'_{12t})' + \Phi Z_{2t} + \epsilon_t, \quad (4.5)$$

$$Z_{0t} = \alpha_1 \beta'_1 Z_{11t} + \alpha_2 \beta'_2 Z_{12t} + \Phi Z_{2t} + \epsilon_t. \quad (4.6)$$

구조변화가 존재하는 기간으로 예상되는 2000년 5월부터 12월까지의 값 1, 나머지 기간은 값 0으로 처리한다. 더미변수를 기존의 변수에 추가해 공적분벡터를 재추정한 결과는 그림 2와 같다. 그림 1에 나타난 공적분벡터의 불안정한 구간도 모두 통계량의 값이 1 이하로 떨어져 전 구간에 걸쳐 안정성이 회복되어 귀무가설을 만족하는 것을 확인할 수 있다. 더미변수를 추가하여 구조적 변화를 검정한 결과 공적분벡터의 안정성이 회복됨에 따라 공적분검정도 더미변수를 추가하여 다시 실시하였다. 표 7의  $\lambda_{max}$  통계량과 Trace 통계량에 따르면 모두 유의수준 1%에서 공적분이 존재하지 않는다는 귀무가설이 기각되어 공적분위수가 1로 검정된다. 공적분벡터를 시외전화 실질매출액에 정규화시키면 표 8과 같은 장기균형식이 도출되며, 식은 표 4와 비슷한 구조적 성향을 보이는 것으로 나타난다.

구조적 변화를 고려하지 않은 경우와 고려한 경우의 공적분관계를 비교하기 위해 Cheung과 Ng (1998)이 사용한 오차수정항을 도출하였다. 더미변수 추가 전과 후의 검정에서 모두 공적분관계가 한 개 존재하는 것으로 나타나 공적분벡터에 대한 오차수정항은 그림 3과 같이 제시하였으며, 구조변화 고려 전과 후를 비교하기 위해 시외전화 실질매출액의 표본평균으로 표준화하여 나타냈다. 그림 3에



표 8: 더미변수 고려 후 정규화 공적분벡터 추정

변수	Eigenvalue	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	Constant
Vector 1	0.5278	1.000	-0.005	-0.002	-42.391	0.008	-6570.681

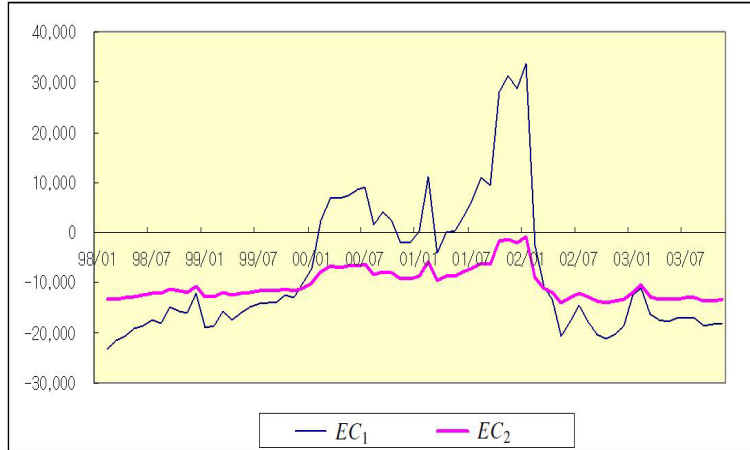


그림 3: 오차수정항의 비교(EC<sub>1</sub>: 구조적 변화를 고려하지 않은 경우의 오차수정항, EC<sub>2</sub>: 구조적 변화를 고려한 경우의 오차수정항)

서 보듯이 두 오차수정항의 변동성에 확연히 차이가 있는 것으로 나타나 더미변수가 구조변화를 잘 반영하고 있음을 추론할 수 있다. 각 오차수정항에 해당하는 식은 아래와 같이 표현되며, 구조변화 고려 이전의 계수값들이 전반적으로 구조변화를 고려했을 때의 계수값보다 과대추정된 것을 확인할 수 있다.

$$EC_1 = A_{1t-1} - 0.015A_{2t-1} - 0.005A_{3t-1} - 41.804A_{4t-1} + 0.032A_{5t-1} - 11598.618,$$

$$EC_2 = A_{1t-1} - 0.005A_{2t-1} - 0.002A_{3t-1} - 42.391A_{4t-1} + 0.008A_{5t-1} - 6570.681.$$

### 5. 맺음말

본 연구에서는 전체 표본의 일부를 증가시켜 가며 반복적으로 추정된 공적분 모수의 시간경로를 파악하는 방식으로 국내 시외전화 시장체계의 구조적 변화에 대해 통계적으로 검정해 보았다. 시장변수들 간 장기적 관계에 구조변화 발생이 검색된 경우 더미변수를 사용하여 전체 기간에 걸쳐 안정성을 회복시키고, 타당한 공적분관계를 도출해 보았다. 오차수정항에 대한 분석결과는 더미변수가 시장체계의 구조적 변화를 반영하는 것으로 나타나며 새로운 통신정책에 따른 국내 통화시장의 지각변동이 구조변화를 유발한 것으로 판별된다.

### 참고 문헌

Andrews, D. W. K. (1993). Tests for parameter instability and structural change with unknown change point, *Econometrica*, **61**, 821-856.  
 Bai, J. and Perron, P. (1998). Estimating and testing linear models with multiple structural changes, *Econometrica*, **66**, 47-78.  
 Banerjee, A., Dolado, J. and Mestre, F. (1998). ECM tests for cointegration in a single-equation framework,

- Journal of Time Series Analysis*, **19**, 267–283.
- Cheung, Y. W. and Ng, L. K. (1998). International evidence on the stock market and aggregate economic activity, *Journal of Empirical Finance*, **5**, 281–296.
- Choi, S. K., Lee, M. H. and Chung, G. H. (2001). Competition in Korean mobile telecommunications market: Business strategy and regulatory environment, *Telecommunications Policy*, **25**, 125–138.
- Golinelli, R. and Orsi, R. (2000). Testing for structural change in cointegrated relationships: Analysis of price-wages models for Poland and Hungary, *Economics of Planning*, **33**, 18–51.
- Gregory, A. W., Nason, J. M. and Watt, D. G. (1996). Testing for structural breaks in cointegrated relationships, *Journal of Econometrics*, **71**, 321–341.
- Hansen, B. E. (1992). Tests for parameter instability in regressions with  $I(1)$  processes, *Journal of Business and Economic Statistics*, **10**, 321–335.
- Hansen, P. R. (2003). Structural changes in the cointegrated vector autoregressive model, *Journal of Econometrics*, **114**, 261–295.
- Hansen, H. and Johansen, S. (1992). Recursive estimation in cointegrated VAR models, *Institute of Mathematical Statistics*, Discussion papers, University of Copenhagen.
- Hansen, H. and Johansen, S. (1999). Some tests for parameter constancy in cointegrated VAR-models, *Econometrics Journal*, **2**, 306–333.
- Johansen, S. and Juselius, K. (1990). Maximum likelihood estimation and inference on cointegration with applications to the demand for money, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, **52**, 169–210.
- King, M. I. (1987). An alternative test for regression coefficient stability, *The Review of Economics and Statistics*, **69**, 379–381.
- Leybourne, S. L. and McCabe, B. P. M. (1989). On the distribution of some test statistics for coefficient constancy, *Biometrika*, **76**, 169–177.
- Nabeya, S. and Tanaka, K. (1988). Asymptotic theory of a test for the constancy of regression coefficients against the random walk alternative, *The Annals of Statistics*, **16**, 218–235.
- Nyblom, J. and Makelainen, T. (1983). Comparisons of tests for the presence of random walk coefficients in a simple linear model, *Journal of the American Statistical Association*, **84**, 856–864.
- Paltridge, S. (2000). Current statistics, mobile communications update, *Telecommunications Policy*, **24**, 453–456.
- Phillips, P. C. B. and Hansen, B. E. (1990). Statistical inference in instrumental variables regression with  $I(1)$  processes, *Review of Economic Studies*, **57**, 99–125.
- Quintos, C. E. (1995). Sustainability of the deficit process with structural shifts, *Journal of Business and Economic Statistics*, **13**, 409–417.

# Structural Change and Stability in a Long-Run Parameter

Tae Ho Kim<sup>1,a</sup>

<sup>a</sup>Department of Information Statistics, Chungbuk National University

---

## Abstract

This study performs statistical tests for stability of a long-run relationship in the telecommunication market system by identifying the time path of a recursively estimated cointegration parameter. A dummy variable is used to recover stability for the period that the null hypothesis of stable cointegration is rejected, and then a proper cointegrating relation is derived. A dummy variable appears to reflect the structural change in the cointegrating relation according to the analytical results for the error correction term.

**Keywords:** Long-run parameter, recursive estimation, short-run dynamics.

---

---

<sup>1</sup> Professor, Department of Information statistics, Chungbuk National University, 410 Sungbong-Ro, Heungduk-Gu, Cheongju, Chungbuk 361-763, Korea. E-mail: thkim@chungbuk.ac.kr