

論文

DOI:10.5139/JKSAS.2011.39.7.618

비행체 시간지연을 고려한 정밀경로추종 PID 제어기법

이인석*, 박상혁**, 이경호**

Tight Path Following PID Controller for a Vehicle with Time Delay

Ihnseok Rhee*, Sanghyuk Park** and Kyoung-ho Lee**

ABSTRACT

In order to complete missions in a complicated terrain or highly dangerous area, an unmanned aerial vehicle(UAV) needs a fine controller to precisely follow the desired path. A PID controller used for the path following feeds forward path curvature information to the control input to improve the path following performance. High gain for PID controller is necessary to follow path tightly. However the high gain could cause instability or performance degradation when the vehicle has slow dynamics. We present PID controller design method which considers response delay of vehicle as well as path curvature. In order to obtain path curvature the desired path is described as a 3rd order polynomial by applying cubic spline interpolation. We apply the proposed controller to the path following of a UAV which is operated in high altitude and has very slow lateral dynamics. The lateral dynamics are modelled as a first order delayed system in the controller design. Nonlinear simulation shows the UAV with proposed controller follows an arbitrary path very tightly.

초 록

무인항공기가 복잡한 지형이나 위험 지역에서 안전한 비행을 하기 위해서는 요구되는 경로를 정밀하게 추종할 수 있는 제어기법이 필요하다. 경로추종을 위해 사용되는 PID 제어기에서는 경로의 곡률을 앞먹임하여 추종성능을 개선할 수 있다. 한편 경로를 정밀 추종하기 위해서는 제어기의 이득을 크게 하는 것이 필요하나 비행체의 응답속도가 느린 경우 큰 경로 추종 이득을 사용할 경우 성능 저하 또는 불안정성이 발생할 수 있다. 여기서는 응답지연을 고려하여 앞먹임을 갖는 PID제어기의 설계방법을 고려하였다. 앞먹임에 필요한 경로정보를 간단히 얻기 위해 주어진 경로를 3차 스플라인 방법을 적용하여 3차 다항식으로 나타내었다. 설계한 제어기의 추종성능을 평가하기 위해 높은 고도에서 운용되는 느린 횡방향 동특성을 갖는 무인항공기에 대해 비선형 시뮬레이션을 수행하였다. 제어기에서는 횡방향 동특성을 1차 모델로 가정하여 반영하였다. 시뮬레이션을 통하여 동특성을 고려한 경우는 비행체가 주어진 경로를 매우 정밀하게 추종함을 확인하였다.

Key Words : PID controller(PID 제어기), Feed-forward control(앞먹임 제어), Path following(경로추종), Response delay(응답지연)

† 2011년 4월 18일 접수 ~ 2011년 6월 24일 심사완료

* 정회원, 한국기술교육대학교 메카트로닉스공학부

교신저자, E-mail : rhee@kut.ac.kr

충남 천안시 동남구 병천면 충절로 1800

** 정회원, 인하대학교 항공우주공학과

1. 서 론

무인항공기의 임무가 복잡해지면 질수록 그에 따른 비행경로도 복잡하고 정교해지기에 복잡한

비행경로를 정밀하게 추종할 수 있는 제어기가 필요하다. 경로추종 기법으로는 추적 기법이 가장 일반적으로 사용된다. 추적 기법은 요구되는 경로위에 미끼를 놓고 비행체가 쫓아가도록 하는 대부분의 방법을 말한다. 가장 기초적인 추적 기법으로는 "Follow the Carrot[1]" 기법이 있는데, 이 기법은 단순히 경로각 오차를 이용하여 경로를 추종하는 방식으로 미끼가 가까울수록 진동이 심하고 추종오차도 크게 나타나는 문제를 안고 있다. 이를 해결하기 위하여 경로각과 함께 수직 거리 오차도 되먹임 하는 방법이 이용되기도 한다. 추적 기법 외에는 비행체의 운동방정식을 상태공간으로 구성하여 PID 제어기를 적용하는 방법이 많이 이용된다. 그러나 일반적인 PD 제어기는 곡률이 있는 경로를 추종하는 문제에서 정상상태 오차를 갖고, PID 제어기는 원위적과 같은 일정한 곡률을 갖는 기준경로에 대해서는 오차 없이 잘 추종하지만, 곡률이 변하는 문제에서는 마찬가지로 오차를 발생하고 적분기가 포함되어 있기 때문에 구동기의 포화로 인한 적분누적(integral windup) 문제가 발생할 수 있다는 단점을 갖는다. 이에 PID 제어기에서는 적분 제어 없이 오차를 감소시키기 위하여 기준경로의 곡률 정보를 앞먹임으로 보상하는 방법을 많이 이용한다[2,3,4].

참고문헌 5는 비선형 제어기를 이용한 경로추종 기법을 제시하고 있다. 제안된 비선형 제어기법은 요구되는 비행경로 위에 기준점을 두고, 이를 일정한 거리 뒤에서 추적하는 방식이다. 이 제어기는 PNG와 동일하다고 볼 수 있고, 이 제어기를 선형화하면 PD 제어기에 앞먹임 제어를 추가하여 경로추종을 수행하는 방법과 유사한 의미의 형태를 갖는다. 두 제어기법은 모두 일반적인 PD 제어기에 요구되는 경로의 곡률을 보상하여 추종오차를 제거하는 방식으로 볼 수 있다. 단, 참고문헌 5에서는 일정한 거리만큼 떨어진 기준점을 산출하여 주어진 경로의 곡률과 관련된 정보를 얻는다.

곡률정보를 앞먹임하기 위해서는 기준경로로부터 곡률정보를 쉽게 얻는 것이 중요하다. 기준경로를 표현하기 위해 3차 스플라인식을 사용할 수 있다[4,6]. 경로의 곡률은 비행체에서 가장 가까운 위치를 산출하고 그 위치에서 주어진 경로의 다항식을 이차 미분함으로써 얻을 수 있다.

본 연구에서는 비행체의 응답지연이 있을 경우 PID제어기에 곡률 정보를 앞먹임하여 보상하는 방법을 연구하였으며 경로점이 주어졌을 때 3차 스플라인 방법으로 기준경로를 생성하는 방법

을 제시하였다. 마지막으로 설계된 제어기를 무인항공기의 비선형 모델에 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다.

II. PID 제어기

2.1 경로추종

경로추종 문제는 기준경로로부터 비행체가 떨어진 거리오차 d 를 0으로 만드는 문제로 Fig. 1과 같은 기하관계를 갖는다. V 는 비행체의 속도를 나타내며 일정한 것으로 가정한다. ψ 는 비행체의 경로각을 나타내고, ψ_{path} 는 기준경로의 경로각으로 비행체에서 가장 가까운 지점에서의 경로각을 나타낸다.

u_c 는 비행체의 가속도를 나타내며 경로추종에서는 제어명령으로 사용한다. 기하정의로부터 거리오차의 변화율 \dot{d} 와 거리오차의 가속도 \ddot{d} 은 아래와 같이 얻어진다.

$$\dot{d} = V \sin(\psi - \psi_{path}) \approx V(\psi - \psi_{path}) \quad (1)$$

$$\ddot{d} = V(\dot{\psi} - \dot{\psi}_{path}) = u_c - V\dot{\psi}_{path} \quad (\because \dot{\psi} = \frac{u_c}{V}) \quad (2)$$

식(2)에서 $V\dot{\psi}_{path}$ 는 비행체가 기준경로를 오차 없이 추종할 때 비행체에 작용하여야 하는 가속도를 나타낸다. 비행체의 응답지연을 무시할 때, 위 식들로부터 제어명령에 의한 거리오차 출력은 Fig. 2와 같이 구성된다.

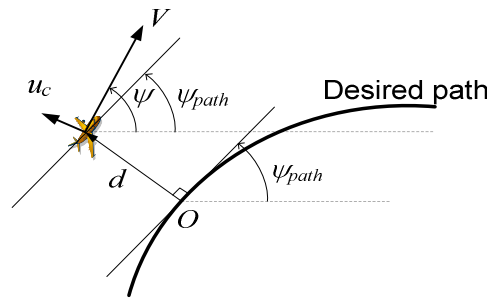


Fig. 1. Path following geometry

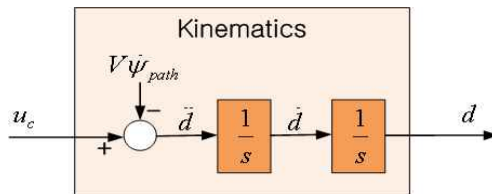


Fig. 2. Kinematic of distance error

기준비행경로는 참고문헌 2와 같이 3차 스플라인 식으로 나타낼 수 있고 곡률정보 $\dot{\psi}_{path}$ 는 3차 스플라인의 미분을 통하여 쉽게 얻을 수 있다.

2.2 PD 제어기

식 (2)를 상태변수로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} d \\ \dot{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ \dot{d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (u_c - V\dot{\psi}_{path}) \quad (3)$$

일반적 PD 제어기는 기준경로의 곡률항을 무시하고 다음 가격함수에 대해 LQR 방법을 적용하여 얻을 수 있다.

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + R u_c^2) dt \quad (4)$$

여기서 $x^T = [d \ \dot{d}]$ 이다. LQR 제어기는 다음과 같이 주어진다.

$$u_c = -K_P d - K_D \dot{d} \quad (5)$$

식 (5)의 제어기를 사용하면 무시한 기준경로의 곡률이 0이 아닌 경우는 경로오차가 없어지지 않는다. 따라서 곡률이 없는 직선경로일 때는 오차 없이 경로추종이 되나 원궤적과 같은 경우 일정한 곡률이 있으므로 일정한 경로추종오차를 가지게 된다.

LQR 방법에서 기준경로의 곡률을 고려하기 위해 가격함수를 다음과 같이 설정하자.

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + R \tilde{u}_c^2) dt \quad (6)$$

여기서 $\tilde{u}_c \equiv u_c - V\dot{\psi}_{path}$ 이다. 이 경우 LQR 제어기는 다음과 같이 표현된다.

$$\tilde{u}_c = u_c - V\dot{\psi}_{path} = -K_P d - K_D \dot{d} \quad (7)$$

기준경로가 미리 주어졌을 경우는 $\dot{\psi}_{path}$ 을 미리 계산할 수 있으므로 제어입력은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_c = V\dot{\psi}_{path} - K_P d - K_D \dot{d} \quad (8)$$

식 (8)은 Fig. 3과 같이 앞먹임이 포함된 PD제어기로 표현된다. 제어입력은 비행체가 기준경로를 완벽하게 추종할 때 필요한 가속도와 거리오차 보정을 위한 가속도로 구성된다. Fig. 3에서 나타난 바와 같이 앞먹임 가속도가 기준경로에 따른 가속도항을 상쇄시켜 경로의 정상상태오차는 사라지게 된다.

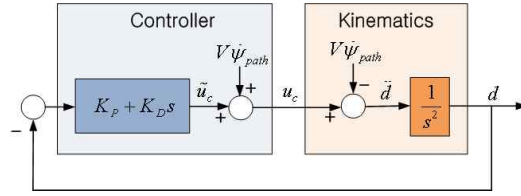


Fig. 3. PD controller with feed-forward

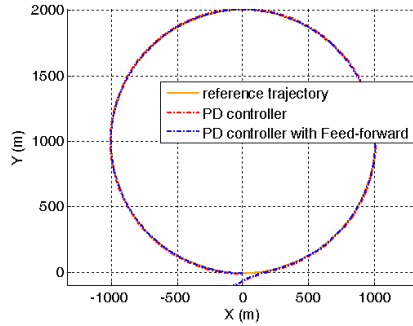


Fig. 4. Flight paths comparison - PD controller

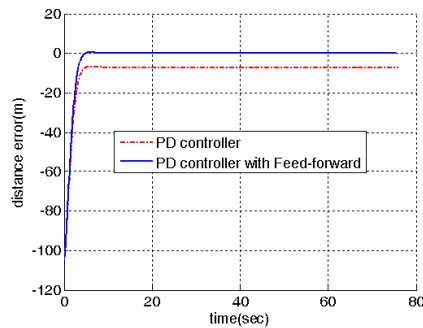


Fig. 5. Distance errors

경로 곡률의 앞먹임의 효과는 시뮬레이션을 통하여 확인할 수 있다. Fig. 4와 5는 질점의 비행체에 대해 앞먹임이 없는 제어기와 있는 제어기의 경로추종 결과를 보여주고 있다. 제어기에 사용된 가중행렬과 제어이득은 다음과 같다.

$$Q = \text{diag}([1 \ 1]), \quad R = 1 \\ K_P = 1, \quad K_D = 1.7321$$

시뮬레이션에서 경로오차 d 는 비행체와 기준비행경로간의 최소거리로 계산하였고 \dot{d} 의 되먹임은 식 (1)을 사용하였다. 기준비행경로는 일정한 곡률을 갖는 반경 1km의 원궤적이고, 비행체 속도는 85m/s로 일정하다고 가정하였다. 그림에 나타나듯이 PD 제어기만으로는 불가능한 원궤적

에 대한 경로추종이 앞먹임을 추가함으로써 가능해진다. 정착시간은 약 5초이며 이후 오차는 완전히 제거된다.

2.3 PID 제어기

앞의 PD 제어기에서 경로오차를 제거하기 위해서는 기준경로의 곡률정보와 비행체의 속도정보를 정확히 알고 있어야 한다. 그러나 실제 경우 곡률정보, 속도정보의 오차에 의해 경로오차를 완벽히 제거하지 못한다. 따라서 식 (7)에서 정의한 \tilde{u}_c 는 다음과 같이 표현된다.

$$\tilde{u}_c = u_c - [V\dot{\psi}_{path}]_{cal} \quad (9)$$

여기서 $[V\dot{\psi}_{path}]_{cal}$ 는 계산된 값을 나타낸다. 이를 식 (2)에 적용하면

$$\ddot{d} = \tilde{u}_c + \Delta_{path} \quad (10)$$

여기서 $\Delta_{path} = [V\dot{\psi}_{path}]_{cal} - V\dot{\psi}_{path}$ 이다.

앞먹임이 없는 경우 $\Delta_{path} = -V\dot{\psi}_{path}$ 이다. 앞먹임을 하더라도 Δ_{path} 가 0이 아닌 경우는 경로오차가 발생하게 된다. Δ_{path} 가 일정한 경우는 다음 방법으로 경로오차를 없앨 수 있다. Δ_{path} 가 일정한 경우 식 (2)를 미분하면

$$\frac{d^3}{dt^3}d = \dot{\tilde{u}}_c \quad (11)$$

이를 상태방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} d \\ \dot{d} \\ \ddot{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ \dot{d} \\ \ddot{d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\tilde{u}}_c \quad (12)$$

LQR방법을 적용하면 다음 제어법칙을 얻는다.

$$\dot{\tilde{u}}_c = -K_I d - K_P \dot{d} - K_D \ddot{d} \quad (13)$$

식 (13)을 적분하면 다음 PID 제어기를 얻는다.

$$\tilde{u}_c = -K_I \int d - K_P d - K_D \dot{d} \quad (14)$$

따라서 제어기 출력은 곡률을 앞먹임하는 PID 제어기로 표현된다.

$$u_c = [V\dot{\psi}_{path}]_{cal} - K_I \int d - K_P d - K_D \dot{d} \quad (15)$$

앞먹임이 없는 경우는 $[V\dot{\psi}_{path}]_{cal} = 0$ 이다.

앞먹임이 있는 경우 식 (10)에서 Δ_{path} 가 앞먹임이 없는 경우보다 작으므로 적분항을 나타내는

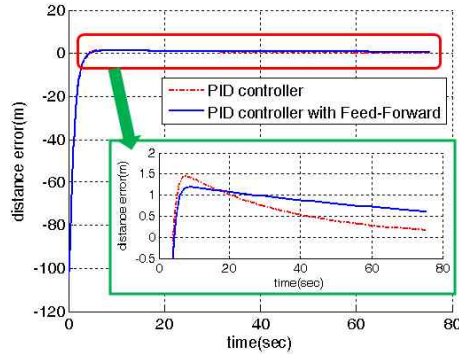


Fig. 6. Distance errors - PID controller

행렬 Q 의 처음 대각항을 작게 설정할 수 있다. 각각의 경우 다음과 같이 가중행렬을 설정하여 시뮬레이션을 수행하였다.

앞먹임이 없는 경우

$$Q = \text{diag}([0.01 \ 10 \ 10]), \quad R = 1 \\ K_I = 0.1, \quad K_P = 3.2885, \quad K_D = 4.0715$$

앞먹임이 있는 경우

$$Q = \text{diag}([0.001 \ 10 \ 10]), \quad R = 1 \\ K_I = 0.0316, \quad K_P = 3.2025, \quad K_D = 4.0503$$

기준경로 및 비행체 속도는 앞에서와 같다. Fig. 6은 두 제어기의 경로추종 오차를 보여준다. 두 제어기 모두 원래적을 추종하는데 정상상태 오차가 발생하지 않고 비슷한 과도응답 특성을 보여준다. 여기서 두 제어기의 제어이득을 비교해보면 비례이득과 미분이득은 그 값이 비슷하다. 그러나 앞먹임이 포함된 제어기는 일반적인 제어기 적분이득의 1/3크기만으로 비슷한 경로추종 성능을 보여준다. 적분이득이 크면 반응이 느려지고 적분누적 문제가 발생할 가능성이 더 커지므로 값이 작을수록 좋다. 결국 앞먹임을 이용하면 PID 제어기의 적분이득을 줄일 수 있다.

Fig. 6의 경로오차는 상승시간 후 0에 가까우나 완벽히 0이 되지 못하고 장시간에 걸쳐 0으로 수렴하는 적분제어기의 특성을 잘 나타낸다. PD 제어기의 상승시간이후 매우 짧은 시간에 0으로 수렴하는 특성과 대비된다.

III. 응답지연이 있을 때 제어기설계

식 (7)의 PD 제어기를 식 (2)에 대입하면 PD 제어를 하였을 때 다음 경로추종 오차 식을 구할 수 있다.

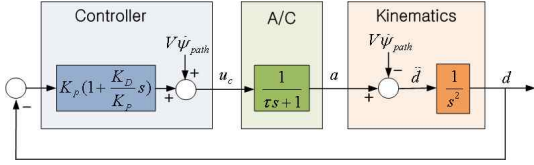


Fig. 7. Path Following loop considering time delay

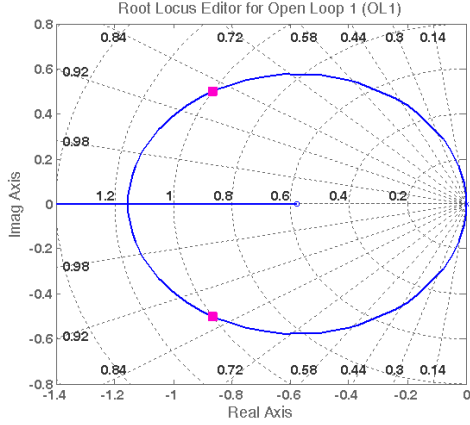


Fig. 8. Root locus of system without considering response delay

$$\ddot{d} + K_D \dot{d} + K_P d = \ddot{d} + 2\zeta\omega_n \dot{d} + \omega_n^2 d = 0 \quad (16)$$

여기서 $\omega_n = \sqrt{K_P}$, $2\zeta = \omega_n(K_D/K_P)$ 이다. 경로 추종 응답속도를 높이기 위해서는 비감쇠고유진동수인 ω_n 을 크게 해야 한다. 이 경우 비행체의 응답지연 시간이 $1/\omega_n$ 과 유사한 크기를 가지면 전체 경로추종에 큰 영향을 미친다.

Fig. 7은 비행체의 응답지연을 1차 시간지연으로 고려했을 때 경로추종루프를 보여준다. Fig. 8은 응답지연이 없는 경우 $K_P/K_D = 1/1.732$ 로 고정되어있을 때 K_P 따른 근궤적 선도를 나타낸다. 그림에서 영점의 위치는 $-K_P/K_D$ 이다. 점으로 표시된 부분은 2.2절에 설계한 PD 제어기의 설계점을 나타낸다. $w_n = 1$, $\zeta = 0.866$ 이다. 그러나 $\tau = 1$ 인 시간지연요소와 Fig. 7과 같이 고려되면 근궤적 선도는 Fig. 9와 같이 변경되고 설계점인 $K_P = 1$ 에서 감쇠비가 $\zeta = 0.137$ 로 감소하여 상당한 성능저하가 발생한다.

비행체의 응답지연이 클 경우 응답지연을 고려하여 경로추종제어기를 설계해야 한다. 비행체의 응답지연을 1차 지연시스템으로 고려하면 식 (2)를 다음과 같이 표현할 수 있다.

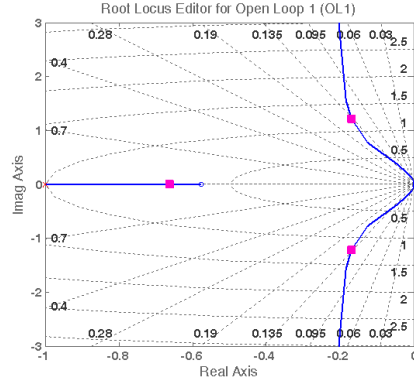


Fig. 9. Root locus of system with considering response delay

$$\ddot{d} = a - V\dot{\psi}_{path} \quad (17)$$

$$\dot{a} = \frac{1}{\tau}(u_c - a) \quad (18)$$

여기서 a 는 비행체의 가속도, u_c 는 제어기의 가속도 명령, 그리고 τ 는 비행체의 시간지연을 나타낸다. $\tilde{a} = a - V\dot{\psi}_{path}$ 라 정의하면 식 (17)과 (18)을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\ddot{d} = \tilde{a}, \quad \dot{\tilde{a}} = \frac{1}{\tau}(\tilde{u}_c - \tilde{a}) \quad (19)$$

여기서 $\tilde{u}_c = u_c - V\dot{\psi}_{path} - \tau V\ddot{\psi}_{path}$ 이다. 이를 상태 방정식으로 변환하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} d \\ \dot{d} \\ \tilde{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ \dot{d} \\ \tilde{a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \tilde{u}_c \quad (20)$$

LQR 방법을 적용하면 다음 형태의 제어기를 얻을 수 있다.

$$\tilde{u}_c = -K_P d - K_D \dot{d} - K_u \tilde{a} \quad (21)$$

이로부터 제어기 출력은 다음과 같이 계산된다.

$$u_c = -K_P d - K_D \dot{d} - K_u (a - V\dot{\psi}_{path}) + V\dot{\psi}_{path} + \tau V\ddot{\psi}_{path} \quad (22)$$

식 (22)의 우변 처음과 두번째 항은 PD제어기를 나타내고 세 번째 항은 시간지연에 대한 보상을 나타낸다. Fig. 10은 비행체의 시간지연을 고려하여 설계한 LQR 제어루프를 나타낸다. 제어기에서는 기준경로의 곡률 $\dot{\psi}_{path}$ 와 곡률변화 $\ddot{\psi}_{path}$ 를 앞먹임하고 있다.

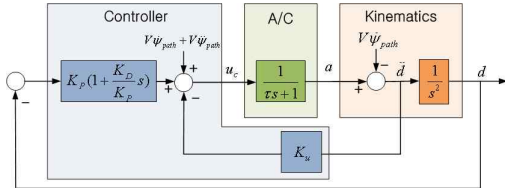


Fig. 10. PD controller considering response delay

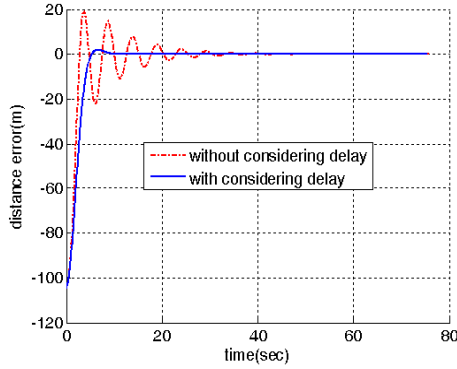


Fig. 11. Distance errors - without/with considering response delay

LQR의 가중치를 다음과 같이 설정하고 시뮬레이션을 수행하였다.

$$Q = \text{diag}([1 \ 1 \ 1]), \quad R = 1$$

$$K_P = 1, \quad K_D = 2.8927, \quad K_u = 2.6839$$

Fig. 11은 경로추종 오차를 보여준다. 응답지연을 고려한 제어기는 주어진 원궤적을 잘 추종하지만 고려되지 않은 제어기는 비행체의 응답지연에 의해 초기 진동이 크게 발생하는 것을 볼 수 있다.

2.3절에서 언급한 바와 같이 제어기의 앞먹임이 실제 경로의 곡률을 상쇄하지 못할 경우 정상 상태에서 오차가 발생한다. 이 경우는 다음 방법으로 응답지연을 고려한 PID제어기를 구성할 수 있다. 식 (19)에서 정의한 \tilde{a} 는 실제에서는 식 (9)와 유사하게 다음과 같이 구성된다.

$$\tilde{a} = a - [V\dot{\psi}_{path}]_{cal}$$

이를 식 (18)과 (19)에 대입하면 다음과 같다.

$$\ddot{d} = \tilde{a} + \Delta_{path}, \quad \dot{\tilde{a}} = \frac{1}{\tau}(\tilde{u}_c - \tilde{a}) \quad (23)$$

2.3절과 같이 Δ_{path} 가 일정한 경우에는 미분하여 Δ_{path} 를 없앨 수 있다.

$$\frac{d^3}{dt^3}d = \dot{\tilde{a}}, \quad \dot{\tilde{a}} = \frac{1}{\tau}(\tilde{u}_c - \tilde{a}) \quad (24)$$

여기서 $\tilde{u}_c = u_c - [V\dot{\psi}_{path}]_{cal} - \tau[V\ddot{\psi}_{path}]_{cal}$ 이다. 상태변수를 $[d \ \dot{d} \ \ddot{d} \ \tilde{a}]^T$ 로 정의하면 다음 행렬식을 얻는다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} d \\ \dot{d} \\ \ddot{d} \\ \tilde{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ \dot{d} \\ \ddot{d} \\ \tilde{a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \tilde{u} \quad (25)$$

LQR을 적용하면 다음 식을 얻는다.

$$\dot{\tilde{u}} = -K_I d - K_P \dot{d} - K_D \ddot{d} - K_u \tilde{a} \quad (26)$$

식 (26)을 적분하면 응답지연을 고려한 PID 제어기를 얻을 수 있다.

$$u_c = -K_I \int d - K_P d - K_D \dot{d} - K_u (a - [V\dot{\psi}_{path}]_{cal}) + [V\dot{\psi}_{path}]_{cal} + \tau[V\ddot{\psi}_{path}]_{cal} \quad (27)$$

Δ_{path} 는 직선경로 또는 원경로를 제외한 일반적 경우는 일정하지 않으므로 일반적 경로에 대해서는 식 (27)의 제어기는 경로오차를 완전히 제거하지 못한다. 그러나 Δ_{path} 의 바이어스항에 의한 경로오차는 식 (27)이 제거할 수 있다.

IV. Cubic spline

앞서 기준경로를 추종하기 위한 PID 제어기를 구성하였다. 이러한 기법을 이용하기 위해서는 기준경로의 정보가 무인항공기에 탑재되어 있어야 한다. 경로추종을 위하여 전체 경로의 정보를 탑재하는 것은 메모리에 부담이 되므로 적절한 간격의 점 정보를 탑재하게 된다. 하지만 연속되지 않은 점 정보만으로는 정확한 경로추종이 어렵고, 정확하게 경로추종을 하고자 할수록 무인항공기에 탑재되는 데이터의 크기가 커지기 때문에 일반적으로 비행궤적을 3차 스플라인으로 나타내어, 3차 다항식의 계수만을 비행체에 탑재하는 방법을 사용한다[4, 6]. 여기서는 몇 개의 경로점이 주어졌을 때 3차 스플라인을 이용하여 비행궤적을 나타내는 방법을 고려하자.

Fig. 12와 같이 평면상에 좌표 (x_i, y_i) , $i=0,1,2,\dots,n$ 이 주어졌을 때 좌표를 잇는 경로는 파라미터 l 을 사용하여 3차 스플라인 곡선으로 표시할 수 있다. 경로- i 는 좌표 (x_i, y_i) 부터 좌표 (x_{i+1}, y_{i+1}) 까지 경로로 정의한다.

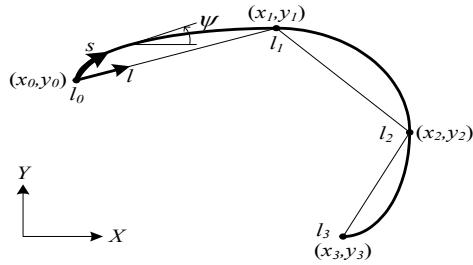


Fig. 12. Geometry of cubic spline

Fig. 12에서 $l_0 = 0$ 로 설정할 수 있고, 각 경로 점에서 파라미터 $l_i (i=1, \dots, n)$ 가 주어졌을 때 경로 $X(l)$ 과 $Y(l)$ 은 파라미터 l 에 대한 다음 3차 식으로 표현된다. 경로- i 에서

$$X_i(l) = a_0^i (l-l_i)^3 + a_1^i (l-l_i)^2 + a_2^i (l-l_i) + a_3^i \quad (28)$$

$$Y_i(l) = b_0^i (l-l_i)^3 + b_1^i (l-l_i)^2 + b_2^i (l-l_i) + b_3^i \quad (29)$$

식 (28), (29)는 다음 조건을 만족해야 한다.

$$X_i(l_i) = x_i \quad (i=0, 1, \dots, n-1), \quad X_{n-1}(l_n) = x_n \quad (30)$$

$$X_i(l_{i+1}) = X_{i+1}(l_{i+1}) \\ i=0, 1, \dots, n-2 : \text{for continuity} \quad (31)$$

$$\left. \frac{dX_i}{dl} \right|_{l=l_{i+1}} = \left. \frac{dX_{i+1}}{dl} \right|_{l=l_{i+1}} \quad (32)$$

$i=0, 1, \dots, n-2$, : for continuity of slope

$$\left. \frac{d^2 X_i}{dl^2} \right|_{l=l_{i+1}} = \left. \frac{d^2 X_{i+1}}{dl^2} \right|_{l=l_{i+1}} \quad (33)$$

$i=0, 1, \dots, n-2$: for continuity of curvature

$$Y_i(l_i) = y_i \quad (i=0, 1, \dots, n-1), \quad Y_{n-1}(l_n) = y_n \quad (34)$$

$$Y_i(l_{i+1}) = Y_{i+1}(l_{i+1}) \\ i=0, 1, \dots, n-2 : \text{for continuity} \quad (35)$$

$$\left. \frac{dY_i}{dl} \right|_{l=l_{i+1}} = \left. \frac{dY_{i+1}}{dl} \right|_{l=l_{i+1}} \quad (36)$$

$i=0, 1, \dots, n-2$: for continuity of slope

$$\left. \frac{d^2 Y_i}{dl^2} \right|_{l=l_{i+1}} = \left. \frac{d^2 Y_{i+1}}{dl^2} \right|_{l=l_{i+1}} \quad (37)$$

$i=0, 1, \dots, n-2$: for continuity of curvature

l_i 가 주어졌을 때 구속조건 (30)~(37)을 만족하는 식 (28)과 (29)는 3차 스플라인 곡선이 된다. 그러나 l_i 는 임의로 설정되는 값으로 l_i 의 설정에 따라 경로는 변경된다.

경로- i 는 $l \in [l_i, l_{i+1}]$ 에서 정의된다. 여기서는 경로- i 의 길이와 경로- i 를 정의하는 파라미터 l 의 범위가 같도록 $l_i (i=1, 2, \dots, n)$ 를 설정하도록 하자.

길이방향의 변화량 ds 와 X 방향과 Y 방향의 변화량 dX 와 dY 의 관계는 다음과 같다.

$$ds = \sqrt{dX^2 + dY^2} = \sqrt{\left(\frac{dX}{dl}\right)^2 + \left(\frac{dY}{dl}\right)^2} dl \quad (38)$$

식 (28)과 (29)로부터 구간- i 에서

$$f_i(l) = \frac{dX_i}{dl} = 3a_0^i (l-l_i)^2 + 2a_1^i (l-l_i) + a_2^i \quad (39)$$

$$g_i(l) = \frac{dY_i}{dl} = 3b_0^i (l-l_i)^2 + 2b_1^i (l-l_i) + b_2^i \quad (40)$$

식 (39)과 (40)을 식 (38)에 대입하고 적분하면

$$\int_{s_i}^{s_{i+1}} ds = \int_{l_i}^{l_{i+1}} \sqrt{f_i(l)^2 + g_i(l)^2} dl, \quad i=0, 1, \dots, n-1 \quad (41)$$

경로- i 의 길이가 경로- i 를 정의하는 파라미터 l 의 범위와 같으므로

$$\int_{s_i}^{s_{i+1}} ds = l_{i+1} - l_i \quad (42)$$

이다. 따라서 다음 식을 얻는다.

$$l_{i+1} - l_i = \int_{l_i}^{l_{i+1}} \sqrt{f_i(l)^2 + g_i(l)^2} dl, \quad i=0, 1, \dots, n-1 \quad (43)$$

식 (43)은 n 개의 구속조건을 나타낸다. 식 (28)~(37)과 (43)을 풀면 Fig. 12의 경로를 구할 수 있다.

실제로 경로추종에 필요한 정보는 비행경로의 경로각과 곡률이다. Fig. 12의 경로- i 에서 경로각 ψ_i 는 다음과 같이 주어진다.

$$\psi_i(l) = \tan^{-1} \left\{ \frac{g_i(l)}{f_i(l)} \right\} \quad (44)$$

또한 식 (44)로부터 곡률 $\dot{\psi}_i$ 및 $\ddot{\psi}_i$ 는 다음과 같이 주어진다. 이때 “'”, “''”은 각각 l 에 대한 1차 미분 및 2차 미분을 나타낸다.

$$\dot{\psi}_i = V \frac{d\psi_i}{dl} = V \frac{g_i' f_i - f_i' g_i}{f_i^2 + g_i^2} \quad (45)$$

$$\ddot{\psi}_i = V^2 \frac{d^2 \psi_i}{dl^2} = V^2 \left\{ \frac{g_i'' f_i - f_i'' g_i}{f_i^2 + g_i^2} - \frac{2f_i' g_i' (f_i^2 - g_i^2) - 2fg((f')^2 - (g')^2)}{(f_i^2 + g_i^2)^2} \right\} \quad (46)$$

V. 비선형 모델 시뮬레이션

이 절에서는 높은 고도에서 운용되는 무인항공기의 경로추종을 고려하였다. 고려한 항공기는 매우 느린 횡방향 동특성을 가지지만 임무수행을 위해 정밀한 경로 추종이 요구된다. 시뮬레이션은 6자유도 비선형모델을 사용하여 수행하였다.

경로추종에서 무인항공기는 종방향에 대해서는 자동비행조종장치의 고도유지 모드와 속도유지 모드로 운용되고 횡방향에 대해서는 롤각 유지 모드로 운용된다. 롤각 유지모드에서는 항공기의 운용요구조건에 따라 최대 롤각을 $\pm 20\text{deg}$ 로 제한하고 있다. 경로추종 제어기는 자동비행조종장치의 외부루프로 작동한다. 경로추종에 필요한 추가속도는 롤운동을 이용하여 발생시키므로 추가속도 명령은 롤각 명령으로 변환되어 롤각 유지모드의 명령으로 입력된다. 롤각 유지모드의 단위계단 응답은 Fig. 13에 나타내었으며 매우 느린 동특성을 보여준다. 응답은 2차계의 특성을 나타내지만 경로추종 제어기 설계를 위해 1차 지연시스템으로 근사하였다. 정상상태의 63%가 되는 시점을 고려하여 1차 근사시스템의 시정수를 0.8로 가정하였다. 비행체의 속도는 85m/s이고, 각 제어기의 설계를 위한 가중치 및 제어이득은 Table 1과 같다. 모든 제어기는 경로의 곡률정보를 앞먹임한다.

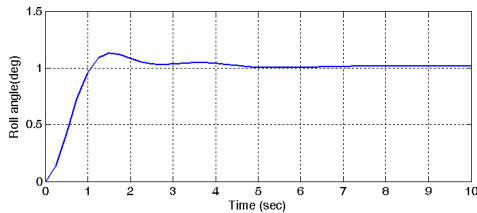


Fig. 13. Step response from ϕ_c to ϕ (roll angle)

Table 1. Weightings and controller gains

제어기	가중치
	제어이득
PD without considering delay	$Q = \text{diag}([1 \ 1]), R = 1$
	$K_P = 1, K_D = 1.7321$
PD with considering delay	$Q = \text{diag}([1 \ 1 \ 1]), R = 1$
	$K_P = 1, K_D = 2.4176, K_u = 1.4224$
PID with considering delay	$Q = \text{diag}([0.001 \ 1 \ 1 \ 1]), R = 1$
	$K_I = 0.0316, K_P = 1.076, K_D = 2.4931, K_u = 1.4472$

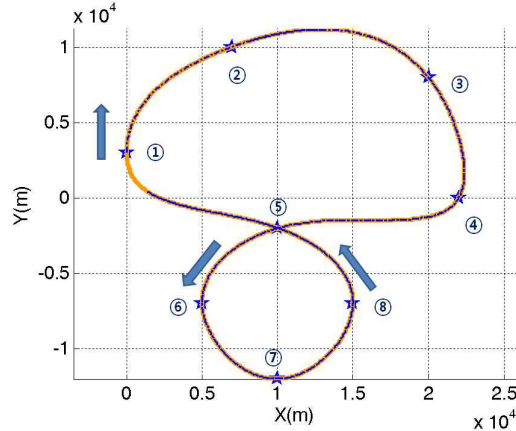


Fig. 14. Reference path for nonlinear simulation

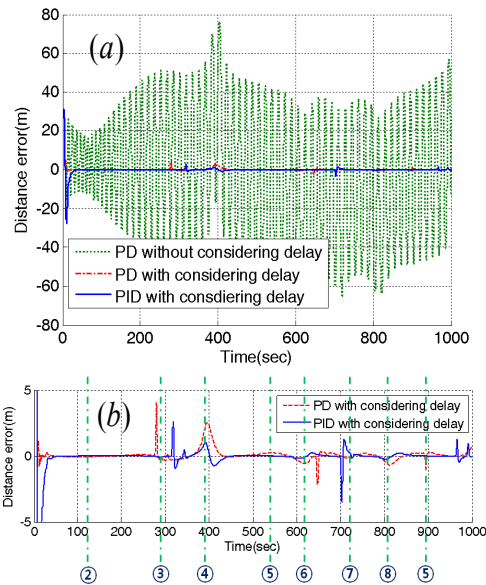


Fig. 15. Distance error - nonlinear simulation

Fig. 14는 별표로 주어진 경로점에 대해 4절의 방법을 통해 3차 스플라인 곡선으로 생성한 경로이다. 경로점은 무인항공기의 최대 가속도를 고려하여 설정되었다. 시작점은 가장 왼쪽의 별표이며 좌표로는 (0, 0.5Km)이다. 시작지점에서 경로오차는 30m로 설정하고 경로추종 시뮬레이션을 수행하였다. 경로오차는 Fig. 15와 같다.

Fig. 15(a)에서 응답지연을 고려하지 않은 PD 제어기는 무인항공기의 응답지연으로 인하여 불안정해지는 특성을 보인다. Fig. 15(b)는 응답지연을 고려한 PD 및 PID제어기의 경로오차를 확대하여 보여준다. Fig. 15(b)에는 비행체가 각 경

로점을 지나는 시간을 표시하였다. 경로주종 초기에 PID제어기가 PD제어기에 비해 큰 과도응답을 나타낸다. 이는 출력포화에 따른 적분누적(Integral Windup)에 따른 영향이다. 경로점 통과시 곡률의 변화량이 큰 경로점 ④에서 경로오차가 크게 발생하며 PID제어기의 경로오차가 더 작게 나타나는 것을 볼 수 있다.

시간 300초와 650초 전후에 나타나는 경로오차의 피크는 자동비행조종장치에 의해 나타나는 것으로 자동비행조종장치의 튜닝이 필요할 것으로 판단된다. PD와 PID 제어기 모두 무인항공기의 곡률이 크게 변하는 구간에서도 최대 거리오차가 5m 이내로 정밀한 추종성능을 보인다.

전반적으로 볼 때 적분누적오차가 나타나는 초기를 제외한 경로에서는 PID제어기가 PD제어기가 우수한 것으로 나타나지만 추종성능의 향상은 그리 크지 않은 것으로 나타난다.

PD 제어기에서 추종경로의 곡률을 앞먹임하기 때문에 PID 제어기와 마찬가지로 정상상태오차가 나타나지 않는다. PD제어기로도 경로를 정밀 추종할 수 있어 적분기 사용을 지양할 수 있다. 이로서 PID제어기에서 나타나는 출력 포화에 따른 적분누적 문제를 배제할 수 있다.

V. 결 론

본 연구는 PID 제어를 이용한 정밀한 경로추종 제어를 제안하였다. 요구되는 경로를 3차 스플라인으로 근사하면 경로의 곡률을 산출하기 쉽기 때문에 일반적인 PID 제어기에 곡률을 앞먹임할 수 있고, 앞먹임이 포함된 PID 제어기는 일반적인 PID 제어기에 비하여 더 좋은 성능을 보인다. 특히 앞먹임을 포함하는 경우, PD 제어기만으로도 충분히 정밀한 경로추종이 가능하여 적분기 사용을 지양할 수 있다. 또한 무인항공기가 갖는 응답지연 특성을 1차 시스템으로 가정하여 PD 제어기에 고려함으로써 무인항공기의 응답지연으로 인해 발생하는 성능저하를 방지할 수 있다.

후 기

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었으며, 이에 대해 깊이 감사를 드립니다(계약번호UD100048JD). 아울러 연구의 일부는 한국기술교육대학교의 교육연구진흥비지원 프로그램의 지원을 받아 수행되었습니다.

참고문헌

- 1) Barton, M. J., *Controller Development and Implementation for Path Planning and Following in an Autonomous Urban Vehicle*, Undergraduate thesis, University of Sydney, 2001.
- 2) De Luca, A., Oriolo, G., and Samson, C., Feedback Control of a Nonholonomic Car-like Robot, in J. Laumond, ed., *Robot motion planning and control, Lecture Notes in Control and Information Science*, Vol. 229, Springer, 1998. pp. 171~253.
- 3) Thomas Hellstrom and Ola Ringdahl, "Follow the Past: a path-tracking algorithm for autonomous vehicles", *Int. J. Vehicle Autonomous System*, Vol. 4, Nos 2-4, 2006., pp. 216-224.
- 4) Rhee, I., Park, S. and Ryoo, C. K., "A Tight Path Following Algorithm of an UAS Based on PID Control", *SICE Annual Conference 2010*, Taipei, Taiwan, 2010, pp. 1270~1273.
- 5) Park, S., Deyst, J., and How, P., "Performance and Lyapunov Stability of a Nonlinear Path Following Guidance Method", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 30, No. 6, 2007, pp. 1718~1728.
- 6) Pears, N. E., "Mobile robot tracking of pre-planned paths", *Advanced Robotics*, Vol. 15, No. 1, 2001, pp. 97-107.