

2개의 블레이드로 구성된 회전익 끝와류들의 간섭 특성[§]

손용준* · 박병호* · 한용운*[†]

* 영남대학교 기계공학부

Experimental Study on the Evolution of Tip Vortex Structures Generated by a Two-Bladed Rotor

Yong Joon Sohn*, Byung Ho Park* and Yong Oun Han**[†]

* School of Mechanical Engineering, Yeungnam Univ.

(Received December 17, 2010 ; Revised April 21, 2011 ; Accepted May 11, 2011)

Key Words: Rotor Blade(로터 블레이드), Wake Age(후류 시기), Tip Vortex(끝와류), Vortex Filament(와류 필라멘트), LDV(레이저 도플러 유속계), Vortex Stretching(와류 이완)

초록: 대칭익형 단면에 미세한 피치각의 차이를 가지는 두 개의 로터 블레이드의 끝에서 발생하는 와류들의 상호 간섭을 관측하기 위하여 2차원 LDV를 활용하여 끝와류의 회전속도 성분과 축방향속도 성분들을 후류시기에 따라서 측정하였다. 선행 블레이드는 끝와류 축방향 성분이 정규분포를 나타내는 상사성을 위배한 반면, 후행 블레이드는 회전속도 성분이 복합와류를 나타내는 Vatisas' n=2 모형의 상사성을 위배하는 것으로 관찰되었다. 또한, 후류시기 200~240도 근방에서 두 끝와류의 궤적이 근접되어 상호 간섭을 나타내는 것으로 밝혀졌으며 이 시기 동안 후행블레이드의 와류이완 현상이 발생하는 것으로 확인이 되었다. 이러한 후류 간섭은 관절형 허브를 가지는 로터에서도 발생될 것으로 예측된다.

Abstract: In order to observe the wake interaction between tip vortices generated by a two-bladed rotor with slightly different pitch angles, the velocity components of the tip vortices were measured by using a two-dimensional LDV system. It was observed that the swirl velocity components of the ensuing blade deviated from the Vatisas' n = 2 vortex model and the axial velocity components of the preceding blade deviated from the Gaussian profile. It was also found that in the wake-age range of 200° to 240°, the filament of the ensuing blade tip vortex was stretched as result of the closing in of two vortices. The results from these observations suggest the possibility that a similar wake interaction is generated in actual rotor blades, especially, in the ones with articulated hubs.

- 기호설명 -

1. 서론

- r : 무차원 와류반경
- r_c : 무차원 와류핵반경
- n : 선회속도성분 모델계수
- V_θ : 선회속도성분(m/sec)
- U : 축방향속도성분(m/sec)
- V_{tip} : 로터끝회전속도(m/sec)
- Γ : 순환량(m²/sec)
- Γ_{vortex} : 핵반경에 의한 순환량(m²/sec)

항공기의 프로펠라나 회전익기의 로터 블레이드 끝에서는 생성된 강한 회전 운동량을 가지는 끝와류(tip vortex)는 상당한 기간 동안 항공기의 기체 또는 블레이드 회전면 주변에 머물러 주기적인 점수 진동과 강력한 소음발생 원인으로 작용한다. 이는 강한 각운동량을 가지는 와류 필라멘트(vortex filament)가 기체표면에 근접할 경우에 순간적인 전단력이 증가하고 동일한 공간에서 정압이 감소하는 현상이 나타나는데 이러한 와류 궤적이 지나갈 때마다 지역적으로 주기적인 진동을 유발시키기 때문이다. 또한, 헬리콥터가 하강 비행을 할 경우에는 로터 블레이드의 회전면에서 앞의 블레이드에서 발생된 끝와류의 궤적이 다른

§ 이 논문은 대한기계학회 2010년도 추계학술대회 (2010. 11. 3.-5., ICC제주) 발표논문임

[†] Corresponding Author, yohan@yu.ac.kr

© 2011 The Korean Society of Mechanical Engineers

회전 블레이드에 의하여 계속해서 파단 되므로 주기적인 강한 공기역학적 파단소음(blob noise)의 발생의 원인이 된다.^(1,2) 따라서, 블레이드의 길이가 유한하기 때문에 어쩔 수 없이 발생하는 끝와류는 공학적인 측면에서 가능한 발생초기에 약한 와류로 만들어지면서 빨리 확산된 후에 소멸되도록 하는 것이 유리하다.

일반적으로, 끝와류는 생성, 확산, 변형 및 소산의 과정을 겪으면서 수명을 마감한다. 생성과정은 상대적으로 짧은 시간에 이루어지나 생성이후 확산과정은 와류궤적의 수명 대부분의 시간에 걸쳐 진행된다. 특히, 회전익 끝와류의 경우 와류궤적이 나선형의 구조를 가지는데 하류로 갈수록 각운동량이 점성소산에 의하여 약화되고 외부적 교란 등에 의한 불안정요인이 증가되어 와류 필라멘트의 중심축이 늘어나는 와류 이완(vortex stretching)현상이 발생한다.^(3,4) 이 때, 규칙적인 나선형의 구조가 허물어짐과 동시에 각각 다른 블레이드에 의하여 발생된 와류 궤적들이 서로 간섭하므로 와류의 소산과정이 활발해지면서 급격히 소멸한다.

회전익 끝와류의 구조에 대한 연구에서 후류시기란 와류의 궤적에 따른 블레이드의 회전각도를 의미한다. 기존의 연구는 주로 후류시기가 720도 이내(즉, 와류가 생성된 이후 로터 및 2회전)의 와류초기단계에서 생성과 확산 과정에 대하여 집중되어 발표⁽⁵⁻⁷⁾되고 있으며, 얻어진 결과들은 로터 후류의 예측을 위한 모델 검증에 매우 중요한 자료를 제시한다. 그렇지만, 대부분의 로터 후류 문제들이 먼 하류에서 발생하는 와류 궤적의 변형 때문에 발생하기 때문에 초기 단계 자료의 유용성에는 한계가 있다. 그렇지만, 상당한 회전이 진행된 후에도 어느 정도 세기를 유지하는 확산과정의 와류를 얻기가 매우 힘들는데 이는 확산과정 중의 다른 블레이드에 의한 간섭으로 인해 나선형구조가 불안정해 지기 때문이다. 또한, 실험실에서 모델 로터를 활용해 충분히 강한 끝와류를 하류까지 발생시키는 것은 실험실의 제약조건 때문에 한계가 있다. 따라서, 하류에서 발생하는 와류 중심의 이완 및 변형 또는 소산과정을 실험적으로 관측한다는 것은 매우 어렵다.

본 논문에서는 이러한 실험적 한계를 극복하기 위하여 2개의 블레이드를 가지는 로터 장치를 활용하여 장착된 블레이드 피치각을 인위적으로 약

간 다르게 하여 발생된 두 개의 끝와류의 궤적이 이른 시기에 겹치도록 하여 와류특성이 어떻게 변화하는지 관찰하여 규칙적 끝와류 구조의 인위적 변형 특성을 제시하고자 한다. 이들의 결과는 회전익 비행체의 후류특성과 유사한 프로펠라의 후류 및 풍력터빈의 후류 특성을 예측함에 매우 중요한 관측 결과를 제시한다.

2. 실험조건

끝와류를 안정되게 발생시키기 위하여 Fig. 1과 같이 두 개의 직선 블레이드가 시소형의 허브에 대칭적으로 고정된 모델 로터 시스템을 구성하였다. 장착된 블레이드의 단면은 NACA0015인 대칭익을 사용하였으며 시위와 블레이드의 길이가 각각, 0.04m, 0.45m인 직선 블레이드를 사용하였다. 블레이드 끝의 형상은 직선면으로 하여 강한 끝와류가 형성되도록 하였으며 허브장착을 위한 컷아웃(cutout)크기는 회전 반경의 15%를 유지하였다.

이른 후류시기에 두 끝와류의 간섭을 유도하기 위하여 각 블레이드의 피치각을 4.2도 및 3.4도로 유지하여 각각, 강한 와류의 형성을 유도하여 측정이 용이하도록 두 궤적 모두 하류로 이동시켜 회전면의 블레이드의 간섭을 피하도록 하였고 가능한 큰 피치각의 끝와류가 1회전 이내에서 작은 피치각 끝와류와 만나도록 하였다.

지면효과를 받지 않는 제자리 비행의 유동구조를 모사하기 위하여 로터블레이드들의 회전면을 수직면으로 구성하고 끝와류로 형성되는 나선궤적의 후류궤적들이 수평방향으로 전개되도록 하

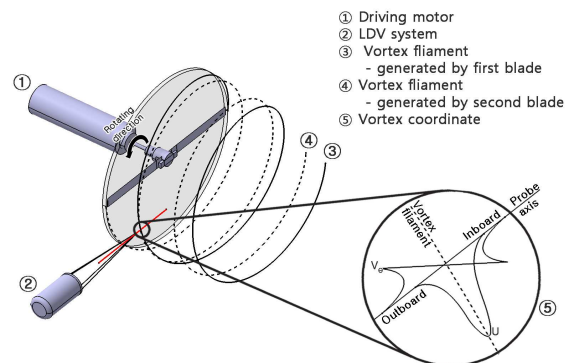


Fig. 1 Schematics of rotor and vortex filaments and vortex coordinate

였다. 로터의 회전동력은 5kW의 수중모터를 커플링으로 연결하여 공급되었으며 평균 10시간 이상의 연속시험을 위하여 모터 외벽에 수냉식 회로를 구성하여 냉각시켰다. 모터회전속도는 2100rpm (35Hz)을 유지하여 블레이드 끝마하수, M_{tip} 가 0.29 ($Re=3.27 \times 10^5$)로 고정시켰다. 장시간 운전에 대한 미세 속도 교란을 방지하기 위하여 광학센서에 의한 회전속도를 피드백 회로를 구성하여 $\pm 3\text{rpm}$ 이내 오차 범위에서 정격속도를 유지하였다.

실험은 후류시기에 따라서 생성되는 끝와류의 속도벡터를 측정하도록 구성되었다. Fig. 1에서 나타난 것과 같이 일정속도와 고정된 피치각에 의하여 발생된 와류는 블레이드회전면에서 발생된 하강유동을 따라서 나선형의 궤적을 이루며 이동한다. 따라서, 블레이드 끝에서 일정거리(즉, 특정 후류시기)를 갖는 궤적에 수직한 면에서 끝와류의 회전속도 성분을 상평균(phase-average)하여 측정하였고 동시에, 궤적을 포함한 수평면상에서는 정지된 공기 중에서 블레이드가 회전함으로 유도되는 축방향 성분을 역시 상평균하여 얻었다. 두 개의 속도 성분을 측정하기 위하여 4W급의 Ar-Ion 레이저 광원(Spectra-Physics)과 2차원 레이저 도플러 유속계(Dantec)가 활용되었다. 파장이 각각 488, 412 μm 인 녹색과 청색빔으로 분광된 빔들은 50cm의 초점거리로 집광되어 초점체적의 반경이 약 80 μm 이내인 조건에서 후방산란(BSA)장치를 사용하여 동시모드로 측정하였다. 또한, 측정점을 이동시키기 위하여 공간분해능이 100 μm 인 3차원 이송장치를 활용하여 경통을 이동시켰다.

레이저 간섭을 유도하기 위한 미세한 액적을 초점체적에 부유(seeding)시키기 위하여 가열 및 압출방식에 의한 특수 제작된 미네랄오일(SAFEX社)을 사용하여 평균 직경 0.2 μm 인 기화된 액적을 부유시켰다. 부유된 액적은 로터의 회전면 외곽에서 자연대류방식으로 끝와류 궤적에 유입되도록 하여 최대한 발생된 공기유동과 자연스럽게 합류하도록 하였다.

특정한 후류시기에서 끝와류를 측정하기 위하여 와류중심을 포함하는 측정격자를 구성하였다. 일반적으로, 단면에 측정격자를 구성하기 어렵기 때문에 약 3단계를 걸쳐서 조밀격자를 구성하여 완벽히 와류가 격자 내에 포획된 후에 최종 격자를 비균일하게 구성하여 측정하였다. 본 실험에

서 사용된 레이저 도플러 유속계는 3600 bin의 각 분해능을 갖도록 구성되었으므로 10개의 bin에서 얻어진 상평균 값들을 재평균하여 후류시기를 1° 단위로 제시하여 속도값을 측정하였다.

3. 실험결과 및 분석

3.1 끝와류의 구조

끝와류의 구조를 알기위하여 블레이드끝 회전면에 수직인 단면에서 일정 후류시기를 지난 끝와류의 선회속도와 축방향속도 성분들을 측정하여 와류구조를 분석하였다. Fig. 2는 선행블레이드(피치각 4.2°)에 의해 얻어진 선회속도 성분들을 1회전 동안의 후류시기에 따라서 그린 결과로서 와류의 중심이 가로축 1.0 인 점에서부터 1회전 동안 허브쪽으로 약 12% 옮겨가면서 끝와류 궤적들로 구성되는 로터의 후류 경계가 수축되는 현상을 잘 나타내었다.

회전속도성분의 외부 극대값을 갖는 로터반경과 내부 극소값을 갖는 반경 사이의 거리를 와류의 크기로 정의할 경우, 후류시기가 진행될수록 와류크기가 커지며 각각의 극값들이 점점 작아지는 것을 볼 수가 있는데 이 현상은 전형적인 와류 확산과정으로 설명된다. 특히, 초기 27°까지는 극값이 점점 자라는 것을 볼 수 있는데 이는 끝와류가 극초기에 블레이드 끝단면을 따라서 와류 필라멘트가 생성이후 성장되는 과정으로서 블레이드 끝단에서 떨어진 후에도 일정기간 성숙되다가 확산되면서 극값이 지수크기로 점차 줄어드는 것을 알 수 있다.

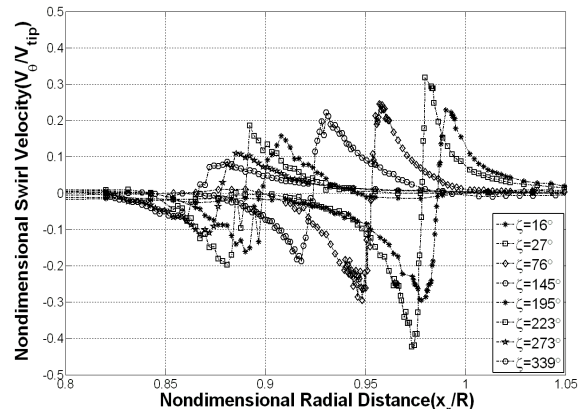


Fig. 2 Swirl velocity components of tip vortex with wake age within one revolution of the first rotor blade

한편, 로터 블레이드의 후류경계 외부보다 내부의 극값 절대값들이 더 크게 나타나는 이유는 고정익 끝와류와 달리 회전익 끝와류는 나선형의 와류 궤적을 갖기 때문에 끝와류의 중심이 허브 쪽으로 치우친 이심률 때문에 내부와류반경이 작지만 선회속도의 절대값은 크게 나타난다. 이는 특정 와류시기에서 와류의 각운동량이 보존되는 원리로 설명된다.

한편, 선행블레이드에 대한 축방향 속도 성분들은 Fig. 3과 같이 측정되었다. 축방향 성분에서 관측된 것처럼 각 후류시기에서의 축방향속도 최대값들은 약 200° 후류시기까지 단순감소하면서 확산과정에 들어가다가 그 이후에 급격히 최대값들이 증가한 후에 재차 감소되는 추세를 보였다.

이는 200° 근방에서 선행 블레이드의 끝와류와 후행 블레이드(피치각 3.4°) 끝와류들의 이동속도가 다르기 때문에 간섭이 발생한 것으로 추정되는데 이러한 특성은 선회성분에서도 발생한 것을 알 수 있다. 또한 이 구간에서는 선회속도의 증가와 함께 와류의 각운동량의 보존에 의해 와류의 강도가 커짐과 동시에 와류의 크기가 작아지면서 와류가 집중되는 현상이 관측되었다.

이러한 현상들은 Fig. 4에서 제시된 후행블레이드 끝와류의 특성들에서 뚜렷한 간섭 결과를 관찰할 수 있다. 즉, 선행 블레이드가 한바퀴 회전한 후류의 영향은 후행 블레이드가 180° 지난 후에 약하게 발생된 끝와류가 하류방향으로 가속되어 이동되기 때문에 로터 회전면 하류의 동일한 위치에서 측정된 후행블레이드 끝와류의 후류시기가 진행이 되지 않고 약간 정체된 것으로 나타

나며 동시에 허브방향으로의 후류경계 수축도 더딘 것으로 관측되었다. 따라서, 동일로터 반경 위치에서 상당한 각운동량을 유지한 후에 급격히 감소하는 현상이 선회성분에서 감지되었다.

이러한 영향은 후행 블레이드 끝와류의 축방향 성분이 상대적으로 이 부근에서 상당한 세기를 유지함으로써 회전 모멘텀이 축방향 모멘텀으로 전환되어 가는 것으로 해석된다.

3.2 선회속도성분의 모델

나선형의 와류필라멘트로 구성되는 끝와류의 구조는 궤적에 수직한 단면에서의 선회속도를 모델식으로 표현함으로써 관찰할 수 있다. 끝와류는 앞 절에서 정의된 와류반경을 기점으로 선회속도가 내부에서는 강제와류, 외부에서는 자유와류 형식인 Rankine의 복합와류 형식⁽⁸⁾을 가진다. 이는 Lamb-Oseen의 실험적 모형⁽⁹⁾과 Vatistas의 지수적 모형⁽¹⁰⁾을 통하여 표현되는데, 회전익 끝와류의 경우, 식 (1)과 같이 정의되는 Vatistas의 n=2 모형에 우수한 적응성을 보인다.

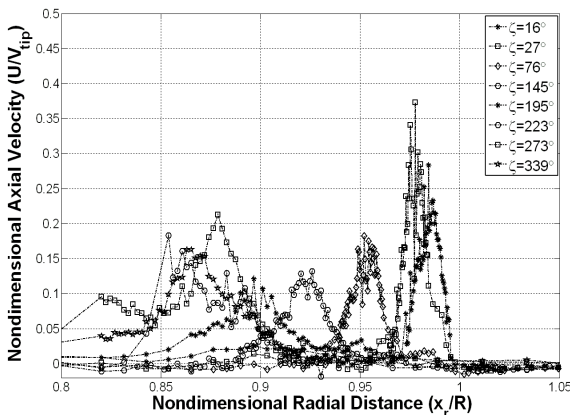
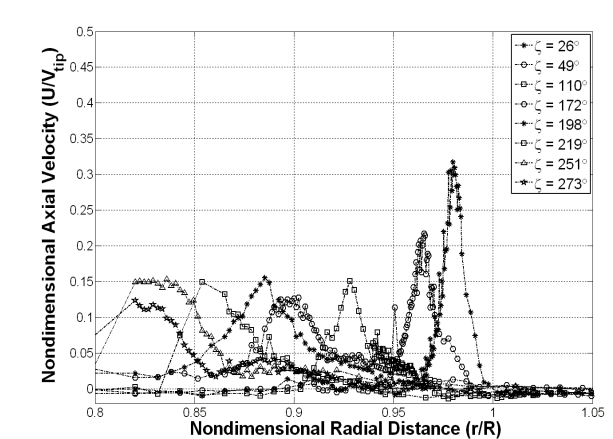
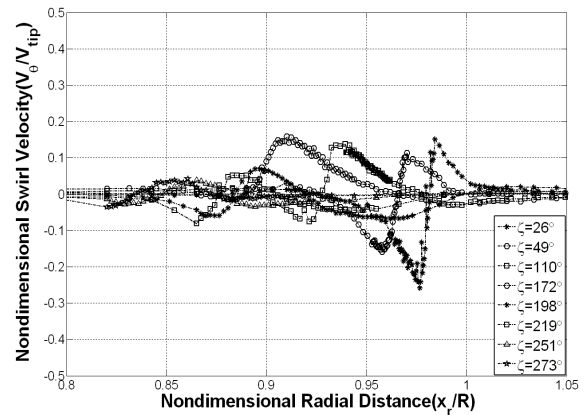


Fig. 3 Axial velocity components of tip vortex with wake age within one revolution of the first rotor blade

Fig. 4 Swirl and Axial velocity components of tip vortex with wake age within one revolution of the second rotor blade

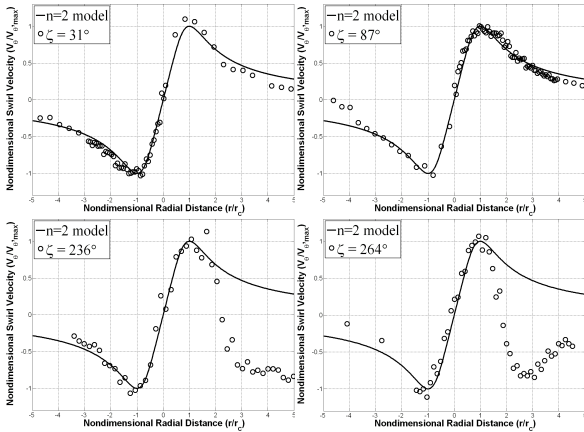


Fig. 5 Profiles of swirl velocity component of tip vortices generated by the second rotor blade and fits of Vatisas' n=2 models

$$V_{\theta}(r) = \frac{\bar{\Gamma}}{2\pi r_c} \left[\frac{\bar{r}}{(1 + \bar{r}^{2n})^{1/n}} \right] \quad (1)$$

Fig. 5는 선행 블레이드 끝와류의 180도 이전인 37°, 138°에서의 실험값과 n=2모델, 180° 이후인 236° 및 301°에서의 실험 및 모델분포 결과들이다. 선행 블레이드의 끝와류들은 n=2 모델과 우수한 일체성을 보인다. 이는 끝와류의 내외측이 모두 비점성 와류를 이루며 2차원 합성와류의 특성이 보존됨을 알 수 있다.

그러나, 후행 블레이드 끝와류의 선회성분들은 선행 블레이드의 후류에 의해 변형된 영향들을 극명하게 보였는데 180°를 넘었을 경우 모델에서 많이 벗어남을 알 수 있다(Fig. 5 참조). 특히, 와류 외측에서 많은 영향을 받은 것을 보면 후행 블레이드의 와류의 궤적이 더 선행 블레이드보다 회전중심으로 치우쳐져 있음을 알 수 있으며 복합와류의 구조에서 이탈됨을 보여주고 있다. 이는 선행 블레이드에 의하여 가속된 로터 후류가 구체적으로 후행블레이드의 끝와류에 영향을 준 증거로 관측된다.

3.3 축방향속도 성분들의 간섭

축방향 속도 성분들의 후류시기에 대한 거동을 살펴볼 때, 회전성분에서 볼 수 없는 두 끝와류의 간섭 현상들을 관찰할 수 있다. 일반적으로 끝와류의 축방향속도는 분사류의 축방향속도 분포와 유사한 정규분포를 갖게 되는데 이는 블레이드 끝단에서 강한 롤이 발생하면서 원형노즐의

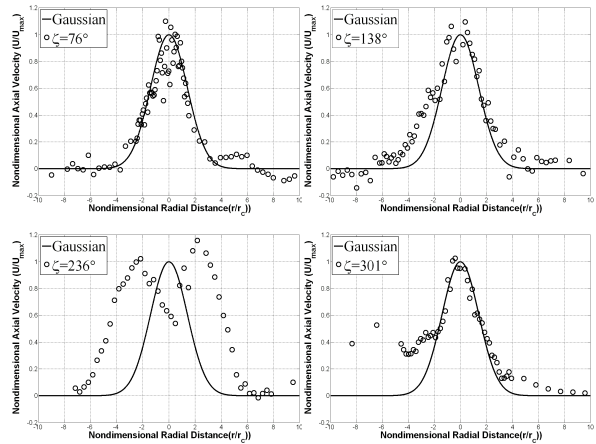


Fig. 6 Profiles of axial velocity component of tip vortices generated by the first rotor blade and Gaussian fits

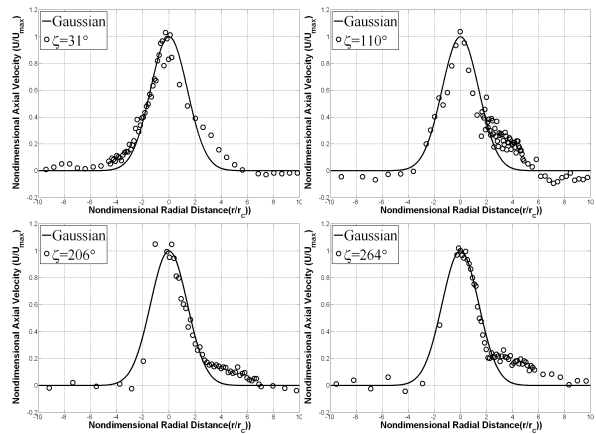


Fig. 7 Profiles of axial velocity component of tip vortices generated by the second rotor blade and Gaussian fits

형상을 유도하므로 끝와류 중심에 강한 음압대가 형성되어 정지 상태였던 공기가 강한 회전을 하는 블레이드끝을 따라서 이동하는 원인을 제공하기 때문이다. 따라서, 분사류와 같은 전단류의 형식으로 발전한다. 식 (2)는 정규분포를 나타내는 모델식으로서 각계수는 경험상수들이다.

$$\frac{U}{V_{tip}} = A e^{-Br^2} \quad (2)$$

Fig. 6은 선행 블레이드 끝와류의 축방향 성분들을 후류시기에 따라 측정한 결과와 최적 모델분포를 그린 결과들이다. 끝와류 중심에서의 분포에는 정규분포의 특징을 잘 나타내고 있지만 특별히, 240도 근방에서는 두 개의 극 점이 나타나는 것을 볼 수 있는데 이는 서로 다른 두 개의

끝와류들이 겹쳐있어서 간섭현상들이 예측된다.

한편, Fig. 7은 후행블레이드의 끝와류 축성분들을 그린 것으로 비교적 정규분포를 유지하는 것을 알 수 있다. 결국, 선행블레이드의 축방향성분들에는 후행블레이드의 궤적이 혼합된 것으로 관측이 되는데 이는 후행블레이드의 피치각이 상대적으로 작기 때문에 하류로 충분히 이동하기 전에 선행블레이드의 궤적에 근접하여 상관관계를 유발하게 된 것으로 생각된다. 이들의 결과는 회전성분으로서는 발견할 수 없는 현상들이 얻어진 결과로서 끝와류의 간섭을 알기 위해서는 축방향 성분들의 특성을 관찰하는 것이 효율적임을 암시한다.

3.4 와류 이완 및 확산특성

앞 절의 회전 및 축방향 성분들의 특성을 관찰하면서 얻어진 결과들은 두 개의 로터블레이드에 의하여 발생된 끝와류들이 후류시기 200~240도 근방에서 근접하면서 서로의 끝와류 구조의 변형을 유도하였음을 알 수 있다. 따라서, 이 근방에서 와류의 변형 즉, 와류 필라멘트의 압축 또는 이완이 발생되었는지 정량적인 관찰이 필요하다.⁽⁴⁾ 와류 이완을 정량적으로 관찰하기 위하여 특정 후류시기에서 와류 순환값의 변화를 다음 식 (3)에 의하여 계산할 수 있다.

$$\Gamma = \oint_0^{2\pi} V \cdot \overline{dr} \quad (3)$$

$$\Gamma_{vortex} \approx 2\pi r_c V_\theta \quad (4)$$

일관성을 유지하기 위하여 회전성분이 최대가 되는 끝와류 경계에서의 핵순환 값을 식 (4)와 같이 근사적으로 가정하여 Fig. 8 에 정리하였다.

그림의 결과에 의하면 와류가 충분히 성장한 후에 비점성 와류의 형태를 유지할 때 핵순환값들은 일정해야 하지만 실질적으로 확산과정으로 진행함으로 후류시기에 따라 내측, 외측 모두 감소되어감을 알 수 있다. 예측한 데로 200~240도 근방에서 핵순환 값들이 특별히 증가되는 것을 볼 수 있는데 이는 단순히 회전속도성분이 커지는 현상만이 아니라 핵반경이 줄어드는 과정을 동반하는 것으로 관측이 되었다.

따라서, 이 과정에서 순간적으로 핵이완이 진행된 것으로 관측된다. 이 현상은 180도 지난 선

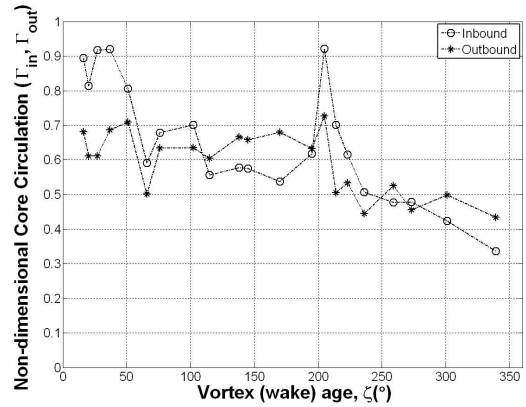


Fig. 8 Profiles of vortex circulations of inbound and outbound sides and vortex stretching results

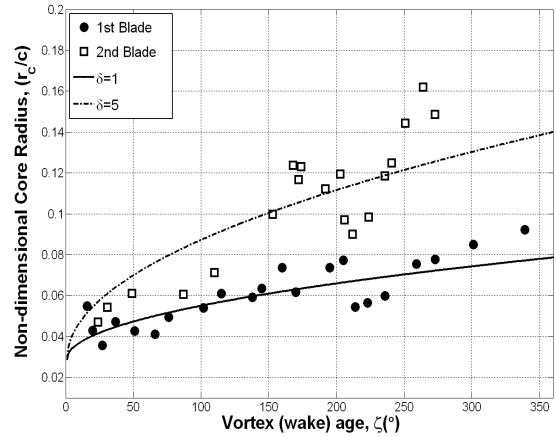


Fig. 9 Estimated vortex core growth vs. wake-age

행 블레이드의 끝와류가 후행 블레이드의 와류에 영향을 줌으로서 일반적으로 먼 하류에서 관측되는 이완현상이 일시적으로 관측된 것으로 이해된다.

또한, 회전성분의 최대값을 가지는 위치를 이용하여 와류의 크기를 관찰해보면 와류의 확산과정을 추정할 수 있다.

$$r_c = r_0 + 0.00855 \sqrt{\delta(\zeta/\Omega)} \quad (5)$$

와류의 반경은 회전속도성분의 최대값과 최소값이 나타나는 로터반경방향 좌표값들의 사이거리의 1/2로 정의할 수 있으며, δ는 δν가 일정한 관계로 정의된 공기의 동점성계수, ν에 대한 실험값이며 ζ는 후류시기(rad), 0.00855는 실험상수이다. 얻어진 반경을 이용하여 후류시기가 진행됨에 따라 와류의 확산진행과정을 적용한 결과를 Fig. 9에 나타내었다. 피치각이 작은 두 번째 블

레이드의 와류의 확산이 더 활발히 일어나며 이것은 생성된 와류의 강도가 약하므로 확산과정의 진행이 더 빠른 것으로 보인다.

4. 결론

두 개의 상이한 블레이드 피치각을 가지는 회전익 모형 로터 실험을 통하여 볼 때, 선행블레이드 후류의 영향으로 후행블레이드의 후류시기 200~240도 근방에서 와류 이완의 징후를 관측하였다. 동시에 이 영역에서 핵순환값이 증가되는 것으로 판단할 때, 두 개의 끝와류가 근접함으로써 각운동량이 증가되어 순환값이 강해짐을 알 수 있었다. 이러한 관찰 결과는 실제의 회전익에서도 동적인 상태의 미세한 블레이드각의 차이로부터 와류 이완이 생각보다 훨씬 조기에 발생할 수 있는 가능성을 있음을 말해준다.

참고문헌

- (1) Schmitz, F. H., 1991, "Rotor Noise, Aeroacoustics of Flight Vehicles: Theory and Practice," Vol. 1, *NASA Reference Publication 1258*, Aug. Chap.2.
- (2) Leishman, J. G., 2000, *Principles of Helicopter Aerodynamics*, Cambridge University Press, pp. 358~368.
- (3) Ramasamy, M. and Leishman, J. G., 2005 "Reynolds Number Based Blade Tip Vortex Model," *Proceedings of the 61st Annual Forum and Technology Display of the American Helicopter Society International*. Grapevine, TX, June 1-3.
- (4) Ananthan, S., Leishman, J. G. and Ramasamy, M., 2002, "The Role of Filament Stretching in the Free-Vortex modeling of Rotor Wakes," *Proceedings of the 58th Annual Forum and Technology Display of the American Helicopter Society International*, Montreal Canada, June 11-13.
- (5) Han, Y. O. and Leishman, J. G., and Coyne, A. J., 1997, "Measurements of the Velocity and Turbulence Structure of a Rotor Tip Vortex," *AIAA Journal*, Vol. 35, No. 3, pp. 477~485.
- (6) Martin, P. B., and Leishman, J. G., 2002, "Trailing Vortex Measurements in the Wake of a Hovering Rotor Blade with Various Tip Shapes," *Proceedings of the 58th Annual Forum of the American Helicopter Society International*, AHS Alexandria, VA.
- (7) Han, Y. O., and Leishman, J. G., 2004, "Experimental Investigation of Helicopter Rotor Tip Vortex Alleviation Using a Slotted Tip Blade," *AIAA Journal*, Vol. 42, No. 3, pp. 523~535, March.
- (8) Leishman, J. G., Baker, A., and Coyne 1996, "Measurements of Rotor Tip Vortices Using Three-component Laser Doppler Velocimetry" *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 41, No. 4, pp. 342~353, March.
- (9) Lamb, H., 1932 *Hydrodynamics*, 6th Ed., Cambridge University Press, New York, p. 592, 593, 668, 669.
- (10) Vatistas, G. H., Kozel, V. and Mih, W. C., 1991, "Simpler Model for Concentrated Vortices," *Experiments in Fluids*, *Experiments in Fluids*, Vol. 24, No. 11, pp. 73~76.