

회전 관성을 고려한 전달행렬법 기반의 Expansion Joint 진동해석 Vibration Analysis of Expansion Joint based on Transfer Matrix Method Considering the Rotary Inertia

신 동 호*·김 상 호**·윤 형 호**·임 희 곤**·오 재 응***·이 정 윤†
Dong Ho Shin, Sang-Ho Kim, Hyung-Ho Yoon, Hee Gon Lim,
Jae-Eung Oh and Jung Youn Lee

(2011년 5월 9일 접수 ; 2011년 6월 24일 심사완료)

Key Words : Bellows(벨로스), Transfer Matrix Method(전달행렬법), Expansion Joint(신축 이음), Rotary Inertia (회전관성)

ABSTRACT

Simplified formulae for axial and bending natural frequencies of a bellows are developed using an equivalent thin-walled pipe model. The axial and bending stiffness of bellows is determined using lumped transfer matrix method. Transfer matrix method which includes the rotary inertia is used to calculate the natural frequencies for axial and lateral vibration. The result from the simplified formula are verified by those from as experiment result and a finite element analysis. This comparisons show good agreement with the each other.

1. 서 론

산업이 발달함에 따라 고온 또는 고압의 변동에 따른 유체의 영향으로 플랜트 배관 및 자동차배기계에 축 방향과 횡방향의 진동이 많이 발생하고 있다. 이러한 진동이 발생하면 구조물의 변형이나 파손이 발생하므로 이를 방지하기 위해 벨로스(bellows)가 많이 사용되고 있다. 특히 자동차 배기계에서 벨로스는 엔진에서 발생하는 종진동 및 횡진동과 노면으로부터 들어오는 진동을 흡수하여 배기계의 내구성과

승차감을 향상시키는 역할을 한다.

벨로스는 원통셸, 토로이달 셸(toroidal shell)로 이루어진 파형(corrugation)이 연속적으로 연결된 구조이다. 자동차 엔진 및 노면으로부터 오는 진동이 배기계로 전달되는 것을 감소시키기 위해서는 벨로스의 동특성 해석이 매우 중요하다.

벨로스 동특성에 대한 연구는 복합 셸 구조의 해석하는 기법을 이용하는 방법⁽¹⁻³⁾과 상용 소프트웨어 프로그램을 이용하는 방법⁽⁴⁾이 있으나 벨로스는 기하학적 형상이 복잡하여 많은 시간과 노력이 따른다. 벨로스는 신차 모델 개발 시 이에 적합한 모델을 신속히 개발 하여야 하기 때문에 제품 개발의 시간이 매우 짧게 되어 벨로스의 모델을 단순하게 하여 동특성을 신속히 예측하는 방법이 필요하게 되었다. 이를 위해 EJMA(expansion joint manufactures association)는 축 방향 강성을 계산하는 식을 제안⁽⁵⁾하였으며 Broman, G. 등은 벨로스를 등가 보(equivalent beam)로 모델링하여 횡 강성을 계산하고 벨로스의 동특성을 예측⁽⁴⁾하였으나 기본 고유진

† 교신저자; 정회원, 경기대학교 기계시스템공학과
E-mail : jylee@kgu.ac.kr
Tel : (031)249-9811, Fax : (031)244-6300

* 경기대학교 대학원 기계공학과

** 세종공업(주) 기술연구소

*** 정회원, 한양대학교 기계공학부

이 논문의 일부는 2011년 춘계 소음진동 학술대회에서 발표되어 우수논문으로 추천되었음.

동수는 잘 일치하였지만 고차가 될 수록 오차가 많이 증가하였다.

이 연구에서는 고유진동수의 오차를 줄이기 위해 전체 벨로스를 한 개의 등가 보로 하지 않고 한 개의 파형(corrugation)을 등가 스프링으로 하였으며 전달행렬법에 회전 관성을 고려하여 전체 벨로스의 종진동 및 횡진동의 동특성을 예측하였다. 이의 검증을 위해 기존의 연구에서 사용된 실험 결과⁽⁷⁾와 유한요소법으로 모델링 한 결과를 비교하였으며 벨로스의 파라미터 변경에 따른 동특성변화도 유한요소법으로 해석한 결과와 비교하였다.

2. 이 론

2.1 전달행렬법

2차원 구조물의 보의 전달행렬⁽⁸⁾은 점 $n-1$, n 사이에서 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\{Z\}_n = \{B\}_n \{Z\}_{n-1} \quad (1)$$

$\{B\}_n$ 와 $\{Z\}_n$ 은 n 번째 전달행렬과 상대벡터를 나타내며 식(2)와 같다.

$$\{Z\} = \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ \phi \\ M \\ V \\ N \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서 X, Y, ϕ 는 x, y 방향 변위 및 기울기를 나타내며 M, V, N 은 모멘트, 전단력, 축력을 나타낸다. x, y 방향 변위 벨로스를 전달행렬법으로 해석하기 위하여 Fig. 1과 같이 모델링을 하였다.

Fig. 1(a)에서 축 방향 전달행렬은

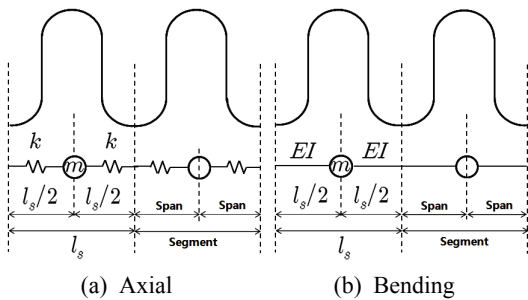


Fig. 1 Bellows stiffness configuration

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

이고 질량 m 에 대한 점 전달행렬은

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\omega^2 m & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

이다. 따라서 벨로스 1개 요소에 2개의 스프링과 1개의 점 질량이 있으므로 축 방향 전달행렬은 식(4)과 식(3)을 조합하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 - \frac{\omega^2 m}{k} & \frac{1}{k} + \frac{1}{k} \left(1 - \frac{\omega^2 m}{k} \right) \\ -\omega^2 m & 1 - \frac{\omega^2 m}{k} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Fig. 1(b)와 Fig. 2에서 길이가 l 인 한 개 파형의 횡 방향 전달행렬은

$$\begin{bmatrix} 1 & l & \frac{l^2}{2EI} & -\frac{l^3}{6EI} \\ 0 & 1 & \frac{l}{EI} & -\frac{l^2}{2EI} \\ 0 & 0 & 1 & -l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

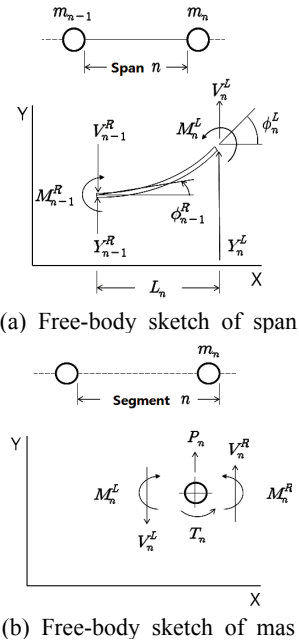


Fig. 2 Single beam element using transfer matrix method⁽⁸⁾

이고, 질량 m 과 회전관성 J 에 대한 점 전달행렬은 식 (7)과 같다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega^2 J & 1 & 0 \\ -\omega^2 m & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

따라서 식 (6)과 식 (7)을 조합하면 벨로스 1개 요소에 대한 횡 방향 전달행렬은 식 (8)과 같다.

축 방향과 횡 방향 전달행렬을 조합하면 식 (9)와 같은 전달행렬을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 + \omega^2 m \frac{l^3}{6EI} & 2l - \frac{\omega^2 l^2}{2EI} \left(J - \frac{ml^2}{3} \right) & \frac{2l^2}{EI} - \frac{\omega^2 l^3}{2E^2 I^2} \left(J - \frac{ml^2}{6} \right) & -\frac{4}{3} \frac{l^3}{EI} + \frac{\omega^2 l^4}{4E^2 I^2} \left(J - \frac{ml^2}{9} \right) \\ \omega^2 m \frac{l^2}{2EI} & 1 - \frac{\omega^2 l}{EI} \left(J - \frac{ml^2}{2} \right) & \frac{2l}{EI} - \frac{\omega^2 l^2}{E^2 I^2} \left(J - \frac{ml^2}{4} \right) & -\frac{2l^2}{EI} + \frac{\omega^2 l^3}{2E^2 I^2} \left(J - \frac{ml^2}{6} \right) \\ \omega^2 ml & -\omega^2 \left(J - ml^2 \right) & 1 - \frac{\omega^2 l}{EI} \left(J - \frac{ml^2}{2} \right) & -2l + \frac{\omega^2 l^2}{2EI} \left(J - \frac{ml^2}{3} \right) \\ -\omega^2 m & -\omega^2 ml & -\omega^2 m \frac{l^2}{2EI} & 1 + \omega^2 m \frac{l^3}{6EI} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[B]_i = \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 \frac{m}{k} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k} + \frac{1}{k} \left(1 - \omega^2 \frac{m}{k} \right) \\ 0 & 1 + \omega^2 m \frac{l^3}{6EI} & 2l - \frac{\omega^2 l^2}{2EI} \left(J - \frac{ml^2}{3} \right) & \frac{2l^2}{EI} - \frac{\omega^2 l^3}{2E^2 I^2} \left(J - \frac{ml^2}{6} \right) & -\frac{4}{3} \frac{l^3}{EI} + \frac{\omega^2 l^4}{4E^2 I^2} \left(J - \frac{ml^2}{9} \right) & 0 \\ 0 & \omega^2 m \frac{l^2}{2EI} & 1 - \frac{\omega^2 l}{EI} \left(J - \frac{ml^2}{2} \right) & \frac{2l}{EI} - \frac{\omega^2 l^2}{E^2 I^2} \left(J - \frac{ml^2}{4} \right) & -\frac{2l^2}{EI} + \frac{\omega^2 l^3}{2E^2 I^2} \left(J - \frac{ml^2}{6} \right) & 0 \\ 0 & \omega^2 ml & -\omega^2 \left(J - ml^2 \right) & 1 - \frac{\omega^2 l}{EI} \left(J - \frac{ml^2}{2} \right) & -2l + \frac{\omega^2 l^2}{2EI} \left(J - \frac{ml^2}{3} \right) & 0 \\ 0 & -\omega^2 m & -\omega^2 ml & -\omega^2 m \frac{l^2}{2EI} & 1 + \omega^2 m \frac{l^3}{6EI} & 0 \\ -\omega^2 m & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \omega^2 \frac{m}{k} \end{bmatrix}_i \quad (9)$$

벨로스의 경계조건은 fix-fix인 경우 각 요소의 상태벡터는 식 (10)과 같다.

$$Z_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ M \\ V \\ N \end{Bmatrix}, \quad Z_f = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ M \\ V \\ N \end{Bmatrix} \quad (10)$$

벨로스는 Fig. 3과 같은 전달행렬의 결합으로 표시할 수 있고 마지막 요소의 상태벡터는 다음과 같다.

$$Z_f = [H]Z_1 \quad (11)$$

여기서, $H = B_f \cdots B_3 B_2 B_1$ 이다.

식 (11)에 식 (9), (10)을 대입하여 정리하고 고유진동수에 대한 n 차 방정식을 구하면 벨로스의 양단 경계 조건이 fix-fix인 경우 다음과 같다.

$$\omega = \begin{bmatrix} H_{14} & H_{15} & H_{16} \\ H_{24} & H_{25} & H_{26} \\ H_{34} & H_{35} & H_{36} \end{bmatrix} \quad (12)$$

이 방정식의 n 개의 해를 고유진동수라 한다. 고유벡터는 식 (12)식에서 구한 n 개의 고유진동수 ω 를 식 (1)에 대입하여 i 차 모드에 대한 고유벡터 구하였으며 식 (13)에 나타내었다.

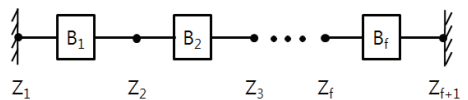


Fig. 3 An assembled beam element using transfer matrix method

$$[\phi]_i = [\{Z\}_1 \{Z\}_2 \cdots \{Z\}_f] \quad (13)$$

2.2 벨로스 형상

(1) 벨로스의 등가 보 모델

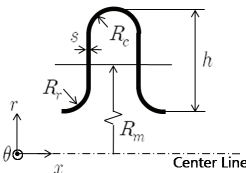
벨로스의 1개 요소의 형상은 Fig. 4(a)와 같으며 단면 형상은 Fig. 4(b)와 같다. 여기서 R_r 은 벨로스의 골 부분 반경, R_c 는 마루 부분 반경, R_m 은 평균 반경, h 는 벨로스의 높이, 그리고 s 는 벨로스의 두께이다. $s \ll R_r$, $s \ll R_c$, $h \ll R_m$ 이라고 가정한다. 벨로스의 개수를 n 이라 하면 벨로스의 전체 길이 L 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$L = 2(R_r + R_c)n \quad (14)$$

벨로스는 Fig. 5와 같이 얇은 두께의 보로 등가 모델링⁽⁵⁾할 수 있다. 재료 물성치와 보의 두께는 벨로스와 동일한 값을 가지도록 한다. 벨로스의 단위 길이 당 질량은 식 (15)와 같다.



(a) U-shape bellows



(b) U-shaped convolution geometry

Fig. 4 Bellows dimensioning parameters

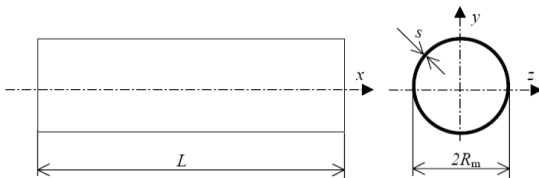


Fig. 5 Proposed thin-walled pipe analogy for a bellows

$$m = \rho \frac{2\pi R_m [\pi(R_c + R_r) + 2(h - R_r - R_c)] s}{2(R_r + R_c)} \quad (15)$$

(2) 축 방향 강성 해석

벨로스의 반 파형(one half corrugation) 축 방향 강성 k 은 EJMA의 식 (5)를 사용하여 계산한다.

$$k_{axial} = 6.80 \frac{R_m E s^3}{h^3 C_f} \quad (16)$$

여기서 E 는 탄성계수이고, C_f 는 무차원 계수로 EJMA에서 작성한 그래프에서 구한다.

(3) 횡 방향 강성 해석

벨로스의 횡 방향 강성은 등가 보로 모델링하여 계산한다. Fig. 5에서 A 를 파이프의 단면적이라 하면 파이프의 극단면 2차모멘트 I_x 는 식 (17)과 같다.

$$I_x = AR_m^2 \quad (17)$$

y 축 및 z 축의 단면 이차 모멘트는 다음과 같다.

$$I_y = I_z = I_x / 2 = \frac{AR_m^2}{2} \quad (18)$$

길이가 l 인 등가 보의 축 방향 강성 k_p 은

$$k_p = \frac{AE}{l} \quad (19)$$

여기서, l 는 벨로스 한 개 파형에 대한 길이이며, $l = 2(R_r + R_c)$ 이다.

식 (19)를 A 에 대하여 정리한 다음 식 (18)에 대입하면 다음과 같다.

$$I_y = I_z = \frac{k_p l R_m^2}{2E} \quad (20)$$

식 (20)에 식 (19)를 대입하여 정리하면 보의 횡 방향 강성은 다음과 같으며 횡 방향 강성은 축 방향 강성으로부터 구할 수 있다.

$$EI_y = EI_z = \frac{k_p (R_r + R_c) R_m^2}{2} \quad (21)$$

여기서, E 는 파이프로 등가 모델링한 탄성계수, I_y 는 y 방향 단면이차모멘트, I_z 는 z 방향 단면이차모멘트, 그리고 k_p 은 축 방향 강성이다.

(4) 벨로스의 평균반경 R_m 의 계산

Fig. 6에서 R_m 은 R_r 과 R_c 가 같은 경우 축과 벨로스 요소의 도심까지의 거리가 된다. 그러나 R_r 과 R_c 가 다른 경우에는 도심이 변하므로 파푸스의 정리를 이용하여 다음과 같이 R_m 을 계산하였다.

$$\bar{y} = R_m = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} \quad (22)$$

여기서, A_i 는 각 부분의 단면적, y_i 는 center line 으로부터 각 부분의 도심까지의 거리이다.

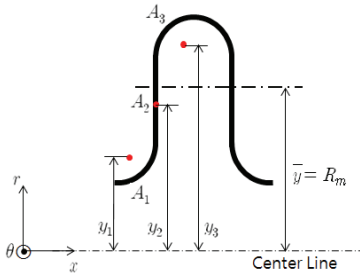
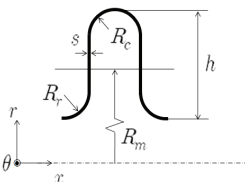


Fig. 6 R_m calculation for a bellows



(a) Bellows

R_m	= 84.08 mm
R_c	= 3.53 mm
R_r	= 2.48 mm
h	= 15.7 mm
s	= 0.368 mm
n	= 13
ρ	= 7860 kg/m ³
E	= 2.07 · 10 ¹¹ Pa
ν	= 0.3



(b) Geometry and material properties

Fig. 7 Bellows geometric and material properties for analysis

(5) 회전관성모멘트 J 의 계산

벨로스를 보로 등가 모델링하고 회전관성을 고려할 경우 회전관성모멘트 J 를 계산하여야 한다.

회전관성모멘트는 한 개의 벨로스의 질량이 벨로스 평균 반경 R_m 에 분포되어 있다고 생각할 수 있으므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$J = \frac{m R_m^2}{2} \quad (23)$$

3. 컴퓨터 시뮬레이션 및 고찰

3.1 컴퓨터 시뮬레이션

(1) 기존 모델

Fig. 7(a)에 기존의 실험과 유한요소 해석의 연구 결과⁽⁷⁾에 사용하였던 모델을 나타내었다. Fig. 7(b)는 모델의 수치를 나타낸 것으로 두께는 0.368 mm, 내경은 152.7 mm, 외경은 184.1 mm, 벨로스의 전체 길이는 156 mm, 벨로스 개수는 13이다. 해석 경계조건은 양단고정(fix-fix)조건으로 하였다.

(2) 제안한 모델

벨로스를 Fig. 1과 같이 스프링-질량으로 모델링하였다. 길이는 식 (14)를 사용하여 구하였고 벨로스 1개당 질량은 식 (15)를 이용하여 계산하였다. 식 (22)로 구한 벨로스의 평균 반경 R_m 은 84.08 mm였으며 회전관성 J 는 207 kg·mm²로 계산되었다.

벨로스의 개수는 기존 모델과 같이 13으로 하였으며 식 (16)을 사용하여 구한 축 방향 강성은 1.106 MN/m이었고 이때 C_f 는 1.36이었다.

경계조건은 기존 모델과 동일하게 양단고정(fix-fix)으로 하였으며 전달행렬법으로 구한 고유진동수의 타당성을 검증하기 위하여 NFX-MIDAS를⁽⁸⁾ 이용하였다. 요소 종류는 셸 요소(shell element), 요소 개수는 16921개로 벨로스 전체를 모델링하여 유한요소 해석을 수행하여 결과를 비교하였다.

3.2 결과 및 고찰

(1) 벨로스의 등가 보 검토

벨로스를 식 (16)과 식 (21)을 이용하여 회전관성이 없는 양단의 fix-fix상의 등가보로 모델링하였으며 유효성을 검증하기 위해 Table 1에 모드에 따른

고유진동수를 나타내었다. 기존의 오일러 보의 고유진동수 결과⁽⁹⁾와 비교해 보면 잘 일치하여 개발된 프로그램이 타당함을 알 수 있었다.

(2) 축 방향 고유진동수 및 진동모드 검토

Table 2는 벨로스를 등가 봉(equivalent bar)으로 모델링하여 축 방향 고유진동수를 나타낸 것으로 실험⁽⁷⁾과 유한요소 해석(MIDAS)의 고유진동수가 잘 일치하였다. 실험에서는 4차 고유진동수까지의 결과를 기술하여 5차 고유진동수는 유한요소 해석과 전달행렬법으로 구한 고유진동수를 비교하였다. 실험과 전달행렬법으로 구한 고유진동수는 고차로 가면서 오차가 다소 증가하였지만 비교적 잘 예측하였다.

Table 1 Comparison of bending natural frequencies by calculated differential equation

Mode	Ref ⁽⁹⁾ (A) (Hz)	Present(B) (Hz)	Ratio(B/A)
1st	318.4	318.4	1.00
2nd	877.8	877.7	1.00
3rd	1720.8	1720.2	1.00
4th	2844.6	2842.0	1.00

Table 2 Comparison of axial natural frequencies due to the rotary inertia

Mode	Axial(Hz)						
	Ref ⁽⁴⁾ (A)	Midas(B)	Present		Ratio		
			W/O J(C)	W J(D)	B/A	C/A	D/A
1st	124	121.8	117.9	117.9	0.98	0.95	0.95
2nd	246	243.9	234.1	234.1	0.99	0.95	0.95
3rd	376	366.8	346.8	346.8	0.98	0.92	0.92
4th	502	490.7	454.6	454.6	0.98	0.91	0.91
5th	-	614.4	565.1	565.1	-	0.91*	0.91**

* C/B ratio, ** D/B ratio

Table 3 Comparison of bending natural frequencies due to the rotary inertia

Mode	Bending (Hz)						
	Ref ⁽⁴⁾ (A)	Midas(B)	Present		Ratio		
			W/O J(C)	W J(D)	B/A	C/A	D/A
1st	202	197.9	318.4	190.4	0.98	1.58	0.94
2nd	337	326.0	877.7	311.8	0.97	2.60	0.92
3rd	475	464.7	1720.2	435.1	0.98	3.62	0.92
4th	606	588.1	2842.0	538.4	0.97	4.69	0.89
5th	-	719.9	4261.1	642.2	-	5.92*	0.89**

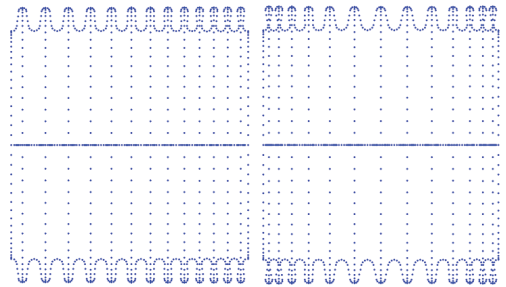
* C/B ratio, ** D/B ratio

오차가 발생한 원인은 식(16)으로 예측한 축 방향 강성이 실제 보다 다소 작게 계산되었기 때문으로 판단된다. 축 방향 진동이므로 질량이 회전하지 않아 회전관성과 상관없이 고유진동수가 일정하였다.

Fig. 8과 Fig. 9는 유한요소 해석과 전달행렬법을 사용하여 축 방향 진동모드를 4차까지 나타낸 것으로 서로 잘 일치함을 알 수 있었다.

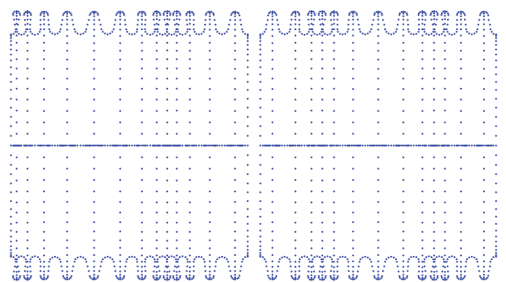
(3) 횡 방향 고유진동수 및 진동모드 검토

Table 3는 벨로스의 한 과형을 등가 보(equivalent beam)으로 모델링하여 횡 방향 고유진동수를 검토한 결과이다. 실험에서는 축 방향 고유진동수와 마찬가지로 4차 고유진동수까지의 결과가 기술되어 5차 고유진동수는 유한요소 해석과 전달행렬법으로 구한 고유진동수를 비교하였다. 실험⁽⁴⁾과 유한요소 해석으로 구한 고유진동수는 잘 일치 하였으나, 회전관성 J 를 고려하지 않은 경우 전달행렬법을 이용하여 구한 고유진동수는 고차로 갈수록 오차가 커졌으며, 4차 모드의 경우 예측한 고유진동수는 실험에서 얻어진 고유진동수보다 4.69배 큼을 알 수 있었다.



(a) 1st mode

(b) 2nd mode



(c) 3rd mode

(d) 4th mode

Fig. 8 Axial vibration mode shape using MIDAS GENw

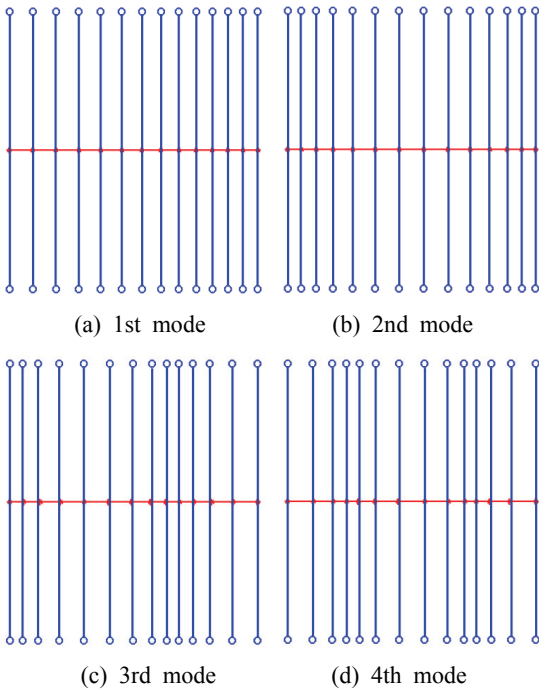


Fig. 9 Axial vibration mode shape using transfer matrix method

하지만 회전관성 J 를 고려한 경우 실험과 비교적 잘 일치함을 알 수 있었다.

Fig. 10과 Fig. 11은 유한요소 해석과 전달행렬법을 사용하여 횡 방향 진동모드를 4차까지 나타낸 것으로 서로 잘 일치함을 알 수 있었다.

(4) 벨로스 높이 변경에 따른 고유진동수 변화

Fig. 12는 회전관성을 고려하지 않았을 때 벨로스의 높이 h 의 변경에 따른 고유진동수 변화를 나타낸 것으로 h 의 변경의 범위는 기준 치수에서 최대 2 mm 감소와 증가시켰다.

축 방향의 진동의 경우 유한요소 해석과 전달행렬법으로 해석한 고유진동수가 비교적 잘 일치하였으나 횡방향의 경우는 많은 차이를 보였다.

이는 회전관성이 축 방향 진동에는 영향을 미치지 않지만 횡 방향 진동에는 많은 영향을 주기 때문이다.

Fig. 13은 회전관성을 고려하였을 때 벨로스의 높이 h 의 변경에 따른 고유진동수 변화를 나타낸 것으로 축 방향과 횡 방향 모두 유한요소 해석과 전달행렬법으로 해석한 고유진동수가 비교적 잘 일치

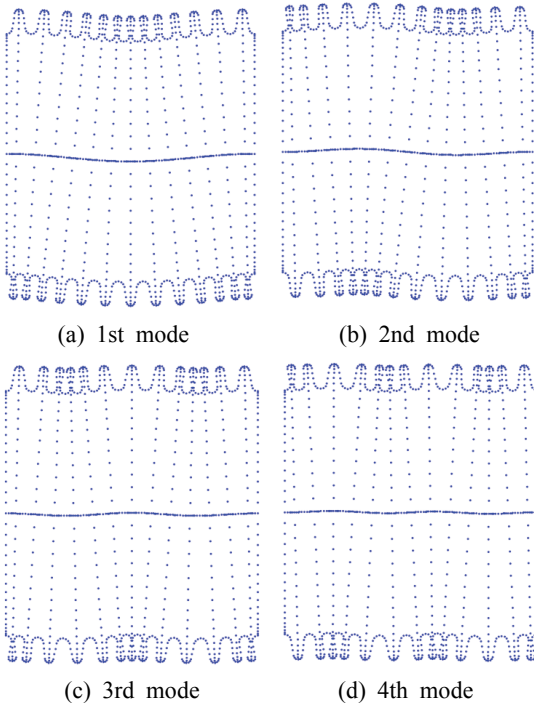


Fig. 10 Bending vibration mode shape using MIDAS GENw

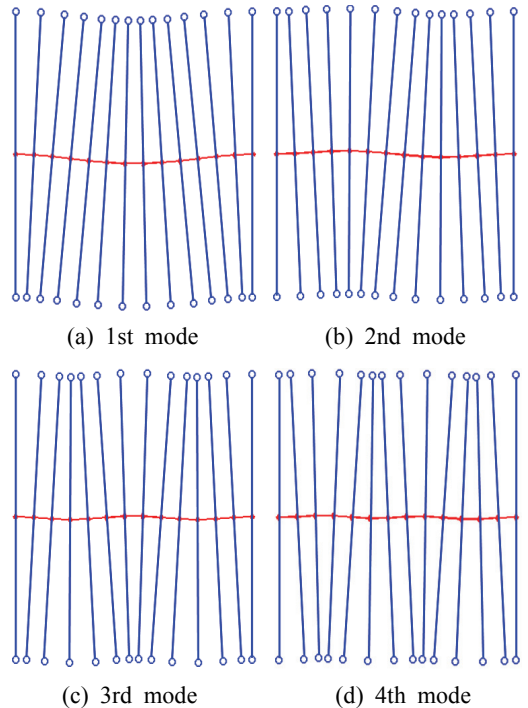
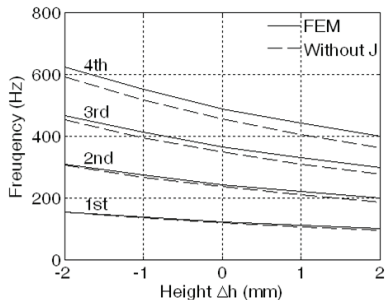
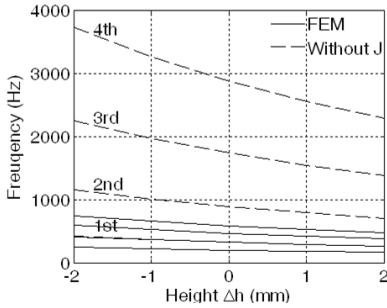


Fig. 11 Bending vibration mode shape using transfer matrix method

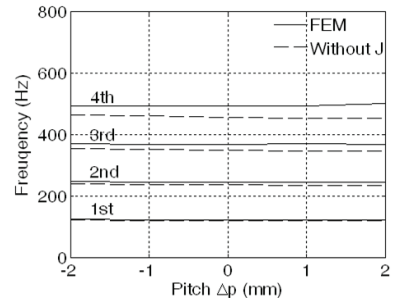


(a) Axial mode

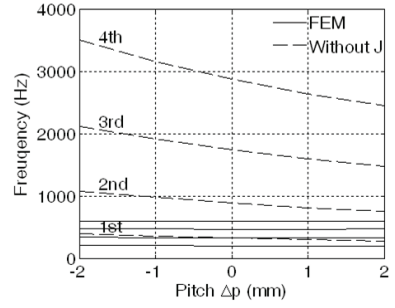


(b) Bending mode

Fig. 12 Change of frequency according to height h (without J)

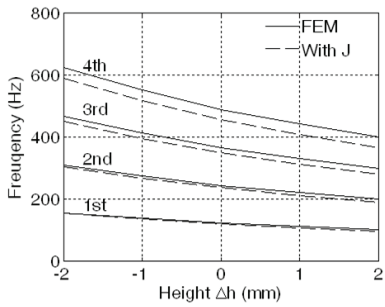


(a) Axial mode

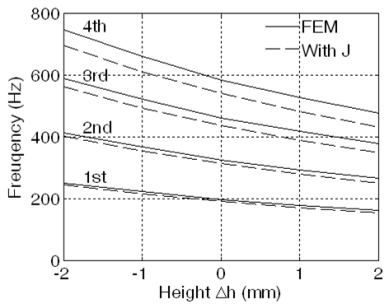


(b) Bending mode

Fig. 14 Change of frequency according to pitch p (without J)

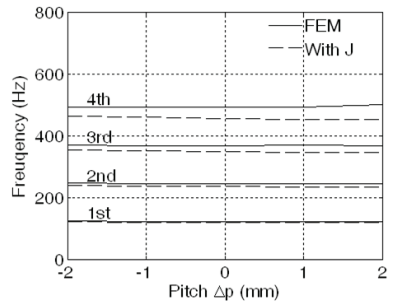


(a) Axial mode

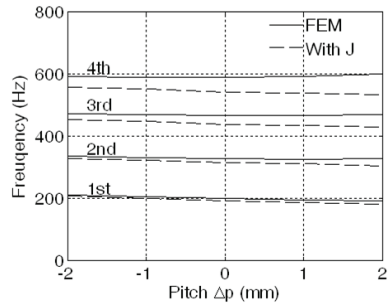


(b) Bending mode

Fig. 13 Change of frequency according to height h (with J)



(a) Axial mode



(b) Bending mode

Fig. 15 Change of frequency according to pitch p (with J)

하였다. 따라서 벨로스의 횡 진동을 해석할 때 회전 관성은 필히 고려해야할 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

(5) 벨로스 피치 변경에 따른 고유진동수 변화
Fig. 14는 회전관성을 고려하지 않았을 때 벨로스의 피치 p 의 변경에 따른 고유진동수 변화를 나타낸 것으로 p 의 변경의 범위도 h 와 같이 기준 치수에서 최대 2 mm 감소와 증가시켰다.
축 방향의 진동의 경우 유한요소 해석과 전달행렬법으로 해석한 고유진동수가 비교적 잘 일치하였으나 횡방향의 경우는 많은 차이를 보였다.
이는 회전관성이 축 방향 진동에는 영향을 미치지 않지만 횡 방향 진동에는 많은 영향을 주기 때문이다.
Fig. 15는 회전관성을 고려하였을 때 벨로스의 피치 p 의 변경에 따른 고유진동수 변화를 나타낸 것으로 축 방향과 횡 방향 모두 유한요소 해석과 전달행렬법으로 해석한 고유진동수가 비교적 잘 일치하였다.

5. 결 론

전달행렬법을 이용하여 벨로스의 동특성을 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 벨로스의 한 개의 파형(corrugation)을 등가 스프링으로하고 회전관성을 고려하여 벨로스의 동특성 해석하는 전달행렬법을 개발하였다.
- (2) 여기서 제안한 방법과 기존의 실험 결과 및 FEM과 비교하여 회전관성을 고려하지 않았을 때 고유진동수는 많은 차이를 보였으나, 회전관성을 고려하였을 때 잘 일치하였다.
- (3) 전달행렬법과 유한요소 해석을 하여 구한 벨로스의 진동모드형상을 비교한 결과 축 방향 및 횡 방향 모두 진동모드형상이 잘 일치하였다.
- (4) 유한요소 해석과 회전관성을 고려한 전달행렬법을 이용하여 벨로스의 높이와 피치를 변화시키면서 고유진동수 변화를 비교한 결과 잘 일치하여 개발된 프로그램의 타당성을 검증하였다.

- (1) Lee, W. I., Oh, J. E. and Kim, T. W., 1988, A Study on the Dynamic Characteristics of Bellows, Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers, Vol. 12, No. 6, pp. 1273~1281.
- (2) Lee, Y. S., Yoon, G. S. and Kim, T. W., 1999, A Study on the Analysis of the Natural Frequencies and the Development of the Simplified Formulas for Bellows, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 9, No. 2, pp. 331~339.
- (3) Lu, C. L., Wu, T. X., Yu, J. G. and Ye, Q. T., 2004, On Torsional Stiffness and Natural Frequency of Bellows, Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 218, Part C, pp. 263~271.
- (4) Broman, G., Hermann, M. and Jonsson, A., 1999, Modelling Flexible Bellows by Standard Beam Finite Elements, Psilander Grafiska, Karlskrona.
- (5) EJMA, 1980, Standards of the Expansion Joint Manufacturers Association, Fifth.
- (6) Ko, B. G., Lee, W. I. and Park, G. J., 1994, Improvement of the Vibration Characteristics According to Attachment of Bellows and Evaluation of Bellows Optimal Position in Automobile Exhaust System, Transactions of the KSAE, Vol. 2, No. 3, pp. 21~32.
- (7) Jakubauskas, V. F. and Weaver, D. S., 1998, Transverse Vibrations of Bellows Expansion Joints. Part II : Beam Model Development and Experimental Verification, Journal of Fluids and Structures, Vol. 12, No. 4, pp. 457~473.
- (8) Midas IT, 2010, NFX-MIDAS Manual, Midas Information Technology.
- (9) Tse, F. S., Morse, I. E. and Hinkle, R. T., 1978, Mechanical Vibration, Allyn and Bacon, Chap. 5.