

한국과 독일의 중학교 수학 교과서 분석을 통한 함수 내용 비교

허 난* · 안 은 경** · 고 호 경***

2011 교육과정 개정 시안연구에서는 중학교 수준의 함수는 현실 세계의 상황을 이해하는 도구로서 초점을 맞추고, 중학교에서의 함수를 토대로 고등학교 함수에서 여러 영역을 통합하는 아이디어로서의 대응의 관점에서 정의된 형식화된 함수 개념으로 확장하는 것을 제안하고 있다. 교육과정을 개정할 때에 국제적 표준 교육과정과도 발맞추기 위하여 다른 나라의 상황을 고려하지 않을 수 없다. 본고에서는 독일에서의 함수 도입과 교수학습 측면에서의 특징을 살펴보기 위하여 독일의 여러 학교 형태 중 우리나라의 교육제도와 비슷한 학교 형태인 게잡트슐레(Gesamtschule, 종합학교)의 교과서를 선택하여 우리나라의 교과서와 비교 분석 하였다. 함수영역을 중심으로 우리나라의 교과서의 구조적인 부분인 체제와 내용을 비교 분석한 결과, 독일 교과서에서는 함수 개념 도입과 내용 전개 방식, 그래프의 지도 방식 등에서 2007년 개정 교육과정과는 차이점을 보였다. 이는 우리나라의 개정 교육 과정 및 교과서의 개발에 참고가 될 만한 자료를 제공할 수 있을 것이라 기대한다.

교육의 근대화운동을 주도하며 현대 수학교육의 큰 발판을 마련하였다.

1. 들어가는 말

독일은 근대에서 현대에 이르기까지 수학과 수학교육 분야에서 많은 인재들을 배출해온 대표적인 나라이다. 17세기 Euler를 시작으로 Gauss, Riemann 등에 이어 20세기의 Hilbert, Courant 등에 이르기까지 세계 수학의 중심에 위치하면서 현대수학의 큰 흐름을 주도하였다(노정학 외, 2003). 또한 Klein의 주도하에 사물에 대한 함수적 사고력 배양 및 수학교육이론의 정립과 수학

한편, PISA 2003 결과에 나타난 수학에 대한 독일 학생들의 태도는 긍정적으로 분석)되었다. 우리나라의 경우 국제 비교 평가 결과 학생들의 학업성취도는 최상으로 우수하지만 수학에 대한 흥미와 즐거움을 느끼는 정도 등의 수학에 대한 태도에 대하여서는 긍정적이지 못한 일면을 보여준 반면에 독일의 학생들은 수학의 정의적 영역에서 수학에 대한 높은 흥미를 보여주며 자신의 수학적 능력에 신뢰를 가지고 있었다. 인지적 영역에서도 인문계 중·

* 경기대학교 (huhnan@kgu.ac.kr)

** 빌레펠트 대학교 (aekdl@nate.com)

*** 교신저자, 아주대학교 (kohoh@ajou.ac.kr)

1) "PISA 2003 Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs Zusammenfassung"에 따르면, 독일 학생들은 수학에 대한 두려움(Mathematikangst)이 비교적 적은 가운데 스스로 수학적 요구수준에 충분하다고 생각하며 수학에 대한 높은 관심을 보여준다. 이에 반해 우리나라 등 아시아 학생들은 높은 수학 성적에도 불구하고 자신의 수학적 능력에 대한 신뢰감이 낮다(pp.19~20). 한편 PISA의 수학성적과 관련하여, 독일 인문계 중·고등학교 학생들은 평균 597점을 획득하여 우리나라 학생들의 전체 평균 542점을 크게 상회하였는데, 이를 실습 위주의 직업교육이 중심인 Hauptschule를 제외한 일반 실업계 중·고등학교(Realschule) 학생들의 취득 점수와 합산 평균하여도 552점으로 높은 수준을 보였다(pp.8~9).

고등학교 학생들은 최상위 수준의 결과를 보여주며 계속 향상되고 있었다. 그리고 이러한 점들은 국제 교육비 지출 통계가 보여주고 있는 것처럼 사실상 전적으로 공교육에서 나오고 있었다(박문희, 2006). 따라서 독일의 공교육에서 주 교재로 사용하고 있는 교과서는 전반적으로 어떻게 구성되어 있는지 살펴보는 것은 의미 있을 것이다.

교과서는 교육과정의 지표이자 학교 교육의 방향을 설정하며 학교에서 사용하는 주 교재로서 학교 교육은 주로 교과서를 통해 전개되며, 수업 내용의 순서나 난이도 등의 전반적인 교수·학습활동에 막대한 영향을 주고 있는 것이 현실이다. 수학 교과서는 수학과 교육과정을 잘 반영하여야 하며 학교 교육에 필요한 교과 내용을 잘 조직해서 담고 있어야 한다. 교과서가 지니는 이러한 의미를 감안하여 우리나라의 교과서와 외국의 교과서를 비교 분석한다는 것은 우리의 학습 수준에 대한 방향 설정이나 교수 학습 전반에 대한 발전에 도움을 줄 수 있는 계기를 마련하는 것이며, 향후 새로운 교과서 개발에도 영향을 미칠 것이다(최병훈 외, 2006).

국제적으로 교육과정이 많은 부분에서 표준화되어가는 시점에서 교육과정의 지표로서 다른 나라의 교과서를 살펴보고, 우리나라의 교과서와 외국 교과서의 차이점이 분명히 존재한다면 그 차이점에서 얻을 수 있는 시사점이 있는지를 살펴볼 수 있을 것이다. 그러나 지금까지 수학교육에 관련한 수학교과서의 비교연구는 미국, 일본, 러시아 그리고 싱가포르 등의 일부 국가에 제한되어 왔다. 서유럽 국가에 대한 교과서 비교 연구는 현재까지 독일에 관한 단 5편의 연구²⁾가 이루어졌을 뿐이었으며 이들 연구도 독일의 여러 학교 형태 중 하나인 김나

지움(Gymnasium, 인문계학교)의 교과서 분석으로 한정되어 있다. 그러나 김나지움은 종합대학 진학을 위하여 진로를 결정한 학생들을 위한 5학년부부터 13학년까지의 인문계 중등교육기관으로 우리나라의 중학교 학교 형태와는 다르다. 또한 김나지움에 한정된 교과서 분석으로 인하여 독일의 다양한 학교형태에 따른 교과서 분석이 다양하게 이루어지지 못하였다.

따라서 본 연구에서는 독일의 여러 학교 형태에서 사용하고 있는 중학교 수학 교과서 중 우리나라 교육체제와 비슷한 게잡트슐레(Gesamtschule, 종합학교)를 선택하여, 함수 영역을 중심으로 교과서의 구조적인 부분인 체제와 내용을 비교·분석하여 봄으로써 독일의 또 다른 학교 형태인 종합학교에서 사용하고 있는 교과서를 살펴볼 뿐만 아니라 우리나라의 교육 과정 및 교과서의 개발과 함수 영역의 학습지도 방법 개선에 기여하는데 목적을 두고 있다.

우리나라는 현재 새로운 교육과정을 연구 중이며 이에 대한 시안연구(2011년 3월)가 발표되었다. 이 시안 연구에서는 현 교육과정의 함수 교육의 문제점을 다음과 같이 지적하고 있다:

교과서에서 함수 개념은 정비례와 반비례 상황을 중심으로 도입하고 있으며 하나의 실생활 상황을 예로 탐구한 후 곧 바로 함수를 정의하는 방식을 택하고 있다. 정비례와 반비례 상황을 중심으로 함수 개념을 도입하는 경우 ‘상수함수 $y=3$ 은 함수가 아니다’거나 ‘식이 $y=ax$ 꼴이 아니어서 함수가 아니다’라고 생각하는 등 함수 개념에 대한 인지적 장애가 발생한다. 또한 성급하고 형식적으로 함수를 정의하는 경우 ‘식에 x 가 없어서 함수가 아니다’는 등의 오개념을 보이는 학생들이 많다(황선욱 외, 2011, p. 113).

최근 교육과정이 개편될 때 마다 함수 개념

2) 2010년 1월 기준으로 한국교육학술정보원에서 제공하는 학술연구 정보 서비스에서의 검색 결과로 김광래(1997), 박문희(2005), 노정학 외(2003), 정환욱(2005, 2008) 임.

도입에 관한 관점이 바뀌며 더 나은 함수 교육을 모색하고 있는 상황이다. 새로이 개정될 교육과정에서 역시 기존의 이러한 함수 교육의 문제점을 극복하기 위한 함수 도입 방법과 교수학습 방법을 모색하고 있다. 본 연구는 우리나라의 수학교과서의 내용 기술과 독일 교과서와의 비교 분석을 시도함으로써 개정 교육과정을 준비하고 있는 시점에서 이상적인 함수 교수학습 정립에 시의적절한 자료로서 활용되는 것을 그 목적으로 한다.

II. 독일의 학교 교육제도 및 수학과 교육과정

1. 독일의 학교 교육 제도

16개의 주(州)로 이루어진 연방 공화국인 독일의 연방 정부에는 교육 정책을 담당하는 부서가 없고 각 주(州)에서 교육제도의 입법과 행정을 관할³⁾하여 교육에 대한 전적인 책임을 진다. 따라서 각 주마다 독자적인 교육체계와 교육프로그램을 운영하고 있으며 상이한 학교 유형들이 존재한다. 각 주들은 서로 다른 교육 정책을 조정하기 위해 1964년에 ‘주교육 문화부장관상설회의(Kultus Minister Konferenz : KMK)’를 설치하고 협정을 통해 학교의 기본구조를 단일화하기 위한 노력을 하고 있다.

독일의 학교 교육 제도(<http://www.kmk.org>)는 중등교육과정까지 일반교육 과정과 직업교육 과정으로 나누어지며, 일반교육 과정은 다시 초등교육 과정과 중등교육 과정으로 나누어진 다. 초등교육은 초등학교 4학년까지의 과정이

며(베를린 주와 브란덴부르크 주는 초등학교가 6학년까지이다), 중등교육 과정은 중등교육 1단계(Sekundarstufe I)와 중등교육 2단계(Sekundarstufe II)로 나누어진다. 1단계는 대학교 진학을 위한 인문계 중등학교인 김나지움과 장래의 직업을 준비하기 위한 실업기초교육을 하는 레알슐레(Realschule, 실업학교), 하우프트슐레(Hauptschule, 주요학교)이다. 또한 이러한 세 종류의 전통적인 1단계 중등교육과정을 통합한 종합학교인 게잡트슐레로 구별된다. 김나지움 상급과정과 직업학교 및 특수학교의 상급학년, 콜렉(Kolleg), 아벤트슐레(Abendschule, 야간학교)를 합쳐서 중등교육 2단계라 부른다. 이와 같은 독일의 학교 교육제도는 [그림 II-1]과 같다.

독일은 만 6세에서 시작해서 12년⁴⁾간의 의무교육이 이루어지고 있다. 의무교육 기간의 마지막 3년간 인문계에 진학하지 않거나 또는 직업훈련의 이원체제에 진학하지 않는 학생들에게는 주 정부에서 전일제 직업학교와 같은 유형의 의무교육을 받도록 하고 있다.

가. 초등교육-그룬트슐레(Grundschule, 기초학교)

독일의 초등학교는 기초학교라는 의미의 그룬트슐레라고 부른다. 만 6세가 된 아이들은 4년(베를린과 브란덴부르크 주에서는 6년)제 기초학교에 입학한다. 기초학교는 지적 능력과 더불어 어린이의 가치관이나 사회성, 창의성을 개발하는데 교육의 중점을 둔다. 4학년의 기초학교를 마치면 학생들은 능력에 따라 하우프트슐레, 레알슐레, 김나지움 중 하나를 선택하여 진학한다.

지역별로 다소 차이가 있으나 독일어와 수학 점수⁵⁾에 따라 학생들은 담임으로부터 김나지움(인문계학교) 또는 레알슐레(실업학교) 진학을

3) 학교제도와 문화 관련 사항은 주정부 문화부(Kulturministerium)가 관장하고 있다.

4) 독일의 의무교육은 각 주의 법에 따라 결정되므로 주 마다 적용되는 의무교육 연한이 다르다.

권고 받게 되며 그 다음 학생들은 하우프트슐레(주요학교) 진학을 권고 받는다(6).

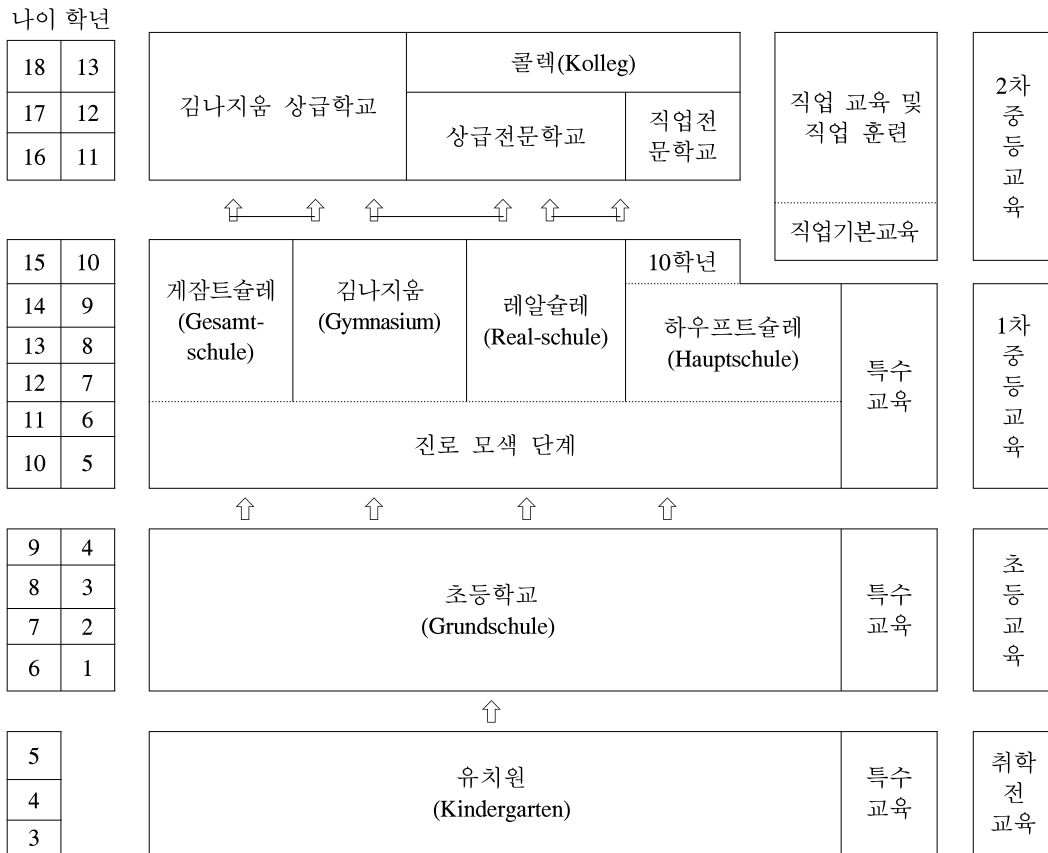
나. 중등교육

1) 하우프트슐레(Hauptschule, 주요학교)

하우프트슐레, 즉 주요학교는 보통 국민이 갖추어야 할 일반적인 지식을 교육하는 곳으로 이론적 또는 추상적 사고를 필요로 하지 않은 유형의 직업을 가질 학생들에게 인격적 기본소양과 기술적 능력의 배양을 위한 기초를 제공한다. 교육 연한은 주마다 차이가 있지만 대개

는 5학년에서 9학년까지 5년간이다. ‘하우프트슐레(주요학교)’라는 명칭은 중등교육기관 중 가장 중요한 학교라는 뜻을 내포하지만 실제로는 위세가 가장 낮고 그 중요성도 최근 점점 감소하는 경향을 보이고 있다.

하우프트슐레에서는 노동(Arbeit), 경제(Wirtschaft), 기술(Technik)의 3부분의 이해를 돕기 위한 수업들을 제공하고 있다. 능력이 인정된 졸업생은 상급직업학교를 거쳐 전문대학에 진학하거나 대학 예비자 과정인 콜렉(Kolleg)을 거쳐 대학 입학 자격 시험인 아비투어(Abitur)를 통하여



[그림 II-1] 독일의 교육제도(자료출처 <http://www.kmk.org>)

- 성적은 다음과 같이 1~6등급으로 나누어지며 1등급이 우리나라의 ‘수’에 해당된다.
1-sehr gut, 2-gut, 3-befriedigend, 4-ausreichend, 5-mangelhaft, 6-ungenügend
- 독일에서는 보통 한 교사가 4년 동안 계속 담임을 맡기 때문에 담임이 학생의 성격, 적성, 소질을 가장 정확히 파악하고 있다고 여기며 대부분의 학부모들은 담임의 권고에 따르는 것이 보통이다.

대학에 진학할 수 있다. 이와 같이 학교유형 사이의 이전 가능성이나 보완교육 등으로 상급학교로의 진학 가능성이 여러 방향으로 열려 있는 것은 독일교육의 특징이기도 하다.

2) 레알슐레(Realschule, 실업학교)

레알슐레, 즉 ‘실업학교’는 ‘하우프트슐레’와 ‘김나지움’의 중간에 놓인 학교로 학문적으로도 중간 수준을 차지하고 있으며, 미래의 전문직 활동을 위해 필요한 여러 재교육과 상급교육을 받을 기회를 모두 제공하고 있다. 레알슐레는 학생들의 관심과 성적에 따라 김나지움으로 옮겨갈 수도 있고, 레알슐레 졸업 후에 직업전문 김나지움(Berufliches Gymnasium)으로 진학하여 대학에 입학할 수도 있으며, 직업콜렉(Berufskolleg) 등에서 구체적 직업 선택을 위한 보충교육을 받을 수도 있다. 실업학교 졸업증서 취득 후에는 직업연수 과정이 시작되는데, 독일의 특징인 현장실습과 이론교육을 동시에 실시하는 복합체계(dualles System)에 따라 업체나 개별 영업체에서 실습을 하거나 학교에서 이론과 교양을 배운다.

3) 김나지움(Gymnasium, 인문계 학교)

김나지움은 우리나라의 인문계 중·고등학교에 해당하는 중등교육기관으로서 사회적 위세가 가장 높고 주로 ‘종합대학교’에 진학할 준비를 시킨다. 9년 과정인 김나지움은 5~10학년까지의 하급반과 11~13학년까지의 상급반으로 구분 된다.

일반적으로 언어계열과 자연과학계열로 나누어지며, 대학 입학자격(Allgemeine Hochschulreife)을 주는 아비투어(Abitur)로 마무리된다. 교과과정은 여러 교과목을 언어분야, 자연과학분야, 예능/사회분야 중 적어도 2분야를 망라하여 최소한 3개 과목을, 그리고 3분야 전체에서 5개 과목 이상의 기본과목을 포함시켜 편성한다.

다. 편성된 각 분야의 과목을 고루 이수하여야 아비투어를 치를 수 있도록 구조화되어 있는 독일 김나지움의 교육방향은 소위 전인교육을 지향하고 있음을 보여준다.

김나지움 상급과정(Oberstufe)의 성적은 아비투어의 내신 성적으로 크게 반영하며, 학년별 성적이 미달일 때와 아비투어 필답고사에 합격하지 못하면 13학년 과정을 다시 다녀야 하는 낙제 제도를 두고 있다.

4) 게잡트슐레(Gesamtschule, 종합학교)

하우프트슐레, 레알슐레, 김나지움으로 나누어지는 학교제도는 너무 일찍 자신의 진로를 선택하게 하고, 호환성이 결여되어 있다는 이유로 많은 비판을 받아왔다. 성적에 의해 수직적으로 나누어진 서독의 중등학교 학제에 대한 비판과 미국, 영국, 소련, 스웨덴 등 외국의 사례와 동독의 경험을 모범으로 하여 사민당의 주도로 생겨난 것이 게잡트슐레, 즉 ‘종합학교’이다. ‘종합학교’라는 구상은 1963년에 베를린의 교육부에 의해 처음 도입된 이후, 10년이 넘는 시범기간을 거쳐 1982년부터 각 주에서는 집권정당에 따라 게잡트슐레가 도입되었다. 게잡트슐레 제도는 분리되어 온 세 가지의 학교 종류를 통합한 것으로 졸업형태도 세 가지(하우프트슐레 졸업, 레알슐레 졸업, 아비투어)로 나뉜다. 게잡트슐레는 4학년을 마친 후에도 진로선택이 뚜렷하지 못한 학생들에게는 가장 이상적인 학교 형태로서, 9학년이 시작할 때까지 진로선택에 대한 결정을 미룰 수 있다.

게잡트슐레 교육 과정은 진로 탐색 과정(5학년년부터 7학년까지), 진로 선택 과정(8학년), 졸업 과정(9, 10학년)으로 나누어진다. 6학년부터는 영어 및 수학과목을 난이도에 따라 두 과정(A와 B과정)으로 구분한다. 7학년에서 국어, 영어, 수학을 A, B, C과정으로 나뉘고, 학생은 외국어와 실용과목(가사, 기술, 노동론 등) 중 하

나를 선택한다.

8학년부터 진로선택이 가능해져서 자신의 성적, 기호 및 능력에 맞는 선택과목을 학습하고, 9학년에 진급하여 자신이 선택한 진로와 성적을 비교하여 최종적으로 진로를 선택한다. 이때부터 수업계획은 3가지 학교형태(하우프트슐레, 레알슐레, 김나지움)에 따른다.

2007년 독일 베를린 주의 중등학교의 비율은 하우프트슐레 19.1%, 레알슐레 25.3%, 김나지움 37.9%이며 계잡트슐레는 17.7%이다. 2004년 이후 각 중등학교에 재학중인 학생들의 비율은 <표 II-1>과 같다.

<표 II-1> 독일 베를린 주의 중등학교 학생 비율(단위:%)

(자료출처:Die Klein Berlin-Statistik, 2010)

학교	년도			
	2004	2005	2008	2009
하우프트슐레	8.2	7.9	7.5	7.0
레알슐레	15.2	14.4	13	12.9
김나지움	48	49.0	50.1	50.8
계잡트슐레	28.6	28.7	28.8	29.2

<표 II-1>에서 나타난 바와 같이 하우프트슐레와 레알슐레에 진학하는 학생의 비율은 점차 감소하고 있다. 따라서 베를린 주에서는 하우프트슐레와 계잡트슐레를 통합하는 세쿤다슐레(Sekundarschule)를 새롭게 도입하는 교육개혁을 2010년부터 시작하여 2014년에 완료할 예정이다.

2. 독일의 교과서 발행제도

우리나라의 교과서는 크게 1종 도서(국정 교과서)와 2종 도서(검인정 교과서), 그리고 인정

도서의 세 가지로 나눌 수 있다. 현재 초등학교에서 사용하는 수학 교과서 및 지도서는 모두 1종 도서이며 중학교와 고등학교에서 사용하고 있는 수학교과서 및 지도서는 모두 2종 도서이다. 따라서 각 중등학교에서는 검정에 통과된 수학 교과서와 지도서 중에서 하나를 선택하여 사용한다.

한국 교과서 연구재단(2001)에 의하면 독일은 민간 출판사들이 개발한 교육용 교재를 각 주의 교육부가 심의 선정하여 교과서 목록을 제시하면, 각 학교의 '교사 협의회'에서 자율적으로 교과서 및 교재를 선택하는 방식을 취하고 있다. 독일은 총 16개의 주마다 일반 학교를 위한 교과 과정과 그에 따른 교과서 채택에 관련된 법규와 규정이 정해져 있다.

독일의 교과서 심의·채택 방식은 우리나라의 교과서 검정제와 유사하다고 할 수 있지만, 교육부의 심의를 통과하는 교재의 수, 즉 학교에서 채택할 수 있는 교과서의 수는 우리나라와 비교할 수 없을 정도로 많다. 예를 들면 튀링겐(Thuringen) 주의 2001/2002 학년도 교재 목록에는 총 2,187개의 교과서가 공시되었고, 2000년 3월부터 2001년 2월 사이에 200개의 교과서가 심의되었으며 그 중에 184개의 교과서가 새로이 승인되었다.

독일의 모든 공립학교에서는 각 주의 현행 학교 법에 따라 학교에 도입된 교재(교과서 및 수업 보조자료)를 학생들에게 무료로 제공한다. 이때 교과서의 소유권은 각 주가 가지며, 분실이나 손상이 발생하면 학생은 배상의 의무를 가진다. 교과서와 보조 자료들은 학생들에게 정해진 기간 동안 제공되며 공동으로 사용할 수 있도록 배치된다. 교육부가 다른 규정을 정하지 않는 한 학생들은 책을 소유할 권리가 없으며, 학교를 떠나기 전에 교과서를 반납하여야 한다.

3. 독일의 수학과 교육과정

독일의 현행 수학과 교육과정의 기본 가이드라인은 1968년 KMK에서 설정되었으며, 이 기준에 맞추어 각 주정부는 4년 이내에 새로운 교육과정을 개편하는 것으로 결의되었다. 그러나 그 기준은 각 주의 실정에 맞추어 융통성 있게 편성할 수 있도록 매우 포괄적으로 설정되어진 관계로 현재 독일의 수학과 교육과정은 주별로 약간의 차이가 있다. 본 연구에서는 독일의 수도인 베를린 주의 1차 중등교육 학년인 7-9학년의 수학과 교육과정을 살펴보고자 한다.

베를린 주의 교육과정의 기본원리는 ‘학교는 학생들 개개인이 그들의 인격을 발전시키는데 있어 최대한의 도움을 주어야 할 의무가 있으므로 학교는 학생들에게 학문적 경험과 세계에 대한 이해를 가르칠 뿐만 아니라 그들의 흥미를 끄집어 낼 수 있도록 가르쳐야 한다.’이다.

또한 1차 중등교육에서 학생들은 미래의 삶과 직업을 위하여 이전까지 그들이 획득한 재능과 능력을 깊이 있고 폭 넓게 확장 시켜야 한다고 서술하고 있다.

베를린 주의 수학과 교육과정은 7, 8학년과 9, 10학년을 통합하여 제시한다.

다음 <표 II-2>의 기본 이수 단위의 순서는 교과과정 이행의 한 방법을 나타낸 것이다. P1 7/8 단위부터 P3 7/8까지는 7학년 1학기에 가르쳐야하며 P6 7/8 단위는 7학년 중에 가르치면 된다. 학교들은 필수영역의 과목과 선택영역에서 한 가지 또는 몇 가지를 선택할 수 있다. 기본적인 기호는 표준으로 해석한다.

또한 베를린 주의 수학과 교육과정은 학교유형별 수준을 3단계로 나누어 기본적인 표준만을 <표 II-3>, <표 II-4>와 같이 제시하고 있다. 즉 7학년이나 8학년에서 자신이 속한 학교 형태(하우푸트슐레, 레알슐레, 김나지움)의 수준

<표 II-2> 베를린 주의 수학과 7/8, 9/10학년 필수 영역(자료출처: <http://www.berlin.de>)

7/8 학년		9/10 학년	
필수영역		필수영역	
P1 - 7/8	자료를 수집하고 이해하기	P1 - 9/10	새로운 수의 발견
P2 - 7/8	비례관계 이해하기	P2 - 9/10	넓이와 면적을 결정하고 계산하기
P3 - 7/8	음수 이해하고 사용하기	P3 - 9/10	통계 자료로부터 추론 끌어내기
P4 - 7/8	함수로 관계와 변화 설명하기	P4 - 9/10	이차함수와 거듭제곱 함수로 상황 설명하기
P5 - 7/8	변수, 조건, 방정식을 이용하여 문제 풀기	P5 - 9/10	각과 길이 계산하기
P6 - 7/8	작도하기와 평면도형 증명하기	P6 - 9/10	함수로 증가와 감소 설명하기
P7 - 7/8	비례와 반비례 모델	P7 - 9/10	입체도형 만들고 계산하기
P8 - 7/8	무작위 계산	P8 - 9/10	확률 계산하기
P9 - 7/8	실험 모형으로 실제 상황 설명	P9 - 9/10	함수로 순열 설명하기
P10 - 7/8	평면도형과 입체도형 추정, 측정, 계산하기	선택영역	
선택영역		W1 - 9/10	최적의 경로
W1 - 7/8	자연환경에서 이산구조	W2 - 9/10	정삼각형의 넓이
W2 - 7/8	입체와 도형 나타내고 추정하기	W3 - 9/10	구와 원
W3 - 7/8	기하학적 상과 대칭	W4 - 9/10	무한한 증가
W4 - 7/8	기하학적 추론과 자취		

<표 II-3> 비례관계 이해하기에 관한 교육과정 (자료출처:http://www.berlin.de)

P2 7/8 비례관계 이해하기	핵심 개념 : 함수 관계, 대수
비례를 이용하여 선형관계를 그리고 계산한다. 학생들은 표와 그래프를 통하여 비례관계에 대하여 깊이 이해한다. 또한 비율과 백분율을 계산하기 위해 비례방정식과 표를 사용한다.	
참조 역량	
<ul style="list-style-type: none"> • 간단한 계산과 복잡한 계산을 암산으로 한다. • 이차율과 관련된 백분율을 계산한다. • 물리적 상황에서 비례관계를 설명하고 계산한다. • 수학적 모델을 이용하여 다양한 실제 상황을 이해한다. 	
다음 학생의 활동은 이러한 역량의 획득을 증진시킨다:	
학생들은	
<ul style="list-style-type: none"> - 다이어그램과 표를 이용하여 비례 대응을 말로 설명한다. - 예를 들어서 비례 대응의 특징을 설명한다. - 비례 관계로 확대·축소와 비율을 설명한다. - 비례관계와 관련된 실생활 문제를 해결한다. - 좌표평면에 비례관계를 나타내고 적절한 비율과 단위를 선택한다. - 비례 대응에서 크기를 추정한다. - 암산으로 비례 대응의 크기를 추정하고 계산기를 이용하여 계산한다. - 스케치를 통해 백분율과 일부분을 다른 형태로 시각화 한다. - 비례대응을 백분율과 이차계산에 사용한다. - 백분율, 백분율 값, 기본값들의 규칙을 가지고 이들의 값을 구한다. 	
<ul style="list-style-type: none"> - 비례방정식을 통해 비례대응의 비율을 나타낸다. - Dreisatz⁷⁾, 비례방정식 그리고 표의 풀이방법을 비교한다. - 비례 대응의 크기를 계산하기 위하여 표, Dreisatz, 다이어그램과 같은 절차를 선택한다. - 증가와 감소를 이용하여 문제를 해결한다. 	
<ul style="list-style-type: none"> - 비례대응의 복합적인 적용을 통해서 물리적 과제를 해결한다. 	

에 맞게 재능과 기술을 획득하면 된다. 학교유형별 세 가지 수준은 다음과 같다.

- ↔ 기본 수준 : 하우프트슐레와 게잠트슐레 G/A반
- ↔↔ 중간 수준 : 레알슐레와 게잠트슐레 E반
- ↔↔↔ 심화 수준 : 김나지움과 게잠트슐레 F반

III. 한국과 독일의 교과서 비교

1. 비교 교과서 선정

한국과 독일의 중학교 수학교과서 비교를 위

하여 우리나라의 교과서는 중학교 과정에서 배우는 중학교 수학 1, 8-가, 9-가의 함수 영역을 연구 대상으로 하였다. 독일의 경우는 우리나라 중학교 과정에 해당하는 종합학교의 7, 8, 9학년 수학교과서의 함수 영역을 선택하였다. 베를린 주의 게잠트슐레 수학 교과서를 선택한 이유는 다음과 같다. 지금까지 독일 교과서 분석의 대상이 되어온 김나지움은 초등학교 5학년년부터 대학진학을 목표로 교육을 하는 학교형태이다. 그러나 우리나라에서는 학생들이 직업을 위하여 인문계와 실업계학교를 선택하는 시기가 중학교 과정을 마친 이후이다. 따라서 독

7) Dreisatz : 3가지 값을 이용하여 나머지 한 값을 구하는 계산 방법 $a:b=c:d \therefore a=b \times \frac{c}{d}$

<표 II-4> 함수로 관계와 변화 설명하기에 관한 교육과정 (자료출처:http://www.berlin.de)

P4 7/8 함수로 관계와 변화 설명하기	핵심 개념 : 함수 관계
<p>그래프를 통하여 함수를 좌표평면에 표현하는 것은 변수들의 변화와 두 양 사이의 관계를 설명하는 것이다. 학생들은 그래프를 이용하여 변수의 관계를 이해하는 능력을 발달시킨다. 즉, 학생들은 함수관계의 아이디어를 발달시키고 좌표평면에 나타난 변화를 읽고, 해석하는 법을 배운다.</p>	
<p>참조 역량</p> <ul style="list-style-type: none"> • 여러 가지 형태의 표현법을 사용하여 함수를 묘사하고 그것들을 서로 변환한다. • 그래프를 사용하여 변수의 종속성을 설명한다. <p>다음 학생의 활동은 이러한 역량의 획득을 증진 시킨다: 학생들은</p> <ul style="list-style-type: none"> - 물리적 상황에서 실제 함수의 그래프를 알려준다. - 표와 그래프를 통하여 물리적 관계를 함수 관계로 표현한다. - 물리적 상황으로부터 정보를 확인하고 표로 만들어 좌표평면에 표현하고 함수 관계를 설명한다. - 표로 주어진 함수를 좌표평면에 나타낸다. - 그래프의 순서쌍을 읽는다. - 표와 그래프에 나타난 함수를 이해하고 말과 그림으로 설명한다. <ul style="list-style-type: none"> - 좌표축에 주어진 함수값을 대입한다. - 함수의 그래프 표현에 대한 결정에 대하여 근거를 들어 설명하다. - 하나의 대응으로 함수를 설명한다. - 좌표축 위의 점들을 그래프로 생각할 수 있는지에 대한 여부를 결정한다. <ul style="list-style-type: none"> - 비례대응의 복합적인 적용을 통해서 물리적 과제를 해결한다. 	

일의 1차 중등학교 체제 중에서 중학교 과정에 인문계와 실업계 학교를 구분하지 않는 우리나라의 체제와 비슷한 게잡트슐레, 특히 게잡트슐레를 가장 먼저 도입하여 독일 전체에 게잡트슐레 체제 정립을 주도한 베를린 주의 게잡트슐레 교과서를 선택하는 것이 의미가 있을 것이다.

한편, 연구의 대상이 된 우리나라의 교과서는 7차 교육과정이 개정됨에 따라, 본 연구의 시점에서는 중학교 수학 1만이 2007년 개정 수학과 교육과정이 적용된 것이었다. 따라서 중학교 수학 1, 유희찬 외 7인 공저, 대한교과서(주), 2009.

중학교 수학 2, 우정호 외 9인 공저, 두산동아(주), 2011.

중학교 수학 3, 우정호 외 9인 공저, 두산동아(주), 2011를 임의 선택하여 분석 대상으로 하였다.

독일의 경우는 베를린 주에서 현재 사용 중인 게잡트슐레의 교과서인

mathe live 7, Mathematik für Sekundarstufe I, Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2007.

mathe live 8, Mathematik für Sekundarstufe I, Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2008.

mathe live 9E, Mathematik für Sekundarstufe I, Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2008

를 분석 대상으로 하였다. 이들 교과서는 우리의 중학교 과정에 해당하는 것으로 게잡트슐레 교육과정의 난이도에 따라 구분된 과정 중 A 과정에 해당하는 교과서를 임의 선택하였다.

2. 교과서 비교 · 분석 내용

수집된 연구 대상 자료에 대한 분석은 외형적인 측면과 내용적인 측면으로 나누어 실시하였다. 외형적인 측면에 관해서는 교과서의 단원명과 수준별 수업에 따른 교과서 체제를 비교 · 분석하였다. 내용적인 측면에서는 함수영역을 대상으로 하여 함수의 개념도입, 그래프, 일차함수 그리고 이차함수에 관한 내용에 대하여 비교 · 분석하였다.

3. 체제 비교

가. 교과서 단원명 비교

우리나라의 교과서와 독일의 교과서는 교과서의 단원명에 큰 차이점을 보인다. 예를 들면 함수 영역에서 우리나라 교과서의 단원명은 ‘일차함수’, ‘이차함수’와 같은 학문 중심적인 단원명을 사용하지만 독일 교과서는 ‘전기와 물의 소비’, ‘현수교, 그리고 그 이상’과 같이 실생활 소재나 감성적인 단어를 단원명으로 사용

하여 단원의 시작부터 내용 전체를 주도하고 있다. 이는 현실과의 관련성을 증시하는 독일의 수학교육사상을 드러내는 것일 뿐만 아니라 학습자로 하여금 수학은 흥미롭고 실용적인 학문임을 느낄 수 있도록 해준다.

[그림 III-1]과 같이 교과서의 내용을 일일이 들여다보지 않아도 어떤 내용을 담고 있을지 짐작할 수 있게 한다. 이러한 단원명은 수학의 원리가 우리의 삶과 직접적으로 연결되어 있는 것임을 학생들에게 주지시켜 줄 수 있는 방법 중의 하나라고 판단한다. 이는 우리나라의 2007년 개정 교육과정에서도 강조하고 있는 것처럼 실생활에서의 여러 가지 현상과 문제를 해결하는 능력을 기르기 위하여 수학을 학습한다는 것을 인식시켜줄 수 있으며, 앞으로의 우리나라의 교과서 저술에도 고려해 볼 수 있는 점이다.

나. 수준별 수업에 따른 교과서 체제 비교

우리나라의 2007년 개정 수학과 교육과정에서는 수준별 수업에 해당하는 교과 내용은 교육과정에 제시하고 있지 않으며 각 학교 교사

플러스와 마이너스	행운과 우연	어디서나 백분율: 건강, 영양과 소비	수학의 언어
1 Plus und Minus  1.1 Mit Minuszahlen spielen Rationale Zahlen Größer oder kleiner? 1.2 Spielend rechnen Rationale Zahlen addieren und subtrahieren Thema Ein eigenes Bankkonto Kompakt Test	3 Glück und Zufall  3.1 Spiele, Spiele, Spiele Zufälle Chancen und Wahrscheinlichkeiten Wir vergrößern unsere Chancen Zusammengefasst Ereignisse 3.2 Reißnägel werfen Schätzen von Wahrscheinlichkeiten Deutung von Wahrscheinlichkeiten Thema Der beste Weg zum Ziel Thema Auto oder Zug? Kompakt Test	5 Überall Prozente: Gesundheit, Ernährung und Konsum  5.1 Gesund leben Prozent Rechnen mit Prozenten 5.2 Ich kauf mir was Rabatt, Skonto, Mehrwertsteuer Darstellen von Prozenten mit dem Computer Thema Idealgewicht und gesunde Kompakt Test	7 Sprache der Mathematik I  7.1 Gleiche Seiten und Flächen Terme und Variablen Werte von Termen vergleichen und berechnen Terme addieren und subtrahieren Terme multiplizieren und dividieren 7.2 Knetball mit Gleichungen Gleichungen lösen durch 155 157 158
바퀴와 톱니바퀴 2 Räder und Getriebe  2.1 Lerne dein Rad kennen Übersetzungen Brüche vereinfachen 2.2 Wir dreh'n am Rad Brüche multiplizieren 2.3 Rückwärts schieben Kehrwert Brüche dividieren 2.4 Jetzt geht's rund Positive und negative Zahlen 2.5 Wir bauen Getriebe Rationale Zahlen multiplizieren Vermischtes Thema Komplexe Getriebe Kompakt Test	4 Unterwegs  여정 4.1 Bewegungsgeschichten Schaubilder Zuordnungen 4.2 Je mehr, desto mehr? Proportionale Zuordnungen Dreisatz 4.3 Je mehr, desto weniger? Antiproportionale Zuordnungen Dreisatz bei antiproportionalen Zuordnungen Thema Tiere unterwegs Kompakt Test	삼각형 주위를 거닐기 6 Ein Streifzug rund ums Dreieck  6.1 Parkette und Netze aus Dreiecken Dreiecksformen Winkelsumme im Dreieck 6.2 Probieren und konstruieren Dreiecke konstruieren Kongruenzsätze 6.3 Konstruieren mit und ohne Computer Geometrie mit dem Computer Besondere Linien im Dreieck Thema Dreiecke und Ornamente Kompakt Test	Mathematische Reisen Codierung von Zahlen 159 Mathematische Werkstatt Dezimalzahlen Rechnen mit Dezimalzahlen Teiler, Vielfache und Teilbarkeitsregeln Brüche Rechnen mit Brüchen 180 Brüche und Dezimalzahlen Körper: Flächen und Symmetrien Umgang mit Zirkel und Geodreieck 188 Berechnungen an Rechteck und Quader Skizzen 192 195 Querbeet - fit in Mathe Mathematik rund um die Schule 198 Lösungen zu den Tests 205 Lösungen zu Querbeet 215 Stichwortverzeichnis 217

[그림 III-1] mathe live 7의 목차

들에게 학생의 성취수준과 진로, 학교의 여건을 고려하여 교육 내용을 재구성하고 수준별 집단에 맞는 수학 교육을 실시할 수 있는 자율권을 부여하였다. 이 때, 수준별 수업 내용은 동일한 학습 주제 하에서 학습 주제에 접근하는 방법을 다르게 하거나 내용의 깊이를 달리 하여 가르치도록 하였다. 이에 근거한 교과서는 보조 교과서인 익힘책에 수준별 수업을 위한 수준에 따른 개념 설명과 다양한 난이도⁸⁾의 문제들을 제시하고 있다. 본 교과서가 일반적 수준의 내용을 다루고 있다면 익힘책에서는 학생들의 수준을 고려하여 상, 중, 하의 난이도의 교과 내용과 연습문제 등이 수록되어져 있다.

독일의 통합형 종합학교인 게잠트슐레에서는 주 학교법에 따라 국어(독일어), 외국어, 수학, 과학 등의 주요 교과에서 수준별 이동수업을 실시한다. 학생들을 두 개 집단으로 나누어 수준별 이동수업을 실시하되, 우수반은 김나지움과 레알슐레의 교육과정을 혼합하여 편성하고, 기본반은 레알슐레와 하우프트슐레의 교육과정을 혼합하여 편성한다. 그리고 학생들이 소속된 반에서 학습한 내용을 중심으로 평가하되, 우수반과 기본반의 성적은 동등화 방안을 통하여 조정한다.

수준별 수업은 내용 요소를 차별화하기보다는 내용의 깊이나 접근 방법에 차이를 두어 운영한다. 독일의 교과서는 1권으로 구성된 교과서의 대단원 마무리 마다 상, 중, 하에 해당하는 세 가지 난이도의 문제들을 제시하여 자신에게 맞는 수준의 문제를 선택하여 풀 수 있게 한다. 교과서의 가장 뒷부분에는 ‘수학공작소’, ‘수학여행’과 같은 제목으로 심화 내용을 묶어서 제시하고 있다. 이러한 수준별 학습을 위한 교과서의 구성은 게잠트슐레의 교과서에서 볼 수 특징이다. 이미 학생들을 수준별에 따라 분

리한 독일의 1차 중등 학교제도인 김나지움, 레알슐레 그리고 하우프트슐레에서는 수준별 수업은 이루어지지 않고 있다. 김나지움, 레알슐레, 하우프트슐레를 통합한 형태인 게잠트슐레만이 이러한 수준별 연습문제가 필요한 것이라 할 수 있다.

4. 함수 영역 내용 비교 분석

우리나라와 독일의 함수 영역의 내용은 대체로 유사하다. 그러나 세심한 부분을 비교해 보면, 내용을 전개해 나가는 측면에서 몇 가지 차이점이 발견된다.

첫째, 우리나라는 독일에 비해 수학의 원리 자체를 이해하는데 목적을 둔다. 단원의 주 내용은 이론적인 설명이 대부분을 차지하며, 단원 도입부의 실생활 소재와 단원 말미의 활용 문제는 수학의 이론을 이해하기 위한 하나의 수단일 뿐 그 자체가 목적이 되지 못하고 있다. 그러나 독일의 교과서는 실생활 속의 여러 가지 원리들을 수학의 개념으로 설명하고 있다. 단원의 내용은 실생활 문제가 주가 되며 수학의 원리가 뒷받침이 되어 학생들은 인간의 삶의 곳곳에서 수학의 원리가 적용되고 있으며 필연적으로 발생되어 온 것임을 느끼게 된다. 독일은 실생활에서 사용하는 복잡한 수치를 가진 소재를 사용하지만 우리나라는 원리를 설명하기 위하여 다소 실제 생활과는 거리가 있는 더 간결한 수치로 표현되는 소재를 사용하는 것도 이러한 차이점을 드러내는 것이라 할 수 있다.

둘째, 우리나라는 함수의 개념 설명과 계산이 주가 되는 반면 독일은 그래프를 통한 함수의 개념 이해에 초점을 맞추고 있다. 우리나라의 교과서는 일차함수의 그래프와 이차함수의

8) 수준 1에서 수준 5까지 제공하는 교과서도 있다.

그래프만을 제한적으로 학생들에게 가르치고 있고 그래프의 식을 구하거나 함수식을 좌표평면에 그릴 수 있게 하는데 중점을 둔다. 반면에 독일의 교과서는 그래프단원을 통해 직선의 그래프와 곡선의 그래프가 나타나는 자연적인 현상들을 관찰함으로써 그래프를 통하여 우리가 얻는 정보에 초점을 맞춘다. 전기세의 사용량에 따른 요금문제, 나이에 따른 키의 상관관계 등을 직접 표로 관찰하고 그래프로 표현하면서 비례 관계를 이용하여 함수를 배우며 자연스럽게 수학과 실생활이 밀접한 관련이 있다는 것을 느끼게 한다.

가. 함수 개념 정의

함수 개념을 정의하는데 있어서 우리나라의 교과서는 중학교 1학년에서는 변수의 개념으로 정의하고 있고, 고등학교에서는 두 집합 사이의 대응 관계로 정의하고 있으나 독일에서는 중학교 과정에서 두 영역 사이의 대응 관계로 함수를 정의한다.

우리나라의 교육과정을 살펴보았을 때, 제3차 교육과정부터 제6차 교육과정까지의 함수 개념은 두 집합 사이의 대응의 관점을 반영하였다. 그러나 제7차 교육과정에서는 기존의 대응 관계의 함수 정의를 실생활과 관련짓기 용이한 비례와 변화의 관점으로 변환하여 변화하는 두 양 사이의 관계로 정의 하였다. 따라서 함수 개념은 정비례나 반비례 등을 이용하여 함수 개념을 도입하였다.

이후, 2009년부터 2007년 개정 교육과정이 적용됨에 따라 함수 개념 도입에도 또다시 변화가 생겼다. 제7차 교육과정에서 비례 관계를 바탕으로 도입하였던 함수 개념을 2007년 개정 교육과정에서는 한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 종속 관계를 갖는 두 양 사이의 대응 관계로 도입한다. 이때, 우리나라

는 변화하는 두 양을 변수로 정의하고 변수 개념을 이용하여 함수를 정의한다. 그 정의는 다음과 같다.

두 변수 x, y 에 대하여 x 의 값이 변함에 따라 y 의 값이 하나로 정해지는 대응관계가 있을 때, y 를 x 의 함수라고 한다.

(대한교과서 수학1, p.127)

중학교에서 함수의 정의는 정비례 관계 $y = ax$ 와 반비례 관계 $y = \frac{a}{x}$ 에 중점을 둔다. x 가 변하면 y 도 따라 변하는 종속의 관계이며 각 원소에 대하여 집합 y 의 원소가 하나씩만 대응한다는 대응의 관점은 거의 다루지 않고 있다. 두 집합 사이의 대응에 의한 함수의 정의는 실질적으로 고등학교에서 다루어지며 그 정의는 다음과 같다.

일반적으로 집합 X 의 각 원소에 집합 Y 의 원소가 오직 하나씩 대응할 때, 이 대응을 X 에서 Y 로의 함수라 하고, 이 함수를 기호로

$$f: X \rightarrow Y$$

와 같이 나타낸다.

(중앙교육진흥연구소 고등학교 수학, p.238)

독일에서는 함수 개념을 두 영역에 있는 각 원소 사이의 대응 관계로 도입한다. 그 정의는 다음과 같다.

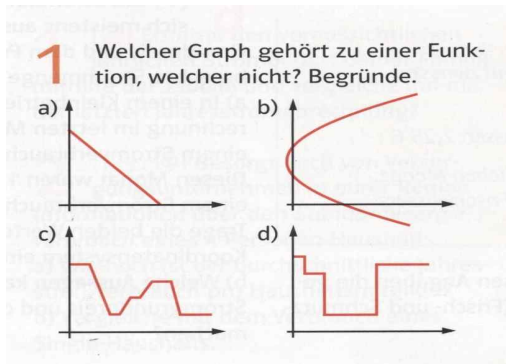
첫 번째 영역의 각 원소가 두 번째 영역의 원소에 꼭 하나씩 대응될 때, 이러한 명확한 대응 관계를 함수라고 한다. 함수는 표, 그래프, 함수 방정식(계산 절차)을 이용하여 기술할 수 있다. 첫 번째 영역의 원소를 x 라고 하면 이것에 대응하는 두 번째 영역의 원소를 x 의 함수값이라 하고 $f(x)$ 라고 한다.

(Unter einer Funktion versteht man eine eindeutige Zuordnung, bei der zu jeder Größe aus dem ersten Bereich genau eine Größe aus dem zweiten Bereich gehört. Eine Funktion lässt sich in einer Tabelle, einem

Schaubild oder mit einer Funktionsgleichung (=Rechen-
vorschrift) beschreiben. Wird die erste Größe mit x
bezeichnet, so heißt die zweite Größe Funktionswert
von x .)

(mathe live 9, p.40)

이러한 두 영역에 있는 각 원소의 대응 관계
를 이용한 함수의 정의는 우리나라의 고등학교
함수의 정의와 유사하며, 함수인 것과 함수가
아닌 것을 찾고 그 이유를 묻는 [그림 III-2]와
같은 문제도 우리나라에서는 고등학교에서 다
루는데 비하여 독일에서는 9단계에서 다룬다.



[그림 III-2] mathe live 9

또한 함수와 관련한 여러 가지 용어들에 대
한 정의와 설명에 대하여서도 차이점이 나타나
다. 우리나라의 교과서에서는 함수와 관련한
여러 가지 용어들 예를 들면, 정의역, 치역, 공
역 등을 자세히 정의 또는 설명하고 있다. 이
때, 함수의 정의에 변수의 개념을 도입한 것과
같이 정의역과 공역을 정의할 때도 변수의 개
념을 이용하고 있다. 그러나 독일 교과서에서
는 정의역, 치역, 공역과 같은 용어들에 대해
정의하지 않고 함수를 정의하고 있다.

나. 함수의 그래프

변화하는 양들 사이의 규칙과 패턴을 함수적
관계로 표현하는 그래프는 함수를 학습할 때

중요한 역할을 하고 있다. 함수 그래프를 그리
는 것과 그것을 해석하는 것은 함수에 대한 기
본 이해가 시작되는 것이며, 함수의 여러 가지
특징은 대수식이나 표보다는 그래프에서 더 쉽
게 인식될 수 있다고 할 수 있다.

그래프는 여러 가지 변화 현상을 함수의 역
동적 측면을 전달하는데 적절하며, 그리고 어
린 학생들이 친숙한 물리적 현상을, 특히 대수
식으로 쉽게 묘사되지 않는 현상을 함수적 관
계 그래프를 사용한 경험은 후에 변수 사이의
함수적 관계를 묘사하는 그래프에 대해 학생들
이 갖는 개념화에 질적인 기초를 주게 될 잠재
성 때문에 그 의의가 크다고 볼 수 있다(현아
영, 2006).

그래프에 관한 내용은 양국의 교과서에서 가
장 두드러진 차이점을 보이고 있는 부분으로서
그래프를 배우는 절차가 그 대표적인 차이점이
다. 우리나라의 교과서는 중학교 2학년에 일차
함수를 배우고 난 뒤, 그 일차함수의 그래프를
그릴 수 있게 한다. 중학교 3학년에서 배우는
이차함수에 대해서도 마찬가지이다. 그러나 독
일은 함수를 정의하기 전에 함수적 관계가 있
는 실제 상황을 그래프로 묘사하는 것을 먼저
배운다. 이때의 현실 상황은 다양한 기울기를
갖고 있는 직선뿐 아니라 곡선의 그래프도 포
함하고 있으며 일차함수의 그래프와 이차함수
의 그래프는 각각의 함수를 정의한 후에 그 그
래프의 특징을 관찰하는데 중점을 둔다.

우리나라의 함수의 그래프에 관한 학습은 함
수의 대수적 표현에 대한 접근을 이용하고 있
고, 변화적인 역동적 속성을 무시한 채 주어진
방정식에 x 값을 대입해 나온 y 값으로 점을 찍
어 그래프를 그리는 점별 접근법을 사용하고
있다. 이 때, $y=ax$ 와 $y=\frac{a}{x}$ 의 그래프를 지나서
몇 개의 점들을 좌표평면 위에 나타내어 보고
정의역의 간격을 점점 작게 나누어 나타내면서

직선과 곡선의 그래프를 얻는다.

우리나라 교과서의 함수의 그래프의 정의는 다음과 같다.

정의역 x 에서의 함수 $y=f(x)$ 가 주어질 때, 정의역 x 의 각 원소를 x 좌표로 하고, 이에 대응하는 함수값을 y 좌표로 하는 순서쌍 (x,y) 를 좌표평면 위에 모두 나타낸 것을 그 **함수의 그래프**라고 한다.

(대한교과서 수학 1, p.135)

우리나라의 교과서에서 함수의 그래프는 식과 그래프와의 관계를 매우 중요시하며 식을 그래프로, 그래프를 식으로 바꾸는 연습이 큰 비중을 차지한다.

이에 비하여 독일의 교과서는 9학년에서 함수를 정의하기 전에 7학년과 8학년에서 그래프를 먼저 배운다. 우선 7학년에서는 서로 대응 관계가 있는 두 양을 좌표평면에 표현하는 방법과) 그래프를 해석하는 것을 배운다. 예를 들면 [그림 III-3]과 같이 기차의 시간에 따른 위치 관계를 나타낸 대응 표를 그래프로 표현하게 하며 그 그래프를 통하여 시간에 따른 기차의 위치와 정차 시간 등 여러 가지 정보를

알 수 있게 한다.

그래프의 정의는 8학년에서 두 양 사이의 관계와 과정으로 정의한다. 즉, 그래프는 운동하는 물체의 시간에 따른 위치의 관계와 물체의 이동 과정을 좌표평면 위에 나타내는 것으로 설명한다. 독일 교과서는 그래프 단원을 통하여 학생들이 함수의 종속관계를 인식하고 연속적으로 변화하는 양들의 관계를 이해하도록 돕고 있다.

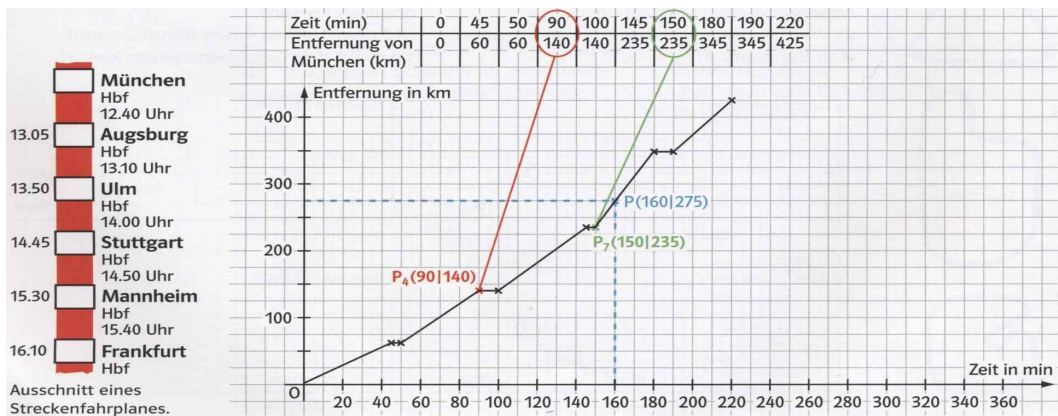
8학년에서 그래프의 정의는 다음과 같다.

시간에 따른 물의 높이와 같이 두 양 사이의 관계는 좌표평면상에 그래프로 표현되어 질 수 있다. 즉, x 축에 시간을 놓고 y 축에 물의 높이를 놓았을 때, 좌표평면에 나타나는 그 선을 그래프라고 한다.

(Zusammenhänge zwischen zwei Größen, wie Zeit und Wasserhöhe, können durch ein Schaubild dargestellt werden. Dabei wird die Zeit auf der x -Achse und die Wasserhöhe auf der y -Achse eingetragen. Die Linie im Koordinatensystem heißt Graph.)

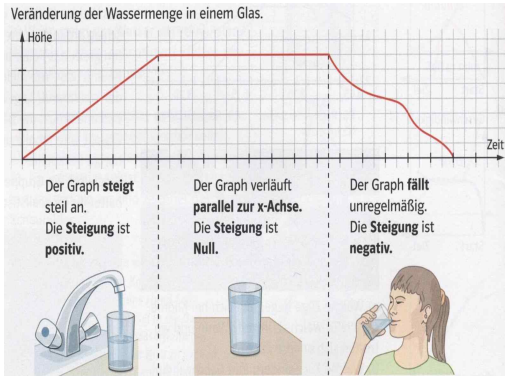
(mathlive 8, p.122)

또한 우리나라는 일차함수에서 직선의 기울기를 정의하고 있는데 독일 교과서는 그래프단



[그림 III-3] 기차 시간에 따른 위치의 변화 그래프(mathe live 7)

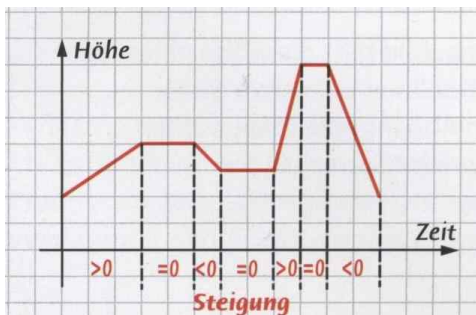
9) 점의 좌표를 나타낼 때 우리나라에서는 점 $P(a,b)$ 이고 독일에서는 $P(ab)$ 로 표현한다.



[그림 III-4] 상황에 따른 물컵의 높이의 변화

원에서 그래프의 기울기를 정의하고 그래프의 기울기를 직관적으로 이해하도록 한다. 기울기 역시 엄밀한 정의 없이 [그림 III-4]와 같이 설명한다.

독일 교과서의 기울기에 대한 설명은 다음과 같다.



[그림 III-5]

그래프([그림 III-5])는 왼쪽에서 오른쪽으로 진행된다. 이 때, 그래프가 올라가면 양의 기울기를 갖고 내려가면 음의 기울기는 가지며 같은 높이를 유지하면 기울기는 0이다.

Ein Graph verläuft von links nach rechts.

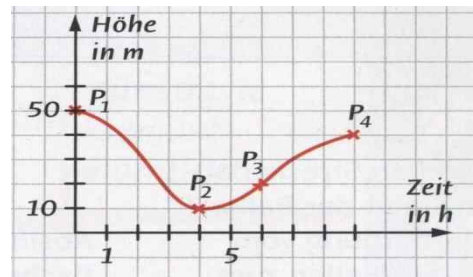
Er hat

- eine positive Steigung, wenn er ansteigt,
- eine negative Steigung, wenn er fällt,
- die Steigung Null, wenn er auf gleicher Höhe bleibt.

(mathe live 8, p.137)

독일 교과서는 곡선의 그래프에서 기울기를 구하는 방법도 다루고 있는데 이때, 평균변화율의 개념을 사용한다. 우리나라는 중학교에서 일차함수의 기울기를 배우고 고등학교에서 곡선의 평균변화율을 배우지만 독일은 7학년에서 두 지점의 평균변화율을 먼저 배운다. 우리가 고등학교에서 정의하는 곡선의 평균변화율의 개념을 독일은 기울기를 정의하는데 사용하고 있다.

사이 기울기	평균 기울기	평균 변화
P_1 과 P_2	$-\frac{40}{4} = -10$	시간당 -10m
P_3 과 P_4	$\frac{20}{3} \approx 6,7^{10)}$	시간당 약 6,7m



[그림 III-6] 시간에 따른 높이 변화 그래프

평균 기울기(durchschnittliche Steigung)

두 점 사이의 기울기는, 예를 들면 소요되는 시간으로 그 시간 동안 변화된 양을 나누는 것과 같이 계산할 수 있다.

$$\text{평균 기울기} = \frac{\text{끝값} - \text{시작값}}{\text{소요되는 시간}}$$

(Die Steigung zwischen zwei Punkten wird z.B. berechnet, indem die Größe der Veränderung durch die für sie benötigte Zeit geteilt wird: durchschnittliche Steigung = $\frac{\text{Endwert} - \text{Anfangswert}}{\text{benötigte Zeit}}$)

(mathe live 8, p.137)

10) 소수점을 나타낼 때 우리나라는 '.'을 사용하는데 독일에서는 ','를 사용한다. 즉 6,7은 6.7을 뜻한다.

다. 일차함수

우리나라는 중학교 1학년에서 함수의 정의를 배운 후에 중학교 2학년에서 일차함수를 배운다. 그 정의는 다음과 같다.

함수 $y=f(x)$ 에서
 $y=ax+b$ (a, b 는 상수, $a \neq 0$)
 와 같이 y 가 x 에 관한 일차식으로 나타내어질 때, 이 함수 f 를 **일차함수**라고 한다.

(두산동아 수학 2, p.131)

우리나라의 교과서는 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프를 $y=ax$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 한 것으로 이해시킨다. 이때, 그래프가 x 축과 만나는 점을 x 절편, y 축과 만나는 점을 y 절편이라 정의한다. 함수의 기울기 a 는 $a = \frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$ 로 정의하며, $a > 0$ 일 때 그래프는 오른쪽 위로 향하며 $a < 0$ 일 때 그래프는 왼쪽 아래로 향한다는 성질도 설명하고 있다.

또한 미지수가 2개인 일차방정식과 일차함수의 관계 즉, $ax+by+c=0$ 의 해를 나타내는 그래프와 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$ 의 그래프는 같다는 것도 다루고 있다.

독일은 9학년에서 일차함수를 배우기 전에 8학년에서 일차 대응을 먼저 배운다. 일차대응의 정의는 다음과 같다.

각각의 대응은 표 또는 그래프를 통하여 나타낼 수 있다. 이때, 같은 변화율을 가진 대응들을 일차대응이라고 한다. 1차 대응의 그래프는 항상 직선이다.

(Jede Zuordnung kann durch eine Tabelle oder ein Schaubild dargestellt werden.

Zuordnungen mit gleichmäßiger Veränderung heißen linear. Der Graph einer linearen Zuordnung ist immer eine Gerade oder Strecke mit gleich bleibender Steigung.)

(mathe live 8, p.130)

일차대응의 관계식은 $ax+b$ 로 나타낸다. 평균변화율 a 를 기울기로 정의하고 b 는 $x=0$ 일 때의 값¹¹⁾으로 정의한다.

예를 들어 시간에 따른 물통의 높이가 다음의 <표 III-1>과 같다고 하자.

<표 III-1> 시간에 따른 물통의 물의 높이

시간(h)	0	2	4	6	8
높이(cm)	2	3.4	4.8	6.2	7.6

이 때, 시간당 물의 높이는 $\frac{1.4}{2}=0.7\text{cm}$ 씩 증가한다. 이것을 직선의 기울기라고 정의한다. 이와 같이 기울기는 단위 시간당 평균 변화율이다.

위의 대응표에서 7시간 후의 물의 높이는 $2+0.7 \cdot 7=6.9$ 이다. 따라서 시간 x 에 따른 높이의 관계식을 구하면

Anfangswert(초기값) + Steigung(기울기) $\cdot x$ 이다.

이후 9학년에서 일차함수에 대한 정의를 다음과 같이 한다.

$f(x)=ax+b$ 와 같은 함수를 일차함수라 한다. 이 함수의 그래프는 기울기가 a 인 직선이며 이 직선은 반드시 두 점을 지난다.

(Eine Funktion mit der Gleichung $f(x)=ax+b$ heißt lineare Funktion. Ihr Graph ist eine Gerade mit der Steigung a . Die Gerade ist durch zwei Punkte eindeutig festgelegt.)

(mathe live 9, p.41)

기울기 a 는 우리나라와 마찬가지로 $a = \frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$ 이며 직선 위의 두 점을 이용하여 구한다. b 는 직선 위의 한 점을 대입하여 구하고 x 절편은 따로 정의하지 않으며 직선과 y 축과의 교점 b 를 y 절편으로 정의한다.

11) Anfangswert : 초기값

독일교과서의 일차함수에 대한 내용은 우리나라보다 현저히 적다. 일차 방정식 $ax+by+c=0$ 에서 $a=0$ 이거나 $b=0$ 인 경우의 그래프는 전혀 다루지 않으며, 또한 x 절편과 y 절편이 주어질 때 함수의 식을 구하는 문제도 다루지 않고 있다. 우리나라는 다양한 조건에서 함수의 식을 구하고 계산하는 문제가 주가 되는 반면 독일은 그래프를 통한 개념 이해에 초점을 맞추고 있기 때문이다.

결국 9학년에서 배우는 일차함수의 기울기와 y 절편은 8학년에서 배운 일차대응의 평균변화율 a 와 초기값 b 의 개념이 확장된 것이다.

라. 이차함수

우리나라와 독일의 이차함수에 대한 학습 내용에는 큰 차이가 없지만 전개 순서에는 상반된 모습을 보이고 있다. 우리나라는 일반적인 이차함수의 식 $y=ax^2+bx+c$ 을 정의하고 $y=ax^2$ 의 그래프를 통하여 $y=a(x-p)^2+q$ 의 형태의 그래프를 유도하는 방식이다. 그러나 독일은 $y=x^2$ 의 그래프를 이용하여 이차함수의 그래프의 성질을 살펴보고 예를 통하여 $y=ax^2+bx+c$ 의 함수식을 이끌어 낸다.

우리나라는 자동차의 속도와 제동거리의 관계와 같이 구체적인 예시를 통하여 ‘ $y=(x$ 에 관한 이차식)’으로 나타내어지는 함수를 인식하고 이로부터 이차함수를 정의하도록 한다. 그 정의는 다음과 같다.

함수 $y=f(x)$ 에서 y 가 x 에 관한 이차식 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0, a, b, c$ 는 실수)로 나타내어질 때, 이 함수를 x 에 관한 **이차함수**라고 한다.
(두산동아 수학 3, p.87)

이차함수의 그래프는 $y=x^2$ 의 그래프를 그리고 그 성질을 이해한 다음

$y=ax^2 \Rightarrow y=ax^2+q \Rightarrow y=a(x-p)^2 \Rightarrow y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프의 순서로 확장시켜 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프를 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고쳐 그릴 수 있게 한다.

독일의 이차함수는 일차함수와 마찬가지로 그래프를 이용하여 함수의 식을 끌어낸다. 실제로 포물선의 형태를 갖고 있는 우리 주변의 모습들을 이용하여 $y=ax^2$ 의 그래프를 설명하고 이러한 그래프를 갖는 함수를 이차함수로 정의한다. 그 정의는 다음과 같다.

포물선은 x^2 항을 갖고 있는 함수를 사용하여 묘사될 수 있는 곡선이다. 그러한 (x^2 항을 갖고 있는)함수를 이차함수라 한다.

(Parabeln sind Kurven, die sich mithilfe von Funktionen beschreiben lassen, die ein x^2 im Term haben. Solche Funktionen heißen quadratische Funktionen.)

(mathe live 9, p.110)

가장 간단한 이차함수는 $f(x)=x^2$ 이고, 이 함수의 그래프를 정규포물선이라 한다. 정규포물선은 위로 열려져있고 꼭지점은 (0|0)이며 y 축을 대칭축으로 한다. x 의 값이 두 배가 되면 함수값은 4배가 된다.

(Die einfachste quadratische Funktion hat die Gleichung $f(x)=x^2$.)

Ihr Graph heißt Normalparabel.

Die Normalparabel ist nach oben geöffnet.

Ihr Scheitelpunkt ist der Ursprung (0|0) und die y -Achse ist Symmetrieachse.

Eine Verdopplung der x -Werte bewirkt eine Vervielfachung der Funktionswerte.)

(mathe live 9, p.112)

또한 이차함수의 그래프는 우리나라와 마찬가지로 $y=ax^2$ 그래프의 꼭짓점, 대칭축, 위 아래의 볼록 여부¹²⁾, 그래프의 폭의 크기 비교 등 기본적인 성질을 조사한다. 그러나 우리나라가 x 축과 y 축 평행이동을 모두 설명한 것과 달리 독일은 $y=ax^2+c$ 의 그래프만을 다루고 있다.

특이한 점은 우리나라와 독일 교과서 모두 자동차의 정지거리가 속도에 관한 이차식임을 소개하고 있는데 우리나라는 이러한 예를 이용하여 이차함수를 정의하고 있고 독일은 자동차의 반응시간 거리를 속도의 일차함수로, 제동거리를 속도의 이차함수로 표현하여 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 를 $y = ax^2$ 과 $y = bx + c$ 의 합으로 나타낼 수 있음을 강조하였다.

IV. 나가는 말

본 연구는 우리나라와 독일의 수학교과서를 비교·분석함으로써 우리나라 교육과정 및 교과서 개발과 수학 학습지도 방법과 비교하며 우리 교육과정과 세계적인 교육과정의 흐름에 발맞추고자 함이다. 이를 위해 독일의 교육제도와 교과서 발행 제도를 먼저 살펴보았다. 교육과정의 운영 방법에 있어, 교육과정 전반에 걸쳐 독일은 우리나라와는 달리 주 정부에서 교육과정을 운영하고 있다. 따라서 독일은 중앙집권화 된 정책이 아니라, 주 정부에서 학교, 교사, 출판사 등의 교육 주체에게 최대한 자율권을 보장하고 있다. 그러한 배경에 따라 주 정부에 따라 교과서 내용이 모두 일치 한다고 볼 수는 없으나 우리나라 체제와 가장 비슷한 체제하의 독일 교과서를 비교 분석함으로써 시사점을 도출하고자 하였다. 우선 교과서의 외형적인 측면에서 단원명과 수준별 수업에 따른 교과서 체제와 함수 영역을 중심으로 교과서 내용을 비교·분석한 결과 다음과 같은 차이점을 보였다.

먼저, 교과서의 내용 전개 방식에 있어서, 우리나라의 교과서는 학문중심적인 단원명과 이론의 설명과 그에 관한 문제 풀이를 중심으로

내용이 전개된다. 독일의 교과서는 현실 세계의 실생활과 관련한 단원명과 실제 문제 상황에서 단원의 내용을 이끌어내어 수학이 필요하고 유용할 수 있다는 것을 학습하게 하는 데 중점을 두어 전개한다.

두 번째, 함수 개념 도입 방법에 관하여는, 먼저 함수를 정의함에 있어 우리나라는 종속 변수를 이용하여 실생활이나 자연 현상에서 흔하게 찾아볼 수 있는 투입과 산출의 관계로 함수를 정의하지만 독일은 표와 그래프를 통하여 종속 관계와 대응 관계로 함수를 정의한다. 또한 함수의 정의역, 치역, 공역과 같은 용어들에 대해서 정의하지 않고 함수를 정의하고 있다. 독일에서의 함수 도입은 실제적인 문제를 그래프로 표현해 보게 하고 그래프와 관련된 성질을 관찰하게 한다. 이후 관찰이나 실험으로 얻은 두 관계의 그래프를 보고 x 에서의 함수값 $f(x)$ 를 얻게 하고 추후에 이러한 관계가 비례 관계식을 만족함을 확인하게 한다.

함수를 정의하기 전에 그래프를 그려보게 한 다음 관계식을 함수로 정의하고 또한 함수값을 찾는 활동을 하는데 중학교 과정인 9학년까지의 교과서에는 정의역(definitionsbereich), 공역(zielmeng), 치역(wertebereich)과 같은 용어 자체를 사용하지 않고 그냥 함수만 정의하고 함수값을 찾는 것으로 그친다. 우리나라에서와 같이 함수와 관련된 용어에 대한 일반적인 정의는 하지 않은 상태로 일차함수, 이차함수, 대응관계, 함수값 등에 대해서만 설명을 하고 있다.

마지막으로 함수의 그래프를 다루는 데 있어서 차이가 나타났는데, 우리나라는 정비례 관계나 반비례 관계가 있는 예를 통하여 두 변량 사이의 변화표를 만들어 함수의 식을 도출하고 그 그래프를 그리는 활동이 주가 된다. 또한 함수의 식을 그래프로 나타내기 위하여 좌표평

12) 이차함수 $y = ax^2$ 에서 $a > 0$ 인 경우 우리나라는 아래로 볼록하다고 하고 독일은 위로 열려있다고 한다.

면에 점을 찍는 방식을 이용한다. 독일의 함수의 그래프는 동적인 변화 현상을 함수로 이해하고 표현할 수 있도록 그래프의 일반적 의미와 해석 능력을 강조한다.

이와 같은 독일 교과서에서 보이는 특징을 비교 분석한 결과와 2011년 개정 교육과정 시안 연구를 비교 분석하면, 개정 교육과정 시안 연구에서는 함수를 다음과 같이 도입하고자 한다고 보고하였다.

다양한 상황을 표, 식으로 표현하는 활동을 충분히 한 후 이를 근거로 함수 개념을 정의할 필요가 있다. 이를 위해 본 연구에서는 함수, 일차함수, 이차함수 개념을 ‘다양한 상황을 표, 식으로 나타내 보는 활동을 통하여’ 도입하도록 제시하였다. 본 연구의 설문 조사 결과에서 “함수(일차함수, 이차함수) 개념의 통합적 이해와 응용력을 강화하기 위하여(수학의 과정을 통한 창의성 강조) 다양한 상황을 표와 식으로 나타내 보는 활동을 한 후 함수 개념을 도입한다.”

(황선욱 외, 2011, p. 113).

2011년 개정 교육과정 시안 연구에서는 독일에서의 함수 도입과 유사하게 표와 그래프를 통하여 종속 관계와 대응 관계로 함수를 정의하도록 명시하고 있다. 이는 함수 개념의 통합적 이해와 응용력을 강화에도 도움이 될 뿐 아니라 표상간의 전환에도 도움이 될 수 있는 변환이라 생각된다.

현행 교육과정에서는 중학교 1학년에서 함수의 그래프와 함수의 활용, 중학교 2학년에서 일차함수와 그래프와 일차함수의 활용으로 중영역을 나누고 있다. 개정 시안에서는 함수 개념과 일차함수 개념을 다양한 상황을 표와 식으로 나타내 보는 활동을 기반으로 도입하기 때문에 중영역을 구분하지 않고 통합하여 제시하였다. 이는 함수의 실생활 적용을 약화시키자 하는 의도가 아니라 도입에서부터 내용 전

개 및 적용 전반에 걸쳐 현실 세계의 실생활과 관련한 내용을 통하여 함수를 다룰 수 있는 방안이라 생각된다.

2011년 개정될 교육과정에 따른 교과서에서는 교육과정과 교과서 개발의 자율성뿐만 아니라 교사들의 실제 수업 활동에서도 자율성을 보장해 줄 수 있으며, 특히 다양하고 창의성 있는 교과서 집필이 가능하다. 이에 맞추어 독일의 교과서 분석에서 얻을 수 있는 시사점은 다음과 같다.

첫째, 우리나라의 교육과정은 상당히 구체적이어서 다양한 교과서가 제작되는데 한계로 작용할 수 있다. 교과서의 용지, 판형, 제본 방식 등 외형적인 면에서부터 단원의 내용 및 용어의 사용까지 학년별, 단원별로 단일화 되어있는 교과서를 탈피하여 다양한 교과서의 출현을 위해서는 집필자들에게 보다 많은 자율권이 보장되어야 할 것이다.

둘째, 교과서의 단원명을 학문 중심적인 것에서 실세계와 관련 있는 것으로 전환해 보는 것도 고려해 볼직하다. 흥미로운 소재로 단원명을 제시하고 현실 세계의 문제 상황으로 수학의 원리를 유도한다면 더 많은 학생들이 수학에 대한 긍정적인 태도를 갖게 될 것이다.

셋째, 복잡한 수치가 사용되더라도 실제적인 문제 상황들을 제시해야한다. 실생활 상황을 통한 수학 교육은 수학이 어떻게 실생활에 이용되는지 보여줄 수 있고 더 나아가 수학의 원리를 실생활에 적용할 수 있게 도와줄 것이다.

마지막으로, 세계적으로 집합 교육이 약화되고 있는 시점에서 2011년 개정 교육과정 시안 연구에서는 엄격한 집합 정의를 이용한 내용을 지양하고 학습량 경감을 위하여 집합 내용을 약화 혹은 삭제를 고려하고 있다. 만약 집합 내용의 삭제가 국제적 추세와 학생의 학습량 경감을 위한 적절한 조치¹³⁾라 한다면 이와 더불어 함수 영역의 정의역, 치역, 공역 등의 용어

사용 문제도 함께 고려하여 그러한 용어를 사용하지 않고 함수 내용을 도입하는 방안을 고안해야 할 것이다.

참고문헌

노정학 · 양춘우 · 정환옥(2003). **한국과 독일의 중등학교 수학교과서 비교 연구-중학교 대수 영역을 중심으로-**. 한국 수학교육 학회.
 박문희(2006). **독일 초등학교 수학교육의 이론과 실제: 바덴-뷔르템베르크 주의 교육과정서 및 교과서 분석을 중심으로**. 석사학위 논문, 이화여자 대학원.
 이강섭 외 4인(2009). **중학교 수학 1**. 도서출판 지학사.
 우정호 외 9인(2011). **중학교 수학 2**. 두산동아(주).
 우정호 외 9인(2011). **중학교 수학 3**. 두산동아(주).
 유희찬 외 7인(2009). **중학교 수학 1**. 대한교과서(주).
 최병훈 · 방정숙 · 송근영 · 황현미 · 구미진(2006). **한국과 싱가포르의 초등 수학 교과서 비교 분석**. 학교수학, 8(1), 45-68. 대한수학교육 학회

한국 교과서 연구재단(2001). **교과서 심의·채택 제도 국제 비교 연구:한국, 미국, 독일, 프랑스, 일본을 중심으로**.
 황선옥 외 24인(2011). **창의 중심의 미래형 수학과 교과내용 개선 및 교육과정 개정 시안 연구**. 한국과학창의재단연구보고서.
 현아영(2006). **함수그래프에 대한 지도 연구**. 석사학위 논문, 서강대학교 교육대학원.
 Die Klein Berlin-Statistik(2010), *Amt Für Statistik Berlin-Brandenburg*.
 Heinz Böer(2007). *mathe live 7, Mathematik für Sekundarstufe I. Stuttgart*, Ernst Klett Verlag GmbH
 Heinz Böer(2008). *mathe live 8, Mathematik für Sekundarstufe I. Stuttgart*, Ernst Klett Verlag GmbH.
 Heinz Böer(2008). *mathelive 9E, Mathematik für Sekundarstufe I. Stuttgart*, Ernst Klett Verlag GmbH.
http://www.berlin.de/imperia/md/content/sen-bildung/schulorganisation/lehrpl-aene/sek1_mathematik.pdf
http://www.kmk.org/fileanmin/doc/Dokumentation/Bildungswesen_pdfs/dt-2009.pdf

13) 2011년 개정 교육과정 시안에서는 “중학교 1학년 집합 내용이 이후의 중학교 수학의 전 교육과정에 걸쳐 연계성을 갖지 못하고 있다.”(p. 105)는 점도 함께 지적하였음

Comparative Analysis of the Contents of Functions in the Middle School Mathematics Textbooks in Korea and Germany

Huh, Nan (Kyonggi University)

Ahn, Eun Kyung (Bielefeld Universität)

Ko, Ho Kyoung (Ajou University)

The study of 2011 education course revision proposal suggests that middle school level function shall be taught with emphasis on its role as tool to understand the situations of actual world, and the concept shall be extended in high school into formularized setting that integrate various fields based on middle school function. In revising education course, the circumstances of other countries are desired to be considered to keep abreast of international standard education courses. In this study, the textbooks of Gesamtschule a general school a school type similar to the education system in Korea among various school forms of Germany were selected to look into the

characteristics of function introduction and teaching & learning in Germany, and the textbooks were compared and analyzed with those of Korea. As a result of comparison and analysis on the system and contents with emphasis on function area, German textbooks differed from the 7th revised education course on the introduction of function concept, contents development method and method of instructing on graph etc. Such differences are anticipated to serve as data for reference in the development of revised education courses and textbooks in Korea.

* key words : German textbook(독일 교과서), German curriculum(독일교육과정), area of function(함수 영역), comparison and analysis(비교 분석), curriculum revision(교육과정 개정)

논문접수 : 2011. 5. 9

논문수정 : 2011. 5. 27

심사완료 : 2011. 6. 9