

## 문제분류규칙을 이용한 변수 순서화 알고리즘

손석원\*

### Variable Ordering Algorithms Using Problem Classifying Rule

Surgwon Sohn\*

#### 요약

백트래킹을 이용한 깊이우선탐색에서 해를 빨리 찾기 위한 방법 중 하나는 결정변수의 순서를 효과적으로 배열하는 것이다. 이 때 문제의 동적 및 정적 특성을 고려한 변수 순서화 알고리즘 개발은 매우 중요한 문제이다. 그러나 문제에 적합한 최적의 변수 순서화 알고리즘을 개발하는 것은 어려운 문제이다. 본 논문에서는 변수의 속성에 기반을 두어 문제의 형태를 규정하는 문제분류규칙을 제안하고 이 규칙을 이용하여 문제에 적합한 변수 순서화 알고리즘의 형태를 예측할 수 있게 한다. 결정변수가 동적 및 정적 특성을 갖는 DS-type 문제로서 주파수 할당문제를 선택하여 최적의 변수 순서화 알고리즘을 예측한다. 또한 문제분류규칙에 의해 생성되지 않는 특별한 형태의 문제인 기지국 위치문제를 적용하여 제안하는 문제분류규칙의 효용성을 입증한다.

▶ 키워드 : 변수 순서화, 백트래킹 탐색, 문제분류규칙

#### Abstract

Efficient ordering of decision variables is one of the methods that find solutions quickly in the depth first search using backtracking. At this time, development of variables ordering algorithms considering dynamic and static properties of the problems is very important. However, to exploit optimal variable ordering algorithms appropriate to the problems. In this paper, we propose a problem classifying rule which provides problem type based on variables' properties, and use this rule to predict optimal type of variable ordering algorithms. We choose frequency allocation problem as a DS-type whose decision variables have dynamic and static properties, and estimate optimal variable ordering algorithm. We also show the usefulness of problem classifying rule by applying base station problem as a special case whose problem type is not generated from the presented rule.

▶ Keyword : Variable Ordering, Backtracking Search, Problem Classifying Rule

---

• 제1저자 : 손석원

• 투고일 : 2010-12-06, 심사일 : 2011-01-03, 게재확정일 : 2011-01-20

\* 호서대학교 뉴미디어학과(Dept. of New Media, Hoseo University)

※ 이 논문은 2008년도 호서대학교의 재원으로 학술연구비 지원을 받아 수행된 연구임(20090054)

## I. 서론

무선자원할당 문제는 조합 최적화(Constraint Optimization) 문제로서 창고위치 문제[1], 컴퓨터 네트워크[2], 비행기 일정계획[3], 그래프 채색문제[4], 전자회로 설계[5] 등의 문제와 유사하며 제약만족문제(Constraint Satisfaction Problem) 기법[6]을 이용해서 해결하는 것이 효율적일 수 있다. 제약만족문제는 결정 변수 (Decision Variables)와 이 변수에 할당되는 값, 그리고 제약조건(Constraints)의 집합들로 정의된다. 제약만족문제의 해는 모든 변수의 도메인에 있는 값을 제약조건을 만족하는 상태로 할당하는 것이다.

이 제약만족문제의 확장된 개념으로서 목적함수를 추가한 것이 제약만족 최적화문제(Constraint Satisfaction Optimization Problem)[6]이고, 이것은 흔히 제약 최적화 문제(Constraint Optimization Problem)라고 부른다. 이들 문제를 풀기 위한 두 개의 주요한 방법이 있는데 첫째는 나무탐색 (Tree Search) 방법이다. 이것은 백트랙(Backtrack)에 기반을 두고 있으므로 백트래킹 탐색 (Backtracking Search)[7]이라고도 불린다. 두 번째 방법은 지역 탐색(Local Search)[8]을 이용한 방법이며 언덕등반 탐색 (Hill Climbing Search)[9], Simulated Annealing[10], Tabu Search[11] 등이 대표적인 방법이다. 이 두 개의 방법은 모두 그 적용문제에 따라 장단점이 존재한다[12]. 본 연구는 첫 번째 방법인 백트래킹 탐색을 이용하여 제약만족문제의 알고리즘을 개발하는데 유용한 문제분류규칙을 이용하는 것에 관한 것이다.

제약 최적화 문제의 해를 구하기 위해서는 제약만족 모델링을 한다. 이 때 결정 변수, 제약 조건, 그리고 목적 함수를 결정한다. 각각의 결정 변수들은 그 변수에 할당될 수 있는 값들의 집합인 도메인(Domain)을 갖고 있다. 이 때 탐색 공간이 만들어지고 모든 값들의 조합을 일일이 열거(Enumeration)함으로써 해를 구한다. 그렇지만 이 방법은 매우 비효율적이므로 모든 변수에서 제약조건에 위배되는 값들을 미리 제거시키는 초기 제약전파를 실행한다. 그렇게 되면 탐색 공간이 대폭 감소하게 되는데 이것을 탐색 나무(Search Tree)라고 부른다. 나무탐색은 기본적으로 변수들에 값을 차례로 하나씩 할당함으로써 부분해를 서서히 완전해로 만드는 것이다. 만약에 부분해에 관계된 어떤 변수가 제약조건을 위배하면 바로 전에 탐색된 변수로 백트래킹하게 된다.

이러한 탐색 나무에서 해가 왼쪽 위에 나타나도록 변경시킬 수 있는데 이 때 필요한 것이 변수 및 값 순서화(Variable and Value Ordering)[13, 14]이다. 이렇게 되면 다음 단계에서 실행하는 지역 탐색 방법으로서 깊이우선 탐색 (Depth

First Search) 방법을 사용하면 해를 빨리 찾을 수 있게 된다. 이 지역탐색을 실행하면서 제약전파를 하게 되는데 이것은 제약조건을 위배하는 미래의 값들을 미리 제거하여 탐색을 빠르게 한다. 만약에 변수에 더 이상의 값들을 할당할 수 없게 되면 변수 순서화 단계로 백트래킹을 하게 되어 다른 변수를 시도하게 된다. 백트래킹하지 않을 때에는 해가 구하여지게 된다. 이것은 모든 제약조건을 만족하였다는 의미이다.

최적해를 구하는 것은 기본적으로 모든 해를 구하고 그것들을 반복적으로 비교하는 것이다. 변수 순서화 알고리즘은 백트래킹을 최소화시켜 제한된 시간 내에 모든 해를 효율적으로 구하게 된다. 그러므로 최적해를 구하기 위해서는 Branch & Bound 알고리즘[6]을 사용하여 현재 노드에서 구해진 해를 상한 값(Upper Bound)으로 놓고 다음에 구해질 값과 계속 비교하여 최적의 해를 구하여야 한다. 지역 탐색으로서 깊이우선탐색을 사용하지 않고 Tabu Search같은 Metaheuristics를 사용하게 되면 변수 순서화나 제약전파가 필요 없게 된다. 따라서 이 방법은 제약 최적화를 푸는 두 번째 방법이 되는 것이다. 본 연구는 첫 번째 방법인 백트래킹 탐색에 있어서 가장 중요한 변수 순서화 알고리즘에 관한 것이며 이 알고리즘을 개발하는데 유용한 문제분류규칙에 관한 것이다.

## II. 관련 연구

많은 연구자들이 백트래킹 탐색의 핵심인 경험적 변수 순서화 방법을 개발하는데 많은 연구를 하였다. 그 중에서도 Golomb과 Baumert[7], Haralick과 Elliott[15]는 탐색 나무의 깊이를 최소화하는 알고리즘으로 동적 변수 순서화 (Dynamic Variable Ordering)의 하나인 dom에 대하여 연구하였다. 한편으로는 문제의 특성에 따라서 정적 변수 순서화 (Static Variable Ordering) 방법이 더 좋은 성능을 보일 수 있다. 정적 변수 순서화는 Freuder[16]에 의해서 소개되었는데 변수가 갖고 있는 연결도 또는 차수의 특성을 이용하였다. 즉, 높은 차수부터 낮은 순서로 변수를 정렬한 다음에 차례대로 변수를 선택하는 것으로 deg라고 표현한다. 정적 변수 순서화는 시간에 따라서, 즉 나무의 가지가 탐색됨에 따라서 변수의 선택이 결정되는 것이 아니고 탐색하기 전에 이미 변수선택이 결정되는 것이다. 따라서 대부분의 경우 dom 알고리즘이 deg보다 우수한 성능을 보이는 것은 자연스러운 현상이다. 실제로 deg는 단독으로 사용되기 보다는 보조적인 결정 파라미터로 사용된다. 그래프 채색문제와 같이 도메인이 같은 크기일 경우 tie-breaker로서 변수의 연결도를 사용하는 알고리즘의 성능이 더 좋은 것으로 알려졌다. 이것은 D <sub>Satur</sub>[17]로 이름 지어 졌으며 <dom, deg>라고도

표현된다.

만약 다음 변수가 도메인의 크기가 같고 연결도도 같을 때 미래의 변수의 도메인 크기가 최소인 변수를 선택하는 것이 좋을 것이다. 이것은 D<sub>sat</sub> 알고리즘을 확장한 것으로 3 번째 tie-breaker로 동작하며 Smith에 의해 BZ2[18]로 명명되었다. 이것은 <dom, deg, regretdmin>으로 생각될 수 있는데 여기서 regretdmin은 현재의 변수를 제외한 미래의 변수들 중 도메인의 크기가 제일 작은 변수를 말한다. Smith는 또한 2 번째 tie-breaker와 3 번째 tie-breaker를 바꿔서 BZ3를 개발하였는데 이것은 <dom, regretdmin, deg>로 표현된다.

Bessiere와 Regin은 제약조건들이 약할 때 정적 변수 순서화 방법이 동적 변수 순서화 방법인 dom보다 성능이 우수하나 제약조건이 강할 때에는 deg는 성능이 매우 좋지 않다는 것을 밝혔다. 따라서 그들은 변수의 도메인 크기와 연결도 속성을 혼합한 변수 순서화 알고리즘을 제안하였는데 이것을 (dom/deg) [19]라 부른다. 이것은 도메인 크기 또는 연결도에 우선권을 주지 않고 양쪽 특성을 똑같이 인정하는 혼합형 알고리즘의 효시가 되었다.

### III. 문제분류규칙의 생성

#### 1. 문제분류 규칙

문제를 몇 가지 유형으로 분류하는 기준은 결정 변수의 속성에 기반을 두어야 한다. 왜냐하면 변수 순서화 알고리즘을 적용하여 백트래킹 탐색을 최소화하기 위해서는 노드 탐색에 사용되는 결정 변수의 동적특성 및 정적특성을 이해하여야 하기 때문이다. 위에서 언급하였듯이 변수 순서화 방법에는 크게 동적 변수 순서화와 정적 변수 순서화 방법이 있다. 그러나 경우에 따라서 문제의 특성이 동적 및 정적 특성이 혼합되어 있는 경우가 많다. 또한 정적 특성이 지배적인 경우에도 문제의 특성이 특정 파라미터에 크게 의존하는 경우가 있다. 우리는 이것을 변수의 “선호성 (Preferences)”이라 부른다. 따라서 제약 최적화 문제를 분류하는데 이런 특성을 기준으로 사용해서 세분화하는 규칙을 만들 수 있다. 즉, 그림1과 같이 결정변수는 몇 가지 속성을 갖고 있으며 동적인 특성으로서 도메인 크기(Domain Size), 정적인 특성으로서 변수의 연결도(Connectivity), 그리고 또 다른 정적 특성인 선호성(Preference)을 이용하여 문제를 크게 4 가지로 분류할 수 있는데 이를 문제분류규칙 (Problem Classifying Rule)이라 부른다.

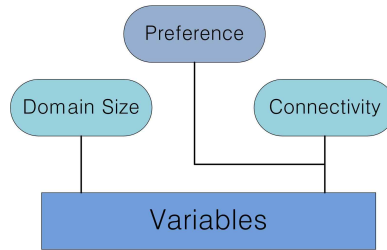


그림 1. 결정변수의 속성  
Fig. 1. Property of Decision Variables

도메인 크기와 변수의 연결도는 서로 상관관계가 없다. 그러나 연결도와 선호성은 같은 정적 특성이기 때문에 서로 상관관계가 있다. 즉, 문제가 선호성을 갖고 있을 때에는 그렇지 않을 때보다 특정 파라미터에 의존하는 경향이 있다.

그림 2에서와 같이 변수의 속성문제를 이렇게 분류하는 목적은 각각의 세분화된 문제 형태를 인식하는 것이 변수 순서화 알고리즘을 개발하는데 도움이 되기 때문이다. 결정 변수의 속성에 기반을 둔 문제분류규칙을 이용하여 문제의 형태를 분류하는 과정은 다음과 같다.

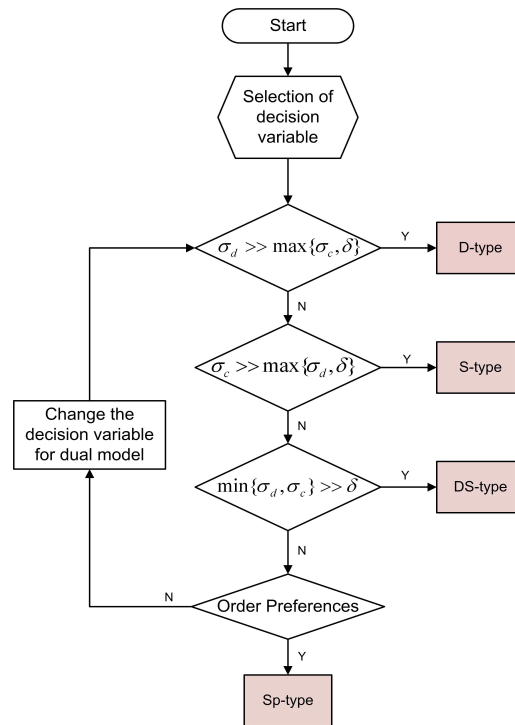


그림 2. 문제분류규칙의 흐름도  
Fig. 2. Flowchart of Problem Classifying Rule

- 단계 1 : 제약 최적화 문제의 결정변수를 선택한다.
- 단계 2 : 탐색노드에 있어서 결정변수의 도메인 크기의 표준편차( $\sigma_d$ )가 연결도의 표준편차( $\sigma_c$ )보다 매우 클 때는 이 문제를 D-type으로 규정한다. 즉, 변수의 도메인 크기가 노드를 탐색하면서 크게 변하는 문제 형태이다.
- 단계 3 : 변수에 있어서 연결도의 표준편차가 도메인 크기의 표준편차보다 매우 클 때에는 이 문제를 S-type으로 규정한다. 즉, 노드가 탐색됨에 따라서 도메인의 크기 변화가 기준 값 이하이고 대신에 연결도의 크기 변화가 큰 문제 형태이다.
- 단계 4 : 도메인 크기와 연결도의 표준편차가 모두 실험적으로 얻어진 임의의 크기  $\delta$ 보다 매우 클 때에는 이 문제를 DS-type으로 규정한다.
- 단계 5 : 도메인 크기와 연결도의 표준편차가 모두  $\delta$ 와 비슷하고, 그리고 변수에 선호성이 있을 때에는 이 문제를 Sp-type으로 규정한다. 이러한 문제는 D-type 및 S-type의 특징이 없는 문제로서 해결하기 어려운 문제가 될 수 있다. 그러나 선호성이 있다는 사실에 주목하여 문제형태를 결정하는 것이다.
- 단계 6 : 도메인 크기와 연결도의 표준편차가 모두  $\delta$ 와 비슷하고, 그리고 변수에 선호성이 없을 때에는 결정변수를 변경하여 단계 1로 되돌아간다. 이 단계에서는 문제의 형태를 규정할 변수의 속성에 관한 특징이 불분명하여 결정변수를 바꾼 다음 문제분류 규칙을 다시 적용하는 것이다.

단계 6에서와 같이 결정변수를 변경할 필요가 있을 경우에는 쌍대 모델 (Dual Model)을 이용한다[20]. 쌍대모델은  $\langle X, D \rangle$ 로 나타내지는데 여기서 X는 변수집합, D는 도메인 집합이다. Dual 변수는 그에 해당하는 Primal의 값이 되어 도메인을 구성하게 된다.

## 2. 변수 순서화 알고리즘

위에서 기술하였듯이 제약만족 최적화 문제를 4 가지 형태, 즉 D, S, DS 및 Sp-type으로 세분화할 수 있으므로 우리는 이들 세부 형태에 가장 적합한 4 가지 종류의 변수 순서화 알고리즘을 개발할 수 있다. 즉 개발하는 변수 순서화 알고리즘도 문제분류 규칙에 의해 분류된 4개의 형태에 따라 세부 알고리즘으로 분류하여 개발한다.

첫 번째 변수 순서화 알고리즘은 D-type 문제를 해결하는 알고리즘으로서 DVO 형태이며 변수의 동적 특성에 기반을

둔 것으로서 지금까지 가장 잘 알려진 것은 dom 알고리즘이다. 이것은 다음 변수를 선택할 때 도메인의 크기가 가장 작은 변수를 선택한다. 따라서 이것은 “smallest domain first”라고도 불리며 탐색나무의 깊이를 최소화한다. 만약에 선택할 다음 변수가 같은 크기의 도메인일 경우에는 선택 지표로서 연결도 또는 차수인 deg가 가장 큰 변수를 선택하게 된다. 이것은 D <sub>Satur</sub> 알고리즘[17]으로 불리며  $\langle \text{dom}, \text{deg} \rangle$ 로 표시될 수 있다. 이 때 deg는 tie-breaker로 동작한다. 그래프 채색문제에서 D <sub>Satur</sub> 알고리즘이 가장 우수한 성능을 보였다. 그러나 그래프 채색문제를 본 연구에서 제안하는 문제분류규칙에 적용하면 DS-type임을 알 수 있다. 따라서 우리는 지금까지 알려진 D <sub>Satur</sub> 알고리즘보다 더 우수한 알고리즘이 존재함을 추측할 수 있게 된다. 이 추측되는 알고리즘은 문제의 특성이 DS-type임을 고려하여 동적 및 정적특성이 섞인 혼합형 (Hybrid) 형태의 알고리즘이 될 것이다. 본 연구에서는 이 혼합형태의 알고리즘을 찾아낼 것이다.

두 번째 알고리즘은 SVO 형태이며 S-type 문제의 해에 관한 것이다. 이 형태의 알고리즘에서 가장 잘 알려진 것은 제약 그래프에서 연결도가 가장 큰 변수부터 차례로 선택하게 되는 deg 알고리즘이다. 물론 여기에서도 같은 연결도일 때 tie-breaker로서 도메인 크기가 작은 변수를 선택하는  $\langle \text{deg}, \text{dom} \rangle$  알고리즘도 생각할 수 있다. 이러한 S-type의 문제로서 클러스터링 (Clustering) 문제를 들 수 있다. 응용 분야는 센서 네트워크의 클러스터 헤드의 위치문제, 이동통신의 기지국 위치문제 등을 들 수 있다.

세 번째 알고리즘은 DVO와 SVO 혼합 형태로서 변수의 동적 및 정적 특성을 이용하는 혼합형 (Hybrid) 알고리즘을 생각할 수 있다. 위에서 언급하였듯이 그래프 채색문제는 DS-type으로 생각할 수 있다. 따라서 변수의 동적 및 정적특성을 동시에 고려하는 혼합형 알고리즘이 우수한 성능을 나타낼 것이다. 이 혼합형 알고리즘으로서 지금까지 개발된 것 중 성능이 가장 좋은 것은 dom/deg가 있다[19]. 이것은 동적 특성인 변수의 크기와 정적 특성인 연결도의 비를 이용한 것으로 변수의 선택지표로 사용된다.

네 번째 알고리즘은 SpVO 형태로서 Sp-type의 문제에 대해서 가장 성능이 좋은 알고리즘이며 선호성을 이용한 것이다. Sp-type의 문제에는 DVO나 SVO 알고리즘이 우수한 성능을 보이지 않는다. 그것은 문제의 특성을 좌우하는 변수의 특성이 선호성에 기반을 두기 때문에 변수 순서화 알고리즘도 특정 파라미터를 찾아내어 기중치를 주어야 함을 의미한다.

## IV. 실험 및 평가

### 1. 소출력 라디오의 주파수 할당문제

소출력 라디오의 주파수 할당문제는 그래프 채색문제[4]로 귀결되어 쉽게 제약 최적화 문제로 모델링 될 수 있다. 즉 방송국의 안테나 위치를 변수로 보고 그 방송국에 할당될 주파수를 변수의 도메인으로 생각한다. 소출력 라디오는 기존 FM 라디오 방송의 주파수와와 간섭을 피하면서 원하는 주파수를 사용할 수 있어야 한다. 주파수 간섭에 따른 여러 가지 제약조건이 있으며 최적화 목적함수는 할당되는 주파수를 최소화하는 것이다. 따라서 이 문제는 전통적인 주파수 할당문제로서 NP-hard 문제이고 정수계획법[12]으로는 해를 구하기 어렵다.

주파수 할당문제에 있어서 각각의 송신기는 변수로 생각할 수 있으며,  $V$ 는 송신기들의 집합으로 나타낸다. 할당이 가능한 주파수의 집합은 변수의 도메인으로 표현된다. 즉, 도메인  $D_i$ 는 송신기  $i$ 가 취할 수 있는 주파수의 도메인이 된다. 주파수들 사이에는 제약조건들이 다음과 같이 표현된다.

- 1) 동일 채널 제약 (Co-Channel Constraint, CCC) - 서로 다른 셀에 있는 송신기들은 같은 주파수를 사용해서는 안 된다. 단, 충분히 떨어져 있다면 가능하다. 만약 송신기  $i$ 와  $j$ 에 대하여 할당된 주파수가  $f_i$ 와  $f_j$ 로 표현되고  $d(i,j)$ 가 두 송신기의 거리라고 표현되며  $k$ 는 충분히 떨어진 거리라고 한다면, 이 제약조건에서 만약  $d(i,j) \leq k$  이라면  $f_i \neq f_j$  이다.
- 2) 인접 채널제약 (Adjacent Channel Constraint, ACC) - 서로 다른 곳에 있는 두 송신기가 인접한 간섭거리 안에 있다면 이 두 송신기는 인접 채널을 사용할 수 없다. 인접 채널은 보통 1 - 3 채널 안에 위치한다. 따라서 이 제약조건은 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$|f_i - f_j| \geq c_{ij}$$

여기서  $i \neq j$ 이고  $c_{ij}$ 는 채널 간 이격거리를 나타낸다. ACC는  $n$  정점의 제약 그래프에서  $n \times n$  행렬로 나타내어지며, 간섭도 같은 제약 그래프로 나타내어진다. 각각의 송신기 쌍  $(u,v)$ 에 대해서 최소 주파수 거리를 나타내는  $c_{uv}$  값으로 나타낸다.

- 3) 동일지역 제약 (Co-Site Constraint, CSC) - 같은 셀 안의 채널들은 적어도 지정된 주파수 거리 이상을 유지하여야 한다. FM 방송에서는 주로 4 채널 이상을 유지하여야 간섭이 생기지 않는다.
- 4) 중간주파 제약 (Intermediate Frequency Constraint, IFC) - 송신 또는 수신을 위해서 캐리어 (Carrier) 주파수가 중간 단계의 주파수로 이동되는데 이 중간 단계의 주파수를 IF 주파수라고 한다. 어떤 셀 또는 인접한 셀에 할당된 두 주파수는 이 IF 주파수만큼 차이가 나야 좋은 수신 신호를 얻을 수 있다.
- 5) 주파수 블록제약 (Blocked Frequency Constraint, BFC) - 몇몇 주파수는 이미 상업 FM 방송국에 의해 사용 중이기 때문에 할당이 불가능하게 된다. 이러한 주파수들은 벡터로 표현된다.
- 6) 기존할당 제약 (Preassigned Frequency Constraint, PFC) - 기존의 지역에 할당된 소출력 FM 방송국에 의하여 주파수들이 할당될 수 없는 제약을 말한다.

주파수 할당 문제는 전통적으로 Brelaz가 제안한 그래프 채색에 가장 효과적인 포화도 (Saturation Degree) 알고리즘인[17]  $D_{\text{saturation}}$ 을 사용하여 해를 구하였으며 이것은 동적 변수 순서화 방법에 해당된다. 즉, 이 문제를 D-type으로 보고 문제의 해를 푸는 알고리즘을 개발하였다. 이것은 주파수 값들의 도메인이 가장 작은 변수를 찾아서 먼저 주파수를 할당하고 할당된 변수를 제거하고 계속 도메인이 작은 변수를 찾아 주파수를 할당한다. 도메인 크기란 할당할 수 있는 주파수의 개수를 말한다. 만약에 같은 크기의 변수가 나타나면 연결도 또는 차수 (Connectivity or Degree)가 큰 변수를 선택한다. 연결도는 Freuder에 의해서 제안된 것으로서[16] 이것은 탐색하기 전에 이미 변수의 순서가 정해지는 정적 변수 순서화 방법이다. 즉, 연결도는 변수를 선택함에 있어서 도메인 크기가 같을 경우에 차선책으로서 변수 선택의 판단 근거가 되는 것이다.

본 실험에서는 변수 선택의 방법으로서 도메인 크기만을 고려하지 않는다. 그 이유는 주파수 할당 문제를 문제분류규칙에 적용하면 도메인의 크기도 변화하지만 연결도도 변화하기 때문이다. 즉 이 문제를 기존의 D-type으로 보지 않고 제안한 문제분류규칙에 의한 DS-type으로 새롭게 간주한다. 도메인은 송신기에 할당되는 주파수인데 실험영역의 중앙이 간섭이 제일 많으므로 도메인 크기가 작고, 연결도는 반경 2km 내의 송신기 수인데 중앙이 제일 크게 된다.

문제분류규칙에 의한 문제형태가 DS-type이므로 이에 대

한 변수 순서화 알고리즘도 도메인뿐만 아니라 연결도를 동시에 고려하는 알고리즘이 더 우수하다는 것을 예측할 수 있다. 따라서 도메인의 변화뿐만 아니라 점점들의 연결인접도를 동시에 고려한 복합 알고리즘을 제안한다. 즉 도메인의 변화에 주목하는 동적 변수 순서화법과 연결인접도의 변화에 주목하는 정적 변수 순서화법을 동시에 고려한 *wdom - deg* 알고리즘을 제안한다. 여기서 *dom*은 변수들이 가질 수 있는 값들의 집합이고 *deg*은 변수들의 연결도를 뜻한다. 즉, 가지마다 크기가 달라지는 동적 요소인 *dom*과 크기가 고정되어 있는 정적요소인 *deg*를 복합적으로 사용하여 변수 순서화를 진행한다. *w*는 도메인과 연결도의 크기가 매우 다를 경우, 변수 선택에 있어서 한 쪽으로 치우치는 것을 방지하기 위한 것으로 실험적으로 얻어진 가중치이다.

모델링을 단순하게 하기 위하여 서비스 영역을 총 5,000 m x 5,000 m 로 이루어진 정사각형 넓이의 영역으로 하고, 이것을 다시 500 m x 500 m 의 크기로 나누어 총 100개의 셀로 구성된 서비스 영역을 정하였다. 하나의 셀 안에는 오직 한 개의 송신기만 설치될 수 있다. 또한 지형적인 이유로 송신기가 설치될 수 없는 셀도 존재한다. 실험에서 소출력 송신기의 안테나 높이는 25 m 로 정하고 송신기의 유효 출력 전력 (Effective Radiated Power) 은 국내 법규상 1W 로 정하였다. 이러한 실험 데이터는 정보통신정책연구원이 수행한 실험을 사용하였다[22]. 다음 표 1은 여러 가지 변수 순서화 알고리즘의 성능을 비교한 것이다. 여기서 SB 는 변수 순서화 및 값 순서화를 하지 않고 단순 백트래킹 (Simple Backtracking) 을 사용하였을 경우이다. 주파수 할당문제는 DS-type이므로 이 형태에 적합한 *wdom - deg* 알고리즘을 적용한 것이 총 탐색노드 수, 그리고 실행시간에서 기존 *Dsatur*[17] 알고리즘보다 우수함을 알 수 있다.

표 1. 변수 순서화 알고리즘의 성능  
Table 1. Performance of Variable Ordering Algorithms

변수순서화 알고리즘	필요 채널수	총 탐색노드 수	실행시간 (초)
SB	17	7,867,085	715.36
Dsatur	15	71,898	18.01
<i>wdom - deg</i>	15	8,296	2.25

2. 이동통신에 있어서 기지국 위치문제

이동통신의 셀 설계에 있어서 기지국의 위치를 어디에 선정하는가 하는 문제는 전체 네트워크 시스템의 용량과 성능을 크게 좌우한다[22-24]. 일반적으로 기지국의 개수가 많으면

통화품질이 좋아지고 사용자 수가 많아져서 시스템 용량도 커진다. 그러나 전체 시스템에서 최소의 기지국을 세우는 것이 비용적인 절감효과가 있으므로 서로 대립되는 관계 (Trade-Off)가 있다. 이 때 우리는 최적의 기지국 수를 계산할 필요가 있고 또한 동시에 어느 지역에 기지국을 세우는가 하는 문제는 직접적으로 전체 시스템 용량과 관계가 있다. 이 때 물론 일정 수준의 통화품질을 만족하여야 하며 이것은 제약조건으로 동작한다. 최적화의 목적함수는 기지국 개수 및 위치를 동시에 고려해야 하며 시스템 용량을 위해서 총 이용자의 출력전력도 고려해야 하는 다중 목적함수 (Multi-objective)를 이용해야 할 것이다. 이 때 CDMA[25] 특성상 이용자의 송신전력은 다른 이용자에 대해서 간섭 전력으로 동작한다.

기지국이 설치될 수 있는 모든 후보지역의 집합을 B라 하면  $B = \{1...m\}$  이 되고, *j*를 기지국이라 하면  $j \in B$ 이다. 이동국의 집합을 M이라 하면  $M = \{1...n\}$  이 되고, 이 때 각 이동국은  $i \in M$ 으로 표현된다. 또한 *i*와 *j* 사이의 링크에서는 전파손실이득(Propagation Loss Gain)  $g_{ij}$ 가 계산되어 질 수 있다. 이 때 기지국과 이동국에 대해서 각각의 결정변수 (Decision Variable)를 정의할 수 있다.

$y_j = 1, \forall j \in B$ , 기지국 *j*가 설치되었을 경우,  
 $= 0$ , 설치되지 않았을 경우  
 $x_{ij} = 1, \forall i \in M$  그리고  $\forall j \in B$ , 이동국 *i*가 기지국 *j*에 할당된 경우,  
 $= 0$ , 할당되지 않은 경우  
 이 때 목적함수(Objective Function)와 제약조건 (Constraints)을 살펴보면 아래 식(1),(2),(3),(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\min \left( \sum_{j=1}^{m_r} y_j + \sum_{i=1}^{n_r} p_i \right) \dots\dots\dots (1)$$

subject to

$$\sum_{j=1}^{m_r} x_{ij} = 1, \quad i \in M \dots\dots\dots (2)$$

$$x_{ij} \leq d_j y_j, \quad i \in M, \quad j \in B \dots\dots\dots (3)$$

$$x_{ij} y_j \in \{0, 1\}, \quad i \in M, \quad j \in B \dots\dots\dots (4)$$

목적 함수식 (1)은 제약조건식을 만족시키는 범위에서 설

치될 기지국의 수를 최소화시키면서 모든 이동국의 출력전압을 최소화시킨다. 첫 번째 항에서  $\alpha$ 는 기지국의 개수를 조정하는 가중치 요소(weight factor)로 동작한다. 제약조건식 (2)에서 이동국  $i$ 는 항상 하나의 기지국  $j$ 에 할당된다는 것을 의미한다. 즉 셀 경계에서의 soft-handoff를 고려하지 않는다. 식(3)에서 이동국  $i$ 는 기지국  $j$ 에 선택적으로 할당될 수도 있고 안 될 수도 있다는 것을 의미한다. 이동국  $i$ 는 목적함수(1)이 최소화되는 방향으로 기지국  $j$ 에 할당된다.

문제의 특성을 살펴보면 다음과 같이 생각할 수 있다. 즉, 결정변수를 기지국으로 보고 각 기지국에 할당되는 이동국을 변수의 도메인으로 생각한다. 이 때 도메인은 서비스 영역에서 가장자리가 작을 수 있지만 그 차이는 크지 않다. 또한 연결도는 다른 기지국으로 볼 수 있는데 이것의 변화도 거의 없다. 따라서 이 문제의 쌍대이론을 적용하여 결정변수를 바꾸어서 생각해 볼 필요가 있다. 이동국을 결정변수로 간주하면 도메인은 기지국이 되는데 이동국이 서비스 영역 가장자리에 위치하게 되는 몇 개를 제외하고는 도메인의 큰 변화가 없게 된다. 또한 연결도는 다른 이동국을 의미하게 되는데 이 또한 큰 변화가 없다. 또한 선호성을 생각할 수 있는 조건도 없다. 따라서 이 문제의 형태는 본 논문에서 제안하는 문제분류규칙을 이용하여 나타낼 수 없게 된다. 즉 이 문제를 푸는데 있어서 백트래킹을 이용하는 변수 순서화 알고리즘을 구하는 것은 쉽지 않다는 것을 의미한다.

위 문제는 무제한 창고위치문제(uncapacitated warehouse location problem)와 유사하다. 즉 하나의 셀에 이동국이 무제한적으로 할당될 수 있다. 그러나 CDMA 시스템에서는 기지국에서 최소 신호대 잡음비(minimum SIR)를 유지하여야 하므로 유한 창고위치 문제(capacitated warehouse location problem)와 유사하게 되어 셀 안에 할당되는 이동국의 수가 제한된다. 그러나 제한되는 숫자는 창고위치문제와는 다르게 셀의 SIR에 의해 결정된다. 즉 한 셀의 SIR 값이 이웃 셀의 SIR에 영향을 미치게 되므로 기존 창고위치문제와 CDMA 이동통신망은 성격이 약간 다른 용량제한 문제를 갖고 있다. 우리는 이것을 CDMA-capacitated라고 부를 수 있다.

전력제어(Power Control)[26]가 이루어지는 CDMA의 상향링크(uplink)에서  $n$  사용자와  $m$  기지국을 고려한다. 이 때 사용자  $i$ 에 대해서 다른 사용자들의 신호는 간섭신호로 간주된다. 사용자  $i$ 의 출력전력을  $p_i$  라 하고  $j$ 에서 기지국  $j$ 까지의 전파손실을  $g_{ij}$  라 한다. 이 때 기지국  $j$ 에서의 수신 전력은  $g_{ij}p_i$ 로 나타내진다. 반면에 다른 사용자들의 간섭전력은

$$\sum_{k=1}^{n_r} g_{kj}p_k$$

로 나타내지며 전력제어 때문에 기지국에서 셀 안

의 이동국으로부터 받는 신호의 크기는  $p_i$ 로 모두 같다. 이 때 사용자  $i$ 에 대한 기지국  $j$ 에서의  $SIR_{ij}$ 는 다음 식(5)로 표시된다.

$$SIR_{ij} = \frac{g_{ij}p_i}{I_{j,r}} = \frac{p_i}{I_{j,r}} \dots\dots\dots (5)$$

이 때 간섭전력  $I_{j,r} = \sum_{h=1}^{n_r} g_{hj}p_h - g_{ij}p_i$  이다. 또한

$$\sum_{h=1}^{n_r} p_h = \sum_{h=1}^{n_r} \sum_{t=1}^{m_r} \frac{p_t}{g_{ht}}$$

이므로  $SIR_{ij}$ 는 다음 식(6)으로

표시된다.

$$SIR_{ij} = \frac{p_i}{\sum_{h=1}^{n_r} \sum_{t=1}^{m_r} \frac{g_{ht}p_t}{g_{ht}} - p_i} = \frac{1}{\sum_{h=1}^{n_r} \sum_{t=1}^{m_r} \frac{g_{ht}}{g_{ht}} - 1} \dots\dots\dots (6)$$

기지국에서의 신호대 잡음비는 항상  $SIR_{ij} \geq SIR_{min}$  을 만족하여야 한다. 또한 결정변수  $x$  및  $y$ 를 고려하여 식(7)로 나타낼 수 있으며 이 식은 참고문헌 [22]의 식과 같다.

$$\frac{1}{SIR_{min}} e^{y_j} (\sum_{h=1}^{n_r} \sum_{t=1}^{m_r} \frac{g_{ht}}{g_{ht}} x_{ht} - 1) \dots\dots\dots (7)$$

이것은 비선형방정식이므로 적당한 수  $k$ 를 사용하여 선형 방정식으로 변형한 것이 식 (8)이다.

$$\frac{1}{SIR_{min}} \{1 + k(1 - y_j)\} e^{\sum_{h=1}^{n_r} \sum_{t=1}^{m_r} \frac{g_{ht}}{g_{ht}} x_{ht} - 1} \dots\dots\dots (8)$$

식(8)에서  $y_j$  값이 1 이면 식(7)의 값과 같게 된다. 또한  $y_j$  값이 0 이고  $k$  값이 충분히 크다면 식(8)은 성립한다. 따라서 식(8)은 식(7)을 대체하는 선형적인 제약조건식으로 사용될 수 있으며 목적함수 (1)에 대한 추가 제약조건식이 된다.

시뮬레이션은 2km x 2km의 서비스 면적을 1m 단위로 세분화하고, 이 곳에 50개의 후보 기지국의 위치를 선정한다. 주파수는 1750MHz, 기지국 안테나의 높이는 30m, 이동국의 안테나 높이는 1.5m 이다. 이동국의 최대전력은 30dBm, 최소전력은 -30dBm, 그리고 기지국에서 수신되는 이동국의 목표전력(target power)은 -100dBm 으로 하였으며 이동국의 수는 무작위로 발생시킨다.

이 문제는 앞에서 기술한 것처럼 문제분류규칙에 의해 표현

되지 않으므로 백트래킹을 이용한 최적의 변수순서화 알고리즘을 구하기 쉽지 않다. 따라서 혼합정수계획법을 실행시켜 근사해를 구한다. 혼합정수계획법은 기본적으로 branch and bound 기법을 사용한다. 사용 툴은 ILOG OPL3.7을 이용하였다. 근사해를 구하는 방법은 완전해를 구하는 알고리즘에다가 GAP을 이용한 branch and bound 방식을 적용하였다.

$$GAP = (\text{상한 값} - \text{최적 가능해}) * 100 / \text{상한 값} \dots\dots\dots (9)$$

GAP이 클수록 branch and bound의 탐색나무가 빨리 가지를 치게 되어 계산속도가 빨라진다. 그러나 구하는 근사해의 품질이 떨어지게 된다. 본 논문에서는 10%를 사용하였다. 표2에서는 이동국 수가 증가함에 따라 필요한 최소 기지국 수를 계산한 결과이며 각각의 이동국의 출력전력을 계산한 결과이다. 이동국 수가 많아지면 서로 간섭을 일으켜 CDMA 특성상 출력전력을 낮추게 된다. 이 문제와 같이 문제분류규칙에 의해 분류되지 않는 문제가 존재하며 이에 대한 최적의 알고리즘 개발이 연구되어야 할 것이다.

표 2 이동국 수 증가에 따른 실험 결과  
Table 2 Experimental Results According to Increasing the Number of Mobile Stations

이동국 수	50	100	150	200	300
최소 기지국수	3	5	7	11	17
이동국 평균출력(dBm)	18.1	11.8	10.0	5.8	4.2
계산시간(초)	2.94	6.05	153.89	28.03	636.39

## V. 결 론

본 논문에서는 백트래킹 탐색 알고리즘에 의한 무선자원할당 문제를 다루었다. 이 때 변수 순서화 알고리즘을 개발하는데 있어서 문제분류규칙을 이용하면 어떤 알고리즘을 사용할 것인지를 예측할 수 있다. 따라서 문제의 형태를 정확히 파악하면 그에 따른 형태별 알고리즘을 예측할 수 있으며 실제 두 개의 문제를 모델링하고 해를 구하였다. 하나는 문제형태가 DS-type이며 또 다른 문제는 제한한 문제분류규칙에 의해 알 수 없는 형태이다. DS-type 문제는 기존의 Dsaturn 알고리즘보다 탐색노드 수와 실행시간에 있어서 더 효율적인 알고리즘을 개발할 수 있었고, 문제형태를 알 수 없는 문제는 백

트래킹 탐색으로는 풀 수가 없어서 근사값을 구하는 문제로 모델링하여 풀었다. 향후 문제분류규칙을 보완하여 형태 파악이 힘든 문제도 다룰 수 있는 보완이 필요하다.

## 참고문헌

- [1] Tunchan Cura, "A parallel local search approach to solving the uncapacitated warehouse location problem," Computers & Industrial Engineering, Vol. 59, Issue 4, pp. 1000-1009, Nov. 2010.
- [2] C. Frei and B. Faltings, "Resource allocation in networks using abstraction and constraint satisfaction techniques," in 5th International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming (CP'99), Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1713, pp. 204-218, Oct. 1999.
- [3] P. van Leeuwen, H. Hesselink, and J. Rohling, "Scheduling aircraft using constraint satisfaction," Electronic Notes in Theoretical Computer Science, vol. 76, 2002.
- [4] M. Caramia and P. Dell'Olmo, "Constraint propagation in graph coloring," Journal of Heuristics, vol. 8, no. 1, pp. 83 -107, 2002.
- [5] J.-F. Puget and P. V. Hentenryck, "A constraint satisfaction approach to a circuit design problem," Journal of Global Optimization, vol. 13, no. 1, pp. 75 -93, 1998.
- [6] Francesca Rossi, K. Brent Venable, and Toby Walsh, "Preferences in Constraint Satisfaction and Optimization," AI magazine, pp. 58-68, AAAI, 2008.
- [7] P. San Segundo and A. Jimenez, "Using Graphs to Derive CSP Heuristics and its Application to Sudoku," 21st International Conference on Tools with Artificial Intelligence, pp.538-545, Nov. 2009.
- [8] H. Hoos and T. Stutzle, Eds., "Stochastic Local Search : Foundations and Applications" Morgan Kaufmann, 2004.
- [9] Jia-Hong Wu, Rajesh Kalyanam, and Robert Givan, "Stochastic Enforced Hill-Climbing," Proceedings of the 18th International Conference on Automated Planning and Scheduling (ICAPS 2008), pp. 396-403, AAAI, 2008.



- [10] Bruce Hajek, "A tutorial survey of theory and applications of simulated annealing," 24th IEEE Conference on Decision and Control, vol. 24, pp.755-760, Dec. 1985.
- [11] L. Michel and P. V. Hentenryck, "A simple tabu search for warehouse location," European Journal on Operations Research, vol. 157, no. 3, pp. 576 - 591, 2004.
- [12] S. Prestwich, "Local search and backtracking vs non-systematic backtracking," In AAAI 2001 Fall Symposium on Using Uncertainty within Computation, 2001.
- [13] B. M. Smith, "Succeed-first or fail-first: A case study in variable and value ordering," University of Leeds, U.K., Tech. Rep. 96.26, 1996.
- [14] I. P. Gent, E. MacIntyre, P. Prosser, B. M. Smith, and T. Walsh, "An empirical study of dynamic variable ordering heuristics for the constraint satisfaction problem," in Principles and Practice of Constraint Programming, pp. 179 - 193, 1996.
- [15] R. M. Haralick and G. L. Elliott, "Increasing tree search efficiency for constraint satisfaction problems," Artificial Intelligence, vol. 14, no. 3, pp. 263 - 313, 1980.
- [16] E. C. Freuder, "A sufficient condition for backtrack-free search," Journal of ACM, vol. 29, no. 1, pp. 24 - 32, 1982.
- [17] D. Brelaz, "New methods to color the vertices of a graph," Communication of the ACM, vol. 22, no. 4, pp. 251 - 256, 1979.
- [18] B. M. Smith, "The Brelaz heuristic and optimal static orderings," in CP series, Lecture Notes in Computer Science, vol. 1713, pp. 405 - 418, 1999.
- [19] C. Bessiere and J.-C. Regin, "MAC and combined heuristics: Two reasons to forsake FC (and CBJ?)" on hard problems," in CP series. Lecture Notes in Computer Science, vol. 1118, pp. 61 - 75, 1996.
- [20] B. Hnich, T. Walsh, and B. M. Smith, "Dual modelling of permutation and injection problems," Journal of Artificial Intelligence Research, vol. 21, pp. 357 - 391, 2004.
- [21] DY Kim, EY Han, JH Park, "Research on Legal System for Vitalizations of Low Power Radio Broadcasting" Korea Information Society Development Institute, May. 2002.
- [22] E. Amaldi, A. Capone, F. Malucelli, "Planning UMTS Base Station Location: Optimization Models with Power Control and Algorithms," IEEE Trans. on Wireless Communications, Vol.2, No.5, pp.939-952, Sep. 2003.
- [23] S.A. Ali, "A Set Partitioning Approach for Cellular Planning of Mobile Radio Network," IEEE Int'l Conference on Communications," pp.1028-1032, 2002.
- [24] R. Mathar, M. Schmeink, "Optimal Base Station Positioning and Channel Assignment for 3G Mobile Networks by Integer Programming," Annals of Operations Research, pp. 225-236, 2001.
- [25] KH Lee and MH Lee, "On the Performance of Multicarrier CDMA Systems in Multipath Fading Channel," Journal of The Korea Society of Computer and Information, Vol. 11, No. 3, pp. 271-279, Jul. 2006.
- [26] R.Yates, C.Y. Huang, "Integrated Power Control and base Station Assignment," IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 44, pp.638-644, Aug. 1995.

## 저자 소개



### 손석원

1985: 인하대학교

전자공학과 공학사.

1987: 인하대학교

전자공학과 공학석사.

2007: 인하대학교

컴퓨터정보공학과 공학박사

현재: 호서대학교

뉴미디어학과 부교수

관심분야: 무선통신망, 센서네트워크,

인공지능

Email : sohn@hoseo.edu