**영재교육연구 제 21 권 제 2 호**
*Journal of Gifted/Talented Education*
*2011. Vol 21. No 2, pp. 287~307*

# 일반학급 학생들과의 비교를 통한 수학영재학급 학생들의 표본 개념 이해 수준 연구

고 은 성
서울대학교

이 경 화
서울대학교

본 연구에서는 일반학급 학생들과의 비교를 통해 수학영재학급 학생들의 표본 개념 이해 수준을 살펴본다. 먼저 조사 과제에 대한 학생들의 반응을 토대로 표본 개념 이해 수준을 평가하기 위한 기준을 개발하였다. 학생들의 반응을 분석한 결과 표본이 모집단의 일부분이라는 것에 대한 인식이 부족한 0수준, 표본을 모집단의 부분집합으로 인식하는 1수준, 표본을 모집단의 준비례적 축소버전으로 인식하는 2수준, 편의없는 표본의 중요성을 인식하는 3수준, 무작위 추출이 표본에 미치는 영향을 이해하는 4수준으로 구분할 수 있었다. 개발된 평가 기준을 근거로 각 학생의 이해 수준을 조사한 후, 수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들의 표본에 대한 이해 수준의 차이를 알아보기 위해 두 독립표본 $t$ 검정을 실시하였다. 검정결과 초등학교와 중학교 모두에서 수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들 두 그룹 간에 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타났다. 그러나 수준별 빈도를 조사한 결과 수학영재학급 학생들의 이해 수준이 상위 수준에 분포되기보다는 일반학급 학생들의 이해 수준과 상당부분 중첩됨을 확인할 수 있었다.

**주제어**: 수학영재학급 학생들, 표본, 이해 수준

## I. 서 론

통계학은 방법론적 학문이다. 통계학은 통계 그 자체를 위해 존재하는 것이 아니라 다른 연구 분야에서 자료를 다루는데 필요한 아이디어와 도구의 집합체를 제공하기 위해 존재한다(Cobb & Moore, 1997). 이러한 특징을 지닌 학문으로써 통계는 지난 몇 십 년 동안 그 중요성이 부각되면서 모든 연구 분야에서 필수적인 지적 도구로 인식되어 오고 있다(Moore & Cobb, 2000). 화학, 생물학, 물리학 등의 분야는 그들 나름의 목적에 맞게 통

**교신저자**: 고은성(kes-7402@hanmail.net)

계에 대한 재개념화를 통해 통계를 지적 도구로 활용하고 있으며, 경제학에서부터 고고학에 이르기까지 다양한 인문사회분야 역시 새로운 지식에 대한 통찰과 아이디어 형성을 위한 지적 도구로써 통계의 중요성을 인정하고 있다(Wheatley, 1983). 수학영재학급 학생들은 수학뿐만 아니라 물리학, 생물학, 의학, 화학, 지구과학, 인문사회과학 등 다양한 비수학적 분야에서 새로운 아이디어를 창출하며 또한 판단과 결정을 담당하는 핵심적인 역할을 할 가능성이 높다. 따라서 수학영재학급 학생들은 여러 분야의 배경지식과 소양이 되며, 또한 새로운 지식의 통찰과 아이디어를 창출하는데 있어 막강한 지적 도구가 될 수 있는 통계적 사고를 경험하고 그 수준을 향상시킬 수 있는 교육이 필요하다(이경화, 유연주, 홍진곤, 박민선, 박미미, 2010; Wheatley, 1983).

수학영재학급 학생들에 대한 차별화된 교육의 필요성은 오래전부터 제시되어왔다. 수학영재학급 학생들은 학습의 속도나 깊이, 일반화, 추상화 등과 같은 인지적 측면(Greenes, 1981; Krutetskii, 1976; Schneider, 2000; Sriraman, 2003), 그리고 호기심 및 끈기 등과 같은 정의적 측면(Krutetskii, 1976; Limm, 1984; Schneider, 2000; Sriraman, 2003) 모두에서 일반학급 학생들과는 상당히 다른 특징을 지닌다. 수학영재학급 학생들이 그들의 호기심과 끈기를 충분히 발휘하도록 하는 것은 상당히 중요한데, 그렇게 했을 때 그들의 학습능력을 극대화할 수 있다. 그리고 그들의 학습 속도와 깊이, 고차원적인 사고 능력에 맞는 교육을 제공할 때 그들은 이러한 호기심과 끈기를 계속적으로 유지할 수 있다. 따라서 수학영재학급 학생들에게 그들의 통계적 사고 능력에 맞는 차별화된 통계교육을 제공하는 것은 무엇보다 필요하며 중요하다.

그러나 수학영재학급 학생들에게 통계를 지도하는데 있어 참고가 될 수 있는 정보는 매우 부족한 실정이다. 뿐만 아니라 수학영재학급 학생들의 통계적 사고 능력은 어떠한지에 대한 진단조차 이루어지지 않고 있다. 통계에서도 역시 수학영재학급 학생들이 뛰어난 사고 능력을 보이는지, 수학을 지도하는데 있어 수학영재학급 학생들을 위해 상당한 수준의 사고력과 문제해결력을 필요로 하는 교육과정의 범위를 상당히 넘어서는 과제를 제공하는데 통계에서는 어느 정도 수준의 과제를 제공해야 하는지, 학습의 속도와 깊이 면에서 일반학급 학생들과 다른 능력을 통계에서도 역시 기대해도 되는지, 어느 정도 수준의 정당화나 설명을 기대하고 요구하는 것이 적절한지 등을 결정하기 위해 수학영재학급 학생들의 통계적 사고에 대한 정보가 절실히 필요한 상황이다.

본 연구에서는 통계적 활동에서 중요한 것으로 간주되는 표본 개념에 대한 수학영재학급 학생들의 이해 수준은 어떠한지 조사한다. 이를 위해 수학영재학급 학생들의 표본 개념에 대한 이해 수준을 일반학급 학생들의 이해 수준과 비교하는데, 이러한 비교는 단순히 수학영재학급 학생들의 이해 수준만을 조사하는 것보다 수학영재학급 학생들의 표본 개념에 대한 이해 능력의 위치가 어디인지에 대해 좀 더 자세하고 유익한 정보를 제공해 줄 수 있다.

# II. 선행연구 검토

## 1. 수학적 영재성

Krutetskii (1976)의 연구 이후 많은 연구자들이 수학영재학급 학생들을 나타내는 지표가 되는 특징들을 명확히 하고자 하였다. 예를 들면, Greenes (1981)는 일반학급 학생들과의 비교를 통해 수학영재학급 학생들은 수학 문제와 관련된 자료를 다루는 유연성, 자료를 체계화 하는 능력, 독창적인 해석 능력, 그리고 개념을 전이시키는 능력과 일반화시키는 능력이 뛰어남을 확인하였다. 그리고 Howley와 Pendarvis, Howley (1986)는 수학영재학급 학생들은 공간 시각화 능력, 추상적 기호의 조작 능력, 문제를 개념화하고 조직화하는 능력이 뛰어남을 확인하였다.

또한 연구자들은 수학영재학급 학생들의 문제 해결 과정에서 나타나는 사고 특징을 좀 더 구체적으로 연구하고자 시도하였다. 예를 들면, 고은성 외(2008a, 2008b), 김민정 외(2008), 김지원과 송상헌(2004), 나귀수 외(2007), 송상헌 외(2007), Sriraman (2003)은 수학영재학급 학생들의 일반화 과정에서 나타나는 특징을 연구하였다. 이들의 연구 결과에 따르면, 수학영재학급 학생들은 관계를 파악하기 위해 과제에 따라 융통성 있게 문제에 접근한다. 자신의 생각을 문자식으로 표현하고 문자를 이용하여 해결방법을 제시하는데 어려움이 거의 없다. 그래서 수치를 기록한 표를 이용하여 귀납적 규칙을 찾기보다는 다이어그램이나 관계식을 사용한 포괄적인 예를 통해 보다 일반적인 구조를 파악하려는 경향을 보인다(송상헌 외, 2007a). 김민정 외(2008)는 대수에서의 패턴의 일반화 과제를 해결하는 수학영재학급 학생들의 일반화 과정을 분석한 후, 학생들이 어떤 전략을 사용하여 일반화에 성공하는지, 일반화 과정에서 나타나는 메타인지적 사고의 특징은 어떠한지에 대한 자세한 정보를 제공하고 있다.

고은성 외(2008b), 김지원과 송상헌(2004), 나귀수 외(2007), 송상헌과 신은주(2007), 송상헌 외(2007), Dreyfus와 Tsamir (2004), Sriraman (2003), Tsamir와 Dreyfus (2002)는 수학영재학급 학생들의 추상화 과정에서 나타나는 특징을 연구하였다. 이들의 연구에 의하면, 수학영재학급 학생들은 개념을 추상화하는데 있어 다양한 수준 차이를 보인다. 어떤 학생들은 개념의 전형적인 예를 관찰하고 이들의 본질적인 요소를 파악하는데 어려움이 없다. 그래서 이를 기초로 수학적 개념을 정의할 수 있다. 그러나 일부 학생들은 개념의 핵심적인 요소를 파악하고 이를 정의하기 위해 반례를 필요로 하기도 한다.

송상헌 외(2006a, 2006b), 이경화 외(2007), Lee (2005), Sriraman (2004)은 수학영재학급 학생들의 정당화 과정에서 나타나는 특징을 연구하였다. 이들의 연구 결과에 따르면, 수학영재학급 학생들은 증명 또는 정당화의 의미와 필요성을 잘 인식하고 있다. 그리고 전문 수학자들과 유사한 특징을 보인다. 학생들은 외부적 정당화나 귀납적 정당화에 만족하지 못하며, 포괄적 정당화나 형식적 정당화를 추구한다. 고은성과 이경화(2007), 고은성 외(2008a), 류현아 외(2007)는 수학영재학급 학생들의 시각적 사고 능력에 대한 특징을 연구하였다. 수학영재학급 학생들은 상상 속에서 대상을 조작하는 능력, 묘사된 대상을 다

른 형태로 변화하는 능력이 뛰어나다. 그러나 평면에 묘사된 입체도형을 다시 입체로 상상해 내고 이를 표현해내는 데 어려움을 보이는 학생들도 있다(류현아 외, 2007). 수학영재학급 학생들은 시각적 자료에 근거해 자신의 추론을 전개시켜 분석적 사고로 나아간다. 이때 시각적 자료에 대한 정당화를 통해 형식적 정당화로 발전하는 등 시각적 자료를 유용한 도구로 활용하는 능력이 우수하다(고은성, 이경화, 2007; 고은성 외, 2008a).

위에서 살펴본 일반학급 학생들과의 비교 연구, 그리고 단위 과제를 사용하여 문제 해결 과정에서 나타나는 사고 특징을 좀 더 근거리에서 구체적으로 조사한 연구들은 수학영재학급 학생들의 사고 특징과 학습 과정에서의 특징 등을 이해하는데 중요한 정보를 제공해 준다. 그리고 또한 이러한 선행연구들은 수학에서의 다양한 사고 능력에서 수학영재학급 학생들이 일반학급의 학생들보다 상당히 우수함을 보여준다.

## 2. 수학적 사고와 통계적 사고

통계학자들(Moore, 1990, 1997; Snee, 1990; Wild & Pfannkuch, 1999)에 따르면 통계학은 나름의 탐구할 영역을 지니고 있으며 또한 통계적 탐구를 안내하는 나름의 핵심 개념을 지니고 있다. 그들은 통계적 사고를 위해 불확실성에 대한 직관과 사고방식(mind-set)이 필수적 요소라고 주장한다. 이는 통계학이 다루는 대상은 맥락을 지닌 자료이며, 동시에 변이성을 지닌 불확실한 자료라는 것에서 기인한다. 수학이 연역적 추론의 위력을 보여주는 학문이라면, 통계학은 불확실성을 지닌 경험적 자료로부터의 귀납적 추론이 이와 유사한 강력하고 영향력있는 위력을 지녔음을 보여주는 학문이다(Moore, 1990, p.134). 그러나 확률과 통계는 수학교육과정의 일부로 다루어져 왔으며, 또한 확률과 통계의 학습을 위해서는 수와 연산, 비와 비율 등의 기본적인 개념에서부터 함수와 미적분 등의 고차원적 개념까지 수학이 필수적으로 요구된다. 이러한 이유로 오랫동안 연구자들은 수학에서의 추론과 통계에서의 추론에 어떠한 차이점과 공통점이 있는지(Cobb & Moore, 1997; delMas, 2004; Moore, 1990; Moore & Cobb, 2000), 수학에서의 성취와 통계에서의 성취가 어떠한 관계가 있는지 논의해왔다(이경화 외, 2010; Carmona, 2004; Chiesi & Primi, 2010; Ko & Lee, 2011; Lalonde & Gardner 1993).

통계적 개념을 이해하고 이를 적용하는데 고등수학적 지식을 필요로 하지 않는다는 주장이 제기되고 있지만(Moore, 1990), 조사 연구들은 수학적 능력과 통계에서의 성취 사이의 관계에 대해 다양한 의견을 제시하고 있다. 예를 들면, 수학에서의 성취와 통계에서의 성취 사이에 유의한 상관관계가 있음이 계속적으로 조사연구를 통해 확인되었다. Lalone와 Gardner (1993)는 필수과목으로 통계학 입문과정을 수강하고 있는 심리학과 학생들을 대상으로 실시한 연구에서 수학에서의 성취와 통계에서의 성취 사이에 통계적으로 유의한 양의 상관관계가 있음을 확인하였다. 이들의 연구에서 수학에서의 성취를 나타내는 자료로 활용된 것은 연구 참여자들의 고등학교와 대학에서의 수학 과목의 성취 정도, 그리고 심리학과 학생들을 지원하기 위해 대학에서 개발한 수학에서의 기초 내용 평가문항(어림하기, 지필계산, 비율과 소수 사이의 변환, 그래프 해석, 문장제 해결하기)에 대한 점수

였다. 그리고 통계에서의 성취를 나타내는 자료로 활용된 것은 두 개 학기 동안 통계학 입문과정에서의 성취 정도였다. Chiesi와 Primi (2010)는 통계학 입문과정을 수강하는 487명의 심리학과 학생들을 대상으로 실시한 실험에서 수학에서의 성취와 통계에서의 성취 사이에 통계적으로 유의한 관계가 있음을 확인하였다. Lalone와 Gardner (1993)의 연구에서와 유사하게 이들의 연구에서도 수학에서의 성취를 나타내는 자료로 활용된 것은 연구 참여자들의 고등학교 수학 과목에서의 성취 정도와 심리학과 학생들을 지원하기 위해 대학에서 개발한 수학에서의 기초 내용 평가문항(사칙연산, 수의 대소관계, 집합, 방정식, 확률)에 대한 점수였으며, 통계에서의 성취를 나타내는 자료로 활용된 것은 통계학 입문과정에서의 성취 정도였다.

다른 한편에서는 수학에서의 성취와 통계에서의 성취 사이에 매우 낮은 상관관계가 있음을 조사연구를 통해 확인하였다. 이경화 외(2010)의 연구는 대학부설 과학영재교육원 선발시험에 참여한 530명을 대상으로 실시한 연구에서 수학적 능력과 통계적 개념 이해 수준 사이에 매우 낮은 상관관계가 있음을 확인하였다. 이들의 연구에서 수학적 능력을 나타내는 지표로 사용된 것은 대수, 기하, 논리 등의 수학 영역에서 고도의 사고력을 요구하는 복합 과제에 대한 문제해결 능력이었으며, 통계적 개념 이해 수준을 나타내는 지표로 사용된 것은 통계의 주요 개념에 대한 이해 정도를 평가하기 위해 개발된 문항에 대한 학생들의 반응 결과였다. Ko와 Lee (2011)는 대학부설 과학영재교육원에서 교육을 받고 있는 70명의 5학년 학생과 62명의 일반학급 학생들을 대상으로 수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들의 통계적 평균에 대한 이해 수준에 차이가 있는지 조사하였다. 이들의 연구는 평균의 대표성 개념 인식, 평균의 추상적 성질 인식, 평균을 구하는 과정에서 변이성 제어의 필요성 인식으로 구분하여 조사하였는데, 연구자들은 평균의 추상적 성질을 인식하는 사고 면에서는 수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들 사이에 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타난 반면, 평균의 대표성 개념을 인식하는 사고와 평균을 구하는 과정에서 변이성을 제어하는 사고 면에서는 통계적으로 유의한 차이가 없는 것으로 나타났다고 보고하고 있다.

### 3. 표본

통계적 추정은 표본이 모집단에 대한 정보를 제공할 수 있다는 기본적인 개념에 기초한다. 그러나 표본이 제공하는 모집단에 대한 정보는 완전한 것이 아니라 대략적인 것이다(Batanero, Godino, Vallecillo, Green, & Homes, 1994, p. 527). 이를 이해하기 위해 표본의 대표성과 표집변이성이라는 서로 상반되면서도 보완적인 개념을 이해할 수 있어야 한다(Rubin, Bruce, & Tenney, 1991, p.314). Lipson (2002)은 표본을 통해 모집단의 특징을 파악하고 예측하는 통계적 추정을 이해하는데 있어 표본 및 모집단과 관련된 개념을 이해하는 것이 매우 중요하다고 주장하고 있으며(p. 1), Pfannkuch (2008) 역시 표본과 모집단 사이의 관계를 이해하기 위해 표본의 대표성, 표집변이성, 표집분포와 같은 여러 개념들의 스키마(schema)를 형성하는 것이 중요하다고 주장한다(p. 3). Saldanha와 Thompson

(2002)에 따르면 통계적 표집의 개념은 반복적인 무작위 추출, 변이성, 분포의 개념이 통합된 스키마이다(p. 258).

표본의 대표성은 표본추출 과정이 적절한 방식으로 행해질 때 표본이 모집단과 유사한 특징을 지닐 가능성이 크다는 개념을 반영한다(Batanero et al., 1994, p. 527). 무작위추출(random sampling), 층화추출(stratified random sampling) 등은 표집과정에서 나타날 수 있는 편의를 제거함으로써 모집단을 잘 대표할 수 있는 표본을 추출하기 위한 개념의 발현이다(이외숙, 임용빈, 성내경, 소병수, 2000. pp. 488-492). Saldanha와 Thompson (2002)은 표본의 대표성을 이해한다는 것은 표본을 모집단의 부분집합으로 간주하는 것이 아니라 모집단의 준비례적 축소 버전(quasi-proportional, small-scale version)으로 간주할 수 있어야 함을 의미한다고 주장한다(p. 257). Watson과 Moritz (2000) 역시 표본에 대한 이해를 위해 무작위 추출의 중요성을 인식할 수 있어야 한다고 언급하며, 또한 표집과정에서 발생하는 편의에 대해 비판적 시각을 갖는 것이 중요하다고 말한다.

## III. 연구 방법 및 절차

### 1. 연구 참여자

<표 1>은 연구 참여자에 대한 요약이다. 초등학교 5학년의 수학영재학급 학생들은 청주시 소재 대학부설 과학영재교육원의 교육생이며 일반학급 학생들은 청주시 소재 초등학교에서 선정된 1개 학급의 학생들이다. 중학교 2학년의 수학영재학급 학생들은 초등학교 5학년과 동일한 과학영재교육원의 교육생 17명과 서울시 소재 대학부설 과학영재교육원의 교육생 12명으로 구성되어 있다. 중학교 2학년의 일반학급 학생들은 서울시 강남구 소재 중학교에서 선정된 1개 학급의 학생들이다.

<표 1> 연구 참여자

| 구분 | 초 5 | 중 2 | 합계 |
|---|---|---|---|
| 일반학생 | 34명 | 36명 | 70명 |
| 수학영재학생 | 31명 | 29명 | 60명 |
| 합계 | 65명 | 65명 | 130명 |

### 2. 연구절차 및 과제

문헌분석(고은성, 이경화, 2011; Watson & Moritz, 2000)과 전문가 검토를 통해 문항을 개발한 후 4명의 초등학생과 3명의 중학생을 대상으로 예비 실험을 실시하였다. 예비 실험에서는 7명의 학생 모두에 대해 문항조사와 면담조사가 실시되었는데 다음의 두 가지 사항에 초점을 두고 진행하였다. 첫째, 조사 문항이 표본에 대한 이해 수준을 평가하는데 적절한지 조사하였다. 즉 조사 문항이 표본에 대한 사고를 자극할 수 있는지, 그리고 다양

한 범주의 반응을 유도할 수 있는지 조사하였다. 둘째, 문항에서 제시하는 문제 상황과 문항의 형태가 학생들의 수준에 적절한지, 그리고 문항에 사용된 언어가 학생들에게 적절하지 조사하였다. 예비조사 결과를 통해 문항을 수정·보완하였다. [그림 1]은 본 연구에 사용된 과제이다. 문제 1은 학생들이 표본을 모집단의 부분집합으로 간주하는지 여부를, 문제 2는 학생들이 표본을 단순히 모집단의 부분집합으로 이해하는 것이 아니라 모집단의 준비례적 축소버전으로 간주하는지 여부를 조사하기 위한 문항이다. 그러나 학생들의 반응에 따라 문제 2에서도 역시 표본을 모집단의 부분집합으로 간주하는지 여부를 조사할 수 있으며, 문제 1에서도 학생들이 표본을 단순히 모집단의 부분집합으로 이해하는 것이 아니라 모집단의 준비례적 축소버전으로 간주하는지 여부를 조사하는 것이 가능하다. 문제 3은 편의가 없는 표본의 중요성을 인식하고, 무작위 추출이 표본에 미치는 영향을 조사하기 위한 문항이다.

[문제 1] TV에서 아나운서가 “연구자들이 우리나라에 살고 있는 5학년 학생들의 몸무게를 알아보기 위해 우리나라에 살고 있는 5학년 학생들의 표본을 대상으로 조사했습니다.”라고 말하였습니다.

(1) 이 문장에서 표본이라는 단어가 의미하는 것은 무엇이라고 생각합니까?

(2) 연구자들이 우리나라에 살고 있는 5학년 학생 전체를 조사하는 대신 5학년 학생들의 표본을 조사한 이유가 무엇이라고 생각합니까?

[문제 2] 주머니에 흰 구슬과 검정 구슬이 모두 80개 들어 있습니다(단, 흰 구슬과 검정 구슬의 개수는 알지 못합니다.). 영희와 철수는 주머니에 흰 구슬과 검정 구슬이 몇 개씩 들어있는지 알아보기 위해 다음과 같은 방법으로 조사를 하였습니다.

영희: 80개의 구슬을 골고루 섞은 후 20개의 구슬을 꺼내어 조사
철수: 영희가 꺼내고 남은 60개의 구슬을 골고루 섞은 후 20개의 구슬을 꺼내어 조사

각 학생이 꺼낸 구슬이 표본으로 적절한지 판단하고, 이유를 설명하시오.

| 학생 | 적합성 여부 | 그렇게 생각하는 이유 |
|---|---|---|
| 영희가 꺼낸 구슬 20개 | 적합하다( )<br>적합하지 않다( ) | |
| 철수가 꺼낸 구슬 20개 | 적합하다( )<br>적합하지 않다( ) | |

[문제 3] A초등학교에서는 가을소풍 장소를 결정하기 위해 학생들의 의견을 조사하였습니다. 다음 각 방법이 적절하다고 생각되는지 판단하시오.(학생 수는 각 학년별로 100명씩 전체 600명이라고 한다)
(1) 조사 부스를 설치하여 참여를 원하는 학생을 대상으로 선착순으로 60명 조사하였습니다. 이 방법에 대해 어떻게 생각하는지 다음 중에서 고르고, 이유를 설명하시오.
① 좋은 방법이다 ② 좋은 방법이 아니다
(2) 600명 학생의 이름이 각각 적힌 종이를 상자에 넣고 그 중 60개를 뽑아 그 학생들의 의견을 조사하였습니다. 이 방법에 대해 어떻게 생각하는지 다음 중에서 고르고, 이유를 설명하시오.
① 좋은 방법이다 ② 좋은 방법이 아니다

[그림 1] 표본 개념 이해 조사를 위한 과제

## 3. 자료수집 및 분석

먼저 학생들에게 조사 문항을 제시하고 자신의 의견을 기술하도록 하였다. 이때 제시한 학생들의 반응을 토대로 1차 분석을 실시하였다. 1차 분석 결과를 이용해 학생들의 사고 특징을 예비적으로 범주화하고, 또한 면담을 실시할 학생을 선정하였다. 문항에 기술한 학생들의 반응만으로는 어느 범주에 속하는지 구별이 어려운 학생들과 각 범주를 대표하는 전형적인 반응을 보인 학생들이 면담 대상으로 선정되었다. 문항에 대한 학생들의 모든 반응 내용은 워크시트에 정리하였으며, 면담 과정은 모두 녹화 또는 녹음한 후 그 내용을 전사하였다. 학생들의 문항에 대한 반응 내용과 면담을 전사한 내용이 분석 자료로 활용되었다.

자료 분석은 두 단계의 과정을 통해 이루어졌다. 우선 첫 번째 단계에서 학생들이 사용한 용어나 표현을 바탕으로 학생들의 반응을 범주화 하였다. 이때의 범주들은 기존의 틀을 사용한 것이 아니라 학생들의 반응을 토대로 귀납적인 과정으로 얻어진 결과들이다(Denzin & Lincoln, 1994; Goetz & LeCompte, 1984). 두 번째 단계에서는 다른 연구자와 함께 인지 발달 모델인 SOLO(Biggs & Collis, 1982)를 사용하여 첫 번째 단계에서 얻어진 범주들을 재범주화하였다. 학생들 각각의 이해 수준 조사 결과의 신뢰도를 높이기 위해 2인의 연구자가 채점자간 신뢰도(inter-coder reliability) 검사를 실시하였다(성태제, 2002). 이해 수준 조사 결과 Kappa 계수[1]가 .782로 나타났다.

1) Kappa 계수는 우연에 의해 두 채점자의 결과가 일치하는 확률을 제거한 것으로, .40~ .60이면 ‘채점자간 신뢰도가 있다’, .60~ .75이면 ‘채점자간 신뢰도가 높다’, .75 이상이면 ‘채점자간 신뢰도가 매우 높다’로 분류된다(Fleiss, 1981). 성태제(2002)는 채점자간 신뢰도 추정으로 채점자료에 대한 신뢰성을 인정하는 절대적 기준은 없으나 채점결과가 범주로 부여될 때 Kappa 계수 .75 이상을 제안한다(p.162).

# IV. 연구 결과

## 1. 표본에 대한 이해 수준 평가 기준

조사 과제에 대한 학생들의 반응을 토대로 표본에 대한 학생들의 이해 수준 조사를 위한 평가 기준은 무엇인지 분석하였다. 분석 결과 학생들의 반응을 표본이 모집단의 일부분이라는 것에 대한 인식이 부족한 수준, 모집단의 부분집합으로 인식하는 수준, 모집단의 준비례적 축소버전으로 인식하는 수준, 편의없는 표본의 중요성을 인식하는 수준, 무작위 표집의 영향을 이해하는 수준으로 구분할 수 있었다. <표 2>는 각 수준에 속하는 학생들의 사고 특징을 요약한 것이다.

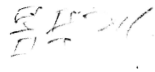
**<표 2> 표본에 대한 이해 수준**

| 수준 | 각 수준에서의 특징 |
|---|---|
| 0 | **모집단의 일부분이라는 인식 부족:** 표본이 전체의 일부분이라는 것에 대한 인식이 부족함. |
| 1 | **모집단의 부분집합으로 인식:** 표본이 모집단의 일부분을 의미함을 인식하지만 단순히 모집단의 부분집합이라고 생각함 |
| 2 | **모집단의 준비례적 축소버전으로 인식:** 표본을 단순히 모집단의 부분집합으로 인식하는 것이 아니라 모집단의 준비례적 축소버전으로 인식함. 그러나 무작위 표집에 대해서는 올바르게 이해하지 못함 |
| 3 | **편의없는 표본의 중요성 인식:** 편의없는 표본을 산출하는 것이 중요함을 인식함. 그러나 무작위 표집과 편의없는 표본 사이의 관계를 인식하지 못함. |
| 4 | **무작위 표집의 영향 이해:** 무작위 표집과 편의없는 표본 사이의 관계를 인식함. |

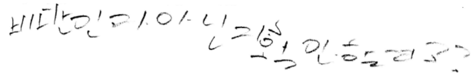
0수준의 학생들은 표본이 모집단의 일부분이라는 인식이 부족하였다. 모집단에 대한 정보를 알기 위해 전체의 일부를 조사하는 것이 표본 조사의 목적임을 이해하지 못해 표본에 대해서도 전체의 일부분이라는 아이디어를 가지고 있지 못했다. 다음은 0수준에 속하는 학생 반응의 예이다.

[그림 2]과 [그림 3]는 각각 초등학교 일반학급 학생인 NE21[2)]이 문제 1-(1)과 문제 1-(2)에서 제시한 내용이며, 이어지는 면담은 이에 설명이다. 이 학생은 '표본'을 학생들의 비만정도를 판단해주는 기준이 되는 어떤 값으로 생각하였다. 그래서 '표본을 대상으로'라는 표현을 '표본을 기준으로'라고 해석하고 있었으며, 또한 문제 1의 상황을 초등학교 5학년 학생들 각각의 비만정도를 알려주기 위해 학생들의 몸무게를 측정하는 상황으로 해석하고 있었다.

2) NE는 초등학교 일반학급 학생을, GE는 초등학교 수학영재학급 학생을, NM은 중학교 일반학급 학생을, GM은 중학교 수학영재학급 학생을 나타내며, 숫자는 각 그룹에서 학생 개개인을 구분하기 위해 부여한 번호이다.



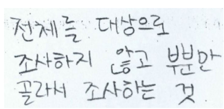

[그림 2] 문제 1-(1)에서 NE21의 반응



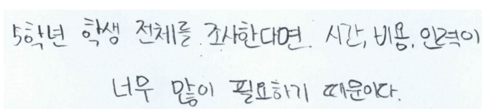
[그림 3] 문제 1-(2)에서 NE21의 반응

연구자: 여기에서 표본이 몸무게를 말하는 거야?
NE21: 얘는 비만, 얘는 정상, 얘는 고도비만 이렇게 알려주려고 몸무게를 재는거요.

1수준의 학생들은 표본이 모집단의 일부분임을 인식하였다. 그러나 표본을 모집단의 준비례적 축소버전이 아니라 단순히 모집단의 부분집합으로 인식하였다. 다음은 1수준에 속하는 학생 반응의 예로, [그림 4]와 [그림 5]는 중학교 일반학급 학생인 GE25가 문제 1에서 제시한 내용이다.




[그림 4] 문제 1-(1)에서 GE25의 반응




[그림 5] 문제 1-(2)에서 GE25의 반응

이 학생의 경우 표본이 모집단의 일부분임을 인식하고 있다. 그러나 문제 2와 문제 3에 대한 이 학생의 반응은 표본을 모집단의 준비례적 축소버전으로 인식하기보다는 단순히 모집단의 부분집합으로 인식하고 있음을 보여준다. 문제 2에서 영희가 꺼낸 20개의 구슬과 철수가 꺼낸 20개의 구슬이 표본으로 적당한지 여부를 판단하는데 있어 모집단과의 비율만을 고려함으로써 영희가 꺼낸 20개의 구슬은 부적합한 것으로, 철수가 꺼낸 20개의 구슬은 적합한 것으로 생각하였다([그림 6] 참조). 그리고 문제 3-(1)의 부스 조사 방식과 문제 3-(2)의 무작위 추출 방식의 적절성을 판단하는데 있어서도 표본의 크기만을 고려하여 적절하지 않다고 생각하였다([그림 7]~[그림 8] 참조). 즉 편의없는 표본에 대한 중요성을 인식하지 못했으며 또한 무작위 추출이 표본에 미치는 영향에 대한 이해 역시 부족하였다.

| 학생 | 적합성 여부 | 그렇게 생각하는 이유 |
|---|---|---|
| 영희가 꺼낸 구슬 20개 | 적합하다( )<br>적합하지 않다( ○ ) | 뽑은 구슬의 개수가 적다. |
| 철수가 꺼낸 구슬 20개 | 적합하다( ○ )<br>적합하지 않다( ) | 뽑은 구슬의 개수도 늘고 적당하고 영희가 뽑은 구슬과 겹치지 않아 효과적일 |

[그림 6] 문제 2에서 GE25의 반응

조사인원이 너무 적어서
효율적이지 않을 것 같다.

[그림 7] 문제 3-(1)에서 GE25의 반응

조사대상인원이 너무 적다.

[그림 8] 문제 3-(2)에서 GE25의 반응

2수준의 학생들은 표본을 모집단의 준비례적 축소버전으로 인식하였다. 표본에 대해 단순히 모집단의 부분집합이 아니라 모집단의 준비례적 축소버전에 대한 이미지를 지니고 있었다. 그러나 편의없는 표본의 중요성에 대해서는 인식이 부족하였다. 다음은 2수준에 속하는 학생 반응의 예이다.

[그림 9]는 중학교 영재학급 학생인 GM07이 문제 2에서 제시한 내용이며, 이어지는 면담은 이에 대한 설명이다. 이 학생의 경우 영희가 꺼낸 구슬의 집합은 모집단을 반영하므로 표본으로 적절하다고 생각하였으며, 또한 철수가 꺼낸 구슬의 집합은 모집단이 변형된 상태에서 추출된 것이기 때문에 원래 모집단을 적절히 반영한다고 볼 수 없으므로 표본으로 부적절하다고 판단하고 있다.

| 학생 | 적합성 여부 | 그렇게 생각하는 이유 |
|---|---|---|
| 영희가 꺼낸 구슬 20개 | 적합하다( ○ )<br>적합하지 않다( ) | 80개 조사할 때<br>80개를 모두 넣고 조사하였기 때문에 |
| 철수가 꺼낸 구슬 20개 | 적합하다( )<br>적합하지 않다( ○ ) | 60개만 있을 때 조사했으므로<br>전체를 60개로 보고 조사해야 하므로<br>전체가 80개인 주머니를 조사했다고 보기 어렵다. |

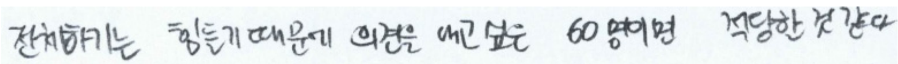
[그림 9] 문제 2에서 GM07의 반응

연구자: 모두 20개씩 뽑았는데, 이거는 표본으로 적절하고 이것은 왜 적절하지 않다고 생각했어?

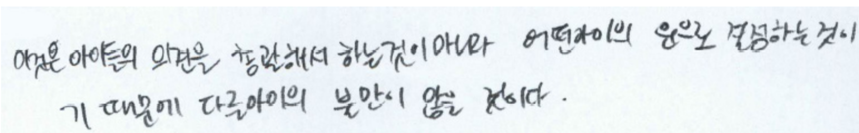
GM07: 영희는 80개에서 20개를 꺼냈으니까 적합할 것 같은데 철수는요 영희가.. 좀 뭐라 그래야 되지? 60개니까요 80개에서 20개 뽑을 때 80개하고 그 남은 60개랑 조건

이 같지가 안잖아요.

그러나 이 학생의 경우 문제 3-(1)과 3-(2) 모두에서 표본 추출 방식에 대해 적절한 판단과 적절한 설명을 제시하지 못하고 있다. 문제 3-(1)의 부스 조사 방식에 대해 참여를 원하는 사람을 대상으로 하기 때문에 적절한 방식이라고 잘못 설명하고 있으며([그림 10] 참조), 3-(2)의 무작위 표집 방식에 대해 '운'에 의한 결정방식이기 때문에 적절하지 못하다고 설명하고 있다([그림 11] 참조). 편의없는 표본에 대한 인식이 부족하며 또한 무작위 추출이 표본에 미치는 영향에 대한 이해가 부족함을 알 수 있다.


전체하기는 힘들기 때문에 의견을 내고 싶은 60명이면 적당한 것 같다

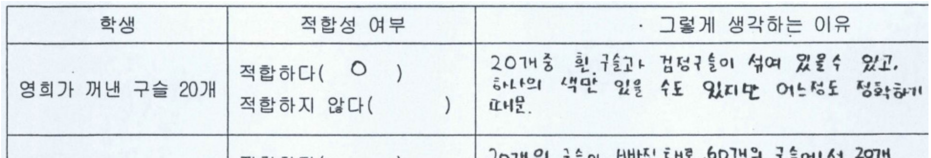
[그림 10] 문제 3-(1)에서 GM07의 반응


이것은 아이들의 의견을 총괄해서 하는것이 아니라 어떤아이의 운으로 결정하는 것이
기 때문에 다른아이의 불만이 많을 것이다.

[그림 11] 문제 3-(2)에서 GM07의 반응

3수준의 학생들은 편의없는 표본을 산출하는 것이 중요함을 인식하였다. 그러나 무작위 표집이 편의없는 표본을 산출하는 방법이라는 것에 대한 이해는 부족하였다. 즉 무작위 추출의 영향에 대한 이해는 부족하였다. 다음은 3수준에 속하는 학생 반응의 예이다.

[그림 12]와 [그림 13], [그림 14]는 각각 초등학교 영재학급 학생인 GE27이 문제 2와 문제 3에서 제시한 내용이다. 문제 2에 대한 이 학생의 반응에서 표본을 모집단의 준비례적 축소버전으로 인식하고 있음을 알 수 있다. 그러나 문제 3에 대한 이 학생의 반응에서 편의없는 표본의 중요성은 인식하고 있지만 무작위 표집에 대해서는 이해가 부족함을 알 수 있다. 무작위 표집은 편의없는 표본을 산출할 수 있는 도구라는 것에 대한 이해가 부족하였다.

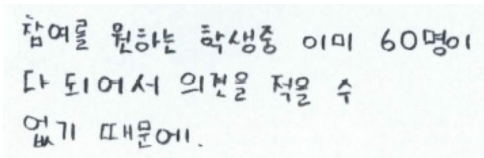


| 학생 | 적합성 여부 | · 그렇게 생각하는 이유 |
|---|---|---|
| 영희가 꺼낸 구슬 20개 | 적합하다( O )<br>적합하지 않다(  ) | 20개중 흰 구슬과 검정구슬이 섞여 있을수 있고, 하나의 색만 있을 수도 있지만 어느정도 정확하기 때문. |
| 철수가 꺼낸 구슬 20개 | 적합하다(  )<br>적합하지 않다( O ) | 20개의 구슬이 빠진 채로 60개의 구슬에서 20개를 꺼냈기 때문. |

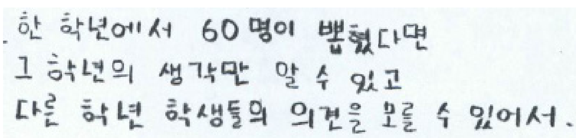
[그림 12] 문제 2에서 GE27의 반응

연구자: 영희의 것은 여기 ‘하나의 색만 있을 수도 있지만 어느 정도 정확하기 때문’에 적합하다라고 했어. 그리고 철수의 것은 60개에서 뽑아서 적합하지 않다라고 했어. 왜 그렇게 생각했는지 설명해 줄 수 있을까?

GE27: 영희는 물론 한 가지 색이 너무 많이 나올 수도 있지만, 그래도 80개 중에서 뽑은 거고, 철수는 나머지 60개 중에서 뽑은 거니까, 영희가 만약에 흰색만 다 뽑으면 정확하지가 안잖아요.


참여를 원하는 학생중 이미 60명이
다 되어서 의견을 적을 수
없기 때문에.

[그림 13] 문제 3-(1)에서 GE27의 반응


한 학년에서 60명이 뽑혔다면
그 학년의 생각만 알 수 있고
다른 학년 학생들의 의견은 모를 수 있어서.

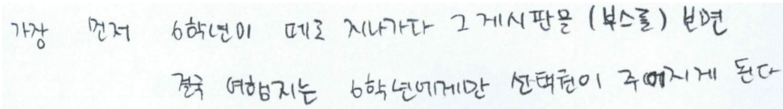
[그림 14] 문제 3-(2)에서 GE27의 반응

4수준의 학생들은 편의없는 표본과 무작위 표집 사이의 관계를 인식하였다. 즉 무작위 표집이 편의없는 표본을 산출할 수 있는 방법임을 인식하였다. 다음은 4수준에 속하는 학생 반응의 예이다.

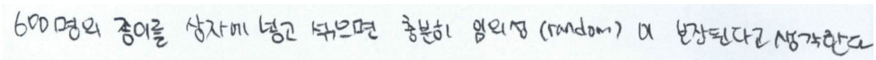
[그림 15]와 [그림 16], [그림 17]은 각각 중학교 영재학급 학생인 GM20이 문제 2와 문제 3에서 제시한 내용이다. 문제 2에 대한 이 학생의 반응에서 표본을 모집단의 준비례적 축소버전으로 인식하고 있음을 알 수 있다. 또한 무작위 표집이 적절한 표본을 산출하는 방법임을 이해하고 있다. 문제 3-(1)에서 이 학생은 부스 조사 방법이 적절하지 않다고 생각하였는데, 이것은 어떤 특정 학년에 표본이 치우칠 가능성이 있음을 의식한 것으로 편의없는 표본의 중요성을 인식하고 있었다. 그리고 문제 3-(2)에서 제비뽑기 방법이 적절하다고 생각하였는데, 이것이 임의성을 보장하는 무작위 표집이기 때문이라고 생각하였기 때문임을 알 수 있다.

| 학생 | 적합성 여부 | 그렇게 생각하는 이유 |
|---|---|---|
| 영희가 꺼낸 구슬 20개 | 적합하다( O )<br>적합하지 않다(   ) | random 하다 (임의적이다) |
| 철수가 꺼낸 구슬 20개 | 적합하다(   )<br>적합하지 않다( O ) | 영희가 꺼낸 구슬에 영향을 받기 때문에 |

[그림 15] 문제 2에서 GM20의 반응




[그림 16] 문제 3-(1)에서 GM20의 반응




[그림 17] 문제 3-(2)에서 GM20의 반응

## 2. 표본에 대한 이해 수준 분석

수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들의 표본에 대한 이해 수준의 차이를 알아보기 위해 두 독립표본 $t$ 검정을 실시한 결과는 <표 3>과 같다. 초등학교 일반학급 학생들의 이해 수준의 평균은 0.85, 표준편차는 .744이며, 초등학교 수학영재학급 학생들의 이해 수준의 평균은 1.48, 표준편차는 .890이다. 초등학교 일반학급 학생들과 수학영재학급 학생들의 이해 수준에 차이가 있는지에 대한 $t$ 통계값은 −3.111, 유의확률은 .003으로 두 그룹 간에 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타났다.

중학교 일반학급 학생들의 이해 수준의 평균은 1.42, 표준편차는 .947이며, 중학교 수학영재학급 학생들의 이해 수준의 평균은 2.66, 표준편차는 1.078이다. 중학교 일반학급 학생들과 수학영재학급 학생들의 이해 수준에 차이가 있는지에 대한 $t$ 통계값은 −4.952, 유의확률은 .000으로 두 그룹 간에 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타났다.

**<표 3> 표본 이해 수준의 차이에 대한 $t$ 검정결과**

| 구분 | 초등 | | 중등 | |
|---|---|---|---|---|
| | 일반 | 영재 | 일반 | 영재 |
| 평균 | 0.85 | 1.48 | 1.42 | 2.66 |
| 표준편차 | .744 | .890 | .947 | 1.078 |
| 사례 수 | 34 | 31 | 36 | 29 |
| $t$ 통계값 | −3.111 | | −4.952 | |
| 유의확률 | .003*** | | .000*** | |

<표 3>은 표본에 대한 이해 수준별 빈도를 나타낸 것이다. 초등학교 일반학급 학생들의 경우 0수준부터 3수준까지의 이해를 보였는데, 52.9%의 학생이 1수준에, 32.4%의 학생이 0수준에, 11.4%의 학생이 2수준에, 2.9%의 학생이 3수준에 속하는 것으로 나타났다. 반면, 초등학교 수학영재학급 학생들의 경우 0수준부터 4수준까지의 이해를 보였는데, 54.8%의 학생이 1수준에, 25.8%의 학생이 2수준에, 9.7%의 학생이 3수준에, 6.5%의 학생이 0수준에, 3.2%의 학생이 4수준에 속하는 것으로 나타났다.

중학교 일반학급 학생들의 경우 0수준부터 4수준까지의 이해를 보였는데, 52.8%의 학생이 1수준에, 22.2%의 학생이 2수준에, 그리고 0수준과 3수준에 각각 11.1%의 학생이, 2.8%의 학생이 4수준에 속하는 것으로 나타났다. 반면, 중학교 수학영재학급 학생들의 경우 1수준부터 4수준까지의 이해를 보였는데, 2수준과 3수준, 4수준에 각각 27.6%의 학생이, 17.2%의 학생이 1수준에 속하는 것으로 나타났다.

초등학교와 중학교 학생들 모두 두 독립표본 $t$ 검정결과 수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들 사이에 표본 개념 이해 수준에서 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타났지만, 수학영재학급 학생들의 이해 수준이 상위 수준에 분포되어있다기보다는 일반학급 학생들과 상당부분 중첩됨을 표본에 대한 이해 수준별 빈도를 나타낸 <표 4>를 통해 알 수 있다.

**<표 4> 표본에 대한 이해 수준별 빈도**

| 수준 | 초등 | | 중등 | |
|---|---|---|---|---|
| | 일반 | 영재 | 일반 | 영재 |
| 0수준: 모집단의 일부분이라는 인식 부족 | **11**<br>**(32.4)** | 2<br>(6.5) | **4**<br>**(11.1)** | 0<br>(0.0) |
| 1수준: 모집단의 부분집합으로 인식 | **18**<br>**(52.9)** | **17**<br>**(54.8)** | **19**<br>**(52.8)** | **5**<br>**(17.2)** |
| 2수준: 모집단의 준비례적 축소버전으로 인식 | **4**<br>**(11.8)** | **8**<br>**(25.8)** | **8**<br>**(22.2)** | **8**<br>**(27.6)** |
| 3수준: 편의없는 표본의 중요성 인식 | 1<br>(2.9) | 3<br>(9.7) | **4**<br>**(11.1)** | **8**<br>**(27.6)** |
| 4수준: 무작위 표집의 영향 이해 | 0<br>(0.0) | 1<br>(3.2) | 1<br>(2.8) | **8**<br>**(27.6)** |
| 합계 | 34<br>(100.0) | 31<br>(100.0) | 36<br>(100.0) | 29<br>(100.0) |

# V. 요약 및 논의

표본과 관련된 과제를 해결하는 과정에서 나타난 수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들의 표본에 대한 이해는 표본이 모집단의 일부분임에 대한 인식이 부족한 0수준, 표본을 모집단의 부분집합으로 인식하는 1수준, 표본을 모집단의 준비례적 축소버전으로 인식하는 2수준, 편의없는 표본의 중요성을 인식하는 3수준, 무작위 추출이 표본에 미치는 영향을 이해하는 4수준으로 구분할 수 있었다.

초등학교 일반학급 학생들과 초등학교 수학영재학급 학생들은 표본에 대한 이해 수준에서 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타났으며, 중학교 일반학급 학생들과 중학교 수학영재학급 학생들 역시 표본에 대한 이해 수준에서 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타났다. 그리고 <표 4>를 통해 알 수 있듯이 초등학교 일반학급 학생들의

32.4%, 초등학교 수학영재학급 학생들의 6.5%, 중학교 일반학급 학생들의 11.1%가 0수준에 속하며 중학교 수학영재학급 학생들의 경우 0수준에 속하는 학생은 없는 것으로 나타났다. 0수준에 속하는 학생들은 표본이 모집단의 일부분임을 인식하지 못하는 경우로, 표본 조사가 전체를 조사하는 대신 일부분을 조사하여 전체를 추측하는 조사 활동이라는 것에 대한 이해가 부족한 학생들이다. 이 학생들의 경우 일상에서 접하는 표본 조사의 결과들을 그저 무의미한 해석으로 대치할 것이다. 그리고 1수준에 속하는 학생들, 즉 52.9%의 초등학교 일반학급 학생들, 54.8%의 초등학교 수학영재학급 학생들, 52.8%의 중학교 일반학급 학생들, 그리고 17.2%의 중학교 수학영재학급 학생들은 표본을 모집단의 부분집합으로 인식하고 있는데, 이러한 인식은 표집변이성을 해석하고 제어하려는 사고의 발현에 장애가 될 수 있다. 표본 개념에 대한 이해는 일상생활에서 표본을 근거로 무언가를 예측하고 결정하는데 기초가 된다. 따라서 표본을 이해하는 사고의 발달은 계산 능력의 발달 못지않게 기본 소양 및 사회적 추론 기술의 발달과 더 관련이 있을 수 있다(Watson, 2004).

초등학교 일반학급 학생들의 14.7%와 중학교 일반학급 학생들의 36.1%가 일상적인 경험을 통해 2수준 이상의 표본 개념에 대한 이해를 형성했다. 이는 표본 개념에 대한 지도가 좀 더 이른 시기부터 시작될 수 있음을 말해준다. 호주(Australian Education Council, 1991), 뉴질랜드(Ministry of Education, 1992), 미국(National Council of Teachers of Mathematics, 1989), 영국(Department for Education, 1999)의 교육과정은 통계에서 표본과 표집의 중요성을 고려하여 표본 개념을 이른 시기에서부터 강조하고 있다. 특히 호주의 교육과정에서는 초등학교 고학년에서부터 “표본이 무엇인지 이해할 수 있어야 하며, 적절한 표본을 선택할 수 있어야 하며, 표본을 이용한 비형식적 추론을 할 수 있어야 한다.”(Australian Education Council, 1991, p. 172)고 명시하고 있다.

표본에 대한 명시적 학습은 고등학교 교육과정에서 다루어진다. 즉 초등학생과 중학생들의 경우 표본에 대한 형식적인 학습 이전에 일상적인 경험을 통해 표본에 대한 개념을 그들 나름대로 형성하게 된다. 그러나 2수준 이상에 속하는 학생들, 즉 14.7%의 초등학교 일반학급 학생들과 38.7%의 초등학교 수학영재학급 학생들, 36.1%의 중학교 일반학급 학생들, 82.8%의 중학교 수학영재학급 학생들은 표본 개념에 대해 상당한 이해 수준을 형성해 온 것으로 보인다. 2수준에 속하는 학생들의 비율에 있어 초등학교 일반학급 학생들보다 초등학교 수학영재학급 학생들의 비율이, 중학교 일반학급 학생들보다 중학교 수학영재학급 학생들의 비율이 상당히 더 높은 것으로 나타났는데, 선행연구에 따르면(고은성 외, 2008b; 나귀수 외, 2007; Dreyfus & Tsamir, 2004; Krutetskii, 1976; Tsamir & Dreyfus, 2002) 수학영재학급 학생들은 일반화와 추상화를 통해 개념을 형성하는 능력이 뛰어난데 이러한 선행연구의 결과를 뒷받침하는 것으로 볼 수 있다.

앞서 살펴본 수학적 영재성에 대한 선행연구들은 다양한 수학적 사고 능력에서 수학영재학급 학생들이 일반학급의 학생들보다 상당히 우수함을 보여준다. 즉 일반학급 학생들의 수학적 사고 능력과 비교할 때 수학영재학급 학생들의 수학적 사고 능력이 상위 수준

에 분포함을 보여준다. 그러나 통계에서 초등학교와 중학교 학생들 모두 수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들 사이에 표본 개념 이해 수준에서 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타났지만, 수학영재학급 학생들의 이해 수준이 상위 수준에 분포되어있다기보다는 일반학급 학생들과 상당부분 중첩됨을 표본에 대한 이해 수준별 빈도를 나타낸 <표 Ⅳ-3>을 통해 확인할 수 있었다. 이러한 연구결과는 수학영재학급 학생들의 통계적 사고 능력에 대한 통찰을 제공해 준다. 즉 수학영재학급 학생들의 통계적 사고 능력은 수학적 사고 능력과 동일한 수준으로 기대되지 않는다. 표본 외의 다른 주요 통계적 개념에 대해서는 어떠한 경향이 나타나는지 지속적인 연구가 필요하다.

## 참 고 문 헌


고은성, 이경화 (2007). GSP 환경에서의 중학교 수학영재 학생들의 문제 해결 과정 분석 시각적 추론과 논리적 추론을 중심으로. **영재교육연구, 17**(3), 521-539.

고은성, 이경화 (2011). 예비교사들의 통계적 표집에 대한 이해. **수학교육학연구, 21**(1), 17-32.

고은성, 이경화, 송상헌 (2008a). 시각적 사고와 분석적 사고 사이에서 이미지의 역할. **학교수학, 18**(1), 63-78.

고은성, 이경화, 송상헌 (2008b). 수학영재 학생들의 정다면체 정의 구성 활동 분석. **영재교육연구, 18**(1), 53-77.

김민정, 이경화, 송상헌 (2008). 초등 수학영재의 대수적 사고 특성에 관한 분석. **학교수학, 10**(1), 23-42.

김지원, 송상헌 (2004). 한 수학영재아의 수학적 사고 특성에 관한 사례 연구. **수학교육학연구, 14**(1), 89-110.

나귀수, 이경화, 한대희, 송상헌 (2007). 수학 영재 학생들의 조건부 확률 문제해결 방법. **학교수학, 9**(3), 397-408.

류현아, 정영옥, 송상헌 (2007). 입체도형에 대한 6-7학년 수학영재들의 공간시각화 능력 분석. **학교수학, 9**(2), 277-289.

성태제 (2002). **타당도와 신뢰도.** 학지사: 서울

송상헌, 신은주 (2007). 수학 영재의 추상화 학습에서 기호의 의미 작용 과정 사례 분석. **학교수학, 9**(1), 161-180.

송상헌, 임재훈, 정영옥, 권석일, 김지원 (2007). 초등수학영재들이 페그퍼즐 과제에서 보여주는 대수적 일반화 과정 분석. **수학교육학연구, 17**(2), 163-178.

송상헌, 장혜원, 정영옥 (2006a). 초등학교 6학년 수학영재들의 기하 과제 증명 능력에 관한 사례 분석. **수학교육학연구, 16**(4), 327-344.

송상헌, 허지연, 임재훈 (2006b). 도형의 최대 분할 과제에서 초등학교 수학 영재들이 보여주는 정당화의 유형 분석. **수학교육학연구, 16**(1), 79-94.

이경화, 최남광, 송상헌 (2007). 수학영재들의 아르키메데스 다면체 탐구 과정 - 정당화 과정과 표현 과정을 중심으로. **학교수학, 9**(4), 487-505.

이경화, 유연주, 홍진곤, 박민선, 박미미 (2010). 수학 우수아의 통계적 개념 이해도 조사. **학교수학, 12**(4), 547-561.

이외숙, 임용빈, 성내경, 소병수 (2000). **통계학 입문**(제2판). 서울: 경문사.

Australian Education Council. (1991). *A national statement on mathematics for Australian schools.* Australia, Carlton, Vic.: Author. [http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED428947.pdf]

Batanero, C., Henry, M., & Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. In G. A. Jones(Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). New York, NY: Springer.

Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The Solo Taxonomy.* New York: Academic Press.

Carmona, M. J. (2004). *Mathematical background and attitudes toward statistics in a sample of undergraduate students.* Paper presented at the 10th International Congress on Mathematics Education, Copenhagen, Denmark. [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/11/Carmona.doc]

Chance, B., delMas, R., & Garfield, J. (2004). Reasoning about sampling distributions. In D. Ben-Zvi, & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 295-324). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Chiesi, F., & Primi, C. (2010). Cognitive and non-cognitive factors related to  students' statistics achievement. *Statistics Education Research Journal, 9*(1), 6-26.

Cobb, G. W., & Moore, D. S. (1997). Mathematics, statistics, and teaching. *The American Mathematical Monthly, 104*(9), 801-823.

delMas, R. C. (2004). A comparison of mathematical and statistical reasoning. In D. Ben-Zvi, & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 79-95). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (1994). *Handbook of qualitative research.* Thousand Oaks, CA: Sage.

Department for Education. (1999). *Mathematics: The National Curriculum for England.* Wellington, New Zealand: Author. [http://publications.education.gov.uk/eOrderingDownload/QCA-99-460.pdf]

Dreyfus, T., & Tsamir, P. (2004). Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets. *Journal of Mathematical Behavior, 23*(3), 271-300.

Fleiss, J. L. (1981). *Statistical methods for rates and proportion.* New York: Wiley.

Greenes, C. (1981). Identifying the gifted student in mathematics. *Arithmetic Teacher, 28*(6), 14-17.

Goetz, J. P., & LeCompte, M. D. (1984). *Ethnography and qualitative design in educational research*. Orlando, FL: Academic Press.

Howley, C. B., Pendarvis, E. D., & Howley, A. (1986). *Teaching gifted children, principles and strategies*. Boston Toronto: Little, Brown and Company.

Ko, E. S., & Lee, K. H. (2011). Are mathematically talented elementary students also talented in statistics? In B. Sriraman, & K. H. Lee, *The elements of creativity and giftedness in mathematics* (pp. 29-43). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Chicago, IL: The University of Chicago Press.

Lalonde, R. N., & Gardner, R. C. (1993). Statistics as a second language?: A model for predicting performance in psychology students. *Canadian Journal of Behavioural Science, 25*(1), 108-125.

Lee, K. (2005). Three types of reasoning and creative informal proofs by mathematically gifted students. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3*, 241-248. Melbourne, Australia.

Limm, S. (1984). The characteristics approach: Identification and beyond. *Gifted Child Quarterly, 28*(4), 181-187.

Lipson, K. (2002). The role of computer based technology in developing understanding of the sampling distribution. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the 6th International Conference on Teaching Statistics*. [CD-ROM] Voorburg, The Netherlands: International Statistics Institute.

Ministry of Education. (1992). Mathematics in the New Zealand curriculum. Wellington, New Zealand: Author. [http://www.minedu.govt.nz/~/media/MinEdu/Files/EducationSectors/Schools/MathematicsInTheNZCurriculum.pdf]

Moore, D. S. (1990). Uncertainty. In L. A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants* (pp. 95-137). Washington, DC: National Academy Press.

Moore, D. S. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International Statistical Review, 65*(2), 123-165.

Moore, D. S., & Cobb, G. W. (2000). Statistics and mathematics: Tension and cooperation. *The American Mathematical Monthly, 107*(7), 615-630.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Pfannkuch, M. (2008). *Building sampling concepts for statistical inference: A case study,* paper presented at the ICME 2008 TSG. Monterrey, Mexico. [http://tsg.icme11.org/document/get/476]

Rubin, A., Bruce, B., & Tenney, Y. (1991). Learning about sampling: Trouble at the core of statistics. In D. Vere-Jones (Ed.), *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 314-319). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Saldanha, L., & Thompson, P. (2002). Conceptions of sample and their relationship to statistical inference. *Educational Studies in Mathematics, 51,* 257-270.

Schneider, W. (2000). Giftedness, expertise, and exceptional performance: A developmental perspective. In K. A. Heller, F. J. Mönks, R. J. Sternberg, & R. F. Subotnik (Eds.), *International handbook of giftedness and talent* (pp. 165-178). NY: Elsevier.

Snee, R. D. (1990). Statistical thinking and its contribution to total quality. *The American Statistician, 44*(2), 116-121.

Sriraman, B. (2003). Mathematical giftedness, problem solving, and the ability to formulate generalizations: The problem-solving experiences of four gifted students. *Journal of Secondary Gifted Education, 14,* 151-165.

Sriraman, B. (2004). Gifted ninth graders' notions of proof: Investigating parallels in approaches of mathematically gifted students and professional mathematicians. *Journal for the Education of the Gifted, 27*(4), 267-292.

Tsamir, P., & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets - a process of abstraction: The case of Ben. *Journal of Mathematical Behavior, 21,* 1-23.

Watson, J. M., & Moritz, J. B. (2000). Developing concepts of sampling. *Journal of Research in Mathematics Education, 31*(1), 44-70.

Wheatley, G. H. (1983). Mathematics curriculum for the gifted and talented. In J. VanTassel-Vaska, & S. M. Reis (Eds.), *Curriculum for gifted and talented students* (pp.137-146). Thousand Oaks, CA: Corwin Press.

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review, 67*(3), 223-265.

= Abstract =

# Study on Levels of Mathematically Gifted Students' Understanding of Statistical Samples through Comparison with Non-Gifted Students

**Eun-Sung Ko**

*Graduate School of Seoul National University*

**Kyeong-Hwa Lee**

*Seoul National University*

The purpose of this study is to investigate levels of mathematically gifted students' understanding of statistical samples through comparison with non-gifted students. For this purpose, rubric for understanding of samples was developed based on the students' responses to tasks: no recognition of a part of population (level 0), consideration of samples as subsets of population (level 1), consideration of samples as a quasi-proportional, small-scale version of population (level 2), recognition of the importance of unbiased samples (level 3), and recognition of the effect of random sampling (level 4). Based on the rubric, levels of each student's understanding of samples were identified. $t$ tests were conducted to test for statistically significant differences between mathematically gifted students and non-gifted students. For both of elementary and middle school graders, the $t$ tests show that there is a statistically significant difference between mathematically gifted students and non-gifted students. Table of frequencies of each level, however, shows that levels of mathematically gifted students' understanding of samples were not distributed at the high levels but were overlapped with levels of non-gifted students' understanding of samples.

Key Words: Mathematically gifted students, Statistical samples, Levels of understanding

1차 원고접수: 2011년 5월 6일
수정원고접수: 2011년 5월 30일
최종게재결정: 2011년 6월 7일