대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 21 권 제 2 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 21, No. 2, 165-180. May 2011

중학교 수학 교과서에 제시된 기호의 서술: 어떻게 읽고 이해할 것인가?[1)]

백 대 현[*] · 이 진 희[**]

수학 학습에서 기호는 용어의 수학적 의미를 함축적으로 표현하여 용어와 관련된 학습 내용을 간결하게 나타낸다. 초등학교 수학 교과서의 기호는 기호를 처음 접하는 학생이 기호의 수학적 의미를 읽고 이해할 수 있게 제시되었다. 중학교 수학 교과서에서도 대부분의 기호는 읽고 이해할 수 있게 서술되었지만 교과서에 따라 기호 자체의 서술과 기호와 관련된 내용이 명확하지 않거나 서로 다르게 제시된 사례가 있다. 본 논문은 중학교 수학 교과서에서 기호를 읽고 이해할 수 있게 서술하는 것과 관련하여 교수·학습에 나타날 수 있는 문제점을 논의하고, 이에 대한 시사점을 제시하였다.

Ⅰ. 서론

수학 학습에서 수학 용어와 기호의 의미를 이해하는 것은 그것과 관련된 학습 내용을 이해하고 활용하는데 중요한 역할을 한다(김홍기, 2008). '초등학교 수학 교과서(초등학교 교과서)'와 '중학교 수학 교과서(교과서)'에 제시된 '수학 용어(용어)'와 '수학 기호(기호)' 사용의 문제점에 대한 논의는 이전부터 제기되어 왔다. 박교식(1998, 1999, 2001)은 제 6차 수학과 교육과정의 초등학교 1학년 교과서에 제시된 용어와 기호의 적합성을 비판적으로 검토하여 체계화할 것을 제안하였고, 제 7차 초등학교 수학과 교육과정에 신설된 '용어와 기호' 항목의 각 단계별 내용에 제시된 용어는 합리적으로 선정되지 않았으며, 초등학교 교과서에 제시된 기호 사용의 부적절한 사례는 기호 자체의 문제보다는 기호를 서술하는 용어와 관련되었음을 지적하였다. 김홍기(2008)는 교육과정에 제시된 용어와 기호의 변천 상황과 교과서에서 사용하는 용어와 기호의 문제점을 제시하고 이에 대한 후속 연구의 필요성을 제기하였다. 이런 선행 연구 결과를 바탕으로 중학교 교육과정에 제시된 기호가 교과서에서 어떻게 서술되어 있는지를 기호를 읽고 이해하는 관점에서 고찰하는 것은 교수·학습에서 이루어지는 수학적 의사소통에 필요한 '기호를 읽고 이해하기'가 교과서에 어떻게 제시되었는지 확인할 수 있는 근거를 제공한다. 기호 자체의 서술과 관련하여 초등학교 교과서는 기호를 처음 접하는 학생이 기호의 수학적 의미를 읽고 이해할 수 있게 제시하였다. 교과서의 경우 전체적인 문맥 상황에서는 대부분의 기호를 읽고 이해할 수 있도록 서술되었지만 교과서에 따라 기호 자체의 서술과 기호와 관련된 내용이 명확하지 않거나 서로 다르게 제시된 사례가 있다. 본 연구에서는 교과서를 구성하는 여러 요소 중의

* 부산교육대학교, paek@bnue.ac.kr
** KAIST 부설 한국과학영재학교, jhyi100@kaist.ac.kr
1) 이 논문은 2011년도 부산교육대학교 교육연구원의 지원을 받아 연구되었음.

하나인 기호에 집중하여 교과서에 기호 자체의 서술과 기호와 관련된 내용이 어떻게 제시되었는지 기호를 읽고 이해하는 관점에서 교수·학습과 연계하여 논의하고자 한다.

II. 교육과정에 제시된 기호의 서술

교육과학기술부(2008a, 2008b)가 2007년 개정 초등학교 수학과 교육과정에 제시한 기호는 '+, −, =, >, <, ×, ㎝, m, ÷, 소수점(.), mm, ㎞, L, mL, g, ㎏, 도(°), ㎝^{2}, t, m^2, ㎞^{2}, a, ha, :, %, ㎝^{3}, m^3, x' 등이고, 중학교 수학과 교육과정에 제시한 기호는 '$a \in A$, $b \notin B$, $\varnothing$, $A \subset B$, $A \not\subset B$, $A = B$, $A \neq B$, $A \cup B$, $A \cap B$, U, A^C, $A - B$, $n(A)$, $1011_{(2)}$, 양의 부호(+), 음의 부호(−), 절댓값 기호(| |), ≤, ≥, $f(x)$, $y = f(x)$, $\overleftrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AB}}$, $l \mathbin{/\!/} m$, $\angle\mathrm{ABC}$, $\overleftrightarrow{\mathrm{AB}} \perp \overleftrightarrow{\mathrm{CD}}$, $\triangle\mathrm{ABC}$, ≡, $\widehat{\mathrm{AB}}$, π, $2.\dot{4}1\dot{5}$, $a \times 10^n$, $a \times \frac{1}{10^n}$ ($1 \le a < 10$, n은 양의 정수), $p \rightarrow q$, □ABCD, ∽, $\sqrt{\ }$, $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$' 등이다.

초등학교 교과서에 제시된 기호는 모두 읽고 이해할 수 있게 서술되었지만 기호의 의미가 읽는 것과는 다르게 이해될 수 있는 문제점도 제기되었다. 예를 들어, 기호 '='와 관련하여 박교식(1998)은 '3+2=5'가 초등학교 교과서에 '3 더하기 2는 5과 같습니다.'라고 서술되었지만 실제의 교수·학습에서는 '삼 더하기 이는 오'로 읽을 수 있고 이 경우 '='는 '는/은'으로 축약되어 '같다'의 의미가 전달되지 않을 수 있음을 지적하였다. 그렇지만 전반적으로 초등학교 교과서에서 기호 자체의 서술은 학생의 이해 수준과 언어 능력을 고려하여 다음과 같이 적절하게 제시되었다. 아래에서 [1-1], [1-2] 등은 초등학교 수학 1-1, 수학 1-2 등을 나타낸다.

- 5+2=7. 5 더하기 2는 7과 같습니다. 5와 2의 합은 7입니다([1-1]: 60).
- '74는 68보다 큽니다.'를 74>68과 같이 씁니다. '68는 74보다 작습니다.'를 68<74와 같이 씁니다([1-2]: 13).
- 5의 4배는 20입니다. 이것을 5×4=20이라 쓰고, 5곱하기 4는 20과 같습니다라고 읽습니다. 또는 5와 4의 곱은 20입니다라고 읽습니다([2-1]: 111).
- 6에서 2씩 3번 빼면 0이 됩니다. 이것을 식으로 6÷2=3이라 쓰고, 6나누기 2는 3과 같습니다라고 읽습니다([3-1]: 49).
- 3과 0.479를 3.479라 쓰고 삼점 사칠구라고 읽습니다([4-1]: 111).

한편, 교과서의 경우도 '='의 의미를 다르게 이해할 수 있게 제시된 사례가 있다. 예를 들어, 김원경, 조민식, 김영주, 김윤희, 방환선, 윤기원, 이춘신(2010) 215쪽에는 '삼각형 ABC와 삼각형 DEF의 넓이가 같을 때, 이것을 기호로 △ABC=△DEF와 같이 나타낸다.'고 서술되어 '='가 '같다' 보다는 '넓이가 같다'는 의미로 전달될 수 있다. 이와 같이 예외적인 경우를 제외하고, 전반적으로 기호를 읽는 관점만 고려하면 교과서에 제시된 기호는 서술 방식에 따라 크게 4가지로 분류할 수 있다. 첫째는 '$1011_{(2)}$'는 '이진법으로 나타낸 수 일일영일'이라고 읽는다.'와 같이 구체적으로 읽을 수 있게 제시된 기호, 둘째는 '집합 A의 모든 원소가 집합 B에 속할 때, A를 B의 부분집합이라고 하고, 이것을 기호로 $A \subset B$와 같이 나타낸다.'와 같이 서술하는 과정에서 읽을 수 있게 제시된 기호, 셋째는 무한소수 $2.\dot{4}1\dot{5}$와 같이 어느 교과서에도 그것을 어떻게 읽는지 서술이 제시되지 않은 기호, 넷째는 양의 부호(+), 음의 부호(−)와 같이 교과서에 따라 읽는 것이 서로 다르게 제시된 기호이다. 특히, 양의 부호, 음의 부호와 관련하여 김홍기(2008)는 교과서에서 '$+a$'와 '$-a$'를 각각 '플러스 a'와 '마이너스 a'

로 읽는 것은 오류이므로 'a와 같은 수'와 'a의 반수'로 읽을 것을 제안하였다. 결론적으로 교과서에 제시된 대부분의 기호는 초등학교 교과서와 같은 방식으로 기호를 읽고 이해할 수 있게 서술되지 않았지만, 다음과 같이 기호를 서술하는 과정에서 읽고 이해할 수 있게 제시되었다.

- a가 집합 A의 원소일 때, a는 집합 A에 속한다고 하며, 이것을 기호로 $a \in A$와 같이 나타낸다.
- 두 집합 A, B에 대하여 A에 속하거나 B에 속하는 모든 원소로 이루어진 집합을 A와 B의 '합집합'이라고 하며, 이것을 기호로 $A \cup B$와 같이 나타낸다.
- 두 직선 AB, CD의 교각이 직각일 때, 이 두 직선은 직교한다 또는 서로 수직이라고 하며, 이것을 기호로 $\overleftrightarrow{\mathrm{AB}} \perp \overleftrightarrow{\mathrm{CD}}$와 같이 나타낸다.
- 'p이면 q이다.'를 기호로 $p \rightarrow q$와 같이 나타낸다.
- 기호 '$\sqrt{\ }$'를 '근호'라고 하며 '$\sqrt{a}$'를 '루트 a' 또는 '제곱근 a'라고 읽는다.

III. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구는 중학교 수학과 교육과정에 제시된 기호 중에서 전체적인 문맥 상황에서는 읽고 이해할 수 있게 서술하였지만, 교과서에 따라 기호 자체의 서술과 기호와 관련된 내용이 명확하지 않거나 서로 다르게 제시된 기호를 연구 대상으로 한다. 이를 위하여 모든 교과서에서 기호 자체의 서술에 국한하면 기호를 같은 방식으로 읽고 이해할 수 있게 서술된 '$a \in A$, $b \notin A$, $n(A)$, $1011_{(2)}$, $f(x)$, $y=f(x)$, $\overleftrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AB}}$, $\angle \mathrm{ABC}$, $\overleftrightarrow{\mathrm{AB}} \perp \overleftrightarrow{\mathrm{CD}}$, π, $p \rightarrow q$, $\sqrt{\ }$, $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$'는 연구 대상에서 제외하였다. 또한 '$A \not\subset B$, $A \cup B$, $A \cap B$, U, A^C, $A-B$, $A \neq B$, $\leq$, $\square\mathrm{ABCD}$, $\backsim$'도 '$A \subset B$, $A=B$, $\geq$, $\triangle \mathrm{ABC}$, $\equiv$'을 읽고 이해할 수 있는 서술과 유사한 방식으로 제시되어 연구 대상에서 제외하였다. 따라서 실질적인 연구 대상은 '$\varnothing$, $A \subset B$, $A=B$, 양의 부호(+), 음의 부호(−), 절댓값 기호(| |), $\geq$, $l /\!/ m$, $\triangle \mathrm{ABC}$, $\equiv$, $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$, $2.\dot{4}1\dot{5}$, $a \times 10^n$, $a \times \frac{1}{10^n}$ ($1 \leq a < 10$, n은 양의 정수)'이다.

연구 대상이 제시된 교과서는 '수학 1' 27종과 '수학 2' 17종이지만 현재 사용하고 있는 '수학 3' 교과서가 모두 14종인 것을 고려하여 '수학 3'의 저자와 출판사가 같은 '수학 1', '수학 2' 교과서를 각각 14종 선정하였다. 따라서 연구에 필요한 '수학1', '수학 2' 교과서는 강신덕, 함남우, 홍인숙, 김영우, 이재순, 전민정, 라미영(2009), 강신덕, 홍인숙, 김영우, 이재순, 전민정, 나미영(2010), 김원경, 조민식, 김영주, 김윤희, 방환선, 윤기원, 이춘신(2009, 2010), 김홍종, 계승혁, 오지은, 원애경(2009, 2010), 박규홍, 최병철, 안숙영, 김준식, 유미영(2009, 2010), 박영훈, 여태경, 김선화, 심성아, 이태림, 김수미(2009, 2010), 박윤범, 남상아, 최소희, 홍유미(2009, 2010), 신항균, 이광연, 윤혜영, 이지현(2009, 2010), 우정호, 박교식, 박경미, 이경화, 김남희, 임재훈, 박인, 지은정, 심보미, 최인선(2009), 우정호, 박교식, 박경미, 이경화, 김남희, 임재훈, 박인, 이영란, 고현주, 김은경(2010), 유희찬, 류성림, 한혜정, 강순모, 제수연, 김명수, 천태선, 김민정(2009, 2010), 윤성식, 조난숙, 김화영, 조준모, 장홍월, 김해경(2009, 2010), 이강섭, 왕규채, 송교식, 이강희, 안인숙(2009, 2010), 이준열, 최부림, 김동재, 송영준, 윤상호, 황선미, 임유원(2009), 이준열, 최부림, 김동재, 송영준, 윤상호, 황선미(2010), 정상권, 이재학, 박혜숙, 홍진곤, 서혜숙, 박부성, 강은주(2009, 2010),

최용준, 한대희, 박진교, 김강은, 신태양, 배명주(2009, 2010)이며 저자에 따라 학년을 고려하지 않고 [강], [김원], [김홍], [박규], [박영], [박윤], [신], [우], [유], [윤], [이강], [이준], [정], [최]로 간단히 나타내었다.

2. 기호의 분류 및 분석 방법

기본 단계로 기호 자체의 서술과 기호와 관련된 내용을 읽고 이해하는 방식에 따라 기호를 분류하여 다음과 같이 세 가지 유형 T1, T2, T3으로 나누었다. 분류한 결과는 <표 Ⅲ-1>과 같다.

T1. 전체적인 맥락에서는 기호를 읽고 이해할 수 있지만 교과서에 따라 기호 자체의 서술이나 기호와 관련된 내용이 서로 다르게 제시된 유형이다. 예를 들어, 모든 교과서는 원소가 하나도 없는 집합을 공집합이라고 하며, 이것을 기호로 $\varnothing$와 같이 나타낸다고 서술하였지만 공집합이 모든 집합의 부분집합인 것을 '정의'와 '성질'로 서로 다르게 서술한 경우이다.

T2. 순환소수 $2.\dot{4}1\dot{5}$와 같이 기호의 의미를 이해할 수는 있지만 어떻게 읽는지 제시되지 않은 유형이다.

T3. 양의 부호, 음의 부호와 같이 교과서에 따라 기호를 다르게 읽고 이해할 수 있게 제시된 유형이다.

<표 Ⅲ-1> 서술 방식에 따른 분류

T1	$\varnothing$, $A \subset B$, $A = B$, $\vert\ \vert$, $\geq$, $l \mathbin{/\!/} m$, $\triangle\mathrm{ABC}$, $\equiv$, $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$, $a \times 10^n$, $a \times \frac{1}{10^n}$
T2	$2.\dot{4}1\dot{5}$
T3	양의 부호(+), 음의 부호(−)

다음 단계는 Ⅳ장에서 <표 Ⅲ-1>에 분류된 기호 자체의 서술과 기호와 관련된 내용을 분석하여 교수·학습에 나타날 수 있는 문제점을 고찰하는 것이다. <표 Ⅲ-1>에서 알 수 있듯이 대부분의 기호는 T1 유형이다. 교과서에 제시된 기호의 서술 방식과 기호와 관련된 내용을 비교, 분석하여 교수·학습에서 나타나는 문제점을 논의하기 위하여 학생, 교사, 수학 교육자를 대상으로 조사하는 것은, '수학 1', '수학 2' 교과서가 각각 14종인 것을 고려하면, 현실적인 제약이 따른다. 따라서 학생(예비 초등학교 교사)을 대상으로 일부 기호 자체의 서술 및 기호와 관련된 내용으로 인하여 교수·학습에 나타날 수 있는 문제점을 검증하였다. 따라서 실제 관련 교수·학습자인 교사와 중학생의 반응을 조사하지 못한 것과 모든 기호 자체의 서술과 기호와 관련된 내용에 대하여 실험적 검증을 하지 않은 것이 연구의 제한점이며, 이를 보완하기 위한 이론적인 방안으로 교과서에 제시된 기호의 서술이나 기호와 관련된 내용을 초등학교 교과서, 미국 초등학교 교과서, 미국 중학교 교과서, 미국 교사 교육을 위한 교재에 제시된 기호의 서술 방식 및 관련 내용과 연계하여 비교 분석함으로써 연구의 타당성을 제고하였다. 그러나 이러한 타당성 제고에도 불구하고 비교 문헌의 표본대표성은 또 다른 연구의 제한점이 될 수 있음을 밝힌다.

기호의 서술 및 기호와 관련된 내용을 비교 분석하기 위하여 선정한 미국 초등학교 교과서는 Harcourt Math 3, 4, 5, 6 (Andrews, Bennett, Burton, Luckie, McLeod, Newman, Roby, and Scheer, 2007)으로 모두 4권이며 학년에 따라 [A3], [A4], [A5], [A6]으로 나타내었고, 미국 중학교 교과서는 Mathematics Applications and Concepts. Course 1, 2, 3 (Bailey, Day, Frey, Howard, Hutchens, McClain, Moore-Harris, Ott, Pelfrey, Price, Vielhaber, and Willard, 2006)으로 학년에 따라 [B1], [B2], [B3]으로 나타내었다. 그리고 미국 초등학교와 중학교 교과서에 관련 기호의 서술 및 내용이 제시되지 않은 것은 Mathematics for Elementary School Teachers (Bassarear, 2001), Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach (Musser, Burger, and Peterson, 2003) 등의 문헌을 참고하였다.

Ⅳ. 기호의 서술 방식 이해

먼저 교과서에 제시된 기호가 서술되어 있는 문장을 S1, S2 등으로 나타내고 기호의 서술 방식과 기호와 관련된 내용을 비교 분석하는데 필요한 초등학교 교과서에 제시된 관련 문장은 E1, E2 등으로, 미국 초등학교와 중학교 교과서에 제시된 관련 문장은 각각 e1, e2와 m1, m2 등으로, 그리고 미국 초등학교 교사를 위한 대학 수준의 참고 문헌에 서술된 관련 문장은 u1, u2 등으로 S1, S2 등과 같은 숫자를 대응시켜 나타내었다.

S1. 원소가 하나도 없는 집합을 공집합이라고 하며, 이것을 기호로 $\varnothing$와 같이 나타낸다.

모든 교과서는 $\varnothing$을 S1과 같이 서술하였지만 공집합과 관련하여 '공집합이 모든 집합의 부분집합이다.'는 다음과 같이 3가지로 서술하였다.

(1) 공집합은 모든 집합의 부분집합으로 본다(생각한다, 정한다). 즉, 모든 집합 A에 대하여 $\varnothing \subset A$이다. ([강], [김원], [박규], [박영], [신], [이준]).
(2) 공집합은 모든 집합의 부분집합으로 정한다([이강]).
(3) 공집합은 모든 집합의 부분집합이다. 즉, 모든 집합 A에 대하여 $\varnothing \subset A$이다([김홍], [박윤], [우], [유], [윤], [정], [최]).

수학적인 표현의 관점에서 보면 일반적으로 교과서에서 '정의'는 '...으로 본다, 생각한다, 정한다.'와 같은 방식으로 서술되었고, 성질은 '...이면 ...이다.'와 같은 방식으로 서술되었지만 (3)과 같이 '...이면'에 해당되는 문장이 서술되지 않은 경우도 있다. 따라서 (1)은 '정의'로 서술된 다음 추가로 '성질'이 서술되었고, (2)는 '정의', (3)은 '성질'로 서술되었다. 사실 공집합이 모든 집합의 부분집합이라는 것은 증명할 수 있는 성질이다. 증명은 '가정이 거짓인 조건문은 참이다.'를 적용한 직접적인 방볍과 S2에 제시된 부분집합의 정의를 적용한 간접적인 방법이 있다. 간접적인 증명의 예는 다음과 같다.

주어진 집합 A에 대하여 $\varnothing$이 A의 부분집합이 아니라고 가정하면, $\varnothing$은 A에 속하지 않는 원소를 가져야 한다. 그러나 $\varnothing$은 원소가 없으므로 모순이다. 따라서 공집합은 모든 집합의 부분집합이다.

Zazkis and Gunn(1997)은 미국 대학에서 기초 집합론을 수강하는 46명의 학생(예비 초등학교 교사)을 대상으로 '공집합이 모든 집합의 부분집합이다.'에 대한 이유를 얼마나 알고 있는지 조사하였다. 대부분은 공집합이 모든 집합의 부분집합이라는 사실은 알고 있었지만 아무도 그 이유를 명확하게 제시하지 못하였고, 그런 원인 중의 하나는 '공집합은 모든 집합의 부분집합이다.'라는 서술이 '...이면 ...이다.'와 같은 '조건문'에서 '가정'에 해당하는 문장이 서술되지 않은 것에 기인하였다. 우리나라의 경우도 연구자가 2011년 35명의 대학교 1학년 학생(예비 초등학교 교사)을 대상으로 같은 내용을 조

사한 결과 모든 학생은 공집합이 모든 집합의 부분집합이라는 것은 알고 있었지만 대부분(약 91%)의 학생은 그 이유에 대해서 생각해 본 경험이 없었고, 또한 이유를 명확하게 제시하지 못했다. 또한 일부(약 14%) 학생은 그것을 '정의'로 알고 있었다. 따라서 수학적인 엄밀성을 강조하면 (3)과 같이 '성질'로 서술하는 것이 타당하지만 학생의 논리적 사고 수준을 고려하면 (2)와 같은 서술이 적절할 수 있다. 한편 (1)은 '정의'와 '성질' 중 한 가지로 일관성 있게 서술할 필요가 있다.

S2. (1) 집합 A의 모든 원소가 집합 B에 속할 때, A를 B의 부분집합이라고 한다. 이때, 'A는 B에 포함된다.' 또는 'B는 A를 포함한다.'고 하며, 이것을 기호로 $A \subset B$와 같이 나타낸다([강], [김원], [김홍], [박영], [박윤], [신], [우], [이강], [최]).

(2) 집합 A의 모든 원소가 집합 B에 속할 때, A를 B의 부분집합이라고 하고, 이것을 기호로 $A \subset B$와 같이 나타낸다([박규], [유], [이준], [정])

(3) 두 집합 A, B에 대하여 집합 A에 속하는 모든 원소가 집합 B에 속할 때, 집합 A를 집합 B의 부분집합이라고 하고, 이것을 기호로 $A \subset B$ 또는 $B \supset A$와 같이 나타낸다([윤]).

u2. (1) Set A is said to be a subset of B, written $A \subseteq B$, if and only if every element of A is also an element of B(Musser, Burger, and Peterson, 2003).

(2) The symbol $\subseteq$ means 'is a subset of.' Thus, we say $A \subseteq B$. The symbol $\subset$ is used when we want to emphasize that the subset is a proper subset(Bassarear, 2001).

(1)은 $A \subset B$를 'A는 B에 포함된다.' 외에 추가로 'B는 A를 포함한다.'라고 서술하였고 (3)은 'A는 B의 부분집합이다.'를 기호로 $A \subset B$ 외에 추가로 $B \supset A$로 나타낸다고 서술하였다. 실제로 (1)과 (3)의 관련 교과서 집합 단원 전체에서 부분집합 기호를 어떻게 사용하였는지 살펴보면 [강]을 제외한 모든 교과서는 'B는 A를 포함한다.' 와 $B \supset A$를 사용하지 않고, 'A는 B에 포함된다.'와 $A \subset B$를 사용하였다. 따라서 교과서에서 서술된 이후에 사용하지 않는 기호 및 기호와 관련된 서술을 추가로 제시하는 것이 필요한지는 재고의 여지가 있다. 사실, 대학 수준의 교재에서도 흔하게 사용하지 않지만, A가 B의 부분집합이면 B는 A의 확대집합(superset)이 된다. 다시 말해서 B가 A의 확대집합일 때, 이것을 기호로 $B \supset A$로 나타내어 $A \subset B$와 $B \supset A$는 읽고 이해하는 관점이 다를 수 있다. 그리고 u2에서 '$\subseteq$'의 의미가 'is a subset of.'라고 제시된 것을 고려하면 $B \supset A$를 'A가 B의 부분집합이다.' 또는 'A는 B에 포함된다.'라고 읽고 이해하는 것은 부자연스러운 측면이 있다.

한편, S2와 u2의 기호의 표현은 각각 $A \subset B$와 $A \subseteq B$으로 같지 않다. [정]은 기호 $\subset, \supset$는 부등호 $<, >$에서 유래하였지만 부등호와 달리 $A \subset A$와 같이 양쪽이 같은 경우에도 사용된다고 서술하였다. 그러나 S5에서 기호 '$\geq$'를 '$>$'와 구분하여 사용하는 관점을 고려하면 기호에 '같다'의 의미가 포함된 것을 직관적으로 알 수 있는 것은 '$\subset$'보다는 '$\subseteq$'라고 할 수 있다.

S3. (1) 두 집합 A와 B의 원소가 모두 같을 때, A와 B는 서로 같다고 하고, 이것을 기호로 $A = B$와 같이 나타낸다. 즉, $A \subset B$이고 $B \subset A$이면 $A = B$이다([강], [김원], [박영], [신], [유], [윤]).

(2) 두 집합 A와 B의 원소가 모두 같을 때, A와 B는 서로 같다고 하고, 이것을 기호로 $A = B$와 같이 나타낸다. ([김홍], [박규], [박윤], [우], [이강], [최]).

(3) 두 집합 A, B에 대하여 $A \subset B$이면서 $B \subset A$이면 $A = B$이다([이준], [정]).

u3. Two sets A and B are equal, written $A=B$, if and only if they have precisely the same elements. Notice that two sets, A and B, are equal if every element of A is in B, and vice versa(Musser, Burger, and Peterson, 2003).

상대적으로 (2)는 직관적, (3)은 논리적인 서술이다. 따라서 (1)은 두 집합이 같은 것을 직관적으로 서술한 다음 그 의미를 논리적으로 서술하였다. u2도 (1)과 같은 방식으로 서술되었다. (2)에서 [김홍], [박규], [최]는 두 집합 A, B에 대하여 $A \subset B$이고 $B \subset A$인 것의 필요충분조건이 $A=B$라는 것을 추가로 제시하였고, [박윤], [우], [이강]은 '두 집합 A, B에 대하여 $A=B$이면 $A \subset B$이고 $B \subset A$이다.'를 추가로 제시하였지만 '$A \subset B$이고 $B \subset A$이면 $A=B$이다.'는 제시하지 않았다. (3)에서 [이준]은 '$A=B$는 두 집합이 완전히 같은 원소들로 이루어졌음을 말한다.'를 추가로 서술하여 (1)과 다르게 두 집합이 같은 것을 먼저 논리적으로 서술하고 그 의미를 다시 직관적으로 서술하였다.

교과서에서 두 집합이 같다는 것을 보이기 위하여 다루는 집합은 대부분 원소나열법으로 명확히 나타낼 수 있는 유한집합이므로 직관적인 접근이 가능하다. 실제로 교과서에서는 두 집합이 같다는 것을 보이기 위하여 (3)을 적용하지 않았다. 따라서 [정]을 제외한 모든 교과서는 직관적인 서술과 논리적인 서술을 서로 보완하여 추가로 제시하였지만 실제 교수·학습에서는 직관적인 서술로 충분하다.

S4. (1) 수직선에서 정수가 나타내는 점과 원점 사이의 거리를 그 정수의 절댓값이라 하고, 이것을 기호로 $|\ |$를 사용하여 나타낸다. 수직선에서 유리수를 나타내는 점과 원점 사이의 거리를 그 유리수의 절댓값이라 하고, 이것을 기호로 $|\ |$를 사용하여 나타낸다([강]).

(2) 정수를 수직선위에 나타낼 때, 원점으로부터 그 정수를 나타내는 점까지의 거리를 그 정수의 절댓값이라 하고, 이것을 기호로 $|\ |$와 같이 나타낸다([우]).

(3) 수직선 위에서 어떤 수에 대응하는 점과 원점 사이의 거리를 그 수의 절댓값이라 하고, 기호 $|\ |$를 써서 나타낸다([김원], [김홍], [박영], [박윤], [유], [윤], [최]).

(4) 수직선 위에서 어떤 수 a를 나타내는 점과 원점 사이의 거리를 a의 절댓값이라 하고, 기호로 $|a|$와 같이 나타낸다([박규], [신], [이강], [정]).

(5) 수직선 위에서 $+2$와 -2가 나타내는 점은 0을 나타내는 점으로부터 거리가 모두 2이다. 이 거리를 각각 $+2$, -2의 절댓값이라 하고 이것을 기호로 $|+2|$, $|-2|$와 같이 나타낸다.
수직선 위에 $+\frac{1}{2}$과 $-\frac{1}{2}$을 나타내는 점은 0을 나타내는 점으로부터 거리가 모두 $\frac{1}{2}$이다. 이때, 정수와 마찬가지로 유리수도 이 거리 $\frac{1}{2}$을 각각 $+\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$의 절댓값이라 하고 이것을 기호로 각각 $\left|+\frac{1}{2}\right|$, $\left|-\frac{1}{2}\right|$과 같이 나타낸다([이준]).

e4. The absolute value of an integer is its distance from 0 on the number line. Read $|{}^{+}3|=3$ as the absolute value of positive three is three and $|{}^{-}3|=3$ the absolute value of negative three is three([A5]: 481).

m4. The absolute value of a number is the distance the number from 0 on the number line. Read $|4|=4$ as the absolute value of 4 is 4 and $|-4|=4$ the absolute value of -4 is 4([B3]: 19).

e4는 '정수의 절댓값'을, m4는 '수의 절댓값'을 서술하여 절댓값의 적용을 일반화시켰다. e4에서 $+3$과 -3을 각각 ${}^{+}3$, ${}^{-}3$과 같이 나타낸 것은 S12에서 다시 논의하기로 한다. S4는 세 가지 관점에서 논의할 수 있다. 첫째, (1), (5)는 e4, m4와 같이 각각 정수와 유리수의 절댓값을, (2)는 정수의 절댓값을, (3), (4)는 수의 절댓값을 서술하였다. 교과서에서 유리수의 절댓값도

다루기 때문에 (2)는 유리수까지 언급하여 서술할 필요가 있다. 둘째, (1), (2), (3)은 서술에 기호 '| |'로, (4), (5)는 각각 $|a|$, $|+2|$로 제시하였다. (1), (2), (3)에 제시된 기호 자체의 서술만으로는 '| |'를 써서 어떻게 나타내는지 명확하지 않아 $|+2|=2$와 $|-2|=2$와 같은 예가 추가로 제시되어야 한다. 셋째, (5)는 정수와 유리수의 절댓값을 예시적으로 서술하였다. 따라서 e4, m4와 같이 정수와 유리수의 절댓값을 일반적으로 서술하고 예를 제시하는 것이 학습 내용의 연계를 고려한 서술이 된다.

S5. (1) '(수) a는 2보다 크거나 같다.'는 기호로 $a \geq 2$와 같이 나타낸다. '수 a는 2보다 크거나 같다.'와 '수 a는 2이상이다.'는 같은 의미이다([강], [박규], [박영]).
(2) '(수) a는 2보다 크거나 같다.'는 기호로 $a \geq 2$와 같이 나타낸다([김원], [이강]).
(3) 'a가 2보다 크거나 같다.' 또는 'a는 2이상이다.'를 기호로 $a \geq 2$과 같이 나타낸다([김홍], [신], [우], [유], [이준]).
(4) 'a가 -2보다 크거나 같다.' 'a는 -2이상이다.'는 기호로 $a \geq -2$ 또는 $-2 \leq a$같이 나타낸다([박윤]).
(5) '수 a는 2보다 크거나 같다.'를 기호로 $a \geq 2$ 또는 $2 \leq a$와 같이 나타낸다([윤]).
(6) '어떤 수 a는 어떤 수 b보다 크거나 같다'는 것을 부등호를 사용하여 $a \geq b$와 같이 나타낸다([정]).
(7) 정수 a에 대하여 'a가 2보다 크거나 같다.'는 것을 기호로 $a \geq 2$ 또는 $2 \leq a$와 같이 나타낸다([최]).
E5. (1) '74는 68보다 큽니다.'를 $74 > 68$과 같이 씁니다([1-2]: 13).
(2) 150, 151, 152 등과 같이 150과 같거나 큰 수를 150이상인 수라고 합니다([4-2]: 82).
(3) 31, 32, 33 등과 같이 30보다 큰 수를 30초과인 수라고 합니다([4-2]: 84).
e5. $\geq$ means 'is greater than or equal to'([A4]: 428).
m5. An inequality is a mathematical sentence that contains the symbols $>$ (is greater than), $\geq$ (is greater than or equal to, is at least)([B2]: 172).

E5의 (1)에서 '>'는 '...은 ...보다 크다.'라고 읽고 이해할 수 있다. e5, m5도 기호를 E5와 유사하게 읽고 이해할 수 있게 서술되었다. 대부분의 교과서도 이와 같은 방식으로 기호를 서술하였지만 (4), (5), (7)은 'a가 2보다 크거나 같다.'는 것을 기호로 $a \geq 2$ 뿐만 아니라 $2 \leq a$를 추가로 제시하였다. $a \geq 2$와 $2 \leq a$는 수학적으로 같은 의미지만 $2 \leq a$는 '2는 a보다 작거나 같다.'라고 읽을 수 있다. S2, S4를 상기하면 $a \geq 2$, $2 \leq a$는 S2에서 $A \subset B$, $B \subset A$에 각각 대응되고 a가 정수인 것과 어떤 수인 것은 S4에서 '정수의 절댓값'과 '수의 절댓값'에 각각 대응되는 표현이다. 따라서 (1), (2), (3), (4), (5)는 어떤 수 a와 특정한 정수를 사용하여 기호를 예시적으로 서술하였고, (7)은 a를 정수로 제한하고 있으므로 (6)이 일반적인 서술이다.

한편, (3), (4)는 다른 교과서와는 다르게 '이상이다.'를 추가로 서술하였다. e5와 비교하여 m5는 $\geq$에 대하여 'is greater than or equal to'와 같은 의미로 'is at least'를 서술하였다. e5, m5와 같이 E5의 (2), (3)에서 '이상, 초과' 대신 '크거나 같다, 크다'로 나타내었고 교과서에 '이상, 초과'를 추가로 서술한 것도 학습의 연계 측면에서 필요하다. 그리고 '이상, 초과'는 [4-2]에서 기호로는 나타내지 않았다. 결론적으로 e5에서 '$\geq$, $\leq$'를 제시하고 e4, m4에서 각각 정수와 수의 절댓값을 서술한 것과 같이 [4-2]에서 두 자연수에 대하여 '같거나 크다.'를 기호로 제시하고 교과서에 '이상, 초과'를 제시하면 이에 관련된 기호 학습이 자연스럽게 연계될 수 있다.

S6. (1) 한 평면 위에 있는 두 직선이 만나지 않을 때, 두 직선은 평행하다고 하고, 이것

을 기호로 $l \,/\!\!/\, m$과 같이 나타낸다([강], [김원], [김홍], [박영], [신], [우], [윤], [이강], [이준], [최]).

(2) 한 평면 위에 있는 두 직선 l, m이 만나지 않을 때, 즉 두 직선 l과 m이 서로 평행할 때, 이것을 기호로 $l \,/\!\!/\, m$과 같이 나타낸다([박규], [박윤], [정]).

(3) 두 직선 l, m이 서로 평행할 때, 이것을 기호로 $l \,/\!\!/\, m$과 같이 나타낸다([유]).

E6. 한 직선에 수직인 두 직선을 그었을 때, 그 두 직선은 서로 만나지 않습니다. 이와 같이 서로 만나지 않는 두 직선을 평행하다고 합니다. 평행한 두 직선을 평행선이라고 합니다([4-2]: 40).

e6. Parallel lines in the same plane that never intersect and are always the same distance apart. Line AE is parallel to line DC is denoted by $\overleftrightarrow{AE} \,||\, \overleftrightarrow{DC}$ ([A4]: 370).

m6. Two lines in a plane that never intersect or cross are called parallel lines. Read $p \,||\, q$ as p is parallel to q ([B3]: 257).

E6은 한 직선에 수직인 두 직선을 평면에 긋는 직관적인 활동을 통하여 두 직선이 한 평면에 있다는 사실을 암묵적으로 제시하였고 e6, m6은 두 직선이 한 평면에 있다는 전제가 서술되었다. 특히 e6은 두 직선 사이의 거리가 일정해야 한다는 서술이 추가로 제시되어 두 직선이 평행하다는 것을 직관적으로 알 수 있다. 따라서 (3)은 두 직선이 한 평면에 있다는 것과 두 직선이 서로 평행하다는 것의 의미가 먼저 제시되어야 하고, (2)는 두 직선이 만나지 않을 때 서로 평행하다는 의미가 자연스럽게 전달되도록 서술할 필요가 있다.

S7. (1) 한 직선 위에 있지 않은 세 점 A, B, C를 세 선분으로 연결하여 만들어진 삼각형 ABC를 기호로 △ABC와 같이 나타낸다([강], [박영], [유]).

(2) 삼각형 ABC를 기호로 △ABC와 같이 나타낸다([김원], [우], [이준], [정]).

(3) 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC를 기호로 △ABC와 같이 나타낸다([김홍], [신], [윤]).

(4) 한 직선 위에 있지 않은 세 점 A, B, C를 연결한 선분 AB, BC, CA로 이루어진 도형을 삼각형 ABC라 하고, 이것을 기호로 △ABC와 같이 나타낸다([박규], [이강], [최]).

(5) 세 변 AB, BC, CA와 세 각 ∠A, ∠B, ∠C로 이루어진 삼각형 ABC를 기호로 △ABC와 같이 나타낸다([박윤]).

E7. (1) 3개의 선분으로 둘러싸인 도형을 삼각형이라고 합니다([2-1]: 36).

(2) 점 ㄱ, ㄴ, ㄷ을 삼각형의 꼭짓점이라고 합니다. 선분 ㄱㄴ, ㄴㄷ, ㄷㄱ을 삼각형의 변이라고 합니다([2-1]: 37).

(3) 삼각형 ㄱㄴㄷ을 그림과 같이 잘라서 세 각을 이어 붙여 보시오([4-1]: 52).

m7. A triangle is a figure formed by three line segments that intersect only at their endpoints. Recall that triangles are named by the letters at their vertices. Triangle *LMN* is written $\triangle LMN$ ([B3]: 262).

초등학교 교과서에서는 삼각형의 꼭짓점과 변은 '약속'으로 제시하였지만 '삼각형 ㄱㄴㄷ'은 '약속'으로 제시하지 않고 [4-1]에서 처음 기호에 대한 서술 없이 사용하였다. '삼각형 ㄱㄴㄷ'의 의미는 서술되지 않았지만 'ㄱ, ㄴ, ㄷ'이 삼각형의 꼭짓점인 것을 알 수 있도록 그림이 제시되었다. 따라서 E7에서 '삼각형 ㄱㄴㄷ'이 서술되어 (2)와 같이 '삼각형 ABC'를 사용할 수 있지만 E7에서 '삼각형 ㄱㄴㄷ'를 '약속'하지 않고 사용했기 때문에 (1), (3), (4), (5)와 같이 삼각형 ABC의 의미를 서술하는 것이 필요하다. 그리고 (1), (3), (4), (5)에서 세 꼭짓점과 세 변을 서술하여 E7과 연계된 서술은 (4)라고 할 수 있다. 한편, m7은 삼각형 LMN에서 L, M, N이 꼭짓점이라는 것을 서술하였다.

S8. (1) 두 삼각형 ABC와 DEF가 서로 합동일 때, 대응하는 꼭짓점의 순서로 맞추어 기호로 △ABC≡△DEF와 같이 나타낸다([강]).

(2) 두 삼각형 ABC와 DEF가 서로 합동일 때, 이것을 기호로 △ABC≡△DEF와 같이 나타낸다([김원], [김홍], [박영], [신], [우], [유], [이강], [정]).

(3) 두 도형 P와 Q가 서로 합동일 때, 이것을 기호로 P≡Q와 같이 나타낸다([박규], [박윤], [윤성], [이준]).

(4) 두 삼각형 ABC와 DEF가 서로 합동이고, 대응하는 꼭짓점이 A와 D, B와 E, C와 F라고 할 때, 이것을 기호로 △ABC≡△DEF와 같이 나타낸다([최]).

e8. Congruent figures have the same size and shape([A3]: 408).

m8. If two polygons are congruent, then their corresponding sides are congruent and their corresponding angles are congruent([B3]: 279).

모든 교과서는 두 도형의 모양과 크기가 똑같아 한 도형이 다른 도형에 완전히 포개지는 것을 합동이라고 서술하였고, e8도 마찬가지다. 먼저 꼭짓점, 변, 각의 대응에 관하여 [박영]은 삼각형의 합동에 대한 서술을 한 후 삼각형에 대하여 '이때, 서로 포개지는 꼭짓점, 변, 각은 서로 대응한다고 한다.'라고 서술하였고, 다른 교과서는 도형에 대하여 '서로 합동인 두 도형에서 포개지는 꼭짓점과 꼭짓점, 변과 변, 각과 각은 서로 대응한다고 한다.'라고 서술하였다. 그리고 [박영]을 포함한 모든 교과서에 '합동인 도형에서 대응변의 길이와 대응각의 크기는 서로 같다.'는 서술이 제시되었지만 대응변과 대응각의 대응은 모든 합동인 도형에 적용되는 것이 아니므로 도형이 좀 더 구체적으로 서술되어야 한다. 예를 들어, m8은 합동인 두 다각형에 대하여 대응변과 대응각이 각각 합동이라는 것이 서술되었다.

한편 S8은 (1), (4)와 같이 '대응하는 꼭짓점'이 서술된 것과 (2), (3)과 같이 그것이 서술되지 않은 것이 있다. (1), (4)에서 '대응하는 꼭짓점'을 서술하지 않으려면 합동인 삼각형의 대응변과 대응각의 의미를 먼저 서술하여야 한다.

S9. (1) 원 O 위에 두 점 A, B를 잡으면, 원은 두 부분으로 나누어지는데, 그 각각을 호라고 한다. 그리고 점 A, B를 양 끝점으로 하는 호를 호 AB라 하고, 기호로 $\widehat{AB}$와 같이 나타낸다. 이때 $\widehat{AB}$는 작은 쪽의 호를 나타낸다([강], [김홍], [박규], [박영]).

(2) 원 O 위에 두 점 A, B를 잡으면, 원은 두 부분으로 나누어지는데 이 두 부분을 호라고 한다. 양 끝점이 A, B인 호를 호 AB라 하고, 기호로 $\widehat{AB}$와 같이 나타낸다([김원], [신], [정], [최]).

(3) 원 O 위의 두 점 A, B에 대하여 점 A에서 점 B까지의 원의 일부분을 호 AB라 하고, 기호로 $\widehat{AB}$와 같이 나타낸다. 이때 $\widehat{AB}$는 보통 작은 쪽의 호를 나타낸다([박윤]).

(4) 한 원위의 두 점을 양 끝으로 하는 원의 일부분을 호라고 한다. 양 끝 점이 A, B인 호를 호 AB라 하고, 기호로 $\widehat{AB}$와 같이 나타낸다([우]).

(5) 원 O 위의 두 점 A, B는 원을 두 부분으로 나누는데 두 부분을 각각 호 AB라 하고, 이것을 기호로 $\widehat{AB}$와 같이 나타낸다([유], [윤], [이강]).

(6) 원 O 위에 두 점 A, B를 잡으면 원은 두 부분으로 나누어진다. 이 두 부분을 각각 호라고 하고, 기호로 $\widehat{AB}$ 또는 $\widehat{BA}$와 같이 나타낸다([이준]).

u9. An arc is any curved line that lie on the circle. We use two letters to denote an arc if the arc is less than the half of the circle. However, for larger arcs, we use three letters(Bassarear, 2001).

(1)과 (3)은 '$\widehat{AB}$는 작은 쪽의 호를 나타낸다.'가 추가로 서술되어 원에서 나타나는 호 가 어느 것인지 알 수 있다. (2), (4), (5), (6)은 '호 $\widehat{AB}$는 보통 길이가 짧은 쪽의 호를 나타내고 길이가 긴 쪽의 호는 그 호위에 한 점 C를 잡아 $\widehat{ACB}$와 같이 나타낸다.'가 추가로 서술되어 원에서 두 점에 의해 생기는 호를 구분할 수

있다. u9도 마찬가지로 서술되었다. 그렇지만 (1), (2), (5), (6)에서 '원위의 두 점 A, B는 원을 두 부분으로 나누고, 이 두 부분을 각각 호라고 한다.'는 서술은 의미가 명확하지 않다. 두 점 A, B에 의해 원이 두 부분으로 나누어지면 두 점 A, B가 모두 속하는 한 부분이 호 AB가 되어 다른 부분을 호라고 하기가 적절하지 않기 때문이다. 따라서 호의 의미가 분명하게 나타나도록 서술할 필요가 있다.

S10. 유효숫자를 사용하여 근삿값을 나타낼 때에는 $1 \le a < 10$, n은 양의 정수일 때:

(1) 유효숫자들로 된 부분을 정수 부분이 한 자리인 수 a를 써서 $a \times 10^n$ 또는 $a \times \frac{1}{10^n}$의 꼴로 나타낸다([강], [김원], [박규], [박영], [박윤], [신], [우], [유], [이강], [이준], [정], [최]).

(2) 근삿값이 0과 1사이, 1이상 10미만, 10이상이면 각각 $a \times \frac{1}{10^n}$, a, $a \times 10^n$와 같이 나타낸다 ([김홍]).

(3) 유효숫자들로 된 부분을 정수 부분이 한 자리인 수 a를 써서 a 또는 $a \times 10^n$ 또는 $a \times \frac{1}{10^n}$의 꼴로 나타낸다([윤]).

m10. A number is expressed in scientific notation when it is written as the product of a factor and a power of 10. The factor must be greater than or equal to 1 and less than 10([B2]: 43).

u10. It is possible to write any decimal as a number between 1 and 10 (including 1) times a power of 10. This scientific notation is particularly useful in expressing large numbers. For example, $6321 = 6.321 \times 10^3$ and $760,000,000 = 7.6 \times 10^8$ $760,000,000 = 7.6 \times 10^8$ (Musser, Burger, and Peterson, 2003).

먼저 (2)와 (3)은 실질적으로 같은 내용을 서술하였다. [김홍], [윤]을 제외한 교과서에는 근삿값이 1이상 10미만인 경우가 서술되지 않았다. 한편 m10, u10은 큰 수를 소수와 10의 거듭제곱의 곱으로 나타내는 방법을 서술하였고, [강], [김원], [박영], [신], [이강], [이준], [정]도 근삿값의 표현을 이용하면 (유효숫자를 분명하게 나타낼 뿐만 아니라) 아주 큰 수나 작은 수를 간단히 나타낼 수 있다고 서술하였다. 따라서 일반적으로 값이 매우 크거나 작은 근삿값을 표현하는 경우를 접하게 되므로 (1)과 같이 서술하여도 학습에 지장은 없지만 [강], [김원], [박영], [신], [이강], [이준], [정]과 같이 근삿값의 표현의 필요성을 추가로 서술하는 것도 필요하다.

S11. 순환소수는 그 순환마디의 양 끝의 숫자위에 점을 찍어 나타낸다.

E11. 3과 0.479를 3.479라 쓰고 '삼점 사칠구'라고 읽습니다([4-1]: 111).

m11. A decimal $1.666...$ is called a repeating decimal. Read $0.\bar{5} = 0.555...$ as point five repeating([B3]: 63, 64).

기호를 읽고 이해하기 위해서는 물론 기호를 읽을 수 있어야 한다. 교과서는 $2.\dot{4}1\dot{5}$와 같은 순환소수를 어떻게 읽는지 제시하지 않았고, 단지 순환마디에 관하여 [박영]의 경우에만 '순환마디 415는 '순환마디 사일오'로 읽는다.'라고 참고 사항으로 제시하였다. m11은 순환소수의 순환마디 위에 점을 찍지 않고 $0.\bar{5}$과 같이 나타내고 'point five repeating'으로 읽는다고 서술하였다. 교과서에서 순환소수를 읽을 때 [박영]과 같은 방식으로 순환마디를 읽는다면 $2.\dot{4}1\dot{5}$는 '이점 순환마디 사일오'라고 읽을 수 있다. 현실적으로 순환소수를 읽는 것에 대한 서술이 제시되지 않았기 때문에 교수·학습과 관련하여 어떤 문제점이 나타나는 것은 아니다. 그러나 순환소수를 읽지 못하는 것이 서술과정의 어려움 때문이라면 수학적 의사소통의 차원에서 그것을 어떻게 읽는지 개발하여 읽고 이해할 수 있도록 제시할 필요가 있다.

S12. (1) 0보다 4만큼 큰 수는 $+4$로, 0보다 5 만큼 작은 수는 -5로 나타낸다. 여기서 $+4$를 '플러스 4', -5를 '마이너스 5'라고 읽는다([강], [김원], [김홍], [박영], [박윤], [신], [우], [유], [윤], [정], [최]).

(2) $+5$를 '양의 5', -4를 '음의 4'라고 읽는다 ([박규]).

e12. (1) The numbers $^{+}134$ and $^{-}80$ are integers. You read $^{+}134$ as 'positive one hundred thirty-four' and $^{-}80$ as 'negative eighty'([A5]: 480).

(2) Integers include all whole numbers and their opposites. The opposite of positive $8(^{+}8)$ is negative $8(^{-}8)$. The opposite of 0 is 0 ([A6]: 628).

m12. The integer $+5$ is read positive five or five. The integer -2 is read negative two([B1]: 294).

대부분의 교과서에는 '+4'를 '플러스 4', '−5'를 '마이너스 5'라고 읽고, [박규]는 +5를 '양의 5', −4를 '음의 4'로 읽고 있다. 그러나 [이강]과 [이준]은 어떻게 읽는지 제시하지 않았다. 그런데 [김원]은 '+6, −2'를 각각 '플러스 6, 마이너스 2'로 읽는 것에 대하여 '+, −'는 각각 덧셈, 뺄셈의 기호와 모양은 같지만 그 뜻은 다르다고 지적하였고 [유]는 '$+a$'와 '$-a$'를 각각 '플러스 a'와 '마이너스 a'로 읽지만 '$+a$'를 '양수 a', '$-a$'를 '음수 a'라고 읽기도 한다고 서술하였다. 또한 [김홍], [박윤], [신], [우], [정], [최]는 '+'는 양의 부호, '−'는 음의 부호라고 하며 각각 '플러스', '마이너스'라고 읽는다고 추가로 서술하였다.

한편 e12는 기호와 부호의 표기를 구분하여 다르게 사용하였고, m12도 '+5'를 'positive 5' 또는 '5'로, '−2'를 'negative 2'로 읽고 있다. Musser, Burger, and Peterson(2003)은 '−'를 다음과 같이 세 가지 의미로 구분하여 읽어야 한다고 지적하였다.

First, the symbol '-7' is read 'negative 7' (negative means 'less than zero'). Second, since it also represent the opposite or additive inverse of 7, '-7' can be read as 'the opposite of 7' or 'the additive inverse of 7'. In general, the symbol '$-a$' should be read 'the opposite of a' or 'the additive inverse of a'. It is confusing to children to call it 'negative a' since $-a$ may be positive, zero, or negative, depending of the value of a. Third, '$a-b$' is usually read 'a minus b' to indicate subtraction.

따라서, '$2-(-3)=5$'는 'two minus negative three is equal to five.'와 같이 읽게 되어 '빼기'와 '음의 부호'의 차이를 이해하게 된다. [김원]이 '+6, −2'를 각각 '플러스 6, 마이너스 2'라고 읽지만 '+, −'는 각각 덧셈, 뺄셈의 기호와 모양은 같지만 그 뜻은 다르다고 지적하였고, 김홍기(2008)가 교과서에서 '$+a$'와 '$-a$'를 각각 '플러스 a'와 '마이너스 a'로 읽는 것 대신 각각 'a와 같은 수'와 'a의 반수'로 읽는 것을 제안했듯이 이런 기호를 상황에 적합하도록 다르게 읽고 이해하는 것이 필요하다.

Ⅴ. 결론

본 연구에서는 교과서에서 기호를 읽고 이해할 수 있게 서술하는 것과 관련하여 교수·학습에 나타날 수 있는 문제점을 $\varnothing$, $A\subset B$, $A=B$, $|\ |$, $\geq$, $l\,/\!/\,m$, $\triangle\mathrm{ABC}$, $\equiv$, $\widehat{\mathrm{AB}}$, $a\times10^{n}$, $a\times\dfrac{1}{10^{n}}$, $2.\dot{4}1\dot{5}$, 양의 부호(+), 음의 부호(−)를 중심으로 논의하였다. 대부분의 기호는 전체 문맥 상황에서는 읽고 이해할 수 있게 서술되었지만 교과서에 따라 기호 자체의 서술이나 기호와 관련된 내용이 명확하지 않거나 서로 다르게 제시된 사례가 나타났다. 따라서 교과서에 따라 기호 자체의 서술이나 기호와 관련된 내용이 서로 다르게 제시된 유형, 순환소수 $2.\dot{4}1\dot{5}$와 같이 기호의 의미를 이해할 수는 있지만 어떻게 읽는지 제시되지 않은 유형, 양의

부호, 음의 부호와 같이 교과서에 따라 기호를 다르게 읽고 이해할 수 있게 제시된 유형으로 분류하였다.

먼저 교과서에 따라 기호 자체의 서술이나 기호와 관련된 내용이 서로 다르게 제시된 유형과 관련하여 나타난 문제점을 분석한 결과는 다음과 같다.

첫째, 기호와 관련된 내용이 교과서에 따라 '정의'와 '성질'로 다르게 서술된 사례가 '$\varnothing$'에서 나타났다. 따라서 기호와 관련된 내용을 학생의 이해 수준과 교육과정의 내용에 적합하게 '정의'와 '성질'을 적절하게 구분하여 서술할 필요가 있다.

둘째, 기호 자체의 서술과 관련하여 기호가 서술된 이후에 사용하지 않아 없어도 이해하는데 지장이 없는 서술이 추가로 제시되어 기호를 읽고 이해하는데 부자연스러운 사례가 '$A \subset B$, $A = B$, $\geq$'에서 나타났다. 따라서 실제 교수·학습에 사용되지 않는 기호의 추가적인 서술은 재고할 필요가 있다.

셋째, 기호 자체의 서술과 관련하여 서술 조건이 부족하거나 명확히 서술되지 않아 기호를 읽고 이해하는데 부자연스러운 사례가 '$l /\!/ m$, $\triangle \mathrm{ABC}$, $\widehat{\mathrm{AB}}$'등에서 나타났다. 따라서 기호의 의미를 이해하는데 필요한 기호의 조건에 대한 서술을 적절하게 제시할 필요가 있다.

넷째, 기호 서술을 일반적, 예시적, 제한적으로 구분하여 제시하지 않아 기호 자체의 서술 및 기호와 관련된 내용을 명확하게 이해하는데 적절하지 않은 사례가 '$|\ |$, $\geq$, $\equiv$, $a \times 10^n$, $a \times \frac{1}{10^n}$'와 관련하여 나타났다. 따라서 기호의 서술 방식을 기호와 관련된 교과서의 내용과 연계하여 서술할 필요가 있다.

다음으로 기호의 의미를 이해할 수는 있지만 어떻게 읽는지 제시되지 않은 순환소수 $2.\dot{4}1\dot{5}$와 관련된 논의로부터 얻은 결론이다. 지금까지 순환소수를 어떻게 읽어야 하는지에 대한 방안이 제시되지 않은 것은 순환소수를 읽지 않더라도 교수·학습과 관련하여 아무런 문제점이 나타나지 않았기 때문일 수 있고, 아니면 읽는 것이 필요하지만 합의와 논의를 통해 읽는 방법을 개발하지 않았기 때문일 수도 있다. 어느 경우에 해당하던지 교과서에 이해할 수 있지만 읽는 것에 대한 서술이 제시되지 않은 기호가 있다는 것에 대한 논의가 필요하다.

마지막으로 교과서에 따라 기호를 다르게 읽고 이해할 수 있게 제시된 '양의 부호, 음의 부호'는 현실적으로 '덧셈, 뺄셈 기호'와 구분하여 서술하기는 어렵지만 그것의 수학적인 의미가 다르다는 설명이 서술되어 학생이 기호와 부호의 차이를 이해할 수 있게 제시되어야 한다. 또한 어떻게 서술하던지 적어도 교과서에서는 같은 방식으로 기호를 읽을 수 있게 제시되어야 한다.

교과서가 교수·학습에서 차지하는 비중을 고려할 때, 교과서에 따라 같은 기호를 다르게 읽고 이해할 수 있게 서술하고, 기호를 한 가지로 읽고 이해할 수 있지만 기호의 의미가 다르게 서술되어 있다는 것은 수학 교육적인 차원에서 논의와 합의를 통하여 방안이 마련되어야 한다. 이에 대한 실천적 방안의 하나는 현행 교과서 검정 제도의 효율적인 운영을 통하여 교과서 저자들이 기호의 서술에 관한 최소한의 공통 인식을 가질 수 있도록 교육과정 내용을 재구성하는 것일 수 있다. 그렇지만 궁극적으로는 교과서에 제시된 기호의 서술과 기호와 관련된 내용을 왜 그런 방식으로 읽고 이해하여야 하는가에 대한 대답을 교과서에서 찾을 수 있도록 교과서가 구성되어야 한다.

참고문헌

강신덕・함남우・홍인숙・김영우・이재순・전민정・라미영(2009). **중학교 수학 1**. (주)교학사.

강신덕・홍인숙・김영우・이재순・전민정・나미영(2010). **중학교 수학 2**. (주)교학사.

교육과학기술부(2008a). **초등학교 교육과정해설(Ⅳ). 수학, 과학, 실과**. 한솔사.

교육과학기술부(2008b). **중학교 교육과정해설(Ⅲ). 수학, 과학, 기술・가정**. 한솔사.

교육과학기술부(2009). **수학 1-1, 수학 1-2, 수학 2-1**. (주)두산.

교육과학기술부(2010). **수학 3-1, 수학 4-1**. (주)두산.

김원경・조민식・김영주・김윤희・방환선・윤기원・이춘신(2009). **중학교 수학 1**. (주)비유와 상징.

김원경・조민식・김영주・김윤희・방환선・윤기원・이춘신(2010). **중학교 수학 2**. (주)비유와 상징.

김홍종・계승혁・오지은・원애경(2009). **중학교 수학 1**. 성지출판(주).

김홍종・계승혁・오지은・원애경(2010). **중학교 수학 2**. 성지출판(주).

김홍기(2008). 중학교 수학에서 도입된 용어 및 기호에 관한 고찰. **학교수학, 10**(2), 223-257.

박교식(1998). 우리 나라 초등학교 1학년 1학기 수학에서 사용되는 용어와 기호에 관한 연구. **과학연구논총**, 인천교육대학교 과학교육연구소, 제10집, 187-212.

박교식(1999). 우리 나라 초등학교 1학년 2학기 수학에서 사용되는 용어와 기호에 관한 연구. **과학연구논총**, 인천교육대학교 과학교육연구소, 제11집, 59-76.

박교식(2001). 제 7차 초등학교 수학과 교육과정에 제시된 수학 용어에 대한 연구. **학교수학, 3**(2), 233-248.

박규홍・최병철・안숙영・김준식・유미영(2009). **중학교 수학 1**. (주)동화사.

박규홍・최병철・안숙영・김준식・유미영(2010). **중학교 수학 2**. (주)동화사.

박영훈・여태경・김선화・심성아・이태림・김수미(2009). **중학교 수학 1**. (주)천재문화.

박영훈・여태경・김선화・심성아・이태림・김수미(2010). **중학교 수학 2**. (주)천재문화.

박윤범・남상아・최소희・홍유미(2009). **중학교 수학 1**. 웅진씽크빅.

박윤범・남상아・최소희・홍유미(2010). **중학교 수학 2**. 웅진씽크빅.

신항균・이광연・윤혜영・이지현(2009). **중학교 수학 1**. (주)지학사.

신항균・이광연・윤혜영・이지현(2010). **중학교 수학 2**. (주)지학사.

우정호・박교식・박경미・이경화・김남희・임재훈・박인・지은정・심보미・최인선(2009). **중학교 수학 1**. (주)두산.

우정호・박교식・박경미・이경화・김남희・임재훈・박인・이영란・고현주・김은경(2010). **중학교 수학 2**. 두산동아(주).

유희찬・류성림・한혜정・강순모・제수연・김명수・천태선・김민정(2009). **중학교 수학 1**. (주)미래엔컬쳐그룹.

유희찬・류성림・한혜정・강순모・제수연・김명수・천태선・김민정(2010). **중학교 수학 2**. (주)미래엔컬쳐그룹.

윤성식・조난숙・김화영・조준모・장홍월・김해경(2009). **중학교 수학 1**. (주)더텍스터.

윤성식・조난숙・김화영・조준모・장홍월・김해경(2010). **중학교 수학 2**. (주)더텍스터.

이강섭・왕규채・송교식・이강희・안인숙(2009). **중학교 수학 1**. 도서출판 지학사.

이강섭·왕규채·송교식·이강희·안인숙(2010). **중학교 수학 2**. 도서출판 지학사.

이준열·최부림·김동재·송영준·윤상호·황선미·임유원(2009). **중학교 수학 1**. (주)천재교육.

이준열·최부림·김동재·송영준·윤상호·황선미(2010). **중학교 수학 2**. (주)천재교육.

정상권·이재학·박혜숙·홍진곤·서혜숙·박부성·강은주(2009). **중학교 수학 1**. (주)금성출판사.

정상권·이재학·박혜숙·홍진곤·서혜숙·박부성·강은주(2010). **중학교 수학 2**. (주)금성출판사.

최용준·한대희·박진교·김강은·신태양·배명주(2009). **중학교 수학 1**. (주)천재문화.

최용준·한대희·박진교·김강은·신태양·배명주(2010). **중학교 수학 2**. (주)천재문화.

Andrews, A. G., Bennett, J. M., Burton, G. M.Luckie, L. A., McLeod, J. C., Newman, V., Roby, T., and Scheer. J. K. (2007). *Harcourt Math 3, 4, 5, 6*. Harcourt, Inc.

Bailey, R., Day, R., Frey, P., Howard, A. C., Hutchens, D. T., McClain, K., Moore-Harris, B., Ott, J. M., Pelfrey, R., Price, J., Vielhaber, K., and Willard, T. (2006). *Mathematics Applications and Concepts. Course 1, 2, 3*. McGraw-Hill.

Bassarear, T. (2001). *Mathematics for Elementary School Teachers*. 2nd ed., Houghton Mifflin.

Musser, L. M., Burger, W. F., and Peterson, B. E. (2003). *Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach.*. 6th ed., John Wiley & Sons.

Symbol Statements in Middle School Mathematics Textbooks: How to Read and Understand Them?

Paek, Dae Hyun (Busan National University of Education)
Yi, Jinhee (Korea Science Academy of KAIST)

Mathematical symbols concisely represent mathematical contents related to terms by describing their mathematical meanings implicitly. All symbols in elementary school mathematics textbooks are stated as to be read so that elementary school students could understand their mathematical meanings. The same is somewhat true as in middle school mathematics textbooks, however it is often the case that some symbols are difficult to be read and understood because their statements are unclear or different. In this study, we analyze problems and suggest implications on teaching and learning mathematics based on the statements and understanding of reading symbols in middle school mathematics textbooks.

* Key Words : mathematical symbols(수학 기호), mathematics textbooks(수학 교과서)

논문접수 : 2011. 3. 29
논문수정 : 2011. 5. 6
심사완료 : 2011. 5. 20