

# FTTH-PON 가입자망 설계에서 Splitter Location-Allocation 문제\*

박찬우\*\* · 이영호\*\*\*† · 한정희\*\*\*

## A Splitter Location-Allocation Problem in Designing FTTH-PON Access Networks

Chanwoo Park\*\* · Youngho Lee\*\* · Junghee Han\*\*\*

### ■ Abstract ■

In this paper, we deal with an access network design problem of fiber-to-the-home passive optical network (FTTH-PON). The FTTH-PON network design problem seeks to minimize the total cost of optical splitters and cables that provide optical connectivity between central office and subscribers. We develop a flow-based mixed integer programming (MIP) model with nonlinear link cost. By developing valid inequalities and preprocessing rules, we enhance the strength of the proposed MIP model in generating tight lower bounds for the problem. We develop an effective Tabu Search (TS) heuristic algorithm that provides good quality feasible solutions to the problem. Computational results demonstrate that the valid inequalities and preprocessing rules are effective for improving the LP-relaxation lower bound and TS algorithm finds good quality solutions within reasonable time bounds.

Keyword : FTTH-PON, Access Network Design, Optimization, Tabu Search

논문접수일 : 2010년 12월 06일    논문게재확정일 : 2011년 03월 14일

논문수정일(1차 : 2011년 02월 09일)

\* 이 논문은 2010년도 2단계 두뇌한국(BK) 21 사업에 의하여 지원되었음.

\*\* 고려대학교 산업경영공학부

\*\*\* 강원대학교 경영학과

† 교신저자

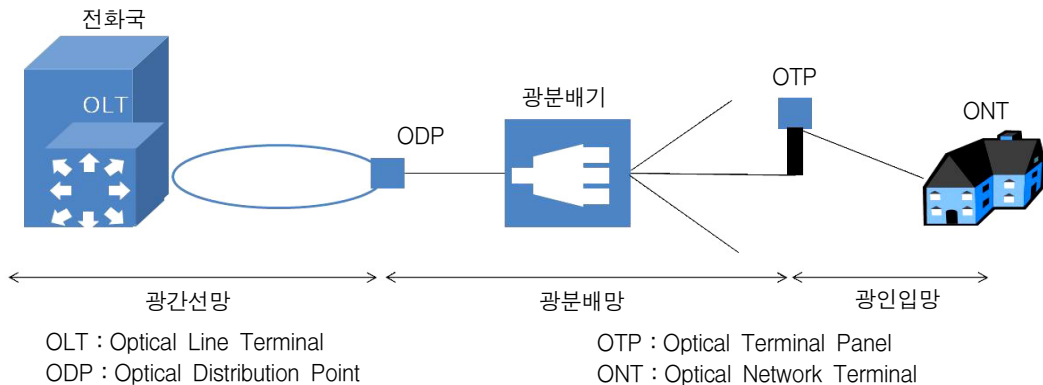
## 1. 서론

이 논문은 FTTH-PON(Fiber To The Home-Passive Optical Network) 기술을 이용한 광 가입자망(access network) 최적 설계 문제를 다룬다. FTTH-PON은 대용량 멀티미디어 서비스를 제공하는 차세대 광가입자망 기술이다. PON 기술에는 IP(Internet Protocol) 주소가 다른 가입자가 광섬유를 공유하는 E(thernet)-PON과 서로 다른 파장(wavelength)을 사용하여 여러 가입자가 광섬유 한 개를 공유하는 WDM(Wavelength Division Multiplexing)-PON이 있다[6]. E-PON은 광 가입자망 확장이 용이하며, WDM-PON은 보안성이 높고 다양한 통신 프로토콜을 수용할 수 있는 장점이 있다.

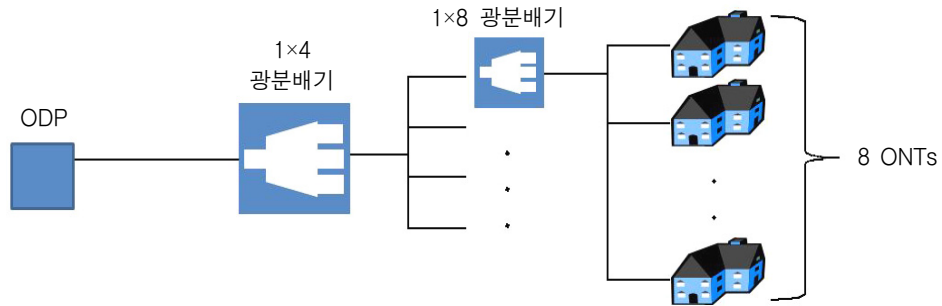
[그림 1]은 FTTH-PON 망 구조를 나타낸다. 광간선망(feeder network)은 링(ring) 형태로 OLT와 ODP를 연결하며, OTP는 광분배망에 설치된 광분배기(optical splitter)에서 IP 또는 파장별로 분리한 신호를 가정에 설치된 ONT로 전달한다. 광분배망은 ODP를 뿌리(root)로 하는 트리(tree) 형태의 네트워크를 형성한다. 이 논문에서 다루는 FTTH-PON 광가입자망 설계 문제는 광분배기 비용과 광케이블 비용을 최소화 하는 광분배기 최적 위치와 설치 대수를 결정한다. 광케이블 비용은 광분배기 비용과 절충 관계(trade-off)를 보인다. 광분배기 비용을 줄려면 트리 구조 네트워크 뿌리에 해당하는 ODP와

가까운 지점에 광분배기를 설치해야 한다. 이 때 광분배기부터 ONT(또는 OTP)까지 1:1로 연결되므로 케이블 비용이 증가한다. 반면, 광분배기를 OTP와 가까운 지점에 설치하면 케이블 비용은 감소하나 트리 구조 특성상 많은 수의 광분배기가 필요하므로 광분배기 비용이 증가한다. ODP와 광분배기를 연결하는 광케이블 비용과 광분배기와 ONT를 연결하는 광케이블 비용은 용량에 따른 비선형 함수로 가정한다. 또한, 이 논문은 1단 분기 구조와 2단 분기 구조를 고려한다. 1단 분기 구조는 가입자가 넓은 지역에 분포하고 수요가 적은 경우에 적합하며 2단 분기 구조는 가입자 밀도가 높은 경우에 적합하다. [그림 2]는 (1×4)와 (1×8) 2단으로 분기되는 구조의 예를 나타낸다. [그림 2]의 2단 분기 예에서 (1×4) 1차 광분배기는 최대 32개 ONT를 수용할 수 있다.

이 논문에서 다루는 FTTH-PON 광가입자망 설계 문제와 유사한 기존 연구로는 Sankawa et al.[8]과 Kim et al.[6]의 연구가 있다. Sankawa et al.[8]은 트리 구조 네트워크에서 FTTH-PON 수요 변화에 따른 다양한 시나리오마다 광분배기 비용과 광케이블 비용 증감을 조사하여 광가입자망 구축시 FTTH-PON 기술 도입의 경제성 분석을 실시하였다. Sankawa et al.[8]의 연구와는 달리 이 논문은 주어진 수요를 만족하는 최적의 광분배기의 용량 배치를 다룬다. Kim et al.[6]의 연구는 트리 구조



[그림 1] FTTH-PON 망 구조



[그림 2] (1×4), (1×8) 2단 분기 구조

네트워크에서 1단 및 2단 분기를 모두 고려한 광분배기 용량 배치 문제를 다루는 점이 이 논문의 범위와 동일하나, 네트워크상의 모든 노드에 광분배기를 설치할 수 있다고 가정한 Kim et al.[6]과는 달리 이 논문은 제한된 몇몇 노드에만 광분배기 설치를 허용한다. 광분배기 설치가 허용된 노드를 모든 노드로 확장할 경우 Kim et al.[6]이 다룬 문제를 표현할 수 있으므로, 이 논문의 연구가 보다 일반적이고 현실적인 문제를 다룬다고 볼 수 있다.

이 밖에도 이 논문에서 다루는 FTTH-PON 광가입자망 설계 문제와 비교할 만한 기존의 연구 주제는 일반적인 가입자망 설계 문제와 트리 구조의 네트워크에서 용량 제약을 고려한 설비 위치 결정(CFL: Capacitated Facility Location) 문제가 있다. 가입자망 설계 문제에 관한 다양한 연구는 Gavish [2]와 Balakrishnan et al.[1]에 소개되어 있으며, 최근에 발표된 몇 편의 주요 연구 내용만 소개한다. Sherali et al.[9]은 허브(hub) 노드 설치 비용을 비선형 함수로 가정한 일반적인 가입자망에서 허브 노드 위치 선정 및 용량 결정 문제를 다루었으며, RLT(Remodulation-Linearization Technique) 기법을 적용한 최적화 모형 및 라그랑지안(Lagrangian) 쌍대(dual)에 기반한 해법 절차를 개발하였다. Salman et al.[7]은 목적함수 완화 기법(objective function relaxation)을 적용하여 링크 용량이 계단식(step-wise) 구조를 가지는 가입자망 설계 문제의 해법을 개발하였다. 한편, 또 다른 비교 대상인 CFL 문제에 대한 주요 연구 내용을 아래에 소개한다. Ignacio

et al.[4]은 2단계 CFL 문제를 해결하기 위한 타부서치 알고리즘을 개발하였다. Jain et al.[5]은 용량 제약이 없는 설비 위치 결정 문제(uncapacitated facility location)를 주 문제(master problem)로 정의하고 열 생성(column generation) 기법을 이용하여 CFL 문제의 해를 구하였다. 기존 연구에서 다룬 문제들과는 달리 FTTH-PON 광가입자망 문제는 트리 구조의 네트워크를 고려하며 설비(광분배기)를 설치할 때 설비 비용 외에도 링크 용량 증가에 따른 비선형 비용 함수를 동시에 고려한다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장은 FTTH-PON 가입자망 설계 문제의 정의와 문제를 해결하기 위해 새롭게 개발된 흐름 기반(flow-based) 최적화 모형을 제시하고, 제 3장은 유효 부등식(valid inequality)과 전처리(preprocessing) 과정을 개발한다. 제 4장은 타부서치(Tabu search) 알고리즘을 개발한다. 제 5장은 흐름 기반 최적화 모형, 유효 부등식과 전처리 과정의 효과와 타부서치 알고리즘 결과를 제시한다. 제 6장은 결론과 향후 연구과제를 제시한다.

## 2. FTTH-PON 가입자망 설계 문제와 최적화 모형

### 2.1 문제 정의

FTTH-PON 가입자망 설계 문제의 목적은 광케이블 비용과 광분배기 설치 비용을 최소화하는데

있다. FTTH-PON 가입자망 설계 문제는 트리 구조 형태 네트워크를 형성하며, 모든 가입자 노드는 잎(leaf) 노드이고, 모든 잎 노드는 가입자 노드라고 가정한다. 제약 조건으로는 모든 가입자 수요를 만족하는 광분배기를 후보 노드에 설치해야 하며, 수요와 광분배기 수를 만족하는 광케이블을 각 링크에 설치해야 한다. 또한 이 논문에서는 설치되는 광케이블 비용을 용량 증가 대비 비용 증가 폭은 감소하는 비선형 함수를 가정한다. 이 논문에서 고려하는 분기 방법은 2가지이다. 1단 분기 구조는 ONT(가입자 노드)를 광분배기를 통해 ODP(뿌리 노드)에 연결하고, 2단 분기 구조는 ONT를 2개의 광분배기를 차례로 거쳐서 ODP에 연결한다. 이 논문에서는 1단 분기 구조의 광분배기와 2단 분기 구조의 첫 번째, 즉, ODP에 가까운 광분배기는 1차 광분배기로 표현하며, 2단 분기 구조의 두 번째, 즉, ONT에 가까운 광분배기는 2차 광분배기로 표현한다.

## 2.2 최적화 모형

### • 집합과 모수

$N$ : 노드 집합,

$E$ : 링크 집합, 링크  $(u, v) \in E$ 에서 노드  $v$ 는 노드  $u$ 의 부모(parent) 노드,

$N_D$ : 가입자 노드 집합  $N_D \subset N$ ,

$M$ : 광분배기 설치 가능한 후보 노드 집합

$M \subset N$ (이하 '후보 노드'로 표현함),

$P_j$ : 노드  $j \in N$ 의 자식(child) 노드 집합,

$\rho_{jk}$ : 노드  $j \in N$ 의 부모 노드가  $k$ 이면 1, 그렇지 않으면 0,

$S_i$ : 가입자 노드  $i \in N_D$ 에서 뿌리 노드(ODP)까지 연결되는 후보지 노드 집합(가입자 노드  $i$ 와 뿌리 노드가 후보 노드이면 포함),

$\delta_{ij}$ :  $S_i$ 가 노드  $j$ 를 포함하면 1, 그렇지 않으면 0,

$\beta_{uv}^{ij}$ : 링크  $(u, v) \in E$ 가 가입자 노드  $i \in N_D$ 에서 노드  $j \in S_i$  사이에 존재하면 1, 그렇지 않으면 0(노드  $j$ 가 뿌리 노드이면  $\beta_{uv}^i$ 로 표현한다),

$L$ : 케이블 타입 집합,

$d^l$ : 케이블 타입  $l \in L$ 의 광섬유 수(용량),

$\alpha_{uv}^l$ : 링크  $(u, v) \in E$ 에 케이블 타입  $l \in L$ 을 설치할 때 발생하는 비용,

$\gamma_1, \gamma_2$ : 1차 및 2차 광분배기 설치 비용,

$b_1, b_2$ : 1차 및 2차 광분배기 용량,

$d_i$ : 가입자 노드  $i \in N_D$  수요(정수), 만약 노드  $i \in N$ 가 가입자 노드가 아니면  $d_i = 0$ .

이 논문에서는 가입자 노드에서 뿌리 노드 방향으로 진행하는 수요의 흐름을 고려한 흐름 기반(flow-based) 최적화 모형을 개발하며, 결정변수를 다음과 같이 정의한다.

### • 결정변수

$x_{uv}$ : 노드  $u \in N$ 에서 광분배기로 연결되지 않고 부모 노드  $v \in N$ 로 올라가는 흐름 양(비음 실수),

$w_u$ : 노드  $u \in M$ 로 들어오는 흐름 양과 노드  $u \in M$ 가 가지고 있는 흐름 양 중에서 노드  $u \in M$ 에 설치된 광분배기로 연결되는 흐름 양(비음 실수),

$y_{uv}^l$ : 케이블  $l \in L$ 이 링크  $(u, v) \in E$ 에 설치되면 1, 그렇지 않으면 0,

$z_u$ : 노드  $u \in M$ 에 설치된 1차 광분배기 수(정수),

$f_u$ : 노드  $u \in M$ 에 설치된 2차 광분배기 수(정수),

$p_{uv}$ : 노드  $u \in M$ 에서 1차 광분배기로 연결되지 않고 부모 노드  $v \in N$ 로 올라가는 2차 광분배기 수(정수),

$v_u$ : 노드  $u \in M$ 로 들어오는 2차 광분배기 수와 노드  $u \in M$ 에 설치된 2차 광분배기에서 부모 노드로 올라가지 않고 노드  $u \in M$ 에 설치된 1차 광분배기로 연결되는 2차 광분배기 수(정수).

1단 분기 문제의 흐름 기반 최적화 모형(SSP-FL)은 다음과 같다.

**SSP-FL :**

**Minimize**  $\sum_{l \in L} \sum_{(u,v) \in E} \alpha_{uv}^l y_{uv}^l + \sum_{u \in M} \gamma_1 z_u$

**Subject to**

$$w_u + \sum_{v \in N} \rho_{uv} x_{uv} - \sum_{v \in P_u} x_{vu} = d_u,$$

$$\forall u \in M, \quad (1)$$

$$\sum_{v \in N} \rho_{uv} x_{uv} - \sum_{v \in P_u} x_{vu} = d_u, \quad \forall u \in N \setminus M, \quad (2)$$

$$w_u \leq b_1 z_u, \quad \forall u \in M, \quad (3)$$

$$x_{uv} + \sum_{j \in M} \beta_{uv}^j z_j \leq \sum_{l \in L} \alpha_{uv}^l y_{uv}^l, \quad \forall (u, v) \in E, \quad (4)$$

$$\sum_{l \in L} y_{uv}^l = 1, \quad \forall (u, v) \in E, \quad (5)$$

$$x_{uv} \geq 0, \quad \forall (u, v) \in E,$$

$$w_u \geq 0, \quad \forall u \in M,$$

$$z_u \geq 0 \text{ and integer}, \quad \forall u \in M,$$

$$y_{uv}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall (u, v) \in E, l \in L.$$

모형 SSP-FL의 목적함수는 광분배기 비용과 케이블 비용의 합을 최소화한다. 제약식 (1)은 후보지 노드에서 나타나는 수요 흐름을 표현한다. 노드  $u \in M$ 로 들어오는 수요 흐름( $\sum_{v \in N} \rho_{uv} x_{uv}$ )과 노드  $u$ 가 갖고 있는 수요( $d_u$ )는 노드  $u$ 에서 나가는 수요 흐름( $\sum_{v \in N} \rho_{uv} x_{uv}$ )과 노드  $u$ 에 설치된 광분배기로 연결되는 수요( $w_u$ )와 같다. 트리 구조의 특성상 잎 노드(가입자 노드)  $u \in M$ 에서는 들어오는 수요 흐름이 발생하지 않고 노드  $u$ 에 설치된 광분배기로 연결되는 수요와 노드  $u$ 에서 나가는(즉, 상위 노드로 연결되는) 수요 흐름만 발생한다( $w_u + \sum_{v \in N} \rho_{uv} x_{uv} = d_u$ ). 만약 노드  $u \in M$ 가 뿌리 노드이면(이때,  $d_u = 0$ ) 노드  $u$ 에서 나가는 수요 흐름은 발생하지 않고 노드  $u$ 에 설치된 광분배기로 연결되는 수요와 노드  $u$ 로 들어오는 수요 흐름만 발생한다( $w_u - \sum_{v \in P_u} x_{vu} = 0$ ). 후보지 노드이면서 수요 노드도 아니고 뿌리 노드도 아닌 중간 노드에서는 노드  $u \in M$ 로 들어오는 수요, 노드  $u$ 에서 나가는 수요 및 노드  $u$ 에 설치된 광분배기로 연결되는 수요가 모두 나타날 수 있으므로 제약식 (1)은  $w_u + \sum_{v \in N} \rho_{uv} x_{uv} - \sum_{v \in P_u} x_{vu} = 0$ 의 형태로 표현된다(노드  $u$ 가 수요 노드가 아니므로  $d_u = 0$ ). 제약식 (2)는 후보지 노드를 제외한 나머지 노드의 수요 흐름을 표현한다. 노드  $u \in N \setminus M$ 에서 나가는 수요는 들어오는 수요와 노드  $u$ 가 갖고 있는 수요와 같다. 후보지가 아닌 노

드는 광분배기를 설치할 수 없으므로  $w_u$  변수를 생성하지 않는다. 제약식 (3)은 노드  $u \in M$ 에 설치된 광분배기로 연결되는 수요( $w_u$ )가 광분배기 용량을 만족함을 나타낸다. 제약식 (4)는 수요의 흐름이 각 링크에 설치하는 케이블 용량을 만족함을 나타내며, 제약식 (5)는 각 링크에는 한 종류의 케이블만 설치할 수 있음을 나타낸다.

2단 분기 문제의 흐름 기반 최적화 모형(DSP-FL)은 다음과 같다.

**DSP-FL :**

**Minimize**

$$\sum_{l \in L} \sum_{(u,v) \in E} \alpha_{uv}^l y_{uv}^l + \sum_{u \in M} \gamma_1 z_u + \sum_{u \in M} \gamma_2 f_u$$

**Subject to**

$$w_u + \sum_{v \in N} \rho_{uv} x_{uv} - \sum_{v \in P_u} x_{vu} = d_u, \quad \forall u \in M, \quad (6)$$

$$\sum_{v \in N} \rho_{uv} x_{uv} - \sum_{v \in P_u} x_{vu} = d_u, \quad \forall u \in N \setminus M, \quad (7)$$

$$w_u \leq b_2 f_u, \quad \forall u \in M, \quad (8)$$

$$v_u + \sum_{v \in N} \rho_{uv} p_{uv} - \sum_{v \in P_u} p_{vu} = f_u, \quad \forall u \in M, \quad (9)$$

$$\sum_{v \in N} \rho_{uv} p_{uv} - \sum_{v \in P_u} p_{vu} = 0, \quad \forall u \in N \setminus M, \quad (10)$$

$$v_u \leq b_1 z_u, \quad \forall u \in M, \quad (11)$$

$$x_{uv} + p_{uv} + \sum_{j \in M} \beta_{uv}^j z_j \leq \sum_{l \in L} \alpha_{uv}^l y_{uv}^l, \quad \forall (u, v) \in E, \quad (12)$$

$$\sum_{l \in L} y_{uv}^l = 1, \quad \forall (u, v) \in E, \quad (13)$$

$$x_{uv} \geq 0, \quad \forall (u, v) \in E,$$

$$w_u \geq 0, \quad \forall u \in M,$$

$$z_u, v_u, f_u \geq 0 \text{ and integer}, \quad \forall u \in M,$$

$$p_{uv} \geq 0 \text{ and integer}, \quad \forall (u, v) \in E$$

$$y_{uv}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall (u, v) \in E, l \in L$$

DSP-FL 모형의 목적함수는 2차 광분배기 비용을 추가하여 정의한다. 제약식 (6)과 식 (7)은 SSP-

FL 모형의 제약식 (1), 식 (2)와 동일하다. 제약식 (8)은 노드  $u \in M$ 에 설치된 2차 광분배기에 연결되는 수요가 2차 광분배기 용량을 만족함을 나타낸다. 제약식 (9)와 식 (10)은 1차 광분배기에서 나타나는 수요 흐름을 표현한다. 수요를 만족시킨 2차 광분배기는 다시 1차 광분배기로 연결되어야 하므로 1차 광분배기의 수요는 2차 광분배기 수로 간주할 수 있다. 제약식 (10)에서 노드  $u \in N \setminus M$ 에는 광분배기를 설치할 수 없으므로 제약식 우변 값은 0이 된다. 제약식 (11)은 1차 광분배기로 들어오는 2차 광분배기 수가 1차 광분배기 용량을 만족해야 함을 나타낸다. 제약식 (12)와 식 (13)은 수요 흐름이 링크에 설치한 케이블 용량을 만족하며, 각 링크에는 한 종류의 케이블만 설치할 수 있음을 나타낸다.

**Remark 1 :** SSP-FL과 DSP-FL 모형은 변형을 통해 모형의 크기를 줄일 수 있다. SSP-FL 모형에서 제약식 (1)의  $w_u$ 를 제약식 (3)의  $w_u$ 에 대입하면, 제약식 (3)에서 변수  $w_u$ 는 사라지고 제약식 (1)을 제거할 수 있다. DSP-FL 모형에서도 제약식 (6)과 식 (9)의  $w_u$ 와  $v_u$  변수를 각각 제약식 (8)과 식 (11)에 대입하면, 제약식 (6), 식 (9), 변수  $w_u$ 와  $v_u$ 를 삭제할 수 있다. 이와 같이 축소된 모형을 각각 SSP-FL2, DSP-FL2 모형으로 표현한다. □

### 3. 유효부등식과 전처리 과정

이 단원은 유효 부등식(valid inequality)과 전처리 과정을 개발한다. 개발된 유효 부등식은 최적의 정수해를 보장하면서 가능해(feasible solution) 공간을 줄이고 완화한 선형모형(LP-relaxation)의 해를 개선시켜 최적해 탐색 시간을 줄이는 효과가 있다. 개발된 전처리 과정은 제시하는 유효 부등식을 활용하여 케이블 변수를 제거하고 하한 값(lower bound)을 개선하는 효과가 있다. 이 논문에서 제시하

는 유효 부등식은 다음과 같다.

$\bar{S}_j$ 를 노드  $j$ 를 포함한 노드  $j$ 의 하위노드 집합으로 정의하자 :  $\bar{S}_j = \{k \in M : j \in S_k\} \cup \{j\}$ . 또한  $N_D(j)$ 를  $\bar{S}_j$ 에 포함된 가입자 노드 집합으로 정의하면( $N_D(j) = \bar{S}_j \cap N_D$ ), 다음 부등식은 1단 분기 모형 SSP-FL/FL2에서 유효하며,

$$\sum_{j \in \bar{S}_j} z_j \geq \lceil d_j/b_1 \rceil, \quad \forall i \in N_D, \quad (14)$$

$$\sum_{k \in \bar{S}_j} f_k \geq \lfloor \sum_{i \in N_D(j)} d_i/b_1 \rfloor, \quad \forall j \in M, \quad (15)$$

다음 부등식은 2단 분기 모형 DSP-FL/FL2에서 유효하다.

$$\sum_{j \in \bar{S}_j} s_j \geq \lceil d_j/b_2 \rceil, \quad \forall i \in N_D, \quad (16)$$

$$\sum_{k \in \bar{S}_j} f_k \geq \lfloor \sum_{i \in N_D(j)} d_i/b_2 \rfloor, \quad \forall j \in M, \quad (17)$$

$$\sum_{k \in \bar{S}_j} z_k \geq \lfloor \lfloor \sum_{i \in N_D(j)} d_i/b_2 \rfloor / b_1 \rfloor, \quad \forall j \in M, \quad (18)$$

**Remark 2 :** 위 부등식의 유효성 증명은 Kim et al. [6]에 기술되어 있다. Kim et al.[6]과는 달리 이 논문은 광분배기 설치 가능 후보지가 정해져 있으므로 유효 부등식 (14)~(18)을 후보지 노드  $j \in M$ 에 대해서만 생성한다. □

이 논문에서 개발하는 전처리 과정은 광케이블 용량(광섬유 개수)과 비용에 대한 일반적인 가정을 전제로 한다. 즉, 광케이블 용량은  $a^1 \leq a^2 \leq \dots \leq a^{L^1}$ 과 같이 오름차순으로 정렬할 수 있으며 광케이블 비용은 광케이블 용량 증가에 따른 단조증가(non-decreasing) 함수라고 가정한다. 또한 모든 링크에서 다음 조건을 만족한다고 가정한다.

$$\begin{aligned} \alpha_{uv}^1/a^1 &\geq (\alpha_{uv}^2 - \alpha_{uv}^1)/(a^2 - a^1) \geq \dots \\ &\geq (\alpha_{uv}^{L^1} - \alpha_{uv}^{L^1-1})/(a^{L^1} - a^{L^1-1}). \end{aligned}$$

즉, 광케이블 용량이 증가할수록 용량 증가 대비

비용 증가 폭은 감소한다.

후보지가 아닌 앞 노드  $u \in N_D \setminus M$ 와 부모 노드  $v$ 를 연결하는 링크( $u, v$ )에 대해서 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$y_{uv}^{l(u,v)} = 1, \\ l(u, v) = \operatorname{argmin}_{l \in L} \{ \alpha_{uv}^l : d_u \leq a^l \}. \quad (19)$$

위 식 (19)는 아래의 Proposition 1과 Proposition 2와 같이 일반화할 수 있다.

**Proposition 1 :** 임의의 후보지 노드  $u$ 가 주어지면 이에 인접한 링크( $u, v$ ) $\in E$ 에 대해서 최소 용량 케이블 종류  $l_{u1}$ 와 최대 용량 케이블 종류  $l_{u2}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$l_{u1} = \operatorname{argmin}_{l \in L} \{ \lceil \sum_{i \in N_D(u)} d_i / b_1 \rceil \leq a^l \}, \\ l_{u2} = \operatorname{argmin}_{l \in L} \{ \sum_{i \in N_D(u)} d_i \leq a^l \}.$$

만일  $\sum_{i \in N_D(u)} d_i > a^{|L|}$ 이면,  $l_{u2} = |L|$ 라고 정의한다. 또한, 집합  $L'_u$ 를 다음과 같이 정의하면,

$$L'_u = \{ l_{u1}, l_{u1} + 1, \dots, l_{u2} - 1, l_{u2} \},$$

1단 분기 모형의 모든 최적해는 다음 식을 만족한다.

$$y_{uv}^l = 0 \quad \forall (u, v) \in E, l \in L \setminus L'_u.$$

(증명) 제약식 (15)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\lfloor \sum_{i \in N_D(u)} d_i / b_1 \rfloor \leq \sum_{v \in \bar{S}_u} z_v = \sum_{j \in M} \beta_{uv}^j z_j. \quad (20)$$

식 (20)에  $x_{uv}$ 를 더하면, 다음 식과 같이 전개할 수 있다.

$$\lfloor \sum_{i \in N_D(u)} d_i / b_1 \rfloor + x_{uv} \leq \sum_{v \in \bar{S}_u} z_v + x_{uv} \\ = \sum_{j \in M} \beta_{uv}^j z_j + x_{uv} \leq \sum_{l \in L} a^l y_{uv}^l.$$

$\lceil \sum_{i \in N_D(u)} d_i / b_1 \rceil - \lfloor \sum_{i \in N_D(u)} d_i / b_1 \rfloor = \lambda \in \{0, 1\}$ 이므로,  $\lambda = 0$ 이면  $\lceil \sum_{i \in N_D(u)} d_i / b_1 \rceil \leq \lfloor \sum_{i \in N_D(u)} d_i / b_1 \rfloor + x_{uv}$ 를 항상 만족한다. 반면  $\lambda = 1$ 이면,  $(\sum_{i \in N_D(u)} d_i) \bmod b_1 > 0$ 이다. 만약 노드  $u$ 를 포함한 하위노드에  $\lfloor \sum_{i \in N_D(u)} d_i / b_1 \rfloor$ 대의 광분배기를 설치하면 광분배기에 연결되지 않은 나머지 수요가 발생하고 그 값은  $x_{uv}$ 가 된다. 광분배기 용량은 정수이므로  $x_{uv}$  또한 정수값을 가지며,  $\lceil \sum_{i \in N_D(u)} d_i / b_1 \rceil \leq \lfloor \sum_{i \in N_D(u)} d_i / b_1 \rfloor + x_{uv}$ 를 만족한다. 따라서  $\lceil \sum_{i \in N_D(u)} d_i / b_1 \rceil \leq \sum_{l \in L} a^l y_{uv}^l$ 이 성립하고, 최소값  $\lceil \sum_{i \in N_D(u)} d_i / b_1 \rceil$ 보다 용량이 작은 광케이블 변수는 0으로 고정할 수 있다.

링크( $u, v$ )에 케이블 종류  $l_{u2}$  또는 그 이상의 용량을 갖는 케이블을 설치하는 경우는 노드  $u$ 의 하위 노드에 광분배기를 설치하지 않는 경우( $\sum_{j \in M} \beta_{uv}^j z_j = 0$ )이다. 링크( $u, v$ )에 케이블 종류  $l_{u2}$ 보다 큰 용량의 케이블을 설치하면 케이블 설치비용  $\alpha_{uv}^{l_{u2}}$ 보다 큰 비용이 발생하므로 링크( $u, v$ )에 케이블 종류  $l_{u2}$ 보다 큰 용량의 케이블을 설치하는 정수 최적해는 존재하지 않는다.  $\square$

**Proposition 2 :** 임의의 후보지 노드  $u$ 가 주어지면 이에 인접한 링크 ( $u, v$ ) $\in E$ 에 대해서 최소 용량 케이블 종류  $l_{u1}$ 와 최대 용량 케이블 종류  $l_{u2}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$l_{u1} = \operatorname{argmin}_{l \in L} \{ a^l : \lceil \lceil \sum_{i \in N_D(u)} d_i / b_2 \rceil / b_1 \rceil \leq a^l \}, \\ l_{u2} = \operatorname{argmin}_{l \in L} \{ a^l : \sum_{i \in N_D(u)} d_i \leq a^l \}.$$

만일  $\sum_{i \in N_D(u)} d_i > a^{|L|}$ 이면,  $l_{u2} = |L|$ 라고 정의한다. 또한, 집합  $L'_u$ 를 다음과 같이 정의하면,

$$L'_u = \{l_{u1}, l_{u1}+1, \dots, l_{u2}-1, l_{u2}\},$$

2단 분기 모형의 모든 최적해는 다음 식을 만족한다.

$$y_{uv}^l = 0 \quad \forall (u, v) \in E, l \in L \setminus L'_u.$$

**(증명)** 2단 분기 모형은 제약식 (18)을 Proposition 1의 증명과 동일한 방법으로 전개하여 링크  $(u, v) \in E$ 에 설치해야 하는 케이블 용량의 최소값을 구할 수 있다. 링크  $(u, v) \in E$ 에 설치하는 케이블 용량의 최대값은 1단 분기 모형의 값과 같다. □

**Collorary 1 :** 링크  $(u, v) \in E, u \in N \setminus M \setminus N_D$ 에 대해서,  $l_{u1}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$l_{u1} = \operatorname{argmin}_{l \in L} \left\{ \sum_{i \in N_D(u)} d_i \leq a^l \right\}.$$

만일  $\sum_{i \in N_D(u)} d_i > a^{|L|}$ 이면,  $l_{u1} = |L|$ 라고 정의한다. 또한, 집합  $L'_u$ 를 다음과 같이 정의하면,

$$L'_u = \{1, 2, \dots, l_{u1}\},$$

1단 및 2단 분기 모형의 최적해는 다음 식을 만족한다.

$$y_{uv}^l = 0, \quad \forall (u, v) \in E, l \in L \setminus L'_u, u \in N \setminus M \setminus N_D.$$

**(증명)** 1, 2단 분기 모형 후보지 노드 전처리 과정에서 링크  $(u, v) \in E$ 에 설치하는 케이블 용량의 최대 값과 같다. □

## 4. 타부서치(Tabu Search)

이 논문에서 개발하는 타부서치 알고리즘은 크게 초기해 발견 과정과 초기해 개선 과정으로 구성되

어 있으며, 초기해 개선 과정은 다시 단기 메모리 과정과 장기 메모리 과정으로 구성되어 있다. 타부서치 알고리즘은 해 이동(move)을 기본 연산자(operator)로 사용하며, 현재 해로부터 한 번의 이동으로 도달할 수 있는 이웃해(neighborhood)를 정의한다. 또한, 이웃해 중에서 과거에 평가한 해를 다시 평가하는 것을 방지하기 위해 최근에 평가한 해를 타부 리스트(tabu list)에 저장하고 해 이동시 타부 리스트를 참고한다. 타부서치는 타부 리스트를 참고함으로써 해탐색 과정의 효율성을 높이는 장점이 있다. 타부서치에 관한 상세한 내용은 Glover and Laguna[3]에 설명되어 있다.

### 4.1 초기해 발견 과정

이 논문에서 개발한 초기해 발견 과정은 가입자 노드 수요를 가장 가까운 후보 노드에 연결하여 빠른 시간내에 가능해를 얻게 해준다. 또한 Remark 2에서 제시한 유효 부등식을 활용하여 초기해 발견 과정 단계 2에서 설치한 광분배기를 고정하여 최적해 조건을 충족하는 부분해를 우선적으로 구성한다. 1단 분기 구조에서 초기해 발견 과정은 다음과 같다.

**단계 1 :** 후보 노드 집합  $M$ 에서 하위 노드중 후보 노드를 포함하지 않는 후보 노드 집합  $M^+$ 을 구한다:  $M^+ = \{j \in M: \bar{S}_j = \{j\}\}$ .

**단계 2 :** 집합  $M^+$ 에 속한 노드  $j$ 마다 다음 절차를 수행한다.

**단계 2.1 :** 후보 노드  $j$ 에 설치할 광분배기 수를 결정한다:  $z_j = \lfloor \sum_{i \in N_D(u)} d_i / b_1 \rfloor$ .

**단계 2.2 :** 후보 노드  $j$ 의 하위 수요 노드 집합  $N_D(j)$ 에 속한 각 수요 노드  $i \in N_D(j)$ 에서 후보 노드  $j$ 에 할당하는 수요를  $s_{ij}$ 로 정의하고, 모수  $r = b_1 \times z_j$ 을 계산한다. 집합  $N_D(j)$ 에 속한 노드  $i$ 마다 다음 절차를 수행한다: 만약  $d_i > r$ 이면,  $s_{ij} = d_i - r$ , 단계 3으



로 이동한다. 그렇지 않으면( $d_i \leq r$ ),  
 $s_{ij} = d_i$ ,  $r = r - d_i$ .

**단계 3:** 모든 수요가 광분배기에 할당되었으면 단계 6으로 이동하고, 그렇지 않으면 단계 4로 이동한다.

**단계 4:** 할당되지 않은 수요가 있는 각 수요 노드  $i \in N_D$ 마다 노드  $i$ 와 가장 가까운(hop 수 기준) 후보지 노드  $j \in M \setminus N_D$ 를 선택하여 수요 노드  $i$ 의 할당되지 않은 수요  $d_i - \sum_{j \in S^s_{ij}} s_{ij}$ 를 모두 후보 노드  $j$ 에 할당한다.

**단계 5:** 단계 4에서 할당한 수요를 만족하는 최소의 광분배기를 각 후보 노드마다 추가로 설치한다.

**단계 6:** 각 링크마다 수요 흐름을 만족하는 최소 용량의 케이블 타입을 설치하고 초기해 발견과정을 종료한다.

2단 분기 구조에서 초기해 발견 과정은 후보 노드  $j \in M^+$ 에 대해서  $z_j = \lfloor \lfloor \sum_{i \in N_D(j)} d_i / b_2 \rfloor / b_1 \rfloor$ 만큼 1차 광분배기를 후보지 노드  $j$ 에 설치한다. 설치한 1차 광분배기 대수만큼 2차 광분배기 수  $f_j = b_1 \times z_j$ 로 고정하고, 2차 광분배기를 1차 광분배기에 연결시킨다. 고정된 2차 광분배기 용량( $b_2 f_j$ )만큼 수요를 연결하여 고정시킨다. 초기해는 1단 분기와 동일하게 수요를 가입자 노드에 가까운 후보지 노드( $j \in M \setminus N_D$ )로 연결하여 2차 광분배기 대수를 구한다. 구해진 2차 광분배기 대수를 다시 가장 가까운 상위 후보지 노드로 연결하여 1차 광분배기 대수를 정한다.

## 4.2 초기해 개선 과정

초기해 개선 과정은 타부서치 단기 메모리 과정과 장기 메모리 과정을 실행한다. 단기 메모리 과정은 광분배기 수와 설치 위치를 조정하며 효율적인 탐색을 위해 타부 리스트를 참고한다. 단기 메모리 과정에서 주목할 점은 광분배기 수와 설치 위치를 조정할 때, 초기해 과정의 단계 2에서 설치한 광분배

기 수와 설치 위치는 변경하지 않는다는 것이다. 따라서 단기 메모리 과정은 초기해 과정의 단계 4와 단계 5에서 추가로 설치한 광분배기 이동만을 고려한다. 장기 메모리 과정은 단기 메모리 과정에서 발견한 우수한 해에 표현된 광분배기 수와 설치 위치를 고려하여 수요할당을 최적화한다. 아래는 단기 메모리 과정에서 광분배기 수와 설치 위치 조정에 사용하는 네 종류의 해 이동(move)을 설명한다.

### 4.2.1 이동(Move)

아래에 제시하는 이동은 트리 구조의 특성을 이용하여 설치된 광분배기를 상위 혹은 하위 후보지 노드로 이동시키고 기존에 연결되어 있던 수요를 고려하여 광분배기 위치 및 설치 대수를 조정한다. 또한 수요 노드  $i \in N_D$ 가 서로 다른 광분배기로 분할되어 할당될 수 있기 때문에, 이동시 후보 노드에 설치된 광분배기의 여유 용량을 고려하여 할당한다. 단기 메모리 과정은 1차 광분배기를 대상으로 두 종류의 이동 DU와 DD를 적용하며, 각 이동의 정의는 다음과 같다.

#### • 상위 후보지 노드로 수요 연결 : DU( $j, k$ )

1단 분기 구조에서 이동 DU( $j, k$ )는 후보지 노드  $j$ 에 설치된 1차 광분배기를 상위 후보지 노드  $k$ ( $k \neq j$ )로 이동하고 후보지 노드  $j$ 에 연결된 수요를 가능한 많이 노드  $k$ 로 재할당하는 것을 나타낸다. 즉, 노드  $k$ 에 1차 광분배기가 설치되어 있지 않은 경우에는 노드  $j$ 에 연결된 모든 수요를 노드  $k$ 로 재할당하며, 노드  $k$ 에 이미 1차 광분배기가 설치되어 있는 경우에는 노드  $k$ 에 설치된 광분배기의 여유 용량만큼만 노드  $j$ 에 연결된 수요를 노드  $k$ 로 재할당한다. DU( $j, k$ ) 실행 후에 노드  $j$ 에 연결된 수요는 항상 감소하므로 노드  $j$ 에 설치되어 있던 광분배기 수는 연결된 수요를 처리할 수 있는 최소의 광분배기만 남도록 조정한다. 2단 분기 구조는 노드  $j$ 에 설치된 2차 광분배기가 제거되었기 때문에 기존에 노드  $j$ 와 1차 광분배기간 연결을 제거하고 노드  $k$ 에 추가된

2차 광분배기 수만큼 노드  $k$ 에 설치된 1차 광분배기에 연결하고 노드  $k$ 에 1차 광분배기 수를 조정한다.

• 하위 후보지 노드로 수요 연결 :  $DD(j, k)$

$DD(j, k)$ 는 1차 광분배기를 이동할 새로운 후보지 노드  $k$  ( $k \neq j$ )가 노드  $j$ 의 상위 노드가 아니라 하위 노드라는 점을 제외하면 모든 동작은  $DU(j, k)$ 와 동일하다.

2차 광분배기 이동을 고려한 두 종류의 이동 SU와 SD의 정의는 다음과 같다.

• 상위 후보지 노드로 2차 광분배기 연결 :

$SU(j, k)$

2단 분기 구조에서 이동  $SU(j, k)$ 와 1단 분기 구조에서 정의한 이동  $DU(j, k)$ 의 차이점은 이동  $SU(j, k)$ 는 1차 광분배기가 아닌 2차 광분배기를 기존에 설치된 노드  $j$ 에서 상위 후보 노드  $k$ 로 이동한다는 점이다.

• 하위 후보지 노드로 2차 광분배기 연결 :

$SD(j, k)$

$SD(j, k)$ 는 2차 광분배기를 이동할 새로운 후보지 노드  $k$  ( $k \neq j$ )가 노드  $j$ 의 상위 노드가 아니라 하위 노드라는 점을 제외하면 모든 동작은  $SU(j, k)$ 와 동일하다.

#### 4.2.2 단기 메모리 과정

이 단원에서는 각 이동마다 주어진 해의 품질 개선에 적합한 노드  $j$ 와 노드  $k$  ( $k \neq j$ )를 선택하는 평가함수를 제시하며, 각 이동의 운용전략을 설명한다. 평가함수(EV : Evaluation Function)를 설명하기 위해 새로운 기호를 정의한다.  $E_j$ 는 노드  $j$ 에서 뿌리 노드까지 올라가는 경로에 존재하는 모든 링크들의 집합이며,  $\Delta z_j$ 는 이전 해에서 이동으로 인해 발생한 노드  $j$ 에 설치된 1차 광분배기 변화량을 의미한다.  $\Delta f_j$ 는 2차 광분배기 변화량을,  $\Delta y_{uv}^l$ 는 케이블 투입 변화량을 의미한다. 1단 분기 구조에서 평가함수

는 다음과 같다.

$$EV(j, k) = \gamma_1 (\Delta z_j + \Delta z_k) + \sum_{(u,v) \in E_j} \sum_{l \in L} \alpha_{uv}^l \Delta y_{uv}^l.$$

2단 분기 구조에서 평가함수는 다음과 같다.

$$EV(j, k) = \sum_{p \in M} \delta_{jp} \{ \gamma_1 \Delta z_p + \gamma_2 \Delta f_p \} + \sum_{(u,v) \in E_j} \sum_{l \in L} \alpha_{uv}^l \Delta y_{uv}^l$$

평가함수  $EV(j, k)$ 는 네트워크에 설치된 모든 광분배기와 케이블 비용을 다시 계산하지 않고, 트리 구조의 특성을 이용하여 특정 경로에서 발생하는 변화량만을 계산하여 타부서치 실행 시간을 단축시킨다. 평가함수  $EV(j, k)$ 가 가장 작은 값을 갖는 노드 쌍  $(j, k)$ 를 대상으로 해 이동을 실시하며, 타부기간(tabu tenure)동안은 현재 실시한 1, 2차 광분배기 수와 위치 조정은 되돌릴 수 없다. 단기 메모리 과정에서 해 이동 반복 횟수는 최대 100회로 하며, 타부리스트는 광분배기 추가와 제거를 구분한다. 타부기간은 예비실험을 통해 결정한다. 광분배기를 제거하였다면 타부기간을  $\mu = |N| \times R \times \theta$ 로 설정하고, 추가하였다면 타부기간을  $\pi = \mu + 5$ 로 설정한다. 이와 같이 광분배기 제거시 타부 기간( $\mu$ )을 추가시 타부 기간( $\pi$ )보다 크게 설정하면 이동으로 인해 생기는 핑퐁(ping-pong) 현상을  $\text{Max}\{\mu, \pi\}$ 기간 동안 방지할 수 있으며, 광분배기 추가는  $\mu = \text{Min}\{\mu, \pi\}$ 기간 이후부터 가능하므로 다양한 해 공간(search space)을 효율적으로 탐색할 수 있다. 예비실험 결과  $\theta = 0.25$ 일 때 가장 좋은 해를 얻는다. 열망기준은 두 가지를 사용한다. 현재 고려하는 해 이동이 타부리스트에 포함되어 있어도 현재까지의 최선해(best solution)를 갱신하는 경우에는 해 이동을 허용한다. 두 번째 열망기준은 모든 이웃해가 타부에 의해 금지된 경우다. 이 경우에는 탐색된 이웃해 중 가장 EV가 좋은(작은) 해로 이동을 허용함으로써 의도하지 않은 해 공간 탐색 중단을 방지할 수 있다.

#### 4.2.3 장기 메모리 과정

단기 메모리 과정은 케이블 용량과 비용을 직접

적으로 고려하지 않고 광분배기 수와 위치만을 이동하여 수요를 재할당하지만, 장기 메모리 과정은 단기 메모리 과정에서 얻은 광분배기 수와 위치를 고정하고 케이블 용량과 비용을 고려한 최적의 수요 할당방법을 찾는다. 장기 메모리 과정은 단기 메모리 과정 수행중에 나타난 가장 우수한 5개의 해마다 각 해에서 제시한 광분배기 수와 위치를 고정하고 최적의 케이블 용량 및 수요 할당 방법을 구하며, 장기 메모리 과정에서 개선한 5개의 해중에서 가장 좋은 해를 출력한다. 단기 메모리 과정에서 선발된 임의의 해가 주어지면 정수 변수 ( $z_j, f_j$ )를 고정하므로 장기 메모리 과정에서 풀어야 할 최적화 문제는 케이블 용량을 고려한(즉, 링크 용량을 고려한) 교통 문제(transportation problem)로 표현되므로 쉽게 최적해를 구할 수 있다.

아래에는 1단 분기 문제의 타부 서치 알고리즘의 종합적인 수행 과정을 제시한다.

**단계 0 :**  $iter = 0, best = 0$ .

**단계 1 :** ‘초기해 발견 과정’ 수행.

**단계 2 :** (단기 메모리 과정)

**단계 2.1 :**  $iter = iter + 1$ . 만일  $iter < 100$ 이면 단계 2.2로 이동하고, 그렇지 않으면 단계 3으로 이동

**단계 2.2 :** DU( $j, k$ ) 실행. 타부로 금지되어 있으면 단계 2.2.1로 이동

**단계 2.2.1 :** 첫 번째 열망기준을 만족하면 단계 2.2로 이동, 그렇지 않으면  $EV(j, k) = \infty$ , 단계 2.2로 이동.

**단계 2.3 :** DD( $j, k$ ) 실행. 타부로 금지되어 있으면 단계 2.3.1로 이동

**단계 2.3.1 :** 첫 번째 열망기준을 만족하면 단계 2.3으로 이동, 그렇지 않으면  $EV(j, k) = \infty$ , 단계 2.3으로 이동.

**단계 2.4 :**  $EV(j, k)$ 가 가장 낮은( $j^*, k^*$ ) 선택, 만약  $EV(j^*, k^*) = \infty$ 이면, 두 번째 열망기준 실행. 단계 2.1로 이동

**단계 3 :** (장기 메모리 과정)

**단계 3.1 :**  $best = best + 1$ . 만일  $best < 5$ 이면 단계 3.2로 이동하고, 그렇지 않으면 단계 4로 이동.

**단계 3.2 :** 단계 2에서 찾은  $best$ 번째 좋은 해의 정수 변수  $z$ 를 고정한 LP 문제(교통 문제) 생성.

**단계 3.3 :** 교통 문제의 최적해를 구하여 최적의 케이블 용량( $y$ ) 및 수요 할당( $x$ ) 결정. 단계 3.1로 이동.

**단계 4 :** 단계 3에서 구한 5개의 개선된 근사해 중에서 목적함수가 가장 작은 값을 출력.

## 5. 실험 결과

이 장은 2가지 최적화 모형, 유효 부등식, 전처리 과정과 타부서치 휴리스틱 실험 결과를 분석한다. 실험을 위해 랜덤으로 트리를 생성하며, 노드 개수는 100개와 300개를 고려한다. 수요 노드의 수요는 [10, 40] 균일 분포(uniform distribution)를 따르고, 링크 길이는 [30, 100] 균일 분포를 따른다. 케이블 용량과 비용은 <표 1>에 제시하며, 광분배기 종류와 비용은 <표 2>에 제시한다.

알고리즘 구현에는 C언어와 CPLEX 버전 12.1을 사용하였으며, 모든 실험은 노트북(CPU : 1.9GHz, RAM : 2G)에서 실시하였다. 각 문제마다 CPLEX 수행시간은 최대 3,600초로 제한하였다. 실험결과는 <표 3>~<표 5>에 나타낸다. ‘VI’는 제약식 (14)~(18)을 추가한 최적화 모형을 나타내며, ‘PRE’는 전처리 과정을 거친 최적화 모형을 나타낸다. ‘Z\_IP’는 CPLEX를 이용하여 제한시간 3,600초 동안 찾은 가장 좋은 정수해이고, ‘T\_IP’는 ‘Z\_IP’를 구하는데 걸린 시간(단위 : 초)이다. ‘T\_IP’가 3,600보다 작다면 이 때의 ‘Z\_IP’는 최적해임을 의미한다. ‘Z\_LP’는 선형완화 최적화 모형의 LP 최적해의 목적함수 값을 나타낸다. ‘Z\_TS’는 타부서치 알고리즘이 구한 해를 나타내며, ‘T\_TS’는 타부서치 알고리즘의 수행

〈표 1〉 광케이블 종류와 비용

광케이블 종류	1	2	3	4	5	6	7	8	9
광 섬유 수	2	4	8	16	32	64	128	256	512
거리당 광케이블 비용	8	9	10	11	12	13	14	15	16

〈표 2〉 광분배기 종류와 비용

광분배기 용량	1 : 2	1 : 4	1 : 8	1 : 16	1 : 32
광분배기 설치 비용	100	170	300	600	900

시간(단위 : 초)을 나타낸다. 유효부등식 및 전처리 과정의 최적화 모형 하한값(Z\_LP) 개선 효과를 살펴보기 위한 평가 기준은 다음과 같다 :

$$GAP1 = (Z_{IP} - Z_{LP}) / Z_{LP}$$

한편, 타부서치 알고리즘이 제공하는 근사해의 품질을 평가하는 기준은 다음과 같다 :

$$GAP2 = (Z_{TS} - Z_{IP}) / Z_{IP}$$

고려하는 문제 유형은 크게 3가지로 나눌 수 있다. 문제 유형 A는 노드 수가 100개인 예제 5개를 의미하며, 모든 노드가 후보 노드라고 가정한다. 문제 유형 B와 C는 노드 개수가 300개인 예제 3개를 의미한다. 후보 노드 개수에 따른 변화를 살펴보기 위해 광분배기 설치 가능한 후보 노드 수를 두 가지 경우로 나누어 실험한다. 후보 노드 수  $|M| = (|N| \times R) + 1$  이고, 이 때  $R$  값은 0.2 또는 0.3이다. 가입자 노드가 아닌 중간 노드에서 후보 노드를 비율( $R$ )만큼 무작위로  $|N| \times R$  개를 선택하고, 여기에 뿌리 노드를 추가하여 후보 노드 집합으로 정의한다. 네트워크 구조가 동일한 하나의 문제에서 후보 노드 개수

만 다른( $R = 0.2$  또는  $R = 0.3$ ) 두 문제를 생성한다.  $R = 0.2$ 이면 문제 유형 B이고,  $R = 0.3$ 이면 유형 C로 정의한다.

〈표 3〉에는 문제 유형 A를 대상으로 한 평균 실험결과를 나타낸다. Kim et al.[6]이 제시한 기존 모형 SSP/DSP의 GAP1보다 이 논문에서 개발한 흐름 기반 모형 SSP/DSP-FL의 GAP1이 항상 낮게 나타나며, 모형 변환을 통해 변수 및 제약식의 개수를 줄인 모형 SSP/DSP-FL2의 GAP1이 가장 낮게 나타남을 확인할 수 있다. 또한, 기존 모형 SSP/DSP를 이용할 경우에는 〈표 3〉에 제시한 모든 문제에 대해서 제한시간 3,600초 동안 최적해를 확인하지 못하였으나, 새로운 모형 SSP-FL을 이용할 경우 평균 1,000초 내외에 최적해를 구하였다. 뿐만 아니라 모형 변환을 통해 변수와 제약식 수를 줄임으로써 최적해를 구하는 데 걸리는 시간을 크게 단축할 수 있음을 확인하였다.

〈표 4〉는 문제 유형 A, B, C를 대상으로 모형 SSP/DSP-FL2에 유효부등식과 전처리 과정을 추가한 모형을 비교한다. 문제 유형 A를 먼저 살펴보

〈표 3〉 최적화 모형 실험 결과

문제유형 A	SSP/DSP		SSP/DSP-FL		SSP/DSP-FL2	
	평균 T_IP	평균 GAP1	평균 T_IP	평균 GAP1	평균 T_IP	평균 GAP1
SSP(1 : 32)	3,600.0	17.2%	1,075.7	17.1%	100.1	17.1%
DSP(2 : 16)	3,600.0	11.1%	3,600.0	10.9%	3,600.0	10.9%
DSP(4 : 8)	3,600.0	8.2%	3,600.0	8.1%	3,600.0	8.0%
DSP(8 : 4)	3,600.0	7.5%	3,600.0	7.4%	3,600.0	7.4%
DSP(16 : 2)	3,600.0	7.9%	3,600.0	7.8%	3,600.0	7.9%

〈표 4〉 유효 부등식과 전처리 과정 실험 결과

	SSP/DSP-FL2+VI		SSP/DSP-FL2+PRE		SSP/DSP-FL2+VI+PRE	
	평균 T_IP	평균 GAP1	평균 T_IP	평균 GAP1	평균 T_IP	평균 GAP1
문제유형 A						
SSP(1 : 32)	390.6	16.9%	60.6	13.3%	222.1	13.1%
DSP(2 : 16)	549.0	10.7%	3,600.0	7.8%	266.6	7.7%
DSP(4 : 8)	1,611.3	7.9%	3,600.0	5.2%	989.3	5.0%
DSP(8 : 4)	2,322.5	7.3%	3,600.0	4.8%	2,168.0	4.8%
DSP(16 : 2)	2,247.3	7.8%	3,600.0	5.7%	1,212.1	5.7%
문제유형 B						
SSP(1 : 32)	2.1	24.9%	2.6	4.7%	1.8	4.7%
DSP(2 : 16)	20.4	20.5%	1,667.4	3.6%	18.9	3.6%
DSP(4 : 8)	34.2	19.4%	2,847.1	3.1%	25.4	3.1%
DSP(8 : 4)	40.7	17.4%	3,592.8	2.8%	21.8	2.8%
DSP(16 : 2)	3.7	15.0%	301.2	2.7%	3.3	2.7%
문제유형 C						
SSP(1 : 32)	23.2	24.3%	75.6	4.8%	16.6	4.8%
DSP(2 : 16)	263.4	19.3%	3,600.0	3.2%	756.2	3.1%
DSP(4 : 8)	2,047.9	18.1%	3,600.0	2.5%	1,873.8	2.5%
DSP(8 : 4)	1,489.1	16.4%	3,600.0	2.4%	417.7	2.3%
DSP(16 : 2)	312.4	14.3%	3,600.0	2.5%	398.9	2.5%

면, 유효부등식과 전처리 과정 모두 GAP1을 줄이는 효과가 있다. 특히 GAP1을 줄이는 효과는 유효부등식보다 전처리 과정이 우수한 것으로 나타난다. 제한시간동안 찾은 Z\_IP가 같거나 거의 유사하므로 유효부등식보다 전처리 과정이 Z\_IP를 높이는 데 효과적이라고 판단할 수 있다. 유효부등식과 전처리 과정을 모두 추가하면 가장 우수한(적은) GAP1을 얻을 수 있다. 최적해를 구하는 데 걸리는 시간을 비교하면, 유효부등식과 전처리 과정을 모두 추가할 때 평균적으로 가장 짧은 수행시간을 보여준다. 또한 문제 유형 B와 C의 경우에도 유효부등식 추가로 인한 GAP1의 이득보다는 전처리 과정 추가로 인한 GAP1의 이득이 훨씬 크게 나타나며, 유효부등식과 전처리 과정을 모두 적용해도 추가적인 GAP1의 이득은 거의 없다. 그러나 T\_IP 단축효과는 유효부등식과 전처리 과정을 모두 적용한 경우가 평균

적으로 가장 좋게 나타남을 확인할 수 있다. 한편, 문제 유형 B와 유형 C를 비교하면, 후보 노드 개수가 많을수록 CPLEX 수행시간(T\_IP)이 증가한다.

〈표 5〉에는 모든 문제 유형을 대상으로 실시한 타부서치 결과를 나타낸다. 문제 유형 A의 경우 타부서치 수행시간은 20초를 넘지 않으며, GAP2는 3% 내외로 우수한 근사해를 제공함을 알 수 있다. 한편, 문제 유형 B와 C를 비교하면, 후보 노드 개수가 많을수록 타부서치 알고리즘의 수행시간(T\_TS) 및 GAP2 또한 조금씩 증가한다. 그러나 타부서치 알고리즘의 평균 수행시간은 30초 내외이고, 평균 GAP2 또한 1% 내외로 우수한 근사해를 타부서치 알고리즘이 제공함을 알 수 있다. 평균 GAP2의 최대치가 문제 유형이 A일 때 3.3%에서 문제 유형 B와 C일 때 1.5%로 크게 낮아진 점은 이 논문에서 개발한 타부서치 알고리즘은 문제 크기가 증가하여도 비교

〈표 5〉 타부서치 실험 결과

	문제유형 A		문제유형 B		문제유형 C	
	평균 T_TS	평균 GAP2	평균 T_TS	평균 GAP2	평균 T_TS	평균 GAP2
SSP(1 : 32)	5.2	1.6%	7.1	0.7%	17.9	1.1%
DSP(2 : 16)	11.1	3.3%	11.3	0.9%	29.5	1.5%
DSP(4 : 8)	11.3	3.0%	12.6	0.7%	30.7	0.8%
DSP(8 : 4)	10.8	2.6%	12.6	0.5%	30.8	0.6%
DSP(16 : 2)	9.4	2.7%	16.9	0.5%	31.3	0.6%

적 안정적으로 우수한 해를 제공함을 의미한다.

## 6. 결 론

이 논문은 FTTH-PON 망 설계 문제의 새로운 흐름 기반 최적화 모형을 개발하였으며, Kim et al. [6]이 개발한 최적화 모형과 비교할 때 흐름 기반 최적화 모형이 최적해를 구하는 데 걸리는 시간을 크게 단축함을 확인하였다. 또한, 이 논문은 흐름 기반 최적화 모형을 대상으로 최적해를 구하는 데 걸리는 시간을 단축시키는 유효 부등식과 최적화 모형의 하한값을 평균 13% 이상 증가시키는 전처리 과정을 개발하였다. 크기가 큰 현실적인 문제를 해결하기 위해 개발한 타부서치 알고리즘은 최적화 모형이 제공하는 해와 비교할 때 4% 이내의 차이를 보이는 우수한 품질의 근사해를 제공함을 확인하였다. 추후 연구 과제로는 수요가 불확실한 상황에서 FTTH-PON 최적 설계를 다루는 모형과 해법을 개발하는 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] Balakrishnan, A., T.L. Magnanti, A. Shulman, and R.T. Wong, "Models for Planning Capacity Expansion in Local Access Telecommunication Networks," *Annals of Operations Research*, Vol.33, No.4(1991), pp.239-284.
- [2] Gavish, B., "Topological Design of Telecommunication Networks-Local Access Design Methods," *Annals of Operations Research*, Vol.33, No.1(1991), pp.17-71.
- [3] Glover, F. and M. Laguna, *Tabu Search*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1997.
- [4] Ignacio, A.A.V., V.J.M.F. Filho, and R.D. Galvao, "Lower and Upper Bounds for a Two-level Hierarchical Location Problem in Computer Networks," *Computers and Operations Research*, Vol.35, No.6(2008), pp.1982-1998.
- [5] Jain, K., M. Mahdian, and A. Saberi, "A New Greedy Approach for Facility Location Problems," In Proceedings of the 34th Annual ACM Symposium on Theory of Computing 2002.
- [6] Kim, Y., Y. Lee, and J. Han, "A Splitter Location-Allocation Problem in Designing Fiber Optic Access Networks," *European Journal of Operation Research*, Vol.210, No.4(2011), pp.425-435.
- [7] Salman, F.F., R. Ravi, and J. Hooker, "Solving the Capacitated Local Access Network Design Problem," *INFORMS Journal of Computing*, Vol.20, No.2(2008), pp.243-254.
- [8] Sankawa, I., F. Yamamoto, Y. Ojumura, and Y. Ogura, "Cost and Quality Analysis of Passive Double-Star Optical Access Network Facilities for Broadband Service Multiplexing," *Journal of Lightwave Technology*, Vol.24, No.10(2006), pp.3625-3634.
- [9] Sherali, H.D., Y. Lee, and T. Park, "New Modeling Approaches for the Design of Local Access Transport Area Networks," *European Journal of Operational Research*, Vol.127, No.11(2000), pp.94-108.