

# FRP로 보강된 RC보의 휨거동 예측을 위한 해석모델

홍기남<sup>†</sup> · 이봉노 · 한상훈

충북대학교 토목공학과

(2011. 2. 7. 접수 / 2011. 4. 12. 채택)

## Analysis Model for Predicting the Flexural Behavior of RC Beam Strengthened with FRP

Ki Nam Hong<sup>†</sup> · Bong No Lee · Sang Hoon Han

Department of Civil Engineering, Chungbuk National University

(Received February 7, 2011 / Accepted April 12, 2011)

**Abstract** : This paper presents a new simple two-dimensional frame finite element able to accurately estimate the load-carrying capacity of reinforced concrete beams flexurally strengthened externally bonded fiber reinforced polymer (FRP) strips and plates. The proposed analysis model considers distributed plasticity with layer-discretization of the cross-sections and the bond-slip behavior of epoxy layer. The proposed model is used to predict the load-carrying capacity and the applied load-midspan deflection response of RC beams subjected to bending loading. Numerical simulations and experimental measurements are compared based on numerous tests available in the literature and published by different authors. The numerically simulated response agree remarkably well with the corresponding experimental results. Thus, the proposed model is suitable for efficient and accurate modeling and analysis of flexural strengthening of RC beams with externally bonded FRP sheets/plates and for practical use in design-oriented parametric studies.

**Key Words** : analysis model, flexural behavior, bond-slip behavior, FRP, flexural strengthening

### 1. 서론

현재 FRP(Fiber Reinforced Polymer)를 이용한 노후화 구조물의 보강방법은 그 설계법이 여러 국가의 설계코드에 제시되어 있을 정도로 전세계적으로 널리 사용되고 있다. 지난 20년간 FRP로 보강된 RC보의 거동을 예측하기 위해 광범위한 실험적 연구가 전세계적으로 수행되어 왔다. 특히 FRP로 보강된 구조물의 조기파괴를 정확하게 이해하는데 초점을 맞추어 왔다<sup>1)</sup>.

지금까지 FRP로 휨보강된 RC부재의 파괴모드의 예측과 휨강도 예측을 위한 해석적 연구도 많은 연구자들에 의해 진행되어 왔다. 그 중에서도 부착파괴의 이해와 모델링은 메커니즘의 복잡성으로 인해 많은 연구가 수행되어 있으며, 여전히 활발한 연구가 진행되고 있는 분야이다. 실무적으로도 다양한 소재와 방법으로 보강된 구조물의 파괴거동을

정확하게 예측할 수 있는 해석모델이 절실히 요구되고 있다. 기존 FRP로 보강된 RC보의 해석적 연구는 고전적인 뼈대요소와 비교하여 자유도수가 많은 뼈대요소, 2차원 plate/shell 요소, 또는 3차원 solid 요소를 적용한 조밀한 매쉬를 사용하였다<sup>2,3)</sup>. 이러한 해석모델들은 매쉬형성 및 해석시간이 오래 걸려 실무에서 적용하기에 어려움이 있다. Barbato<sup>4)</sup>는 기존 해석연구의 문제점을 해결하기 위하여 2절점 단일 뼈대요소를 이용한 단순 FE모델을 제안하고, 기존문헌의 실험데이터와의 비교를 통해 모델의 효율성을 검증하였다. 그러나 Barbato의 모델도 부착파괴를 예측하기 위해서는 FRP의 재료성능 대신 Monti-Renzelli 모델을 적용하여 유효응력을 산정해야하는 번잡함이 있다. 따라서 본 연구에서는 FRP 보강 RC보의 파괴모드를 해석적으로 결정할 수 있는 단순 해석모델을 제안하고, 기존 연구자들의 실험결과와 해석결과를 비교·분석하여 제안 모델의 적용성을 검증하였다.

### 2. 유한요소해석

<sup>†</sup> To whom correspondence should be addressed.  
hong@chungbuk.ac.kr

## 2.1. 해석모델

본 연구에서는 외부부착 FRP로 보강된 RC 부재의 해석을 위한 해석모델을 2차원 뼈대요소를 이용하여 제안하였다. 단면은 비선형 거동을 묘사하기 위해서 2차원 화이버로 모델링하였다. 콘크리트, 철근, FRP의 응력-변형률 거동을 나타내기 위해서 비선형 재료모델들을 적용하였다. 뼈대요소는 변위기반요소를 사용하여 수렴성을 향상시켰다. 또한 요소의 수를 줄이면서 해석의 정확도를 향상시키기 위해 각 뼈대요소당 5개의 적분점에 대해 Gauss-Lobatto 적분기법을 적용하였다. Fig. 1에 FRP 보강재로 보강한 RC보의 휨거동을 예측하기 위해 본 연구에서 제안한 해석모델을 나타내었다. RC보의 콘크리트와 철근은 화이버로 이상화 하였으며, 5개의 절점을 이용하여 4개의 뼈대요소로 모델링되었다. 하중이 증가하면 RC보와 FRP 보강재 사이에 슬립이 발생하게 되어 FRP 보강재의 인장력이 재분배된다. 이 과정에서 접착층의 전단성능 이상의 전단응력이 발생하게 되면 FRP 보강재에는 박리가 발생한다. 이와 같은 조기 파괴거동을 정확하게 예측하기 위하여 해석모델에서는 FRP 보강재와 RC보를 각각 따로 모델링하고 이를 강체로 연결시켰다. 또한 접착층의 전단거동을 묘사하기 위해 Zero-length 요소를 적용하여 FRP 보강재와 RC보 사이 접착층에서의 부착-슬립 거동을 모델링하였다. Fig. 1(a)에 표면부착공법에 의해 보강된 RC부재의 휨거동 예측을 위한 해석모델을 나타내었다. 모든 강체요소와 FRP가 만나는 절점에 Zero-length 요소를 적용하여 하중이 작용할 때 FRP의 단부박리 파괴를 묘사할 수 있도록 하였다. Fig. (b)는 단부정착 보강된 RC보의 해석모델을 나타내고 있다. 단부의 강체와 FRP가 만나는 절점을 강절로 처리하여 FRP가 단부에서 박리되지 않도록 모델링하였다. Fig. 1(c)는 긴장된 FRP로 보강된 RC보의 해석모델이다. 단부정착 보강과 같이 단부를 강절로 처리하고, FRP에 사전응력을 작용시켜 프리스트레싱 효과를 묘사할 수 있도록 하였다.

구조해석은 범용구조해석 프로그램인 OpenSees<sup>5)</sup>을 이용하여 수행하였다. 비선형 해석은 하중재하점에 수직변위를 가하여 내력을 계산하는 Newton-Rahpson법에 기초한 변위제어법을 사용하였다. 이때 변위의 증분은 0.001 mm로 지정하였다.

## 2.2. 재료모델

해석에 사용된 콘크리트의 재료모델을 Fig. 2에

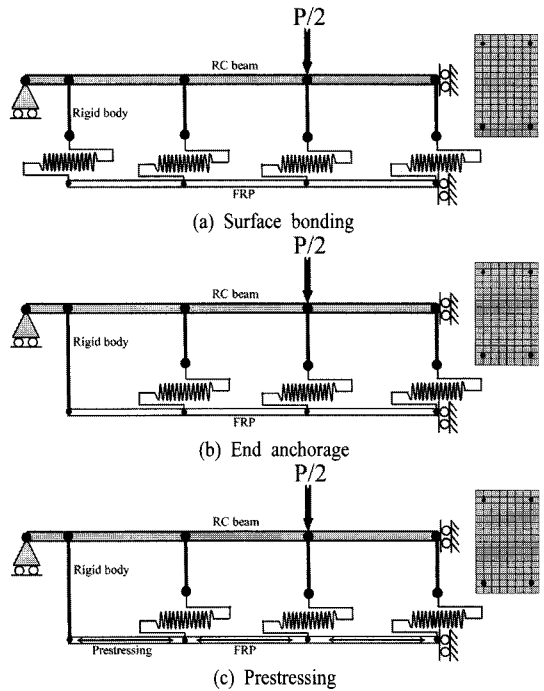


Fig. 1. Proposed analysis model.

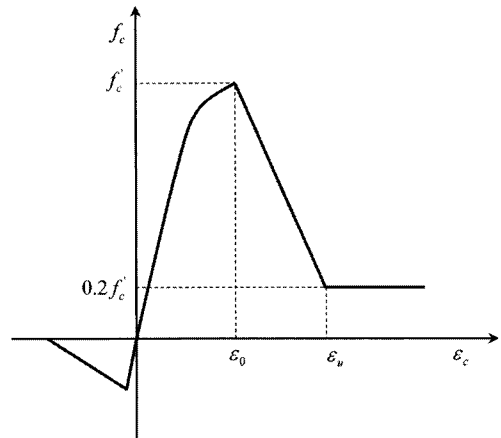


Fig. 2. Concrete material model.

나타내었다. 콘크리트의 압축거동은 Kent-Scott-Park 모델을 적용하였으며, 인장거동은 선형 인장연화거동을 가정하는 Fedeeas 재료모델을 적용하였다. Fig. 2에서  $f_c$ '는 콘크리트 압축강도,  $\epsilon_0$ 는 콘크리트 압축강도 발현 시의 변형률,  $\epsilon_u$ 는 콘크리트의 극한변형률을 나타낸다.

해석에 사용된 철근의 재료모델은 Fig. 3과 같이 Bi-linear 모델을 적용하였다. 변형률경화 구간에서의 탄성계수는 초기탄성계수의 1/100을 적용하였다. 또한, 직접인장실험을 통해서 얻은 철근의 응력-변

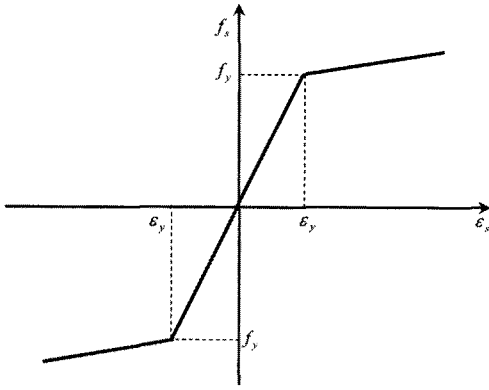


Fig. 3. Steel material model.

형률 관계와 콘크리트에 매립된 철근의 응력-변형률 관계에는 차이가 있다. 따라서 이를 고려하기 위하여 직접인장실험을 통해서 얻은 철근의 항복 응력 및 항복변형률을 Hsu<sup>6)</sup>가 제안한 모델을 통하여 매립된 철근의 거동으로 변환하여 적용하였다. Fig. 3에서  $\epsilon_y, f_y$ 는 각각 철근의 항복변형률, 항복 응력을 나타낸다.

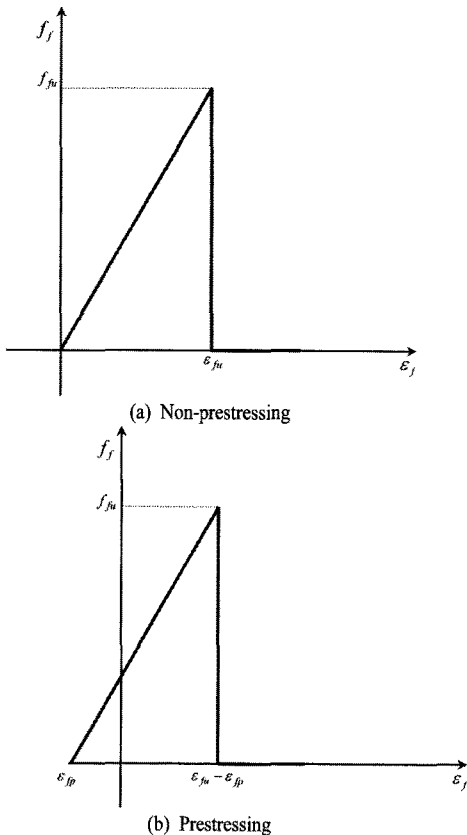


Fig. 4. FRP material model.

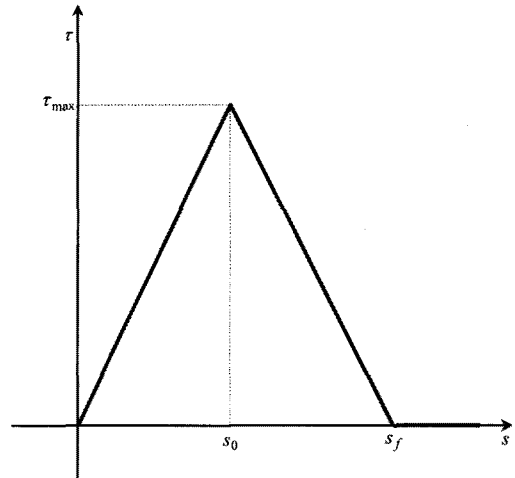


Fig. 5. Bond-slip model.

Fig. 4에는 해석에 사용한 FRP 재료모델을 나타내었다. FRP는 극한강도 발현이후 취성적으로 파단되는 것으로 고려하였다. Fig. 4(a)는 표면부착 및 단부정착된 FRP의 재료모델을 나타낸 것이다. Fig. 4(b)는 프리스트레싱 보강된 FRP의 재료모델을 나타낸 것이다. 프리스트레싱 보강된 FRP는 초기에 사전응력이 발생하고 있는 것으로 하여 프리스트레싱력이 RC부재에 작용되도록 하였다. Fig. 4에서  $\epsilon_{fu}$ 는 FRP의 극한변형률,  $\epsilon_{fp}$ 는 FRP의 사전변형률,  $f_{fu}$ 는 FRP의 극한강도를 나타낸다.

해석에서 적용한 콘크리트 표면과 FRP 사이의 에폭시층의 부착-슬립 모델은 Fig. 5에 나타낸 Lu 등<sup>7)</sup>의 모델이다. Lu 등의 모델은 에폭시층의 부착-슬립관계를 Bi-linear로 고려하고 있다. Fig. 5에서  $\tau_{max}$ 는 최대부착응력,  $s_0$ 는 최대 부착응력 발현 시의 슬립량,  $s_f$ 는 최대 슬립량을 나타낸다.

### 3. 해석

#### 3.1. 해석대상

본 연구에서 제안한 해석모델의 정확성을 검증하기 위해 기존에 국내·외에서 발표된 문헌자료로부터 실험데이터를 수집하여 재현해석을 실시하였다. 수집된 모든 실험체 단면, FRP 단면, FRP 재료적 특성을 Table 1~3에 나타내었다. 문헌에 명확하게 제시되어 있지 않은 피복두께, 사용철근의 강도 등과 같은 자료는 동일 저자에 의해서 발표된 유사논문을 검토하여 적용하였다. Table 1에는 표면 부착공법에 의해서 보강된 실험체들의 상세를 나타내었다.

Table 1. Surface bonding strengthening method

Authors	ID	Specimen size			FRP Properties				Num. of layers or strips
		Shear span (mm)	width (mm)	Height (mm)	$t_f$ (mm)	$b_f$ (mm)	$E_f$ (GPa)	$\varepsilon_{fu}$ (mm/mm)	
Garden et al. <sup>8)</sup>	1u.1.0m	390	100	100	0.80	67	111	0.0123	1 strip
	1u.4.5.2bar	1625	145	230	1.30	90	115	0.0108	1 strip
Esfahania et al. <sup>9)</sup>	B2-12D-1L15	600	150	200	0.18	150	237	0.0120	1 layer
	B3-12D-2L15								2 layers
	B4-12D-3L15								3 layers
Yang et al. <sup>10)</sup>	NFCB1	1200	200	300	1.30	50	173	0.0136	1 strip
	NFCW2								2 strips
Barros et al. <sup>11)</sup>	S1-EBR L	300	120	170	1.40	9.6	159	0.0170	1 strip
	S1-EBR M				0.11	80	240	0.0150	1 layer
	S2-EBR L				1.40	9.6	159	0.0170	2 strips
	S2-EBR M				0.11	80	240	0.0150	2 layers
	S3-EBR L				1.40	9.6	159	0.0170	3 strips
	S3-EBR M				0.11	80	240	0.0150	3 layers
한 등 <sup>12)</sup>	M0-III	1200	400	220	1.40	50	165	0.0120	1 strip
Shahavvy et al. <sup>13)</sup>	S5-PRE1	1067	203	305	0.17	230	141	0.0195	1 layer
	S6-PRE3								2 layers
	S6-PRE5								3 layers

Table 2. End-anchorage strengthening method

Authors	ID	Specimen size			FRP Properties				Num. of layers or strips
		Shear span (mm)	width (mm)	Height (mm)	$t_f$ (mm)	$b_f$ (mm)	$E_f$ (GPa)	$\varepsilon_{fu}$ (mm/mm)	
Esfahania et al. <sup>9)</sup>	B6	600	150	200	0.18	100	237	0.0120	1 layer
	B7					150			1 layer
	B8					150			2 layers
	B10	600	150	200	0.18	100	237	0.0120	1 layer
	B11					150			1 layer
	B12					150			2 layers
Garden et al. <sup>8)</sup>	2u.1.0m	390	100	100	0.8	67	111	0.0123	1 strip
	3u.1.0m								1 strip
Yang et al. <sup>10)</sup>	PFCU1-0R	1200	200	300	1.3	50	173	0.0136	1 strip
	PFCB1-0R								1 strip

수집된 표면부착보강 실험체의 실험데이터는 총 16개이다. Table 2에는 단부정착 보강된 실험데이터를 나타내었다. 단부정착 장치로는 슈트를 이용하여 단부를 U자로 보강한 경우와 금속 단부정착 장치를 부착하여 사용한 경우가 대부분이다. 단부정착 보강된 실험체의 실험데이터는 총 10개 수집되었다. Table 3에는 프리스트레싱 보강된 실험체의 실험데이터를 나타내었다. Table 3에 나타난 각 실험체의 프리스트레싱 레벨은 각 실험에서 사용된 FRP의 극한강도와 초기에 FRP에 도입된 응력의 비를 나타낸다. 프리스트레싱 보강 실험체의 수는 총 38개이다. Table 1~3에서  $t_f$ ,  $b_f$ ,  $E_f$ ,  $\varepsilon_{fu}$ 는 각각 실험에 사용된 FRP의 두께, 폭, 탄성계수, 극한 변형률을 나타낸다.

### 3.2. 해석결과

최대하중, 최대하중시의 변위, 하중-변위곡선의 비교를 통해 제안모델의 적용성을 검토하였다. Fig. 6은 표면부착 보강된 실험체의 최대하중에 대한 실험값과 해석값의 비교를 나타낸 것이다. Fig. 6에 나타난 실험체들의 실험값에 대한 해석값의 비는 평균 0.95, 표준편차 0.11로 해석모델은 비교적 정확하게 표면부착 보강된 실험체의 최대하중을 예측하는 것으로 나타났다. Fig. 7은 최대하중 시 발생한 변위의 실험결과와 해석결과의 비교를 나타낸 것이다. Fig. 7에 나타난 실험체들의 최대하중 시 변위의 실험값에 대한 해석값의 비는 평균 1.06, 표준편차는 0.50으로 나타나 해석모델이 비교적 정확하게 변위를 예측하는 것으로 나타났다.

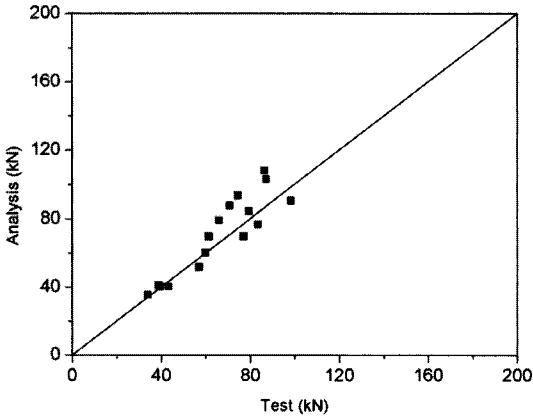


Fig. 6. Comparison of maximum load(surface bonding method).

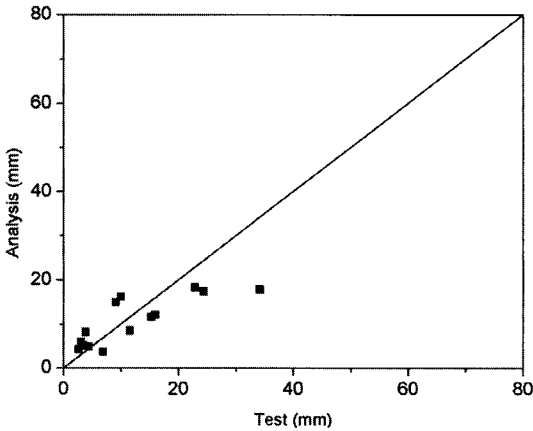


Fig. 7. Comparison of displacement corresponding to maximum load(surface bonding method).

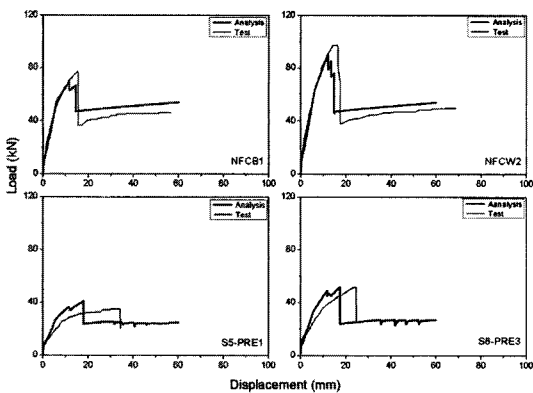


Fig. 8. Comparison of load-displacement curves(surface bonding method).

Fig. 8은 표면부착 보강된 대표 실험체들에 대한 하중-변위관계를 비교하여 나타낸 것이다. 해석결과는 NFCB1과 NFCW2의 휨강성 및 부착파괴 시점

을 비교적 정확하게 예측하였다. 그러나 S5-PRE1과 S6-PRE3에 대해서 해석결과는 부착파괴 시 변위를 과소평가하는 것으로 나타났다. 이는 Lu의 모델이 실험체의 부착-슬립 거동을 적절하게 평가하지 못했기 때문인 것으로 사료된다.

Fig. 9는 단부정착 보강된 실험체들의 최대하중에 대한 해석값과 실험값의 비교를 나타낸 것이다. 실험값에 대한 해석값의 비가 평균 1.08, 표준편차 0.18로 제안된 해석모델은 단부정착 보강된 실험체의 최대하중을 정확하게 예측함을 확인 할 수 있었다. Fig. 10은 최대하중 시 발생 변위의 해석값과 실험값의 비교를 나타낸 것이다. Fig. 10에는 8개 실험체의 결과만을 나타내었다. 이는 일부 실험체의 변위값이 문헌에 제시되어 있지 않기 때문이다. 단부정착 보강한 실험체의 최대하중 시 발생 변위의 해석값에 대한 실험값의 비는 평균 1.36, 표준편차 0.66으로 비교적 오차 크게 발생하는 것으로

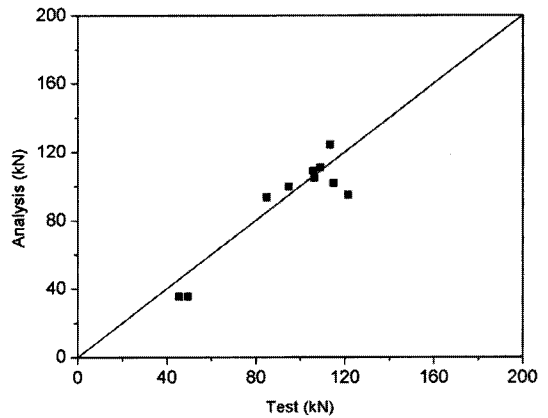


Fig. 9. Comparison of maximum load(end anchorage method).

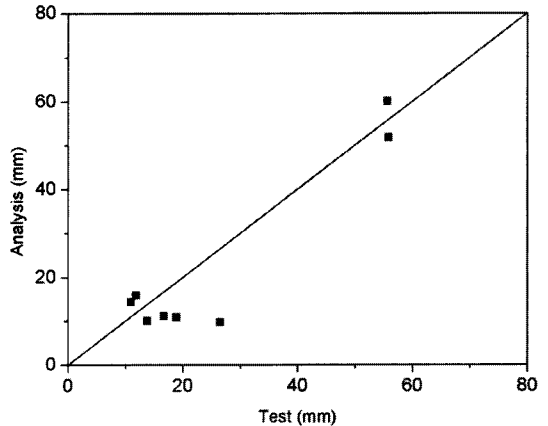


Fig. 10. Comparison of displacement corresponding to maximum load(end anchorage method).

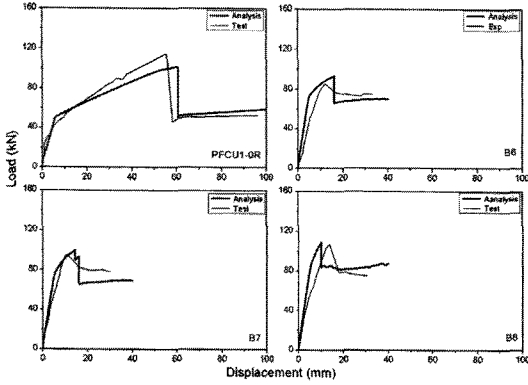


Fig. 11. Comparison of load-displacement curves(end anchorage method).

나타났다. Fig. 11에는 단부정착 보강된 실험체 중에서 대표적으로 PFCU1-0R, B6, B7, B8 실험체의 하중-변위 관계를 비교하여 나타내었다. 해석결과는 PFCU1-0R 실험체의 하중-변위 곡선 및 FRP 인장파단에 의한 파괴모드를 정확하게 예측함을 Fig. 11을 통해 확인할 수 있다. 반면에 B6, B7, B8 실험체에 대한 해석은 FRP의 급작스런 인장파단에 의해 파괴가 발생할 것으로 예측하고 있으나, 실험 결과는 연성적인 파괴 거동을 보이고 있다. 이는 최대하중 발현이후 FRP의 폭이 넓기 때문에 단부에 부분적인 응력집중이 발생하여 FRP가 동시에 파단되는 것이 아니라 부분적인 파괴가 진행되었기 때문인 것으로 사료된다.

Fig. 12는 프리스트레싱 보강된 실험체들의 최대하중에 대한 해석값과 실험값의 비교를 나타낸 것이다. 실험결과에 대한 해석결과의 비가 평균 1.03, 표준편차 0.14로 나타나 해석적으로 프리스트레싱 보강된 실험체의 최대하중을 정확하게 예측할 수

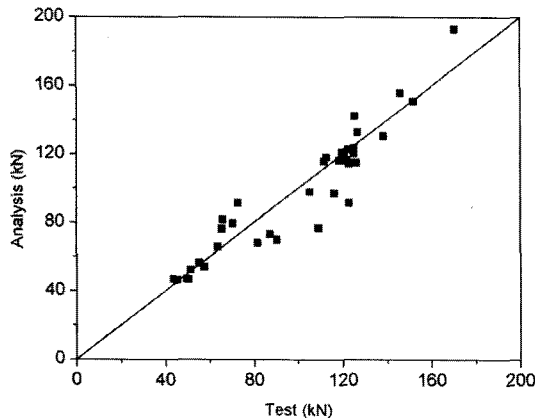


Fig. 12. Comparison of maximum load (prestressing method).

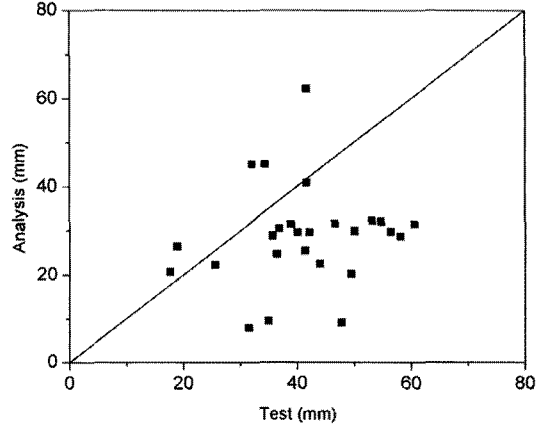


Fig. 13. Comparison of displacement corresponding to maximum load (prestressing method).

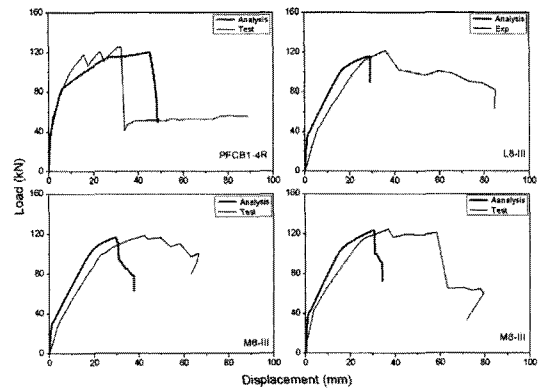


Fig. 14. Comparison of load-displacement curves (prestressing method).

있는 것으로 나타났다. Fig. 13은 최대하중 시 발생된 변위에 대한 실험값과 해석값의 비교를 나타낸 것이다. 해석치에 대한 실험치의 비가 평균 1.74, 표준편차 1.08로 나타나 해석값과 실험값 사이에 큰 오차가 발생함을 확인할 수 있었다. Fig. 14는 프리스트레싱 보강된 실험체 중에서 대표적으로 PFCB1-4R, L8-III, M6-III, M8-III 실험체의 하중-변위 곡선 비교를 나타낸 것이다.

해석결과는 최대하중 발생까지는 비교적 정확하게 모든 실험체의 하중-변위 관계를 예측하고 있으나, 그 이후 거동에 있어서 많은 차이가 발생함을 확인할 수 있다. 특히, 해석결과는 FRP의 취성적인 파단에 의한 파괴를 나타냈지만 실험결과는 최대하중 이후에도 상당한 연성구간을 갖는 것으로 나타났다. 해석에서는 FRP가 극한응력에 도달하면 FRP 전단면이 동시에 파단되지만, 실험에서는 단부정착부에 부분적인 응력집중이 발생하여 FRP

Table 3. Prestressing strengthening method

Authors	ID	Beam size			FRP Properties				Prestressing level (%)
		Shear span (mm)	width (mm)	Height (mm)	$t_f$ (mm)	$b_f$ (mm)	$E_f$ (GPa)	$\epsilon_{fu}$ (mm/mm)	
Garden et al. <sup>8)</sup>	4p.1.0 m 5p.1.0 m 6p.1.0 m	390	100	100	0.8	67	111	0.0123	25 25 50
	2p.4.5.2 bar 3p.4.5.3 bar 4p.4.5.3 bar 5p.4.5.3 bar	1625	145	230	1.3	90	115	0.0107	25 25 40 50
Yang et al. <sup>10)</sup>	PFCU1-2R PFCU1-4R PFCU1-6R PFCB1-2R PFCB1-4R PFCB1-6R PFCU1-4L PFCU1-6L	1200	200	300	1.3	50	173	0.0136	20 (Unbonded) 40 (Unbonded) 60 (Unbonded) 20 40 60 60 (Unbonded) 60 (Unbonded)
한 등 <sup>12)</sup>	M4-III M6-III M8-III M4-I M6-I M8-I M6-II M8-II M6-IV M8-IV L6-III L8-III H6-III H8-III U7-I U7-II U7-III U7-IV	1200	400	220	1.4	50	165	0.0120	33.3 50.0 66.6 33.3 50.0 66.6 50.0 66.6 50.0 66.6 50.0 66.6 50.0 66.6 58.3 58.3 58.3 58.3
Xue et al. <sup>14)</sup>	PC-1	950	150	250	1.4	50	150	0.0167	42.1
	PC-2 PC-3 PC-4 PC-5	950	150	250	1.4	20	150	0.0167	44.1 50.6 31.5 43.5

가 부분적으로 파단되기 때문에 이와 같이 최대하중 이후 해석결과와 실험결과에 큰 오차가 발생하는 것으로 생각된다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 FRP로 휨보강된 RC보의 휨거동을 예측할 수 있는 해석모델을 제안하고, 해석모델의 신뢰성을 검증하기 위해 수집된 실험데이터에 대한 재현해석을 실시하였다. 본 연구를 통해서 얻어진 결론은 다음과 같다.

1) 최대하중의 실험값에 대한 해석값의 비가 평균 표면부착 보강 0.95, 단부정착보강 1.08, 프리스트레싱 보강 1.03으로 나타나 제안된 해석모델은

휨강도를 정확하게 예측하는 것으로 나타났다.

2) 최대하중시 변위의 해석값에 대한 실험값의 비가 표면부착보강 1.06, 단부정착보강 1.36, 프리스트레싱보강 1.74로 나타나 해석결과는 변위를 과소평가하는 것으로 나타났다.

감사의 글 : 이 논문은 2009년도 충북대학교 학술연구지원 사업의 연구비 지원에 의하여 연구되었음(This work was supported by the research grant of Chungbuk University in 2009).

#### 참고문헌

1) 양동석, 고병순, 박선규, 유영찬, “콘크리트와 탄소섬유판 계면의 본드-슬립모델 산정”, 한국콘크

- 리트학회 가을학술발표논문집, 제17권, 제2호, pp. 635~638, 2004.
- 2) 박중렬, 조홍동, 한상훈, “탄소섬유판으로 휨보강된 철근콘크리트 보의 비선형거동 예측”, 대한토목학회논문집, 제24권, 제1A호, pp. 9~16, 2004.
  - 3) 한상훈, 이경동, “탄소섬유쉬트로 보강된 RC보의 유한요소해석”, 한국전산구조공학회 논문집, 한국전산구조공학회, 제16권, 제1호, pp. 53~58, 2003.
  - 4) Barbato, M., “Efficient finite element modeling of reinforced concrete beams retrofitted with fiber reinforced polymers”, *Computers and Structures*, 87, pp. 167~176, 2009.
  - 5) <http://opensees.berkeley.edu/OpenSees/home/>
  - 6) Hsu, T. T. C., “Unified Theory of Reinforced Concrete”, CRC Press, pp. 196~218, 1993.
  - 7) Lu, X. Z., Tang J. G., Ye, L. P., Jiang, J. J., “Bond-slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete”, *Engineering Structures*, Vol. 27, pp. 920~937, 2005.
  - 8) Garden, H. N., Hollaway, L. C., “An experimental study of the failure modes of reinforced concrete beams strengthened with prestressed carbon composite plates”, *Composite Structures*, Part B 29B, pp. 411~424, 1997.
  - 9) Esfahani, M. R., Kianoush, M. R., Tajari, A. R., “Flexural behaviour of reinforced concrete beams strengthened by CFRP sheets”, *Engineering Structures*, Vol. 29, pp. 2428~2444, 2007.
  - 10) Yang, D. S., Park, S. K., Kenneth W. N., “Flexural behaviour of reinforced concrete beams strengthened with prestressed carbon composites”, *Composite Structures*, Vol. 88, pp. 497~508, 2009.
  - 11) Barros, J. A. O., Dias, S. J. E., Lima, J. L. T., “Efficacy of CFRP -based techniques for the flexural and shear strengthening of concrete beams”, *Cement & Concrete Composite*, Vol. 29, pp. 203~217. Dissertation, TU Braunschweig, Germany, 2007.
  - 12) 한상훈, 홍기남, 김형진, 이상균, “CFRP판으로 프리스트레싱 보강한 RC 보의 휨거동에 관한 실험적 연구”, 대한토목학회논문집, 제25권, 2A호, pp. 301~310, 2006.
  - 13) Shahavvy, M. A., Arockiasamy, M., Beitelman T., Sowrirajan, R., “Reinforced concrete rectangular beams strengthened with CFRP laminates”, *Composite Structures*, Part B 27B, pp. 225~233, 1995.
  - 14) Xue, W., Tan, Y., Zeng, L., “Flexural response predictions of reinforced concrete beams strengthened with prestressed CFRP plates”, *Composite Structures*, Vol. 92, pp. 612~622, 2010.