한국초등수학교육학회지 15(1) 19-38.
2011. 04. 30
Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 15(1) 19-38.
April 30. 2011.

수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생의 개방형 문제해결 전략 및 행동 특성 분석[1]

김은혜[2] · 박만구[3]

본 연구의 목적은 개방형 수학 문제 해결 과정에서 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생의 문제해결 전략과 그 해결 과정에서 보이는 행동 특성을 비교 분석하는 것이다. 이 분석을 토대로 일반 수학 수업에서의 영재교육 대상 학생들을 위한 창의성을 강조한 수업의 가능성을 탐구하였다. 이를 위해 수학 영재교육 대상 학생 집단과 일반 학생 집단을 다단계 군집표집하여 수학 영재교육 대상 학생 55명과 일반 학생 100명을 선정하여 다양한 해법이 가능한 개방형 문제를 6개월 동안 제시하여 해결 전략 및 행동 특성을 분석하였다. 행동특성은 수업 관찰과 활동지 분석 및 개별 면담을 사용하였다. 연구결과 수학 영재 교육 대상 학생들이 일반 학생들에 비하여 다양한 전략을 보여 주었으나 많은 수학 영재교육 대상 학생도 고차원적 조작 능력이 미흡하였다. 또한 수학 영재교육 대상 학생의 행동 특성은 일반 학생에 비하여 집착력이 강하고 다양한 해법을 추구하는 면에서 뛰어났다. 그런데 과제의 특성에 따라서 반응의 양상이 다르게 나타나므로 수학 영재교육 대상 학생의 수준과 능력에 맞게 다양한 유형의 과제를 개발하여 제시할 필요가 있다.

[주제어] 수학 영재교육 대상 학생, 개방형 문제, 문제해결 전략, 행동 특성

Ⅰ. 서 론

본 연구의 목적은 개방형 수학 문제 해결 과정에서 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생의 문제해결 전략과 그 해결 과정에서 보이는 행동 특성을 비교 분석하여 영재교육 대상 학생을 위한 프로그램 개발에 시사점을 제공하는 것이다. 우리나라에서는 최근에 영재교육에 대한 중요성을 강조하고 있고 다양한 프로그램을 개발 보급하고 있다. 그리고 영재 대상 학생들을 일반 학급에서도 통합적으로 지도하려는 시도를 하고 있다.

영재교육의 프로그램의 핵심은 창의성을 신장시키기 위한 교육에 초점을 둘 필요가 있다. 왜냐하면 이들이 사회에서 역할을 하면서 살아가게 될 시대는 이전까지 경험해 보지 못한 엄청난 변화의 시기가 될 것이기 때문이다. 변화의 속도가 빠르고 예측불허의 시대에 영재성을 발휘하고 사회에 기여를 하면서 효과적으로 살아가도록 하기 위해서는 무엇보다도 어떤 상황 속에서도 유연하게 대처할 수 있는 창의성 교육이 절실하게 되었다.

전미수학교사협의회[NCTM](2000)에서 복잡한 현대사회를 살아 갈 학생들에게 필요한

---

1) 본 논문은 제1저자의 2010년 석사학위 논문을 기반으로 수정 보완한 것임.
2) [제1저자] 서울 천호초등학교
3) [교신저자] 서울교육대학교 수학교육과

것으로 창의적인 능력을 강조하고 있고, 우리나라 제 7차 교육과정에서도 '기초 능력을 토대로 창의적인 능력을 발휘하는 사람'을 인간상으로 규정하고 있다(교육인적자원부, 1998). 따라서 수학 수업에서 일반 학생이나 영재교육 대상 학생들을 위한 창의성 신장을 위한 교수학습 모형을 적용하여 수학교육에서 창의성을 신장하도록 도울 필요가 있다. 특히, 큰 잠재력을 가지고 있는 영재교육 대상 학생들은 그들의 특성에 따라 발문을 다양화하고 변형하고 심화하여 적절한 발문과 정보가 풍부한 문제로 지도를 할 필요가 있다(김남균, 2003; 한정민, 박만구, 2010; Small, 2009).

그러나 현재 우리나라의 창의성 교육은 많은 문제점을 가지고 있다. 교사들은 창의성 계발에 필요한 시간적 여유가 부족하며 창의성 교육 프로그램은 다양하지 못하며 그 질적 수준이 매우 낮아 창의성 교육에 미흡한 실정이다(남승인, 2007). 한편 영재를 위한 교수법에서 강조되어야 할 것은 결과적인 지식의 양을 많이 제공해 주는 것보다는 수학적 사고를 유발하고 그 사고를 이끌어 낼 수 있는 태도가 형성되도록 안내하는 수업을 제공할 필요가 있다(김양권, 송상헌, 2010; 송상헌, 2002). 그리고 무엇보다도 학생들의 창의성을 자극할 수 있는 다양하고 풍부한 과제의 개발이 필요하다.

수학교육에서 개방형 문제가 이를 위한 하나의 대안이 될 수 있다. 그동안의 많은 연구들에서 개방형 문제의 활용이 창의력을 향상시키는데 도움이 된다고 밝히고 있다(김명숙, 2009; 김양권, 송상헌, 2010; 김영실, 2004; 변은진, 2001; 윤미나, 2007; 정민주, 2001; 한정민, 박만구, 2010; Becker & Shimada, 1997; Hertzog, 1998; Small, 2009). 또한 이는 새로운 문제를 제기하고 탐구할 수 있는 보다 열려진 경험을 통해 창조적인 사고에의 도전 기회를 제공하기 때문에 영재교육에서 더욱 중요시되고 있다(노지연, 2006; 송상헌, 1998). 특히 개방형 문제가 영재교육에 더욱 절실한 이유는 다양한 수학적 욕구와 다방면에서 개인적인 능력을 가지고 있는 학생들로 하여금 좀 더 구체적으로 자신의 사고를 알 수 있는 기회를 주고, 독창적인 아이디어를 발현하게 함으로써 자신의 잠재력을 발견하도록 하는 데 있다(박화영, 김수환, 2006). 수학영재들은 많은 양을 학습하면서 보다 상위 학년의 내용을 이해하거나 기존의 문제를 재빨리 해결하는 차원을 넘어, 고도의 직관을 이용하여 과제의 원리를 이해하고 창의적인 해법으로 일반화하기도 하며 관련된 새로운 문제를 만들어내기도 하는 등 보다 창조적인 활동을 즐거워한다(김유미, 류성림, 2010; 김지원, 2003; Renzulli & Reis, 1997; Kruteskii, 1976; Wertheimer, 1999).

김시명(2006)은 고등학교 수학 영재학생과 수학 우수학생의 개방형 문제에 대한 행동 특성을 분석하였으며, 오종필(2007)은 중학교 수학 영재학생의 행동 특성을, 이강섭, 황동주(2003)은 중학교 영재학생과 일반 학생의 반응에 대한 연구를 하였다. 또한 초등에서는 초등학교 수학 영재학생들의 개방형 문항에 대한 반응 연구(정민주, 2001; 김세정, 2007)와 수학과 개방형 문제 해결과정에서 나타난 창의적인 반응에 대한 분석(박필옥, 2006) 등이 있다. 그러나 초등수학 영재학생들의 개방형 문항에 대한 행동 특성 분석이나 일반 학생과의 비교 분석은 아직 이루어지고 있지 않아 실제적인 수업 연구와 학습자료 개발에 영향을 주는 미시적인 연구로 발전하지 못하였다.

따라서 본 연구에서는 개방형 문항에 대한 수학 영재교육 대상 학생(이전의 연구에서는 수학 영재, 수학 영재 학생, 수학 영재아 등으로 다양하게 명명하는데 본 연구에서는 정확하게 '수학 영재 학생'이라 부르는 것을 대신하여 '수학 영재교육 대상 학생'으로 명명하였다.)과 일반 학생의 문제해결 전략과 그 해결 과정에서 이들이 보이는 행동의 특성을 보다 미시적인 관점에서 비교 분석하였다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 개방형 문제

가. 개방형 문제의 정의

수학적 창의성을 고려하는 수업에서는 문제 해결 과정에서 다양한 방법을 찾는 활동을 하거나 문제를 인식하는 경우에 따라 다양한 답에 이르게 하는 수업을 지향하고 있으며 이를 일반적으로 개방형 문제라고 일컫는다(남승인, 2003; 박화영, 김수환, 2006; Becker & Shimada, 1997; Hertzog, 1998). 본 연구에서는 일반적인 수학 문제와 같이 주어진 하나의 문제에 대해 유일한 정답만 존재하는 것이 아니라, 문제 접근 방법에 따라 다양한 해결 전략을 이용하여 여러 가지 답을 산출할 수 있는 문제를 개방형 문제로 정의하였다.

나. 개방형 문제의 유형

개방형 문제는 다양한 형태가 가능할 수 있는데 권오남(2000)은 개방형 문제를 고착화 깨기, 다양한 답, 다양한 전략/전략 탐구하기, 문제 만들기, 선택하고 평가하기로 분류하였다. Becker와 Shimada(1997), 방승진, 이상원(2001)은 관계와 법칙을 발견하는(how to find) 문제, 분류(how to classify) 문제, 수량화(how to measure)로 분류하였다. 본 연구에서는 츠보타 코조(坪田耕三, 1993)의 분류에 따라 관계나 법칙을 찾아내는 문제, 분류하는 문제, 수량화 문제, 역(逆)문제, 조건불비(條件不備)의 문제, 구성활동적(構成活動的) 문제로 나누어 살펴보았다. 그 각 유형의 내용은 다음과 같다(정동권, 1996 재인용).

1) 관계나 법칙을 찾아내는 문제

이는 곱셈 구구단표를 보여주고, "이 표에서 나타나는 규칙을 되도록 많이 찾아보아라." 와 같은 발문으로 대표될 수 있으며, 대체로 수량 사이의 함수 관계가 내재하도록 만들어진 문제이다.

2) 분류하는 문제

동일 범주에 속하는 다른 구체적인 예를 많이 열거하고 그 가운데서 하나의 대상을 지정하여 그것과 같은 특징을 갖는 것들을 찾아보게 하는 문제로서, 이 경우 그 특징을 파악하는 관점이 다양할수록 많은 해가 도출될 수 있다.

3) 수량화 문제

정도의 차가 나타나는 구체적인 수학적 장면을 제시하고, 그 정도의 차이를 수량화하는 방법을 탐구하도록 하는 것으로서, "순위를 결정하는 다양한 방법을 생각해 보아라."와 같은 발문으로 대표될 수 있으며, 수로서 나타내는 방법이나 기준을 다양하게 정해가는 문제이다.

4) 역(逆)문제

조건과 결론 부분을 거꾸로 구성하여 답이 유일하게 설정되지 않도록 짜여진 문제이다. 이와 같은 문제는 주로 수나 연산영역에서 효과적으로 사용할 수 있으며, 학생들의 생각의 폭을 보다 더 확장시킬 수 있고, 학생들의 수준을 충분히 고려함으로써 적극적이고 발전적으로 수학 학습에 참여함과 동시에 다음 학습으로 연계시킬 수 있는 효과가 있다.

5) 조건불비(條件不備)의 문제

대부분 통상적인 문제와 거의 차이가 없어 보이지만, 답을 생각할 때는 주어질 수 있는 가능한 조건을 다양하게 들춰내어 각 경우마다의 답을 찾아야하는 문제로서 예를 들면, "약 5000이라는 수는 원래 어떤 수였던가?"라는 문제가 이에 해당된다. 여기에 답하는 경우에는 5000이 어떤 자리가지의 어림수인가, 반올림이나 올림, 버림 등 어떤 어림수 처리를 하느냐에 다라 다른 답을 하지 않으면 안 된다. 결국, 그 부족한 조건을 스스로 찾아서 챙겨야 하기 때문에 다양성이 보장되는 문제라 할 수 있다.

6) 구성활동적(構成活動的) 문제

실제로 학생으로 하여금 어떤 것을 만들어 보게 하는 활동으로서, 입체의 전개도를 가지고 각자 자유롭게 면을 잘라서 어떤 입체를 구성해 보도록 하는 활동이나, 기하판 위에 주어진 길이를 한 변으로 하는 이등변삼각형의 구성 활동들이 이에 해당된다.

다. 개방형 문제의 평가

학생들의 전략이 다양하기 때문에 개방형 문제의 평가는 창의성에 주안점을 둘 필요가 있다. Becker와 Shimada(1997)는 <표 1>과 같이 유창성, 융통성, 독창성으로 분류하여 평가하였다.

<표 1> 창의성 요소에 따른 평가 내용

평가 관점	평가 내용
유창성	- 학생 개개인이 해답 또는 해답을 구하기 위한 방법을 얼마나 많이 만들어 낼 수 있는가? - 반응의 총수
융통성	- 학생들은 서로 다른 수학적 아이디어를 얼마나 많이 발견할 수 있는가? - 긍정적인 반응의 수
독창성	- 학생들의 생각(idea)이 얼마나 통찰력 있고, 독창적인가? - 긍정적인 반응의 가중치

2. 수학 영재 학생의 행동 특성

기존의 연구를 바탕으로 황동주(2005)는 수학 영재 행동 특성(Behavioral Characteristics of Mathematical Gifted)을 일반적인 수학 정신 능력(General Mathematical mental Ability), 수학적 능력(Mathematical Ability), 수학과 연결성(Mathematics Connect), 정보수집과 처리 능력(Processing and Obtaining Mathematical Information), 과제집착력(Task Commitment), 의사소통능력(Communication Ability), 독립성(Independence)과 수학적 태도(Mathematics Attitude)로 구분하였다. 또한 김시명(2006)은 이를 토대로 개방형 문제 해결에 나타난 행동특성을 일반적인 수학 정신 능력, 수학적 능력, 정보수집과 처리 능력, 수학적 성향, 수학과 연결성, 과제 집착력, 의사소통능력, 독립성으로 분류하였다. 본 연구에서는 이 둘의 연구를 기반으로 행동특성을 (1) 일반적인 수학 정신능력, (2) 수학적 능력, (3) 정보수집과 처리 능력 (4) 수학적 성향을 중심으로 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생에게 나타나는 행동특성을 분석하였다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 참여자

본 연구는 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생의 개방형 문제 해결 과정을 분석하기 위해 수학 영재교육 대상 학생 집단과 일반 학생 집단을 다단계 군집표집(multi-stage cluster sampling)하였다. 수학 영재교육 대상 학생은 수학 영재교육 대상자로 선발되어 1년 이상 수학 영재수업을 받은 서울특별시 A 과학영재교육원 기본반과 심화반 학생 55명을 대상으로 하였다. 그리고 일반 학생은 수학 영재교육을 받은 경험이 있는 학생이 한 명도 없는 서울특별시 소재 초등학교 6학년 3개 학급 100명의 학생을 선정하였다.

2. 개방형 문제의 개발 및 연구 절차

개방형 문제지는 초등학교 6학년 교육과정을 벗어나지 않으며 하나의 문제를 다양한 방법과 전략을 사용하여 해결할 수 있는 도전적인 과제로 구성하였다. 개방형 문제는 김영실(2004)의 사전, 사후 창의력 검사지, 오종필(2007)의 개방형 문제지, 정은미(2004)의 개방형 문제 등을 수정·보완하여 츠보타 코조(坪田耕三, 1993)의 6가지 분류에 따라 관계나 법칙을 찾아내는 문제, 분류하는 문제, 수량화하는 문제, 역(逆) 문제, 조건 부족 문제, 구성 활동적 문제로 분류하여 각 요소별로 한 문제씩 6문제로 구성하였다. 그러나 개방형 문제를 하위 요소에 따라 명확하게 분류하는 것이 어려우며 초등학생이 연구 참여자이므로 실험 시간이 너무 길어지면 집중력이 약해지는 문제를 감안하여 역(逆) 문제와 구성 활동적 문제를 하나의 문제로 묶어 5문제로 수정하여 <표 2>와 같이 구성하였다.

<표 2> 개방형 문제의 개발

문항	학습 주제	문제	坪田耕三의 분류
문제 1	주사위 수 규칙 찾기	주사위에서 나오는 모든 눈의 수가 있는 표에서 규칙 10가지 찾기	관계나 법칙을 찾아내는 문제
문제 2	도형 분류하기	도형의 특징 5가지를 찾고, 이에 따라 분류하기	분류하는 문제
문제 3	대표 선수 뽑기	5회에 걸친 예비시험 점수를 보고, 반 대표 뽑는 방법 5가지 설명하기	수량화 하는 문제
문제 4	수 규칙 만들기	1, 3, 5, 7, 9를 이용하여 규칙 10가지 만들고, 설명하기	조건 부족 문제
문제 5	평면도형 만들기	넓이가 48㎠인 평면도형을 10개 그리기	역(逆) 문제, 구성 활동적 문제

문제지 작성 시에는 문제의 해결에서 일반적인 풀이를 포함하여 단순히 많은 해결방법을 구하는 것보다는 수학 영재교육 대상 학생들에게 자신의 문제 풀이 방법 및 해결 과정을 설명할 수 있는 기회를 제공하기 위해 해결 방법의 개수를 정하여 문제지를 작성하였다. 마지막으로 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생에게 개방형 문제지를 투입하기 전에

20명의 6학년 일반 학생을 무선추출하여 문제를 해결하는 속도를 점검하여 문제 해결시간을 50분으로 결정하였다. 이렇게 구성된 개방형 문항을 영재교육원 교사 2인, 일반 초등교사 2인, 그리고 전문가 1인의 조언을 받아 수정 보완하여 사용하였다.

3. 자료의 수집

자료 수집은 2009년 9월부터 2010년 2월까지 하였으며, 행동특성에 대한 관찰 자료 수집을 위하여 학생들의 수업을 미리 관찰하고 다른 분야의 활동지 등을 모아 분석함으로써 학생들의 성향을 파악하였다. 개방형 문제지는 미리 예비 시험을 통하여 적절한 시간으로 결정된 50분의 시간 동안 문제를 해결하도록 하였다. 특히, 문제 해결 방법의 수를 제한함으로써 학생들이 앞의 문제를 풀다가 시간이 부족하여 뒤의 문제를 해결하지 못하는 것을 예방하도록 하였다. 답안 작성 시에는 학생들의 사고 과정이나 제시된 수 이상의 문제 해결을 할 경우 답안지에 생각하여 작성한 모든 것을 지우지 않고 그대로 나타내도록 하였다.

검사를 하는 동안 수학 영재교육 대상 학생들의 행동 특성의 분석을 위해 학생들의 특이사항이나 질문 등을 기록하였으며, 필요한 경우 이후 개별 면담을 하였다. 일반 학생들의 경우에는 검사 시 관찰이나 수업 참관이 불가능하여 각반 담임교사로부터 아이들의 행동이나 질문 등을 기록하도록 하였다.

4. 자료의 분석

가. 개방형 문제 전략의 분석

수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생이 개방형 문제를 해결해 나가는 과정에서 보이는 여러 가지 전략을 분석하였다. 우선, 유형별, 그룹별 진술 횟수, 정답률, 진술에 대한 정답률을 비교 하였다. 두 번째로 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생이 문제를 해결하는 다양한 방법을 범주화하고, 그 중에서 독창적인 해결전략을 사용한 사례 등을 비교해 보았다.

마지막으로 앞에서 개방형 문제의 새로운 채점 방법으로 언급했던 창의성 점수를 그룹별로 비교하였다. 지금까지의 수학 창의성의 측정은 본질적으로 산출물에 근거하여 이루어졌다. 김홍원, 김명숙(1997), 송상헌(1998), Lee, Hwang, & Seo(2003), 한국교육개발원(김홍원, 김명숙, 1997), Renzulli & Reis (1997)에서 개발한 수학 창의성 문제 해결력 검사에서는 유창성, 융통성, 독창성을 측정하였다. 한편, 김시명(2006)에 따르면 유창성, 융통성, 독창성을 개방형 문제의 평가에 사용하였다. 본 연구에서도 창의성 점수를 융통성, 유창성, 독창성으로 부여하였다. 점수 부여 방식은 다음과 같다.

1) 융통성

학생들의 반응을 몇 개의 범주화된 유형으로 조사한다. 한 범주 당 답의 개수를 생각하여 답을 10개를 쓰라고 한 경우는 범주에 해당되는 것의 수에 따라서 1개에 1점씩 최대 점수가 10점, 5개를 쓰라고 한 경우는 2를 곱하여 10으로 맞추어 계산하였다.

2) 유창성

학생이 반응한 정답의 개수로서 파악하였으며, 하나의 범주 유형 안에서 여러 개의 답을 쓴 경우, 최대 5점까지만 인정하였다. 유창성의 경우에도 문제에서 요구한 답안의 개수가 10개인 경우는 한 개에 1점, 5개인 경우는 2점으로 하였다.

3) 독창성

독창성 점수는 다른 학생들이 하지 않은 독창적인 반응을 하였을 때 부여하였다. 즉, 먼저 반응 유형에 따라 몇 명의 학생들이 응답하였는지 그 빈도를 계산하고 빈도가 분석된 반응 유형이 몇 % 이내에 속하는지를 조사한 다음, 1% 미만인 경우 3점을, 1% 이상 2% 미만인 경우 2점, 2% 이상 3% 미만인 경우 1점, 3% 이상인 경우 0점을 부여하였다.

나. 행동 특성 분석

본 연구에서는 행동특성을 (1) 일반적인 수학 정신능력, (2) 수학적 능력, (3) 정보수집과 처리 능력, (4) 수학적 성향을 중심으로 분석하였다.

Ⅳ. 결과 분석

1. 개방형 문제의 성취도와 풀이 전략 특성 분석

가. 성취도 분석

문제에 대한 전반적인 성취도는 수학 영재교육 대상 학생이 일반 학생에 비해 월등히 높았다. 문제 유형에 따른 성취도 비교는 <표 3>과 같다.

<표 3> 문제 유형에 따른 성취도 비교

문항	문제유형	일반 학생			수학 영재교육 대상 학생		
		응답률	정답률	응답에 대한 정답률	응답률	정답률	응답에 대한 정답률
문제1	관계나 법칙을 찾아내는 문제	47.50	32.60	68.63	79.27	69.64	87.84
문제2	분류하는 문제	54.00	31.00	57.41	94.91	91.27	96.17
문제3	수량화 하는 문제	62.40	36.80	58.97	92.00	74.18	80.63
문제4	조건 부족 문제	45.10	29.00	64.30	67.27	53.09	78.92
문제5	역(逆) 문제, 구성 활동적 문제	47.70	32.10	67.30	90.91	79.27	87.20

(단위 : %)

문제 유형에 따른 풀이를 시도한 응답률은 수학 영재교육 대상 학생의 경우 분류하는 문제에 대한 응답률이 가장 높았던 반면, 일반 학생의 경우는 수량화 하는 문제의 응답률이 가장 높았다. 한편, 응답률이 가장 낮은 문제 유형은 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생 모두 조건 부족 문제였다. 전반적으로 두드러지는 점은 수학 영재교육 대상 학생의 경우, 대부분의 유형들이 가장 높은 응답률에 가까운 반면, 일반 학생의 경우에는 대부분의 유형들이 가장 낮은 응답률에 가까웠다.

문제 유형에 따른 정답률은 수학 영재교육 대상 학생의 경우 분류하는 문제에 대한 정

답률이 가장 높았던 반면, 일반 학생의 경우에는 수량화 하는 문제의 정답률이 가장 높았다. 한편, 정답률이 가장 낮은 문제 유형은 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생 모두 조건 부족 문제였다. 수학 영재교육 대상 학생의 경우 분류하는 문제가 응답률과 정답률이 모두 높았고, 조건 부족 문제가 응답률과 정답률이 가장 낮았다.

그러나 이러한 결과만으로 응답률이 높을수록 정답률이 높다고 일반화 할 수는 없다. 먼저, 위에서 언급한 것과 같이 응답률에 따른 정답률이 가장 높은 것은 수학 영재교육 대상 학생은 분류하는 문제이고, 가장 낮은 것은 조건 부족 문제였다. 이로써 수학 영재교육 대상 학생에게는 응답률과 정답률이 가장 높은 것과 가장 낮은 것이 응답률에 대한 정답률이 가장 높은 것과 가장 낮은 것과 동일한 것을 알 수 있다.

<표 4> 집단에 따른 문제별 점수의 평균 및 표준편차

종속변수	집단	평균	표준편차	사례수	t	p
문제1	일반 학생	32.60	30.50	100	-7.7211***	0.0000
	수학 영재교육 대상 학생	69.64	24.64	55		
문제2	일반 학생	31.00	37.10	100	-11.3274***	0.0000
	수학 영재교육 대상 학생	91.27	17.96	55		
문제3	일반 학생	36.80	36.59	100	-6.6200***	0.0000
	수학 영재교육 대상 학생	74.18	27.40	55		
문제4	일반 학생	29.00	30.93	100	-4.6254***	0.0000
	수학 영재교육 대상 학생	53.09	31.20	55		
문제5	일반 학생	32.10	36.58	100	-8.7159***	0.0000
	수학 영재교육 대상 학생	79.27	22.18	55		

*** $p < 0.001$

집단에 따른 성취도 점수는 $p<0.001$인 수준에서 유의미한 차이가 있었다. 그러나 응답률, 정답률, 응답률에 따른 정답률이 최고와 최소 사이에 있는 것들 간의 패턴은 일정하게 나타나지 않고 있다. 일반 학생의 경우에는 응답률에 따른 정답률이 가장 높은 것은 관계나 법칙을 찾아내는 문제였고, 가장 낮은 것은 분류하는 문제였다. 이는 응답률, 정답률이 높은 것과는 매우 다른 패턴이며, 특히 정답률이 가장 낮았던 조건 부족 문제의 경우에는 응답에 대한 정답률이 비교적 높게 나타나는 경향까지 보이고 있다.

한편, <표 4>는 집단에 따라 각각의 문제들에 대해 가지고 있는 점수들의 평균과 표준편차를 나타내고 있다. 전체적으로 수학 영재교육 대상 학생의 평균이 일반 학생의 평균에 비해 월등히 높은 반면, 표준편차는 대체로 수학 영재교육 대상 학생들이 더 작게 나타났다. 이는 수학 영재교육 대상 학생들은 선발을 통해 수준이 비슷한 반면 일반 학생은 다양한 수준을 가지고 있기 때문으로 보인다. 그러나 문제 4, 조건 부족 문제의 경우에는 다른 문항들과 달리 일반 학생과 수학 영재교육 대상 학생의 표준편차가 거의 비슷하게 나타났다.

나. 해결전략 분석

1) 관계나 법칙을 찾아내는 문제

다음은 서로 다른 2개의 주사위 A, B를 던질 때 나올 수 있는 눈의 수의 모든 경우를 표로 나타낸 것입니다. 이 표를 가로, 세로, 대각선 등으로 보아서 규칙을 10가지 찾아보세요.

주사위A / 주사위B	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

이 과제는 두 개의 주사위를 던져서 나올 수 있는 눈의 수의 경우를 배열해 놓은 표에서 여러 가지 관계나 법칙을 찾아내는 것을 목표로 하였다. 이는 기본적으로는 일반 수학 시간에 수 배열표를 보고, 규칙 찾는 문제를 해결했던 것과 같은 방식으로 해결할 수 있다. 학생들의 전략은 매우 다양하게 나타났는데 수열로 정리한 경우, 증감으로 본 경우, 일정합과 일정차를 찾은 경우, 함수로 본 경우, 그래프를 생각한 경우, 경우의 수를 따진 경우, 최대·최소를 따진 경우, 일정한 수를 본 경우, 구성성분을 따진 경우, 표에서 대칭을 찾은 경우, 도형화한 경우, 연산을 가하여 그 값을 비교한 경우, 변형을 한 경우, 값의 분포를 본 경우, 곱하여 증가율을 본 경우, 비를 본 경우, 구성하고 있는 수를 본 경우, 여러 칸의 규칙성을 본 경우, 패턴화한 경우, 제곱수, 배수를 찾은 경우, 문자 모양을 생각한 경우, 집합으로 생각한 경우 등을 관찰할 수 있었다. 이 결과에는 일반 학생에게서만 찾아볼 수 있는 것과 수학 영재교육 대상 학생들에게서만 찾아볼 수 있는 결과가 있었다.

우선 주목할 만한 것은 연구 참여대상자가 일반 학생이 100명, 수학 영재 교육 대상자는 55명으로 일반 학생이 더 많음에도 불구하고 정답의 해결 방법만을 대상으로 분석한 결과 일반 학생의 해결 방법 수는 251건, 수학 영재 교육 대상자의 해결 방법 수는 357건으로 수학 영재교육 대상 학생의 해결 방법 수가 100건 정도가 더 많게 나타났다는 것이다. 또한 수학 영재교육 대상 학생에게서는 일반 학생에 비해 다양한 해결 방법이 나타났으며, 많이 나타나는 해결 방법과 적게 나타나는 해결 방법의 차이가 적은 편이었던 반면 일반 학생의 경우에는 특정 해결 방법이 집중되어 나타났고, 일반 학생들에게 나타난 14가지의 해결 방법 중 9가지 해결 방법은 5명 이하의 학생에게서만 나타났다.

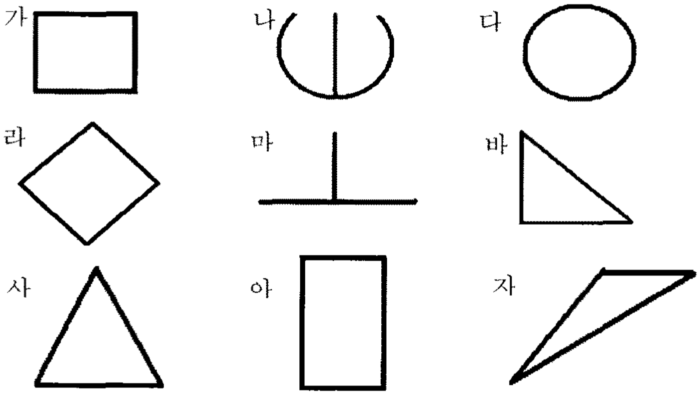
수학 영재교육 대상 학생 집단과 일반 학생 집단 모두에서 가장 많이 나타났던 것은 증감만을 생각한 것으로 일반적인 규칙 찾기 문제에서 가장 많이 발견되는 형태였다. 일반적으로 학생들의 전략 추이는 비슷하지만 일반 학생의 경우 증감을 생각한 것이 48.61%로 절반에 가까웠다. 이는 수들 간의 관계를 새로 형성한다기보다는 있는 그대로의 수들에서 찾을 수 있는 낮은 수준의 법칙 발견하기라고 할 수 있다. 한편, 수학 영재교육 대상 학생에게는 함수로 생각하는 경우, 그래프로 생각하는 경우, 경우의 수를 생각하는 경우, 도형화 하는 경우, 변형하여 생각하는 경우, 구성수를 생각하는 경우, 제곱수를 생각하는 경우, 문자의 형태로 따지는 경우, 집합으로 생각하는 경우 등 전략이 다양하게 나타났다. 또한

이 중에 함수로 생각하는 경우, 그래프로 생각하는 경우 등은 1~2명에게만 나타나는 특이한 전략이 아닌 2% 정도의 학생들이 생각해낸 전략이었으며, 경우의 수로 생각하는 경우는 수학 영재교육 대상 학생에게는 5% 이상의 학생에게 나타나는 전략이었다. 반면 일반 학생에게만 나타나는 해결방법은 없었으며 일반 학생의 경우에는 많은 전략들이 1명의 학생에게만 나타났으며, 증감으로 본 경우, 일정합과 일정차를 찾은 경우, 일정한 수를 본 경우, 구성성분을 따진 경우, 배수를 찾은 경우 등 5가지 정도의 방법에 해결방법이 집중되어 있었다.

2) 분류하는 문제

제시한 과제는 제시된 도형들을 보고 기준을 세워 분류하는 것을 목표로 하였다. 학생들이 세운 기준은 닫힘 여부, 각의 개수 차이, 선분 수, 꼭짓점의 개수, 대칭, 회전시 변화 여부, 빈틈없이 붙일 수 있는지의 여부, 곡선 · 직선 여부, 대각선의 유무, 같은 길이의 존재 여부, 다각형 여부, 도형으로의 세분화, 연결성, 면 구성 유무, 넓이 유무, 수직 · 수평 여부, 방사형 여부, 무게 중심의 위치, 한붓그리기 가능성 여부, 예각 · 직각 · 둔각, 모양 상의 분류, 입체의 단면 가능성 여부, 느낌으로의 분류 등이 있었다. 분류하는 문제에 대해서는 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생의 전략 추이가 매우 다르게 나타났다.

다음 그림은 여러 가지 도형을 나타낸 것입니다. 도형의 특징을 5가지 찾아서 분류해 보세요.



우선적으로 가장 많이 나타나고 있는 분류 기준은 수학 영재교육 대상 학생의 경우 곡선 · 직선에 관한 것이었지만 그 외의 닫힘 여부나 예각 · 직각 · 둔각에 대한 것을 기준으로 삼은 경우도 많이 나타났다. 반면 일반 학생의 경우에는 여러 가지 평면 도형을 기준으로 세분화하여 분류한 경우가 매우 큰 비중을 차지하였으며 이들의 경우 단순히 도형을 찾는 것에 치중하여 한 가지 도형인지 아닌지의 유무로 전체 도형을 분류하는 경우가 많이 나타났다. 또한 이 전략 중에는 다른 범주에 있는 여러 도형을 기준으로 분류하여 기준에 따라 여러 번 포함되는 도형이 있는 풀이도 있었다.

한편, 빈틈없이 붙일 수 있는지 여부, 수직 · 수평 여부, 무게 중심의 위치를 기준으로 하거나 평면도형을 넘어서 입체의 단면 가능성 여부를 따지거나 수학 분야 밖의 기준으로, 느낌으로의 분류를 하는 것은 수학 영재교육 대상 학생에게서만 나타나는 반응이었다. 반

대로 각의 합이 360°인 것과 아닌 것에 대한 분류는 수학 영재교육 대상 학생의 전략에는 존재하지 않고 일반 학생의 전략에만 나타나는 것이었다. 전반적으로 각을 기준으로 하는 범주에 대한 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생의 반응 정도는 비슷하였지만 그 방향성에 차이가 있었다.

3) 수량화하는 문제

이 수량화의 문제는 정도의 차이가 나는 수학적 장면에서 이를 수량화하는 방법을 탐구하는 것을 목표로 하는 것으로 여기에서는 대표선수를 뽑기 위해 본 예비시험 결과를 다양한 기준에 의하여 수량화하였다.

준이네 반 학생들은 조별 퀴즈 대회가 있어 조 대표를 뽑기 위해 5회에 걸쳐 예비 시험을 보았습니다. 철이, 현수, 민아, 지훈, 선미, 윤지 6명의 어린이가 5회에 걸쳐 본 점수가 다음과 같을 때 누구를 조별 대표로 뽑아야 할까요? 대표선수를 뽑는 다양한 방법을 5가지 설명해 보세요.

철이

회	1	2	3	4	5
점수	2	3	5	3	2

현수

회	1	2	3	4	5
점수	2	3	5	3	2

민아

회	1	2	3	4	5
점수	5	4	3	2	1

지훈

회	1	2	3	4	5
점수	3	3	3	3	3

선미

회	1	2	3	4	5
점수	4	3	1	3	4

윤지

회	1	2	3	4	5
점수	5	5	0	0	5

학생들의 전략으로 나타난 선정 방법에는 최고점수, 최저점수가 높은 사람, 전 회에 걸친 점수가 비슷한 사람, 특정 점수 합이 높은 사람, 가장 많이 나온 점수가 높은 사람, 평균이 높은 사람, 중간값이 좋은 사람, 특정 점수가 높은 사람, 표준편차가 적은 사람, 상승세를 띄는 사람, 특정 점수 이상이 많은 사람, 최저 점수 횟수가 적은 사람, 어려운 문제를 맞힌 사람, 특별한 기준에 의해 높은 점수를 얻은 사람, 많이 이긴 사람, 만점이 가장 많은 사람, 총점이 높은 사람, 초반에 잘한 사람, 모든 점수를 다 포함하고 있는 사람, 실력 차가 일정한 사람, 가장 높은 점수와 낮은 점수를 제외한 점수의 합이 가장 높은 사람, 중간 점수가 가장 많은 사람, 최고 점수와 최저 점수의 차가 가장 적은 사람, 0점을 받지 않은 사람, 가능성이 있는 사람, 곱이 큰 사람 등의 반응이 있었다.

수량화 문제에서 수학 영재교육 대상 학생에게 가장 많이 나타낸 전략은 점수의 상승세를 보는 것이나 전회 비슷한 점수를 가진 사람을 뽑는 것이었다. 이 전략에서 특이한 점은 학생들마다 같은 기준을 이야기했지만 다른 형태로 표현하고 있었다. 일부 학생은 언어적으로, 일부 학생은 수학적으로 표현하였으며 수학적으로 표현한 사람보다는 언어적으로 표현한 학생이 많았다. 반면 일반 학생은 총점이 높은 학생이나 수학 영재 학생과 비슷하게

전 회에 점수가 비슷한 사람을 선발해야 한다고 하였다.

한편, 수학 영재교육 대상 학생의 경우, 수학적으로 특별한 기준을 세우거나 가중치를 주어 선발하려는 새로운 시도를 보였다. 또한 이런 시도들이 논리적으로 타당하다는 것을 설명하려고 하였다. 일반 학생의 경우, 각 수들의 합이나 평균이 아닌 곱에 의한 순위를 통해 선발하는 방법을 생각해냈다. 이는 수학 영재교육 대상 학생에게는 나타나지 않은 반응으로 몇 회인지를 점수와 곱하여 가중치화하지 않아 단순히 검사지만으로는 해결 방법이 맞는지 틀린지의 여부를 확인하기가 어려웠다.

4) 조건 부족 문제

다음 주어진 수들을 이용하여 규칙을 10가지 만들고, 규칙에 대한 설명을 쓰세요. **1, 3, 5, 7, 9**

이 문제는 주어진 수들을 이용하여 규칙을 만들고 그 규칙이 무엇인지를 설명하는 문제로 답을 생각할 때 주어질 수 있는 가능한 조건을 다양하게 생각하여 각 경우마다의 답을 찾아야하는 문제이다. 이 문제에 대해 학생들이 만든 조건은 원래의 수열에서 증감을 따지는 경우, 특성을 분석한 경우, 합 변형, 차 변형, 곱 변형, 나눔 변형, 수 결합, 합과 곱 연산을 이용한 경우, 합과 나눔 연산을 이용한 경우, 합과 차 연산을 이용한 경우, 곱과 차 연산을 이용한 경우, 합과 자릿수에 대한 규칙, 홀짝에 다른 규칙을 적용하는 경우, 수에 대한 일반항을 구하는 경우, 수를 조작하여 배수를 구하는 경우, 약수가 되는 수를 찾은 경우, 수끼리의 대칭관계를 알아보는 경우, 수 연결사이의 관계를 알아보는 경우, 일부수를 선택하여 규칙을 만드는 경우, 수를 연결하여 소수를 찾는 것, 진법, 평균, 같은 수로 수열을 구성하는 경우, 글자 모양 규칙을 만드는 경우, 이웃한 수의 합을 생각하는 경우, 반복하여 규칙을 만드는 경우, 여럿 건너 띄어 규칙을 만드는 경우 등이 있었다.

가장 많은 비율을 차지하는 조건은 일반 학생의 경우, 수를 조작하여 다른 형태의 수열을 만드는 것이 아니라 원래의 수열의 증감을 따지는 경우였다. 반면 수학 영재교육 대상 학생의 경우에는 수를 이용하여 변형된 수열을 만든 경우도 많았는데, 물론 일반 학생의 경우처럼 원래 수열의 특성을 찾은 것도 많았지만 수열의 증감을 따진 것, 그리고 단순한 합 변형 등의 규칙도 비슷한 비율로 많이 나타났다. 수학 영재교육 대상 학생은 그 외의 규칙에서도 큰 차이가 없이 다양한 규칙들이 드러나는 것을 알 수 있었으며, 특히 소수를 발견하는 다양한 규칙들이 존재하였다. 수 결합, 합과 곱 연산, 합과 자릿수에 대한 규칙, 일반항, 수를 연결하여 소수를 찾는 것, 평균, 같은 수로 수열을 구성하는 것, 이웃한 수의 합, 반복하여 규칙을 만드는 것 등으로 수학 영재 학생에게만 나타났다. 반면, 일반 학생의 경우에는 일정한 규칙 몇 가지만이 여러 명에게서 드러나는 경우가 많았다.

5) 역(逆) 문제, 구성 활동적 문제

넓이가 48㎠인 평면도형을 10개 그려 보세요.(그 크기로 그리는 것이 아니라 수치를 표시해 주세요.)

이 문제는 지금까지 학생들이 일반적으로 주어진 도형의 길이를 가지고 넓이를 구하는

활동에 반하여 넓이를 주고 학생들 스스로 도형의 모양과 길이를 그려보게 하는 것을 목표로 하며 이 과정에서 얼마나 다양하고 창의적인 활동을 할 수 있는지를 가늠하고자 하였다. 이 문제에 대한 해결 방안은 크게 기본 도형을 그린 경우와 변형된 형태를 그린 경우로 나눌 수 있다. 기본 도형을 그린 경우로는 직사각형을 그린 경우, 삼각형을 그린 경우, 원을 그린 경우, 평행사변형을 그린 경우, 사다리꼴을 그린 경우, 마름모를 그린 경우, 오각형을 그린 경우, 육각형을 그린 경우 등이다. 변형한 경우는 사각형을 연결한 형태, 사각형을 자른 형태, 사각형을 자르고 다른 것과 결합한 형태, 원을 연결한 형태, 원을 자른 형태, 타원형, 원을 자르고 다른 것과 결합한 형태, 삼각형을 연결한 형태, 삼각형을 자른 형태, 사다리꼴을 연결한 형태, 마름모를 자르고 변형한 형태, 사각형과 삼각형을 연결한 형태, 사각형에서 원형으로 자른 형태, 글자 형태, 팔각형 등을 들 수 있다.

수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생 모두 직사각형 형태의 도형을 가장 많이 그렸지만 수학 영재교육 대상 학생에 비하여 너무 많은 비율의 일반 학생들이 직사각형을 그렸으며 일반 학생들의 경우에는 23가지 범주 중에 9개의 범주에 속하는 도형들만 나타났는데 9개의 범주에 속하는 것은 주로 일반 도형이었으며 일반 학생들이 쉽게 넓이를 구할 수 있는 것, 한 단계로 답을 구할 수 있는 것이었다.

수학 영재교육 대상 학생에게서만 나타난 도형은 원, 오각형, 육각형, 사각형을 연결한 형태, 자른 사각형을 결합한 형태, 원을 연결한 형태, 자른 원, 타원, 자른 원을 결합한 형태, 사다리꼴을 연결한 형태, 자른 마름모 변형, 삼각형과 사각형 결합, 사각형에서 원형을 자른 형태, 글자 형태 등이 있었다. 반면 일반 학생에게서는 수학 영재교육 대상 학생에게서 나타나지 않는 팔각형이 나타났다. 학생의 답안을 통해 확인해보면, 이는 삼각형을 이용하여 정팔각형으로 접근하였음을 알 수 있다.

다. 창의성 점수 분석

창의성 점수는 유창성, 융통성, 독창성으로 나누어 분석하였다. 각 분야의 점수에 대한 평균과 표준편차는 <표 5>와 같다. 각 분야별 창의성 점수는 문제에 관계없이 수학 영재교육 대상 학생이 더 높게 나타났다.

<표 5> 문제 유형별 집단에 따른 창의성 분야별 평균 점수

문항	문제유형	일반 학생			수학 영재교육 대상 학생		
		유창성	융통성	독창성	유창성	융통성	독창성
문제1	관계나 법칙을 찾아내는 문제	3.79	1.79	0.55	6.79	4.12	2.81
문제2	분류하는 문제	3.60	3.23	0.36	9.08	8.42	1.06
문제3	수량화 하는 문제	4.28	3.60	0.62	7.27	6.54	1.85
문제4	조건 부족 문제	3.37	1.95	1.37	5.04	3.40	2.90
문제5	역(逆) 문제, 구성 활동적 문제	3.78	1.40	0.01	7.96	4.46	3.04

(단위 : 점)

일반 학생의 경우 유창성이 대체적으로 비슷한 비율로 나타났으나 가장 유창성이 높은 문제는 수량화하는 문제였다. 한편 수학 영재교육 대상 학생의 경우에는 분류하는 문제가 가장 유창성이 높았으며 유창성 점수간의 차이가 많이 났다. 유창성의 차이가 가장 큰 것은 분류하는 문제였다. 반대로 차이가 가장 적은 것은 조건 부족 문제였다.

융통성의 경우에는 일반 학생은 수량화하는 문제에서 가장 높은 비율을 보였으며 수학 영재교육 대상 학생은 분류하는 문제가 가장 높게 나타났다. 가장 융통성 점수의 차이가 큰 것은 분류하는 문제였으며 반대로 가장 차이가 적은 것은 조건 부족 문제였다.

마지막으로 독창성의 경우에는 일반 학생은 조건 부족 문제, 수학 영재교육 대상 학생은 역(逆) 문제, 구성 활동적 문제가 가장 높았다. 특이한 점은 역(逆) 문제, 구성 활동적 문제의 경우 일반 학생은 독창성 부분에서 매우 낮은 점수를 얻은 반면 수학 영재교육 대상 학생은 매우 높은 점수를 획득하였다. 가장 독창성 점수의 차이가 큰 것은 역(逆) 문제, 구성 활동적 문제였고, 가장 차이가 적은 것은 조건 부족 문제였다.

창의성의 세 가지 요소에서 모두 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생의 창의성 점수 차이가 가장 적은 것은 조건 부족 문제였다. 조건 부족 문제는 성취도에서도 특이한 점이 나타났다. 성취도가 모두 가장 낮은 유형의 문제였으나 일반 학생의 경우 다른 유형의 문제들과 그 성취도가 비슷하였고, 수학 영재교육 대상 학생의 경우에는 다른 유형의 문제들과 그 성취도에 차이가 있었다. 또한 조건 부족 문제는 표준편차는 일반 학생과 수학 영재교육 대상 학생이 모두 비슷하였다. 그러므로 조건 부족 문제의 결과를 통해 성취도가 낮은 문제, 난이도가 어려운 문제에 대한 일반 학생과 수학 영재교육 대상 학생의 문제 해결에 특이한 결과가 나타남을 알 수 있다. 하지만 이것이 조건 부족 문제라는 유형에 따라 나타나는 것인지 난이도에 따른 결과인지를 판단하는 데에는 어려움이 있다.

각각의 문제에서 최고점을 살펴보면, 최고점은 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생의 차이가 적은 것은 일반 학생 중에도 두 명의 학생이 수학 영재교육 대상 학생과 비슷한 점수를 나타내고 있었기 때문이었다. 그러나 이는 자신의 그룹에서 다른 학생들과의 점수 차이가 매우 컸다. 이 결과는 일반 학급에 영재로 판별될 가능성이 있는 학생들의 존재 여부를 나타내며 또한 정규 수업 시간에 수학 영재교육과정의 도입 가능성을 나타낸다고도 할 수 있다.

<표 6> 집단에 따른 창의성 분야별 점수

종속 변수	집단	평균	표준 편차	사례수	t	p
유창성	일반 학생	18.78	11.40	100	-10.0228***	0.0000
	수학 영재교육 대상 학생	36.13	6.53	55		
융통성	일반 학생	11.97	7.64	100	-12.9933***	0.0000
	수학 영재교육 대상 학생	26.94	4.19	55		
독창성	일반 학생	2.94	3.60	100	-9.8804***	0.0000
	수학 영재교육 대상 학생	11.65	6.75	55		

*** $p < 0.001$

각 문제들의 창의성 점수 합산하여 전체 창의성 점수를 분야별로 정리해보면 <표 6>과 같다.

<표 7> 문제별 창의성 점수

종속 변수	집단	평균	표준편차	사례수	t	p
문제 1	일반 학생	6.13	5.29	100	-7.9323***	0.0000
	수학 영재교육 대상 학생	13.71	5.68	55		
문제 2	일반 학생	7.20	7.48	100	-10.0505***	0.0000
	수학 영재교육 대상 학생	18.56	4.13	55		
문제 3	일반 학생	8.50	6.91	100	-6.1346***	0.0000
	수학 영재교육 대상 학생	15.65	6.15	55		
문제 4	일반 학생	6.70	6.45	100	-4.0570***	0.0001
	수학 영재교육 대상 학생	11.35	6.65	55		
문제 5	일반 학생	5.16	4.98	100	-12.2704***	0.0000
	수학 영재교육 대상 학생	15.46	4.41	55		
총합	일반 학생	33.69	20.70	100	-12.9418***	0.0000
	수학 영재교육 대상 학생	74.73	12.46	55		

*** $p < 0.001$

집단에 따른 창의성 분야별 점수는 $p<0.001$인 수준에서 유의미한 차이가 있었다. 두 집단을 합쳐 가장 높은 점수를 받은 것은 유창성이며, 독창성 점수가 가장 낮았다. 집단 사이의 점수 차가 가장 큰 것은 유창성이었으며, 17.35점 차이가 났다. 비율적으로는 수학 영재교육 대상 학생의 독창성이 일반 학생의 독창성에 비해 4배 정도 높았다.

2. 개방형 문제에 대한 행동 특성 분석

일반 학생과 수학 영재교육 대상 학생의 개방형 문제에 대한 행동 특성을 분석한 결과를 <표 8>과 같이 정리할 수 있다.

<표 8> 수학 영재교육 대상 학생에게 나타나는 행동 특성

분류	분석 내용
일반적인 수학 정신 능력	- 계산 속도가 빠름 - 문제에 대한 이해가 높음 - 수식이나 기호로 조직하고 표현하는 능력이 뛰어남 - 다양한 풀이 전략을 가지고 있음
수학적 능력	- 사고의 전환 및 일반화 능력이 뛰어남 - 논리적인 정확성이 우수함 - 독창성 발휘 능력이 뛰어남
정보 수집과 처리 능력	- 계산 결과가 정확함 - 언어적 표현력이 뛰어남
수학적 성향	- 문제에 대한 호기심이 강함 - 자신의 아이디어를 표현하는 능력이 뛰어남

수학 영재교육 대상 학생은 일반적인 수학 정신면에서 계산 속도가 빨라 문제를 해결하고 남은 시간에 새로운 문제 해결 방법을 찾아보는 것을 알 수 있었다. 그리고 문제에 대한 이해도도 일반 학생에 대해 높아 문제에 대한 잘못된 이해로 인하여 나타나는 오류가 적었다. 또한 수학적으로 문제해결 방법을 나타내는 능력이 뛰어났으며 다양한 풀이 전략을 사용하였다. 다음으로 수학적 능력 면에서는 수학적 범위나 그 이상의 범위로의 사고의 전환이 잘 이루어졌으며 자신의 문제 해결 과정 및 사고 과정이 논리적이고 정확하였으며 마지막으로 독창성을 발휘하는 능력도 뛰어났다. 정보 수집과 처리 능력 면에서는 계산 결과가 정확하고 언어적 표현력이 뛰어났으며 수학적 성향 면에서는 문제에 대한 호기심이 강하고 자신의 아이디어를 표현하는 능력이 뛰어났다.

V. 결 론

본 연구에서 수학 영재교육 대상 학생들과 일반 학생들의 개방형 문제 해결 과정에서 나타나는 전략의 특성에 대해서는 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 개방형 문제는 수학 영재교육 대상 학생에게 창의성 교육뿐만 아니라 발생적 학습에도 도움이 될 수 있다. 수학 영재교육 대상 학생은 개방형 문제에 대하여 창의적이고 다양한 해결방법을 찾으려고 노력하는 경향이 있었다. 자신이 제시한 다양한 문제 해결 방법에 대해서도 기존에 사용한 해결방법과 새로운 해결방법 중 어떤 것이 더 창의적인지 끊임없이 비교 선택하였다. 그리고 문제 해결과정에서 수학적 개념이나 지식을 많이 이용하며 스스로 정리하고 구성하여 사용하기도 한다.

둘째, 수학 영재교육 대상 학생은 창의성을 기르기 위하여 개방형 문제를 분석하고 분류하는 문제를 이용하는 것이 가장 적합하다. 수학 영재교육 대상 학생이 일반 학생에게 비해 전반적으로 문제에 대한 성취도가 높았다. 그 중에서도 수학 영재교육 대상 학생의 경우에는 분류하는 문제에 대한 응답률도 높았고 성취도도 높았다. 이는 학생들 스스로 문제를 해결하기 위한 기준을 세우는 것에 흥미를 느끼며, 분석적으로 사고하여 문제를 해결하는 능력이 발달하였기 때문이다. 개방형 문제를 제시하는 목적이 이전의 연구에서 밝혀진 것처럼 창의성을 기르는데 적합하여 사용되는 것이라면 분석하고 분류하는 문제를 사용하는 것이 학생의 능력과 흥미를 고려하여 가장 적합한 것이라 할 수 있다.

셋째, 고차원적인 조건 부족 문제에 대해서는 수학 영재교육 대상 학생 역시 성취율이 낮았다. 따라서 수학 영재교육 대상 학생에게도 조작하고 조합하는 능력으로부터 고차원적인 창의성을 길러 주어야 한다. 개방형 문제를 해결하는 과정에서 일반 학생들이 조건 부족 문제에서조차 제시된 문제 상황에 대해서만 생각하여 문제를 해결하려고 하는 것과 달리 수학 영재교육 대상 학생의 경우에는 모든 유형의 문제에서 조작을 통해 새로운 형태의 수학적 산출물이나 문제 해결 방법을 찾아내려고 하였다.

넷째, 수학 영재교육 대상 학생의 수업 제재로 개방적인 범주의 주제를 사용할 수 있다. 수학 영재교육 대상 학생들은 개방형 문제해결 과정에서 개방적으로 사고하는 모습을 보였다. 문제 상황에 제시된 수학적 범주를 넘어서 그 이상의 수학적 범주나 수학의 범주를 넘어선 사고를 통하여 문제를 해결하였다. 이는 반대로 생활이나 미술, 과학 등 다양한 주제를 학습하면서도 수학적인 요소를 사고할 수 있음을 의미하기도 한다. 그러므로 수학 영재교육 수업에 좀 더 다양한 분야의 주제를 선택할 수 있다.

다섯째, 창의성 점수를 고려할 때, 일반 수업에서도 수학 영재교육과정으로서의 개방형 문제를 이용한 창의성 수업이 가능함을 알 수 있었다. 연구 결과 창의성 점수의 경우, 일반 학생도 상위권 학생들은 수학 영재교육 대상 학생들이 획득한 점수와 비슷하게 또는 더 높은 점수를 획득하는 양상을 보였다. 만일 이전의 연구에서 밝혀진 것처럼 개방형 문제가 창의성을 평가하는 잣대가 되고, 창의성이 영재의 요소 중 하나라면 일반 학생의 일부는 아직 드러나지 않았을 뿐 어느 정도의 영재성을 가지고 있다고 할 수 있으며 발전할 수 있는 가능성이 있다고 할 수 있다. 따라서 수학 영재교육과정을 일반 수업에 적용한다면 일반 학생들의 창의성 및 영재성을 개발할 수 있으며 부족한 수학 영재교육 대상 학생의 수업 시간도 확보할 수 있을 것이다.

마지막으로, 개방형 문제를 해결하는 과정에서 나타나는 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생의 행동 특성이 다르게 나타나므로 보다 영역별 주제별 상세한 과제의 분석과 체계적인 분류를 통한 제시가 필요하다. 수학 영재교육 대상 학생들은 일반 학생들에 비하여 계산 속도가 빠르고 문제에 대한 이해도가 높기 때문에 계산 결과가 정확했다. 또한 다양한 풀이 전략을 가지고 있으며 이 논리적 정확성과 자신들의 아이디어를 표현하는 능력도 뛰어났다. 이런 수학 영재교육 대상 학생의 행동특성에 적절하게 수학 영재 교육 대상자의 수준과 능력을 보다 정교하게 분석하고 적절한 수준과 과제를 제시할 필요가 있다. 수학 영재교육 대상 학생에게 나타나는 행동특성은 과제의 특성에 따라 매우 다른 양상으로 나타났다. 과제에 따라 더욱 두드러지게 나타나는 행동특성이 있었으며, 이러한 행동특성이 나타난다는 것은 학생들이 이런 행동특성과 관련된 능력을 발휘한다는 것이다. 그러므로 다양한 형태의 과제를 학생들에게 접하도록 하면 여러 분야의 행동특성이 발달하게 할 수 있다.

연구 결론을 바탕으로 한 영재교육을 위한 시사점은 수학 영재교육 대상 학생들에게 개방형 문제는 창의적 문제 해결 욕구를 자극하고 창의적 사고 및 문제 해결에 다양한 관점과 전략을 세울 수 있는 기회를 제공할 필요가 있다는 것이다. 개방형 문제는 수학 영재교육 대상 학생들에게 직관적 통찰 능력, 수학적 추론 능력, 일반화 및 적용 능력 등 다양한 수학적 사고를 발달시키고 발생적 학습을 하는데 좋은 학습 과제가 된다. 더 나아가 개방형 문제를 단순히 수학 영재교육 대상 학생의 교육을 목적으로 하는 것이 아니라 정규 교육과정과 관련지어 정규 수업 중에도 이용할 수 있도록 함으로써 수학 영재교육 대상 학생은 학습을 할 수 있는 시간을 확보하고, 일반 학생은 수학적 능력을 발달시킬 수 있는 가능성을 발현할 수 있는 기회를 얻을 수 있도록 할 필요가 있다.

참 고 문 헌

권오남 (2000). 창의적 문제해결력 중심의 수학 교육과정 적용 및 효과분석. **한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육 학술지>**, 5, 81-99.

교육인적자원부 (1998). **제7차 수학과 교육과정.** 교육인적자원부.

김남균 (2003). 수학 영재 교수-학습 방법 탐색 - 개방형 교수법의 발전적 적용-. **한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 17**, 191-208.

김명숙 (2009). **수학과 개방형 문제 해결 수업에서 초등학생들의 창의적 반응 분석**. 경인교육대학교 교육대학원 석사논문.

김세정 (2007). **초등학교 수학 영재의 개방형 문제 해결과정 분석**. 광주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

김시명 (2006). **개방형 문제 해결과정에서 수학 영재아와 수학 우수아의 행동 특성 분석**. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.

김양권, 송상헌 (2010). 초등 수학 영재를 위한 도형수 과제의 수준별 교수·학습 자료 개발 절차와 방법에 관한 연구. **한국초등수학교육학회지, 14**(3), 745-768.

김영실 (2004). **개방형 문제를 활용한 수업이 수학적 창의력에 미치는 효과**. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.

김유미, 류성림 (2010). 초등수학영재와 일반학생의 학습전략 검사결과 비교 연구. **한국초등수학교육학회지, 14**(2), 217-239.

김지원 (2003). **한 수학 영재아의 수학적 사고 특성에 관한 사례연구**. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

김홍원, 김명숙 (1997). **수학 영재 판별 도구 개발 연구(II) - 검사 제작 편**. 수탁 연구 CR 97-50. 서울: 한국교육개발원.

남승인 (2003). **수학 창의성 계발을 위한 교수 · 학습 원리와 실제**. 대구교육청 현장협동학습세미나 자료집.

남승인 (2007). **창의성을 어떻게 기를 것인가**. 창의성 교육연구회.

노지연 (2006). **중학교 기하단원의 개방형 문제에서 학생의 문제해결과정의 사고특성에 관한 연구**. 단국대학교 교육대학원 석사학위논문.

박필옥 (2006). **초등학생들의 수학과 개방형 문제 해결과정에서 나타난 창의적인 반응 분석**. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.

박화영, 김수환 (2006). 개방형 과제를 활용한 수학 영재아 수업 사례 분석. **한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 20**(1), 117-145.

방승진, 이상원 (2001). 개방형 문제에 의한 수학영재 판별. **한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육 학술지>, 6**, 179-193.

변은진 (2001). **개방형 문제를 활용한 평가가 수학적 창의력에 미치는 효과**. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.

송상헌 (1998). **수학 영재성 측정과 판별에 관한 연구**. 서울대학교 대학원 박사학위논문.

송상헌 (2002). 수학 영재를 위한 교수 원리 및 방법의 적용에 대한 소고. **인천교육대학교 <과학교육논총>, 14**, 312-329.

오종필 (2007). **개방형 문제를 활용한 중학교 수학영재아의 행동특성 분석: 사례연구**. 순천대학교 교육대학원 석사학위논문.

윤미나 (2007). **개방형 문제가 수학적 창의력 신장에 미치는 효과 연구**. 동국대학교 교육대학원 석사학위논문.

이강섭, 황동주 (2003). 일반 창의성(도형)과 수학 창의성과의 관련 연구-TTCT; Figure A와 MCPSAT; A를 바탕으로-. **한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 42**(1), 1-9.

정민주 (2001). **초등학교 수학 영재아들의 개방형문항 반응에 대한 연구**. 아주대학교 교육대학원 석사학위논문.

정은미 (2004). **수학과 개방형 문제의 개발 방안과 평가에 관한 연구**. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

한정민, 박만구 (2010). 수학적 창의성 관점에서 본 교사의 발문 분석. **한국초등수학교육학회지, 14**(3), 865-884.

황동주 (2005). **수학영재 판별의 타당도 향상을 위한 수학 창의성 및 문제 해결력 검사 개발과 채점 방법에 관한 연구**. 단국대학교 박사학위논문.

Becker, J. P., & Shimada, S. (1997). *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. 구광조 외 역(2004). 개방형 교수법. 서울: 경문사.

Hertzog, N. B. (1998). Open-ended activities: Differentiation through learner responses. *Gifted Child Quarterly, 42*(4), 212-227.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: The University of Chicago Press.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Renzulli, J. S., & Reis, S. M. (1997). *The schoolwide enrichment model: A how-to guide for educational excellence*. Mansfield Center, CT : Creative Learning Press.

Small, M. (2009). *Good questions: Great ways to differentiate mathematics introduction*. NY: Teachers Collage Press.

Wertheimer, R. (1999). Definition and identification of mathematical promise. In L. J. Sheffield (Ed.), *Developing mathematically promising students* (pp.9-26). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

<Abstract>

An Analysis on the Responses and the Behavioral Characteristics between Mathematically Promising Students and Normal Students in Solving Open-ended Mathematical Problems

Kim, Eun Hye[4]; & Park, Mangoo[5]

The purpose of this study was to analyze the responses and the behavioral characteristics between mathematically promising students and normal students in solving open-ended problems.

For this study, 55 mathematically promising students were selected from the Science Education Institute for the Gifted at Seoul National University of Education as well as 100 normal students from three 6th grade classes of a regular elementary school. The students were given 50 minutes to complete a written test consisting of five open-ended problems. A post-test interview was also conducted and added to the results of the written test.

The conclusions of this study were summarized as follows:

First, analysis and grouping problems are the most suitable in an open-ended problem study to stimulate the creativity of mathematically promising students. Second, open-ended problems are helpful for mathematically promising students' generative learning. The mathematically promising students had a tendency to find a variety of creative methods when solving open-ended problems. Third, mathematically promising students need to improve their ability to make-up new conditions and change the conditions to solve the problems. Fourth, various topics and subjects can be integrated into the classes for mathematically promising students. Fifth, the quality of students' former education and its effect on their ability to solve open-ended problems must be taken into consideration. Finally, a creative thinking class can be introduce to the general class. A number of normal students had creativity score similar to those of the mathematically promising students, suggesting that the introduction of a more challenging mathematics curriculum similar to that of the mathematically promising students into the general curriculum may be needed and possible.

Keywords: mathematically promising students, open-ended problem, problem solving strategy, behavioral characteristics

논문접수: 2011. 03. 17
논문심사: 2011. 04. 05
게재확정: 2011. 04. 16

4) coolgirl150@hanmail.net
5) mpark29@snue.ac.kr